

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и кибербезопасности
Высшая школа программной инженерии

Курсовая работа
по дисциплине «Математическое моделирование»
Вариант 61

Выполнил: Симоненко И. С.
Группа: 5130904/20002
№ зач. Книжки: 22350270
Преподаватель: Устинов С. М.

Санкт-Петербург
2024

Оглавление

| | | |
|---|---------------------------------------|----|
| 1 | Постановка задачи | 3 |
| 2 | Преобразование системы уравнений..... | 4 |
| 3 | Описание кода программ..... | 5 |
| 4 | Код программы варианта А) | 6 |
| 5 | Код программы варианта В)..... | 8 |
| 6 | Таблицы вычисленных значений..... | 11 |
| 7 | Графики и точки бифуркации | 19 |
| 8 | Блок проверки..... | 23 |
| 9 | Вывод..... | 23 |

1 Постановка задачи

61. В МОДЕЛИ 11 построить зависимость стационарных решений от параметра p_2 : $x_2(p_2)$, $x_1(p_2)$. На графиках отметить устойчивые и неустойчивые стационарные точки, а также точки вещественной бифуркации и бифуркации Андронова-Хопфа (если они есть!). Априорно известно, что $p_2 > 0$, $0 < x_1 < 1$, а значения x_2 могут быть различных знаков.

А) $p_1=1$, $p_3=20$, $p_4=10$, $p_5=0.6$, $p_6=-5$.

В) $p_1=0.5$, $p_3 \rightarrow \infty$, $p_5=0.8$, $p_6=0$, $p_4 = 8, 10, 12, 14$.

$$\frac{dx_1}{dt} = -p_1 x_1 + p_2 (1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + x_2 / p_3}\right);$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -p_1 x_2 + p_2 p_4 (1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + x_2 / p_3}\right) - p_5 (x_2 - p_6).$$

$$\begin{cases} -p_1 x_1 + p_2 (1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + \frac{x_2}{p_3}}\right) = 0 & | \cdot p_4 \\ -p_1 x_2 + p_2 p_4 (1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + \frac{x_2}{p_3}}\right) - \end{cases}$$

$$-p_5 (x_2 - p_6) = 0$$

$$-p_1 x_1 p_4 + p_1 x_2 + p_5 (x_2 - p_6) = 0$$

$$p_1 p_4 x_1 = p_1 x_2 + p_5 (x_2 - p_6)$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{p_1 x_2 + p_5 (x_2 - p_6)}{p_1 p_4}$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{p_1 x_2}{(1 - x_1) \exp\left(\frac{x_2}{1 + \frac{x_2}{p_3}}\right)} \quad \text{для варианта а).}$$

Для варианта б) ($p_3 \rightarrow \infty$):

$$p_2 = \frac{p_1 x_2}{(1 - x_1) \exp(x_2)}$$

3 Описание кода программ

Для подсчёта значений по выраженным уравнениям и собственных значений матрицы Якоби в точках написаны 2 программы на языке Python. Одна программа для варианта А), а вторая программа для варианта В). В варианте В) отличаются входные данные (отсутствует точка p_3 , т. к. по условию $p_3 \rightarrow \infty$), и соответственно изменяется вид уравнения для подсчёта параметра p_2 (описано в пункте 2). Также во входных данных варьируются значения параметра p_4 (по условию $p_4 = 8, 10, 12, 14$). На выходе получаем по 2 набора точек для построения графиков, т. е. 10 графиков.

Преподавателем задан интервал для x_2 : $[-1.9; 4.5]$, а также контрольная точка для проверки правильности вычислений программы: $x_2 = -1$, $x_1 = 0.14$, $p_2 = 0.466$, а собственные значения в точке должны быть равны -0.846 и -0.365 . На первых этапах разработки программы точка была проверена, и она совпала с вычисленными значениями:

