SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HSG QUỐC GIA NGHỆ AN THPT NĂM HỌC 2020 – 2021 ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Tin học

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 06/10/2019

Tổng quan bài thi

Tên bài	File nguồn	File Input	File Output	Thời gian
Trò chơi hai nút bấm	TwoPress.Cpp	TwoPress.Inp	TwoPress.Out	1 giây
Kết nối máy tính	Connect.Cpp	Connect.Inp	Connect.Out	1 giây
Chọn tập chỉ số	SetIndex.Cpp	SetIndex.Inp	SetIndex.Out	1 giây

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

CÂU 1. Trò chơi hai nút bấm

Ba bạn Bắc, Trung, Nam chơi thân với nhau từ thuở nhỏ vì có chung nhiều sở thích. Một trong các sở thích đó là thích chơi trò chơi hai nút bấm. Trò chơi được thực hiện trên một thiết bị điện tử có 2 nút bấm và một màn hình. Màn hình ban đầu hiển thị số 0. Hai nút bấm, một nút có màu đỏ, một nút có màu xanh. Khi bấm vào nút màu đỏ, số trên màn hình tăng lên 1, khi bấm vào nút màu xanh, số trên màn hình tăng lên K lần (nhân với K) trong đó K là một thông số được thiết lập trước khi chơi. Ba bạn cùng chơi trên 3 thiết bị điện tử (mỗi bạn một thiết bị) và cùng điều khiển để nhận được số trên màn hình là X.

Có một danh sách các số nguyên dương A_I , A_2 , ..., A_N để chọn làm thông số thiết lập trước khi chơi. Ba bạn sẽ chọn 3 số A_i , A_j , A_t ($1 \le i < j < t \le N$) để thiết lập thông số cho thiết bị của mình. Sau đó mỗi người sẽ điều khiển một thiết bị để số hiển thị trên màn hình bằng X với số lần bấm là ít nhất.

Gọi Y là tổng số lần bấm của 3 bạn Bắc, Trung, Nam.

Yêu cầu: Tính số cách chọn bộ 3 số A_i , A_j , A_t ($1 \le i < j < t \le N$) để $Y \le S$ với S là một giá trị đã cho.

Dữ liệu cho trong TwoPress.Inp gồm:

- Dòng thứ nhất ghi 3 số nguyên dương N, S, X.
- Dòng thứ hai ghi N số nguyên dương A_1 , A_2 , ..., A_N ($1 \le A_i \le 100$).

Kết quả ghi ra file **TwoPress.Out** là số bộ 3 số (A_i, A_j, A_k) chọn được.

Ví dụ:

TwoPress.Inp	TwoPress.Out
5 16 10	4
1 2 2 3 4	

Giải thích:

Thông số K = 1, để hiển thị số 10, ta bấm 10 lần nút màu đỏ

Thông số K = 2, để hiển thị số 10, ta bấm 5 lần. Bấm nút đỏ, đỏ, xanh, đỏ, xanh.

Thông số K = 3, để hiển thị số 10, ta bấm 4 lần. Bấm nút đỏ, xanh, xanh, đỏ.

Thông số K = 4, để hiển thị số 10, ta bấm 5 lần. Bấm nút đỏ, đỏ, xanh, đỏ, đỏ.

Như vậy, có thể chọn 4 bộ:

 $(A_2, A_3, A_4) = (2, 2, 3)$ có tổng số lần bấm ít nhất là 5 + 5 + 4 = 14 < 16.

 $(A_2, A_3, A_5) = (2, 2, 4)$ có tổng số lần bấm ít nhất là 5 + 5 + 5 = 15 < 16.

 $(A_2, A_4, A_5) = (2, 3, 4)$ có tổng số lần bấm ít nhất là 5 + 4 + 5 = 14 < 16.

 $(A_3, A_4, A_5) = (2, 3, 4)$ có tổng số lần bấm ít nhất là 5 + 4 + 5 = 14 < 16.

Giới hạn:

- Có 30% số test ứng với $X \le 10^5$; $N \le 100$; $S \le 100000$;
- Có 30% số test ứng với $X \le 10^{15}$; $N \le 100$; $S \le 100000$;
- Có 40% số test khác ứng với $X \le 10^{15}$; $N \le 1000$; $S \le 100000$.

