



Ngôn ngữ lập trình C++

03 BÀI TẬP LẬP TRÌNH NÂNG CAO



1. Số rõ ràng

Với số nguyên dương n , ta tạo số mới bằng cách lấy tổng bình phương các chữ số của nó, với số mới này ta lại lặp lại công việc trên. Nếu trong quá trình trên, ta nhận được số mới là 1, thì số n ban đầu được gọi là số rõ ràng.

Ví dụ, với $n = 19$, ta có: $19 \rightarrow 82 (= 1^2 + 9^2) \rightarrow 68 \rightarrow 100 \rightarrow 1$; như vậy, 19 là số rõ ràng.

với $n = 12$, ta có: $12 \rightarrow 5 \rightarrow 25 \rightarrow 29 \rightarrow 85 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145$; như vậy 12 không phải là số rõ ràng.

Yêu cầu: Kiểm tra xem số tự nhiên n có phải là số rõ ràng không?

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **CLEAR.INP** gồm nhiều dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên dương n ($0 < n \leq 10^6$). Số dòng không vượt quá 10.

Kết quả: Đưa ra file văn bản **CLEAR.OUT** mỗi dòng ghi 1 nếu số tương ứng là số rõ ràng, ngược lại ghi 0.

Ví dụ:

CLEAR.INP	CLEAR.OUT
1	1
12	0
19	1

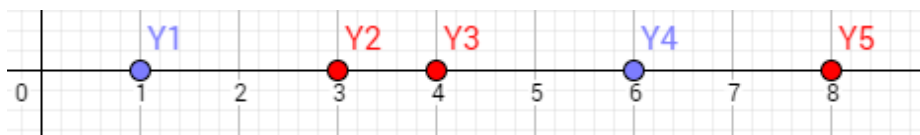
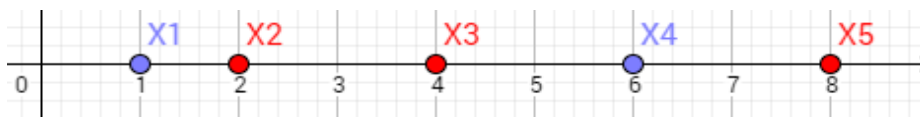


2. Điểm trên hai trục số song song

Cho hai trục số song song, trên mỗi trục số đều có N điểm.

N điểm trên trục số 1 có tọa độ là X_1, X_2, \dots, X_N ($0 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_N \leq 10^9$).

N điểm trên trục số 2 có tọa độ là Y_1, Y_2, \dots, Y_N ($0 \leq Y_1 < Y_2 < \dots < Y_N \leq 10^9$).





(Hình minh họa với $N = 5$).

Yêu cầu: Đếm số hình chữ nhật sao cho:

+ 2 đỉnh thuộc N đỉnh trên trục số 1; 2 đỉnh còn lại thuộc N đỉnh trên trục số 2;

Dữ liệu cho trong file **Rect.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương N là số điểm trên mỗi trục.
- Dòng 2 ghi N số nguyên X_1, X_2, \dots, X_N ($0 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_N \leq 10^9$) là tọa độ của N điểm trên trục số 1.
- Dòng thứ 3 ghi N số nguyên Y_1, Y_2, \dots, Y_N ($0 \leq Y_1 < Y_2 < \dots < Y_N \leq 10^9$) là tọa độ của N điểm trên trục số 2.

Kết quả ghi ra file **Rect.Out** là số hình chữ nhật thỏa mãn.

