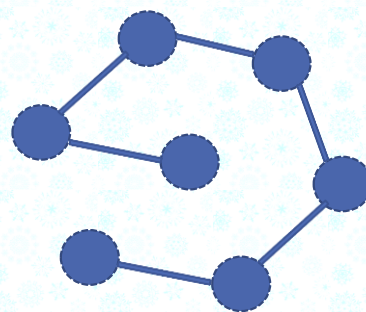




Ngôn ngữ lập trình C++

10 BÀI TẬP VỀ CÂY ĐỒ THỊ (TREE)



1. Tiền bối bậc 2^t

Cho cây T gồm n đỉnh được đánh số thứ tự $1, 2, \dots, n$. Gốc là đỉnh 1. Với mỗi đỉnh u thuộc cây T , sẽ có một đường đi duy nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh u . Giả sử đường đi đó là:

$$1 = u_0 \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \dots \rightarrow u_m = u.$$

Khi đó ta nói:

$1 = u_0$ là tiền bối bậc m của u .

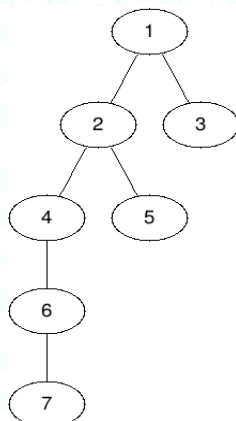
u_1 là tiền bối bậc $m - 1$ của u .

u_2 là tiền bối bậc $m - 2$ của u .

 u_t là tiền bối bậc $m - t$ của u .

Như vậy đỉnh v được gọi là tiền bối bậc k của u ($k \leq m$) nếu đường đi từ v đến u có đúng k cạnh.

Ví dụ:



Với cây ở trên, ta có: 6 là tiền bối bậc 1 của 7; 4 là tiền bối bậc 2 của 7; 2 là tiền bối bậc 3 của 7; 1 là tiền bối bậc 4 của 7.

Yêu cầu: Cho đỉnh u và t , hãy tìm đỉnh tiền bối bậc 2^t của đỉnh u .

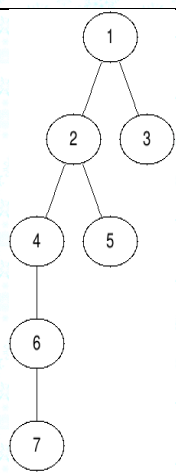
Dữ liệu cho trong file Ance2T.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh của cây.
- Tiếp theo gồm $n - 1$ dòng, mỗi dòng gồm hai số u, v mô tả một cạnh của cây.
- Dòng tiếp theo ghi số q là số các truy vấn.
- q dòng cuối, mỗi dòng ghi hai số nguyên t, u mô tả truy vấn tìm đỉnh tiền bối bậc 2^t của u ($0 \leq t \leq 20; 1 \leq u \leq n$).

Kết quả ghi ra file Ance2T.Out gồm q dòng, mỗi dòng là kết quả của một truy vấn tương ứng trong file dữ liệu. Nếu không có đỉnh tiền bối bậc 2^t của đỉnh u thì ghi kết quả là -1 .



Ví dụ:

Ance2T.Inp	Ance2T.Out	Hình minh họa
7 1 2 1 3 2 4 2 5 4 6 6 7 3 0 7 1 5 2 7	6 1 -1	

Giới hạn:

- Sub1: $n, q \leq 10^3$;
- Sub2: $n, q \leq 2 \cdot 10^5$;



2. Tiền bối bậc k

Cho cây T gồm n đỉnh được đánh số thứ tự $1, 2, \dots, n$. Gốc là đỉnh 1. Với mỗi đỉnh u thuộc cây T , sẽ có một đường đi duy nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh u . Giả sử đường đi đó là:

$$1 = u_0 \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \dots \rightarrow u_m = u.$$

Khi đó ta nói:

$1 = u_0$ là tiền bối bậc m của u .

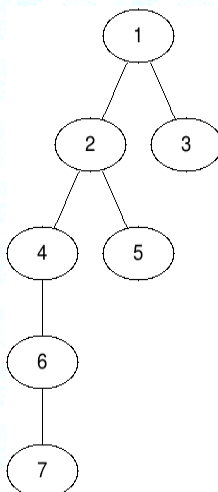
u_1 là tiền bối bậc $m - 1$ của u .

u_2 là tiền bối bậc $m - 2$ của u .

u_t là tiền bối bậc $m - t$ của u .

