



## Ngôn ngữ lập trình C++

### BÀI TẬP LẬP TRÌNH NÂNG CAO



#### 1. Cặp số hạng chẵn-lẻ (đề thi HSG Tỉnh lớp 12 Bảng B – Nghệ An 2020)

Cho dãy số nguyên  $A$  gồm  $N$  số nguyên dương  $A_1, A_2, \dots, A_N$ . Ta gọi cặp số hạng  $A_i, A_{i+1}$  là cặp số hạng chẵn-lẻ nếu trong hai số  $A_i$  và  $A_{i+1}$  có một số chẵn và một số lẻ.

Ví dụ,  $N = 4$ , dãy:  $[A_1, A_2, A_3, A_4] = [1, 2, 2, 3]$  có hai cặp số hạng chẵn-lẻ đó là:  $(A_1, A_2)$ ,  $(A_3, A_4)$ .

**Yêu cầu:** Tìm cặp số hạng chẵn-lẻ có tổng lớn nhất.

**Dữ liệu** cho trong file văn bản **ChanLe.Inp** gồm:

- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương  $N$ .
- Dòng thứ hai ghi  $N$  số nguyên dương  $A_1, A_2, \dots, A_N$ .

**Kết quả** ghi ra file văn bản **ChanLe.Out** gồm một số nguyên là tổng lớn nhất của cặp số hạng chẵn-lẻ tìm được. Nếu dãy không có cặp số hạng chẵn-lẻ thì đưa ra  $-1$ .

Ví dụ:

| ChanLe.Inp     | ChanLe.Out | Giải thích                                                                                                                           |
|----------------|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5<br>1 2 3 3 4 | 7          | $N = 5$ , $[A_1, A_2, A_3, A_4, A_5] = [1, 2, 3, 3, 4]$ , cặp số hạng chẵn-lẻ $(A_4, A_5)$ có tổng là lớn nhất và có giá trị bằng 7. |
| 5<br>1 3 5 7 9 | -1         | Dãy số không có cặp số hạng chẵn-lẻ.                                                                                                 |

**Giới hạn:**

- $1 \leq A_i \leq 10^6$  với  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ;
- Có 50% số test ứng với  $N \leq 100$ ;
- Có 50% số test ứng với  $N \leq 10^5$ .



#### 2. Số cặp nghịch thế (đề thi HSG Tỉnh lớp 12 Bảng A – Nghệ An 2020)

Cho dãy số nguyên  $A$  gồm  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$ . Ta gọi cặp chỉ số  $(i, j)$  là một cặp nghịch thế trên dãy  $A$  nếu thỏa mãn  $1 \leq i < j \leq N$  và  $A_i > A_j$ .

Có  $Q$  yêu cầu, mỗi yêu cầu cho hai số nguyên  $L, R$  với  $1 \leq L < R \leq N$ , xét dãy gồm các số hạng  $A_L, A_{L+1}, \dots, A_R$ . Hãy tính số cặp nghịch thế của dãy số này, tức là tính số cặp chỉ số  $(i, j)$  thỏa mãn:  $L \leq i < j \leq R$  và  $A_i > A_j$ .

**Dữ liệu** cho trong file văn bản **Invert.Inp** gồm:

- Dòng thứ nhất ghi hai số nguyên dương  $N$  và  $Q$ .
- Dòng thứ hai ghi  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$ .



- $Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi hai số nguyên  $L$  và  $R$  ( $1 \leq L < R \leq N$ ) ứng với một yêu cầu.

**Kết quả** ghi ra file văn bản **Invert.Out** gồm  $Q$  dòng, mỗi dòng là số cặp nghịch thế ứng với mỗi yêu cầu.

Ví dụ:

| Invert.Inp | Invert.Out | Giải thích                                                                                                                  |
|------------|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5 2        | 2          | Yêu cầu 1: $L = 1, R = 3$ ; dãy: $A_1, A_2, A_3 = [2, 3, 1]$ , ta có 2 cặp nghịch thế ứng với cặp chỉ số $(1, 3), (2, 3)$ . |
| 2 3 1 4 2  | 1          | Yêu cầu 2: $L = 4, R = 5$ ; dãy: $A_4, A_5 = [4, 2]$ , ta có 1 cặp nghịch thế ứng với cặp chỉ số $(4, 5)$ .                 |
| 1 3        |            |                                                                                                                             |
| 4 5        |            |                                                                                                                             |

**Giới hạn:**

- $2 \leq N \leq 1000$ ;
- $0 \leq A_i \leq 10^6$  với  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ;
- Có 50% số test ứng với  $Q = 1; L = 1, R = N$ ;
- Có 50% số test ứng với  $2 \leq Q \leq 10; 1 \leq L < R \leq N$ .