Ví dụ:

Rect.Inp	Rect.Out
5 1 2 4 6 8 1 3 4 6 8	6

Giới hạn:

- 50% số test ứng với $N \leq 100$;
- 50% số test ứng với $N \leq 1000000$;

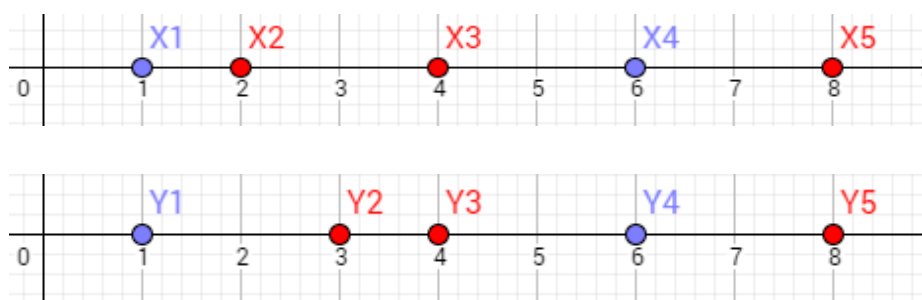


3. Điểm màu trên hai trục số song song (1)

Cho hai trục số song song, trên mỗi trục số đều có N điểm.

Các điểm trên trục số 1 có tọa độ là X_1, X_2, \dots, X_N ($0 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_N \leq 10^9$). Điểm thứ i có màu xanh hoặc màu đỏ.

Các điểm trên trục số 2 có tọa độ là Y_1, Y_2, \dots, Y_N ($0 \leq Y_1 < Y_2 < \dots < Y_N \leq 10^9$). Điểm thứ i có màu xanh hoặc màu đỏ.



(Hình minh họa với $N = 5$).

Yêu cầu: Đếm số hình chữ nhật gồm:

+ 2 đỉnh thuộc N đỉnh trên trục số 1; 2 đỉnh còn lại thuộc N đỉnh trên trục số 2;

+ 4 đỉnh đều cùng màu.

Dữ liệu cho trong file **ColourRect1.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương N là số điểm trên mỗi trục.
- Dòng 2 ghi N số nguyên X_1, X_2, \dots, X_N ($0 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_N \leq 10^9$) là tọa độ của N điểm trên trục số 1.



- Dòng thứ 3 ghi N số 0, 1 mô tả màu của các điểm. Nếu số thứ i là 0 thì màu của điểm thứ i là màu xanh, nếu số thứ i là 1 thì màu của điểm thứ i là màu đỏ.
- Dòng thứ 4 ghi N số nguyên Y_1, Y_2, \dots, Y_N ($0 \leq Y_1 < Y_2 < \dots < Y_N \leq 10^9$) là tọa độ của N điểm trên trục số 2.
- Dòng thứ 5 ghi N số 0, 1 mô tả màu của các điểm. Nếu số thứ i là 0 thì màu của điểm thứ i là màu xanh, nếu số thứ i là 1 thì màu của điểm thứ i là màu đỏ.

Kết quả ghi ra file **ColourRect1.Out** là số hình chữ nhật thỏa mãn.

Ví dụ:

ColourRect1.Inp	ColourRect1.Out
5 1 2 4 6 8 0 1 1 0 1 1 3 4 6 8 0 1 1 0 1	2

Giới hạn:

- 50% số test ứng với $N \leq 100$;
- 50% số test ứng với $N \leq 1000000$;

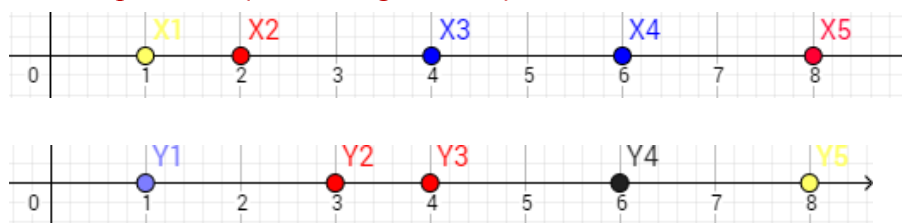


4. Điểm màu trên hai trục số song song (2)

Cho hai trục số song song, trên mỗi trục số đều có N điểm.