Như vậy đỉnh v được gọi là tiền bối bậc k của u ($k \leq m$) nếu đường đi từ v đến u có đúng k cạnh.

Ví dụ:





Với cây ở trên, ta có: 6 là tiền bối bậc 1 của 7; 4 là tiền bối bậc 2 của 7; 2 là tiền bối bậc 3 của 7; 1 là tiền bối bậc 4 của 7.

Yêu cầu: Cho đỉnh u và k , hãy tìm đỉnh tiền bối bậc k của đỉnh u .

Dữ liệu cho trong file AnceK.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh của cây.
- Tiếp theo gồm $n - 1$ dòng, mỗi dòng gồm hai số u, v mô tả một cạnh của cây.
- Dòng tiếp theo ghi số q là số các truy vấn.
- q dòng cuối, mỗi dòng ghi hai số nguyên k, u mô tả truy vấn tìm đỉnh tiền bối bậc k của u .

Kết quả ghi ra file AnceK.Out gồm q dòng, mỗi dòng là kết quả của một truy vấn tương ứng trong file dữ liệu. Nếu không có đỉnh tiền bối bậc k của đỉnh u thì ghi kết quả là -1 .

Ví dụ:

AnceK.Inp	AnceK.Out	Hình minh họa
7	2	
1 2	2	
1 3	-1	
2 4	3	
2 5		
4 6		
6 7		
4		
3 7		
1 5		
3 5		
0 3		

Giới hạn:

- Sub1: $n, q \leq 10^3$;
- Sub2: $n, q \leq 2 \cdot 10^5$;



3☀. Tiền bối – Hậu duệ

Cho cây $T = (V, E)$ gồm n đỉnh, các đỉnh được đánh số từ 1 đến n . Đỉnh 1 là gốc của cây.

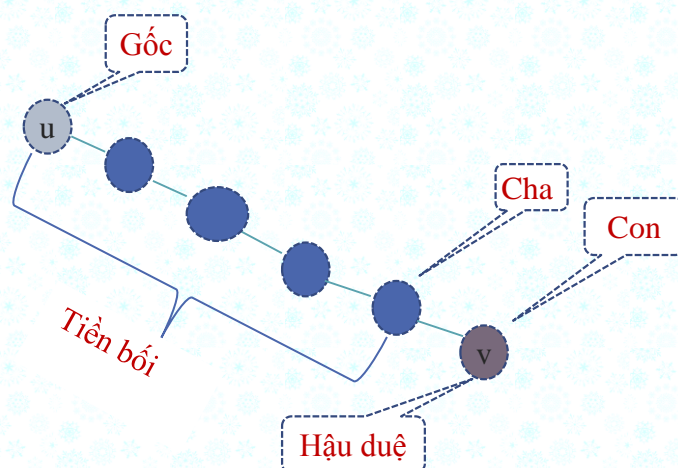
Mối quan hệ “Tiền bối – Hậu duệ” được định nghĩa như sau:

Với một đỉnh v thuộc T có gốc u . Khi đó có đường đi duy nhất từ đỉnh gốc u đến v .

Giả sử đường đi qua các đỉnh: $u = u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow u_3 \rightarrow \dots \rightarrow u_{k-2} \rightarrow u_{k-1} \rightarrow u_k = v$.

☛ Ta gọi: Đỉnh u_{k-1} là **đỉnh cha** của đỉnh v ; v là **đỉnh con** của đỉnh u_{k-1} .

☛ Các đỉnh: u_1, u_2, \dots, u_{k-1} được gọi là các **đỉnh tiền bối** của v , v là **đỉnh hậu duệ** của các đỉnh u_1, u_2, \dots, u_{k-1} .



Yêu cầu: Với hai đỉnh u, v . Hãy kiểm tra xem u, v có mối quan hệ “*Tiền bối – Hậu duệ*” hay không? Tức là u có phải là tiền bối của v hay không? Hoặc v có phải là tiền bối của u hay không?

Dữ liệu cho trong file **TREEANCE.INP** như sau:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên dương n và q tương ứng là số đỉnh và số truy vấn.
- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số u, v mô tả cạnh (u, v) của cây.
- q dòng cuối, mỗi dòng ghi hai số nguyên x, y , cần xét mối quan hệ “*Tiền bối – Hậu duệ*” của cặp đỉnh này.

