



BÀI TẬP LẬP TRÌNH NÂNG CAO

**1☀. Tổng Ước chung lớn nhất**

Cho số nguyên dương K . Hãy tính $X = \sum_{a=1}^K \sum_{b=1}^K \sum_{c=1}^K \gcd(a, b, c)$.

Dữ liệu cho trong file **SUMGCD.INP** gồm số nguyên dương K ($K \leq 200$).

Kết quả ghi ra file **SUMGCD.OUT** là số X tính được.

Ví dụ:

SUMGCD.INP	SUMGCD.OUT
2	9

Giải thích:

$$\begin{aligned} &\gcd(1,1,1) + \gcd(1,1,2) + \gcd(1,2,1) + \gcd(1,2,2) + \gcd(1,1,1) + \gcd(1,1,2) + \gcd(1,2,1) + \\ &\gcd(1,2,2) + \gcd(2,1,1) + \gcd(2,1,2) + \gcd(2,2,1) + \gcd(2,2,2) + \gcd(2,1,1) + \gcd(2,1,2) + \\ &\gcd(2,2,1) + \gcd(2,2,2) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 9. \end{aligned}$$

**2☀. Chuyển tự động**

Hệ thống sản xuất tự động gồm N dây chuyền sản xuất. Các dây chuyền được đánh số từ 1, 2, 3, ..., N . Điều thú vị là dây chuyền sản xuất không thực hiện tuần tự dây chuyền 1 rồi đến dây chuyền 2, ..., mà dây chuyền thứ i chuyển đến dây chuyền A_i ($i \neq A_i$).

Yêu cầu: Tính xem, bắt đầu từ dây chuyền 1, sau K lần chuyển dây chuyền thì hệ thống đang thực hiện dây chuyền nào?

Dữ liệu cho trong file **AutoK.Inp** gồm:

- Dòng đầu ghi 2 số nguyên dương N và K .
- Dòng thứ 2 ghi N số nguyên dương A_1, A_2, \dots, A_N .

Kết quả ghi ra file **AutoK.Out** số u là số hiệu của dây chuyền mà hệ thống đang thực hiện sau K lần dịch chuyển dây chuyền.

Ví dụ:

AutoK.Inp	AutoK.Out	Giải thích
4 5 3 2 4 1	4	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

Giới hạn:

- $2 \leq N \leq 2 \times 10^5$;
- $1 \leq A_i \leq N$;
- $1 \leq K \leq 10^{18}$.

**3☀. Số lập phương**

Ta gọi e là một số lập phương nếu $e = u^3$. Ví dụ, $8 = 2^3$, $27 = 3^3$. Cho hai số nguyên x và y ($x \leq y$). Tính số các số lập phương thuộc đoạn $[x; y]$.

Dữ liệu cho trong file **NumCube.Inp** gồm 2 số nguyên x và y ($x \leq y$).

Kết quả ghi ra file **NumCube.Out** là số các số lập phương thuộc đoạn $[x; y]$.

Ví dụ:

NumCube.Inp	NumCube.Out	Giải thích
0 30	4	Có 4 số lập phương: 0, 1, 8, 27.

Giới hạn:

$$-10^{18} \leq x \leq y \leq 10^{18};$$

**4☀. Tách số**

Cho số N có k chữ số, $N = \overline{e_1 e_2 \dots e_k}$. Ta gọi $s_i = \overline{e_1 e_2 \dots e_i} + \overline{e_{i+1} \dots e_k}$ với $i = 1, 2, 3, \dots, k-1$.

Yêu cầu: Tính tổng $s_1 + s_2 + \dots + s_{k-1}$.

Dữ liệu ghi trong file **TachSo.Inp** gồm một số nguyên dương N ($10 \leq N \leq 10^{18}$).

Kết quả ghi ra file **TachSo.Out** là tổng $s_1 + s_2 + \dots + s_{k-1}$.

Ví dụ:

TachSo.Inp	TachSo.Out	Giải thích
123	39	$s_1 = 1 + 23$; $s_2 = 12 + 3$

**5☀. Dãy số 7..7**

Nhiều người không thích số 7, nhưng Bé Vy thì lại rất thích số 7. Một hôm, cô bé viết lên tờ giấy một dãy số: 7, 77, 777, 7777, ... (các số chỉ gồm các chữ số 7). Điều mà cô bé quan tâm lúc này là cần tìm số nhỏ nhất trong dãy chia hết cho K .

Do số có thể rất lớn nên Vy nhờ các anh chị lập trình tìm số hử mình.

Dữ liệu cho trong dãy **NUM7.INP** gồm số nguyên dương K ($K \leq 10^6$).

Kết quả ghi ra file **NUM7.OUT** là số nhỏ nhất trong dãy chia hết cho K . Nếu không có số nào chia hết cho K thì ghi -1.

Ví dụ:

NUM7.INP	NUM7.OUT
101	7777
2	-1



6. Ước chung lớn nhất của dãy số

Cho dãy số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N . Ta gọi d là ước chung lớn nhất của dãy số nếu d là ước của A_1, A_2, \dots, A_N và có giá trị lớn nhất, kí hiệu là $d = \gcd(A_1, A_2, \dots, A_N)$.

Việc tìm giá trị của d chẳng lấy làm gì là khó và chẳng có tí nào là thú vị. Thầy giáo muốn học sinh của mình sáng tạo hơn, do vậy cho phép học sinh có thể biến đổi dãy không quá K lần (có thể không biến đổi lần nào), mỗi lần thực hiện:

Chọn hai số A_i và A_j , ($i \neq j$); Giảm A_i xuống 1 đơn vị và tăng A_j lên 1 đơn vị. Chú ý rằng, khi biến đổi như vậy, giá trị của các số hạng có thể bằng 0 hoặc âm.

Yêu cầu: Nếu cho phép biến đổi dãy như vậy, giá trị d lớn nhất có thể nhận được là bao nhiêu.

Dữ liệu cho trong file **GCDARR.INP** gồm:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên dương N và K .
- Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A_1, A_2, \dots, A_N ($1 \leq A_i \leq 10^6$).

Kết quả ghi ra file **GCDARR.OUT** là giá trị của d lớn nhất có thể nhận được.

Ví dụ:

GCDARR.INP	GCDARR.OUT
2 3	7
8 20	

Giới hạn:

- $N \leq 500$;
- $0 \leq K \leq 10^9$.