Các điểm trên trục số 1 có tọa độ là X_1, X_2, \dots, X_N ($0 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_N \leq 10^9$). Điểm thứ i có màu thuộc tập 4 màu: {xanh, vàng, đỏ, đen},

Các điểm trên trục số 2 có tọa độ là Y_1, Y_2, \dots, Y_N ($0 \leq Y_1 < Y_2 < \dots < Y_N \leq 10^9$). Điểm thứ i có màu thuộc tập 4 màu: {xanh, vàng, đỏ, đen},



(Hình minh họa với $N = 5$).

Yêu cầu: Đếm số hình chữ nhật gồm:

- + 2 đỉnh thuộc N đỉnh trên trục số 1; 2 đỉnh còn lại thuộc N đỉnh trên trục số 2;
- + 4 đỉnh đều có màu khác nhau.

Dữ liệu cho trong file **ColourRect2.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương N là số điểm trên mỗi trục.
- Dòng 2 ghi N số nguyên X_1, X_2, \dots, X_N ($0 \leq X_1 < X_2 < \dots < X_N \leq 10^9$) là tọa độ của N điểm trên trục số 1.
- Dòng thứ 3 ghi N số thuộc tập $\{0, 1, 2, 3\}$ mô tả màu của các điểm. Số 0 mô tả màu xanh, số 1 mô tả màu vàng, số 2 mô tả màu đỏ, số 3 mô tả màu đen.



- Dòng thứ 4 ghi N số nguyên Y_1, Y_2, \dots, Y_N ($0 \leq Y_1 < Y_2 < \dots < Y_N \leq 10^9$) là tọa độ của N điểm trên trục số 2.
- Dòng thứ 3 ghi N số thuộc tập $\{0, 1, 2, 3\}$ mô tả màu của các điểm. Số 0 mô tả màu xanh, số 1 mô tả màu vàng, số 2 mô tả màu đỏ, số 3 mô tả màu đen.

Kết quả ghi ra file **ColourRect2.Out** là số hình chữ nhật thỏa mãn.

Ví dụ:

ColourRect2.Inp	ColourRect2.Out
5 1 2 4 6 8 1 2 0 0 2 1 3 4 6 8 0 2 2 3 1	1

Giới hạn:

- 50% số test ứng với $N \leq 100$;
- 50% số test ứng với $N \leq 1000000$;



5 (Đề thi Tin học trẻ thành phố Hà Nội – 2020) **HCN - HCN.Cpp**

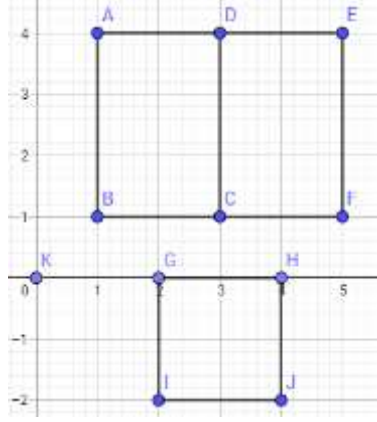
Cho N điểm phân biệt trên hệ trục tọa độ Oxy. Hãy đếm xem có bao nhiêu hình chữ nhật có các cạnh song song (hoặc nằm trên) với các trục tọa độ mà bốn đỉnh là bốn điểm trong N điểm đã cho.

Dữ liệu cho trong file **HCN.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương N là số các số lượng các điểm.
- N dòng sau, mỗi dòng ghi hai số nguyên x, y là tọa độ của một điểm.

Kết quả ghi ra file **HCN.Out** là số lượng các hình chữ nhật thỏa mãn đề bài.