| 1 | x_2 | x_1 | p_2 | eigv1 | eigv2 |
|----|-------|--------|--------|---------------|---------------|
| 2 | -1.9 | -0.004 | -0.033 | -0.996 | -1.649 |
| 3 | -1.9 | 0.012 | 0.088 | -1.016 | -1.451 |
| 4 | -1.7 | 0.028 | 0.185 | -1.081 | -1.213 |
| 5 | -1.6 | 0.044 | 0.262 | -1.063+0.154j | -1.063-0.154j |
| 6 | -1.5 | 0.06 | 0.323 | -0.981+0.195j | -0.981-0.195j |
| 7 | -1.4 | 0.076 | 0.371 | -0.902+0.199j | -0.902-0.199j |
| 8 | -1.3 | 0.092 | 0.407 | -0.824+0.173j | -0.824-0.173j |
| 9 | -1.2 | 0.108 | 0.434 | -0.749+0.099j | -0.749-0.099j |
| 10 | -1.1 | 0.124 | 0.453 | -0.817 | -0.536 |
| 11 | -1 | 0.14 | 0.466 | -0.846 | -0.365 |
| 12 | -0.9 | 0.156 | 0.474 | -0.859 | -0.216 |
| 13 | -0.8 | 0.172 | 0.478 | -0.865 | -0.076 |
| 14 | -0.7 | 0.188 | 0.478 | -0.868 | 0.056 |

В качестве шага было выбрано значение $step = 0.1$, т. к. получается оптимальное число точек (65) для построения и удобного анализа графика.

На основе этих параметров программа вычисляет значения x_1 с использованием функции `calculate_x1`. Затем, для каждого значения x_2 она рассчитывает значение p_2 с помощью функции `calculate_p2`. Для проверки условий равновесия используется функция `check_equilibrium`.

Для каждого значения x_2 программа также вычисляет элементы матрицы Якоби и определяет её собственные значения. Эти собственные значения используются для анализа устойчивости.

Далее программа определяет точки бифуркации, где происходит изменение устойчивости. Эти точки выводятся вместе с соответствующими значениями параметров и собственными значениями.

Далее строятся графики зависимости $x_2(p_2)$ и $x_1(p_2)$, на которых отмечаются устойчивые и неустойчивые точки.

Основные функции, используемые в программе:

numpy:

- `numpy.arange(start, stop, step)`: создает массив значений в заданном диапазоне с определенным шагом.
- `numpy.array()`: создает массивы из списков или других структур данных.
- `numpy.linalg.eigvals(matrix)`: вычисляет собственные значения матрицы Якоби.
- `numpy.isclose(a, b, atol=1e-5)`: проверяет, являются ли два значения близкими друг к другу в пределах заданной абсолютной погрешности.

math:

- `math.exp(x)`: возвращает значение экспоненты e^x .