### 3. Xóa kí tự (đề thi HSG Tỉnh lớp 12 Bảng A – Nghệ An 2020)

Một chuỗi kí tự được gọi là một chuỗi đối xứng nếu đọc chuỗi đó từ trái sang phải cũng giống như đọc từ phải sang trái. Ví dụ, các chuỗi “aba”, “madam”, “a” là các chuỗi đối xứng; các chuỗi “abc”, “abbaa”, “ab” không phải là chuỗi đối xứng.

Cho chuỗi kí tự  $St$  gồm  $N$  kí tự thuộc tập chữ cái latin thường. Thực hiện xóa các kí tự ở bên trái, bên phải (cũng có thể chỉ xóa các kí tự ở một bên) của chuỗi  $St$  sao cho:

- Tổng số các kí tự bị xóa bằng  $K$ .
- Các kí tự còn lại tạo thành một chuỗi đối xứng.

Ví dụ:

- Cho chuỗi  $St = \underline{a}bb\underline{c}$ ,  $K = 2$ , ta có thể xóa 1 kí tự bên trái và 1 kí tự bên phải để nhận được chuỗi “bb” là chuỗi đối xứng;
- Cho chuỗi  $St = \underline{a}ab\underline{c}$ ,  $K = 2$ , ta có thể xóa 0 kí tự bên trái và 2 kí tự ở bên phải để nhận được chuỗi “aa” là chuỗi đối xứng;
- Cho chuỗi  $St = \underline{a}abbb$ ,  $K = 2$ , ta có thể xóa 2 kí tự ở bên trái và 0 kí tự bên phải để nhận được chuỗi “bbb” là chuỗi đối xứng;
- Cho chuỗi  $St = \underline{a}bcde$ ,  $K = 2$ , ta không thể xóa 2 kí tự ở 2 bên (trái, phải) của chuỗi  $St$  để nhận được chuỗi đối xứng.

**Yêu cầu:** Hãy đưa ra chuỗi đối xứng nhận được sau khi xóa  $K$  kí tự thuộc bên trái, bên phải của chuỗi  $St$ .

**Dữ liệu** cho trong file văn bản **EraseChar.Inp** gồm:



- Dòng thứ nhất ghi 2 số nguyên dương  $N$  và  $K$ .
- Dòng thứ hai ghi chuỗi ký tự gồm  $N$  ký tự thuộc tập chữ cái latin thường.

**Kết quả** ghi ra file văn bản **EraseChar.Out** là chuỗi đối xứng nhận được sau khi xóa  $K$  ký tự thuộc bên trái, bên phải của chuỗi  $St$ . Nếu có nhiều cách xóa, hãy đưa ra chuỗi đối xứng nhận được trong một cách xóa bất kỳ, nếu không có cách xóa, hãy đưa ra “No”.

Ví dụ:

| EraseChar.Inp | EraseChar.Out | Giải thích                                         |
|---------------|---------------|----------------------------------------------------|
| 6 3<br>aabbbe | bbb           | Xóa 2 ký tự “aa” bên trái và 1 ký tự ‘e’ bên phải. |
| 6 3<br>abcdsd | dsd           | Xóa 3 ký tự “abc” bên trái.                        |
| 6 3<br>aaefgd | No            | Không có cách xóa.                                 |

**Giới hạn:**

- Có 80% số test ứng với  $1 \leq K < N \leq 255$ ;
- Có 20% số test ứng với  $1 \leq K < N \leq 2000$ .



#### 4. Tổng số mũ chẵn – lẻ (đề thi HSG Tỉnh lớp 12 Bảng A – Nghệ An 2020)

Cho số tự nhiên  $N$  ( $N \geq 2$ ), ta có thể phân tích  $N$  thành tích các thừa số nguyên tố với dạng  $N = P_1^{x_1} \times P_2^{x_2} \times \dots \times P_k^{x_k}$ , trong đó  $P_1 < P_2 < \dots < P_k$  là các số nguyên tố và  $x_1, x_2, \dots, x_k > 0$ . Gọi  $S$  là tổng các số mũ  $x_i$  có giá trị chẵn và  $P$  là tổng các số mũ  $x_j$  có giá trị lẻ. Chú ý là  $S + P = x_1 + x_2 + \dots + x_k$ .