Ví dụ:

HCN.Inp	HCN.Out	Giải thích
11 1 4 1 1 3 1 3 4 5 4 5 1 2 0 4 0 2 -2 4 -2 0 0	4	 <p>Có 4 hình chữ nhật: ABCD, ABFE, CDEF, GHJI.</p>

**Giới hạn:**

- Có 20% số test ứng với $N \leq 30$; $|x|, |y| \leq 10^3$;
- Có 30% số test ứng với $N \leq 300$; $|x|, |y| \leq 10^9$;
- Có 30% số test ứng với $N \leq 6000$; $|x|, |y| \leq 10^3$;
- Có 20% số test ứng với $N \leq 6000$; $|x|, |y| \leq 10^9$;

**6☀. Tổng 3 số hạng – Sum3H.Cpp**

Cho dãy số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N và số X . Hãy tìm số bộ 3 chỉ số (i, j, k) sao cho $1 \leq i < j < k \leq N$ và $A_i + A_j + A_k = X$.

Dữ liệu cho trong file **Sum3H.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên N và X .
- Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N ($|A_i| \leq 10^9$).

Kết quả ghi ra file **Sum3H.Out** là số bộ chỉ số (i, j, k) sao cho $A_i + A_j + A_k = X$ và $1 \leq i < j < k \leq N$.

Ví dụ:

Sum3H.Inp	Sum3H.Out
5 12 1 2 3 4 9	1
3 4 1 1 1 1	0

Giới hạn:

- $|X| \leq 10^9$;
- $N \leq 2000$.

**7☀. Sum4**

Cho dãy số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N và số nguyên X . Tìm 4 chỉ số (i, j, k, t) sao cho:

$$1 \leq i < j < k < t \leq n \text{ và } A[i] + A[j] + A[k] + A[t] = X.$$

Dữ liệu ghi trong file **Sum4.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên N và X .
- Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N .

Kết quả ghi ra file **Sum4.Out** là bộ chỉ số (i, j, k, t) tìm được. Nếu có nhiều bộ thì ghi ra một bộ bất kì. Nếu không có bộ chỉ số nào thỏa mãn thì ghi “Impossible”.

Ví dụ:

Sum4.Inp	Sum4.Out
5 6 1 2 3 4 0	1 2 3 5

Giới hạn:

- $1 \leq X \leq 10^9$; $|A_i| \leq 10^9$.
- 50% số test ứng với $N \leq 10^2$;
- 50% số test ứng với $N \leq 10^3$;



8. Trò chơi trên dãy số

Cho dãy số nguyên A gồm N số hạng A_1, A_2, \dots, A_N . Bạn có thể tiến hành trò chơi trên dãy số này bằng cách thực hiện các biến đổi trên dãy như sau:

- Chọn một số hạng thuộc dãy.
- Nếu số hạng được chọn ở vị trí đầu dãy hoặc vị trí cuối dãy thì xóa số hạng này khỏi dãy.
- Nếu số hạng được chọn không ở vị trí đầu dãy và vị trí cuối dãy thì thay giá trị số hạng này bằng tổng 2 số hạng kề, sau đó xóa 2 số hạng kề này ra khỏi dãy.

Trò chơi dừng lại khi dãy chỉ còn 1 số hạng và giá trị của số hạng này là điểm chơi của bạn.

Yêu cầu: Tính xem, điểm chơi của bạn cao nhất bằng bao nhiêu.

Dữ liệu cho trong file **GameInSeq.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương N là số các số hạng trong dãy ban đầu.
- Dòng tiếp theo ghi N số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N ($|A_i| \leq 10^9$).

Kết quả ghi ra file **GameInSeq.Out** là điểm chơi lớn nhất mà bạn có thể nhận được.

Ví dụ:

GameInSeq.Inp	GameInSeq.Out	Giải thích
3 1 2 3	4	Chọn số hạng $A_2 = 2$; khi đó dãy chỉ còn một số hạng có giá trị 4.
4 1 2 3 4	6	Chọn số hạng $A_1 = 1$, dãy trở thành: 2, 3, 4. Chọn số hạng bằng 3, dãy trở thành 6.

Giới hạn:

- Sub1: $N \leq 5$.
- Sub2: $N \leq 5 \times 10^5$.