CÂU 2. (7 điểm) Kết nối máy tính

Trung tâm nghiên cứu trí tuệ nhân tạo lớn nhất đất nước IAStar gồm N siêu máy tính. Các máy tính được đánh số hiệu từ 1, 2, .., N. Máy tính số hiệu i có thông số kĩ thuật là A_i . Các kỹ sư của trung tâm đang lên kế hoạch thay thế mới hoàn toàn các đường truyền hiện đang nối giữa các máy tính. Qua khảo sát, các kỹ sư nhận thấy, để xây dựng một đường truyền mới từ máy tính i đến máy tính j cần chi phí là $A_i + A_j + |i - j| \times D$ với D là một thông số liên quan đến kích thước của tòa nhà trung tâm.

Các kỹ sư quyết định xây dựng N-1 đường truyền mới để kết nối N máy tính với nhau, sao cho hai máy tính bất kì đều có thể truyền tin được cho nhau qua đường truyền trực tiếp hoặc qua các đường truyền trung gian.

Yêu cầu: Cho biết D và các thông số kĩ thuật của N máy tính là A_1 , A_2 , ..., A_N . Hãy tính tổng chi phí ít nhất để có thể xây dựng được N-1 đường truyền mới mà các kỹ sư đang quyết định xây dựng.

Dữ liệu cho trong file Connect.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên N và D.
- Dòng thứ hai ghi N số nguyên dương $A_1, A_2, ..., A_N$.

Kết quả ghi ra file **Connect.Out** là tổng chi phí ít nhất mà các kỹ sư có thể sử dụng để xây dựng N-1 đường truyền thỏa mãn yêu cầu trên.

Ví dụ:

Connect.Inp	Connect.Out	Giải thích
3 5	129	Nối máy tính 1 với 2 mất chi phí:
1 111 1		1 + 111 + 1 - 2 .5 = 117.
		Nối máy tính 1 với 3 mất chi phí:
		1+1+ 1-3 .5=12.
		Tổng chi phí: $117 + 12 = 129$.

Giới hạn:

- $1 \le A_1, A_2, ..., A_N \le 10^9$;
- $0 \le D \le 10^9$;
- 25 % số test ứng với $N \le 1000$;
- 25 % số test ứng với $N \le 2 \times 10^5$, D = 0;
- 50% số test ứng với $N \le 2 \times 10^5$, $1 \le D \le 10^9$.

CÂU 3. (6 điểm) Chọn tập chỉ số

Cho bảng A gồm N dòng và M cột. Các dòng được đánh chỉ số từ 1 đến N (từ trên xuống dưới), các cột được đánh chỉ số từ 1 đến M (từ trái sang phải). Ô ở dòng i, cột j được gọi là ô (i,j). Trên mỗi ô (i,j) có ghi một số nguyên A_{ij} có giá trị bằng 0 hoặc 1.

Gọi X là một tập hợp con (khác tập rỗng) của tập $\{1, 2, 3, ..., N\}$.

Gọi Y là một tập hợp con (khác tập rỗng) của tập $\{1, 2, 3, ..., M\}$.

Gọi F(X,Y) là tổng các số ghi trên các ô (i,j) với $i \in X; j \in Y$, tức là F(X,Y) là tổng các số ghi trên các ô có chỉ số dòng thuộc tập X, chỉ số cột thuộc tập Y.

Yêu cầu: Tính số cặp tập hợp X, Y sao cho F(X, Y) là một số lẻ.

Dữ liệu cho trong file SetIndex.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên dương N và M.
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi M số nguyên có giá trị 0 hoặc 1.

Kết quả ghi ra file **SetIndex.Out** là $S \% (10^9 + 7)$, với S là số cặp tập hợp (X, Y) thỏa mãn bài toán.

Ví dụ:

SetIndex.Inp	SetIndex.Out
2 2	6
1 0	
0 1	

Giải thích:

Ta có 6 cách chon:

$$X = \{1\}, Y = \{1\} \rightarrow F(X,Y) = A[1][1] = 1.$$

$$X = \{1\}, Y = \{1, 2\} \rightarrow F(X, Y) = A[1][1] + A[1][2] = 1 + 0 = 1.$$

$$X = \{2\}, Y = \{2\} \rightarrow F(X,Y) = A[2][2] = 1.$$

$$X = \{2\}, Y = \{1, 2\} \rightarrow F(X, Y) = A[2][1] + A[2][2] = 0 + 1 = 1.$$

$$X = \{1, 2\}, Y = \{1\} \rightarrow F(X, Y) = A[1][1] + A[2][1] = 1 + 0 = 1.$$

$$X = \{1, 2\}, Y = \{2\} \rightarrow F(X, Y) = A[1][2] + A[2][2] = 0 + 1 = 1.$$

Giới han:

- 30% số test ứng với $N + M \le 20$.
- 70% số test ứng với $N, M \le 300$.