**Yêu cầu:** Hãy đưa ra giá trị của  $S$  và  $P$ .

**Dữ liệu** cho trong file văn bản **SumExpo.Inp** gồm một số tự nhiên  $N$  ( $2 \leq N$ ).

**Kết quả** ghi ra file văn bản **SumExpo.Out** gồm hai dòng:

- Dòng thứ nhất ghi giá trị của  $S$ .
- Dòng thứ hai ghi giá trị của  $P$ .

Ví dụ:

| SumExpo.Inp | SumExpo.Out | Giải thích                                                                 |
|-------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 20          | 2<br>1      | $20 = 2^2 \times 5^1$<br>$S = 2; P = 1$                                    |
| 420         | 2<br>3      | $420 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$<br>$S = 2; P = 1 + 1 + 1 = 3$ |
| 3           | 0<br>1      | $3 = 3^1$<br>$S = 0; P = 1$                                                |
| 4           | 2<br>0      | $4 = 2^2$<br>$S = 2; P = 0$                                                |

**Giới hạn:**

- Có 30% số test ứng với  $N \leq 10^6$ ,  $P_1 < P_2 < \dots < P_k < 20$  trong đó  $N = P_1^{x_1} \times P_2^{x_2} \times \dots \times P_k^{x_k}$ ;
- Có 30% số test ứng với  $N \leq 10^6$ ;
- Có 40% số test ứng với  $N \leq 10^{12}$ .

**5. Xếp bi vào hộp**

Vinh có  $N$  viên bi được xếp thành một hàng ngang, các viên bi được đánh số thứ tự từ 1 đến  $N$  (theo thứ tự từ trái sang phải). Mỗi viên trong  $N$  viên bi có màu **trắng** hoặc màu **đen**, viên bi thứ  $i$ , ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) có khối lượng là  $A_i$ . Vinh sẽ **lần lượt chọn** các viên bi có thứ tự  $1, 2, 3, \dots, N$  để xếp chúng vào các hộp. Các viên bi được xếp trong một hộp phải thỏa mãn:

- Tổng khối lượng các viên bi không quá  $M$ .
- Các viên bi đều phải cùng màu.

**Yêu cầu:** Cho biết  $M$ , hãy tính xem, Vinh cần ít nhất bao nhiêu hộp để xếp hết  $N$  viên bi mà Vinh đang có.

**Dữ liệu** cho trong file văn bản **XepBi.Inp** gồm:

- Dòng thứ nhất ghi 2 số nguyên dương  $N$  và  $M$ .
- Dòng thứ hai ghi  $N$  số nguyên  $A_1, A_2, \dots, A_N$  ( $1 \leq A_i \leq M$ ).
- Dòng thứ ba ghi  $N$  số nguyên  $C_1, C_2, \dots, C_N$  mô tả màu của  $N$  viên bi, nếu  $C_i = 0$  thì viên bi thứ  $i$  có màu **trắng**, nếu  $C_i = 1$  thì viên bi thứ  $i$  có màu **đen**.

**Kết quả** ghi ra file văn bản **XepBi.Out** gồm một số nguyên là số hộp ít nhất để Vinh có thể xếp hết  $N$  viên bi.

*Ví dụ:*

| XepBi.Inp                 | XepBi.Out | Giải thích                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 7<br>1 2 4 5<br>0 0 1 1 | 3         | <p><math>N = 4</math></p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">Khối lượng</div> <div style="display: flex; gap: 10px;"> <div style="text-align: center;">○<br/>1</div> <div style="text-align: center;">○<br/>2</div> <div style="text-align: center;">●<br/>4</div> <div style="text-align: center;">●<br/>5</div> </div> </div> <p>Hộp 1: Xếp 2 viên bi thứ 1 và thứ 2 có cùng màu trắng, tổng khối lượng bằng 3.<br/> Hộp 2: Xếp 1 viên bi thứ 3.<br/> Hộp 3: Xếp 1 viên bi thứ 4.</p> |

**Giới hạn:**

- $A_1, A_2, \dots, A_N$  ( $1 \leq A_i \leq M \leq 10^6$ );
- Có 50% số test ứng với  $N \leq 1000$  và các viên bi có cùng màu;
- Có 50% số test ứng với  $N \leq 10^6$ .