Kết quả ghi ra file **TREEANCE.OUT** gồm q dòng, nếu x, y là “*Tiền bối – Hậu duệ*” của nhau thì ghi ra 1, ngược lại ghi ra 0.

Giới hạn:

- Sub1: $n \leq 1000, q \leq 100$;
- Sub2: $n \leq 10^5, q \leq 10^5$.

Ví dụ:

TREEANCE.INP	TREEANCE.OUT	Hình minh họa
5 3 1 2 1 5 2 3 2 4 1 4 3 2 4 5	1 1 0	

**4. Nút cha chung gần nhất (The Lowest Common Ancestor - LCA)**

Cho một cây có n đỉnh được đánh số từ 1 đến n . Cây có gốc là đỉnh 1. Có m truy vấn, mỗi truy vấn cần trả lời nút cha chung của cả hai đỉnh u và v đồng thời nút cha chung đó xa nút gốc nhất có thể (tức là gần u, v nhất có thể).

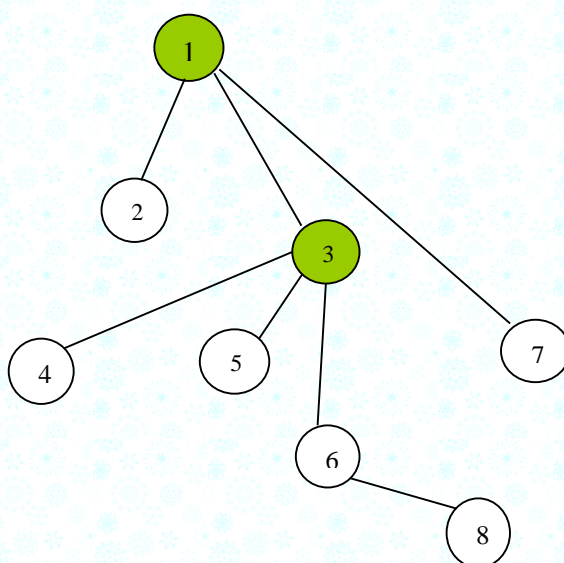
Dữ liệu cho trong file văn bản LCA.INP như sau:

- Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương n, m ($3 \leq n, m \leq 10^5$) tương ứng là số đỉnh trên cây và số truy vấn.
- $n - 1$ dòng sau mỗi dòng ghi hai số nguyên dương u, v mô tả cạnh u, v trên cây.
- m dòng cuối cùng, mỗi dòng ghi hai số u, v mô tả truy vấn cần đưa ra nút cha chung gần nhất của đỉnh u và v .

Kết quả ghi ra file LCA.OUT gồm m dòng, dòng thứ i là kết quả truy vấn của truy vấn thứ i .

Ví dụ:

LCA.INP	LCA.OUT
8 3	1
1 2	3
1 3	1
1 7	
3 4	
3 5	
3 6	
6 8	
1 2	
4 8	
5 7	



**5. Đường đi 0 – 1**

Cho cây gồm n đỉnh, $n - 1$ cạnh. Mỗi cạnh có ghi trọng số là 0 hoặc 1. Với mỗi cặp đỉnh u, v , tồn tại đường đi p duy nhất trên cây từ đỉnh u đến đỉnh v ; $p = u \rightarrow u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow \dots \rightarrow u_k = v$. Đường đi p được gọi là đường đi 0 – 1 nếu:

- Hoặc các cạnh trên đường đi đều có trọng số bằng 0.
- Hoặc các cạnh trên đường đi đều có trọng số bằng 1.
- Dọc theo đường đi từ u đến v , các cạnh có trọng số bằng 0 thuộc về một bên, các trọng số bằng 1 thuộc về bên còn lại.

Yêu cầu: Đếm xem có bao nhiêu cặp đỉnh u, v ($u < v$) mà đường đi từ u đến v là đường đi 0 – 1.

Dữ liệu cho trong file PATH01.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n là số đỉnh ($n \leq 10^5$) của cây.
- $n - 1$ dòng sau, mỗi dòng ghi ba số u, v, c mô tả cạnh (u, v) có trọng số c ($c = 0$ hoặc 1).

Kết quả ghi ra file PATH01.Out là số cặp đỉnh u, v mà đường đi từ u đến v là đường đi 0 – 1.

Ví dụ:

PATH01.Inp	PATH01.Out	Hình minh họa
5 1 2 0 1 3 1 1 4 1 3 5 0	9	

Giải thích:

Có các cặp: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5) (3; 5), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 5).