4 Код программы варианта А)

```
import numpy as np
from math import e, exp
import matplotlib
matplotlib.use('TkAgg')
import matplotlib.pyplot as plt

# Входные данные
p1 = 1
p3 = 20
p4 = 10
p5 = 0.6
p6 = -5
x2_start = -1.9
x2_end = 4.5
step = 0.1
signs = 3

# Выраженные функции
def calculate_x1(x2, p1, p4, p5, p6):
    x1 = (p1 * x2 + p5 * (x2 - p6)) / (p1 * p4)
    return x1

def calculate_p2(x2, x1, p1, p3):
    p2 = (p1 * x1) / ((1 - x1) * exp(x2 / (1 + x2 / p3)))
    return p2

# Функция для проверки
def check_equilibrium(x2, x1, p2, p1, p3, p4, p5):
    lhs = p1 * x1
    rhs = (1 - x1) * p2 * exp(x2 / (1 + x2 / p3))
    return np.isclose(lhs, rhs, atol=1e-5)

# Массивы для записи точек
x2_values = []
x1_values = []
p2_values = []
eigenvalues_list = []

# Общий цикл
for x2 in np.arange(x2_start, x2_end + step, step):
    x2_values.append(x2)
```

```

x1 = calculate_x1(x2, p1, p4, p5, p6)
x1_values.append(x1)

p2 = calculate_p2(x2, x1, p1, p3)
p2_values.append(p2)

left_top = -p1 - p2 * e ** (x2 / (1 + x2 / p3))
left_btm = -p2 * p4 * e ** (x2 / (1 + x2 / p3))
right_top = p2 * (1 - x1) * (e ** ((p3 * x2)/(p3 + x2)) * p3**2) / (p3 +
x2)**2
right_btm = -p1 + p2 * p4 * (1 - x1) * (e ** ((p3 * x2)/(p3 + x2)) * p3**2)
/ (p3 + x2)**2 - p5
A = np.array([[left_top, right_top],
              [left_btm, right_btm],
              ])

eigenvalues = np.linalg.eigvals(A)
eigenvalues_list.append(eigenvalues)

# Массивы для записи устойчивых и неустойчивых точек
stable_points = []
unstable_points = []

for x2, x1, p2, eigenvalues in zip(x2_values, x1_values, p2_values, eigenval-
ues_list):
    if all(eig.real < 0 for eig in eigenvalues):
        stable_points.append((p2, x2, x1, eigenvalues))
    else:
        unstable_points.append((p2, x2, x1, eigenvalues))

# Запись бифуркаций
bifurcation_indices = []
for i in range(1, len(eigenvalues_list)):
    prev_stable = all(eig.real < 0 for eig in eigenvalues_list[i-1])
    curr_stable = all(eig.real < 0 for eig in eigenvalues_list[i])
    if prev_stable != curr_stable:
        bifurcation_indices.append(i)

# Вывод точек бифуркаций для каждого графика в консоль
print("Бифуркация для x2(p2)")
for idx in bifurcation_indices:
    if idx < len(eigenvalues_list):
        print(f"Переход в точках номер {idx} - {idx+1}:")
        print(f"p2 = {p2_values[idx-1]}.{signs}f, x2 = {x2_values[idx-
1]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx-1]}")
        print(f"p2 = {p2_values[idx]}.{signs}f, x2 = {x2_val-
ues[idx]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx]}")
        print("\n")

print("Бифуркация для x1(p2):")
for idx in bifurcation_indices:
    if idx < len(eigenvalues_list):
        print(f"Переход в точках номер {idx} - {idx+1}:")
        print(f"p2 = {p2_values[idx-1]}.{signs}f, x1 = {x1_values[idx-
1]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx-1]}")
        print(f"p2 = {p2_values[idx]}.{signs}f, x1 = {x1_val-
ues[idx]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx]}")
        print("\n")

# Подготовка точек для отрисовки на графике
if stable_points:
    stable_p2, stable_x2, stable_x1, _ = zip(*stable_points)
else:
    stable_p2, stable_x2, stable_x1 = [], [], []

```

```

if unstable_points:
    unstable_p2, unstable_x2, unstable_x1, _ = zip(*unstable_points)
else:
    unstable_p2, unstable_x2, unstable_x1 = [], [], []

# Проверка равновесия для устойчивых точек
print("Проверка равновесия для устойчивых точек:")
for p2, x2, x1, eigenvalues in stable_points:
    is_equilibrium = check_equilibrium(x2, x1, p2, p1, p3, p4, p5)
    print(f"p2 = {p2:.{signs}f}, x2 = {x2:.{signs}f}, x1 = {x1:.{signs}f},
собств. знач.: {eigenvalues} "
          f"-> Равновесие: {is_equilibrium}")

# Проверка равновесия для неустойчивых точек
print("Проверка равновесия для неустойчивых точек:")
for p2, x2, x1, eigenvalues in unstable_points:
    is_equilibrium = check_equilibrium(x2, x1, p2, p1, p3, p4, p5)
    print(f"p2 = {p2:.{signs}f}, x2 = {x2:.{signs}f}, x1 = {x1:.{signs}f},
собств. знач.: {eigenvalues} "
          f"-> Равновесие: {is_equilibrium}")

# Рисовка графиков
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(14, 6))

ax1.plot(p2_values, x2_values, label='x2(p2)', color='blue')
ax1.scatter(stable_p2, stable_x2, color='green', label='Устойчивые точки', s=50)
ax1.scatter(unstable_p2, unstable_x2, color='red', label='Неустойчивые точки',
s=50)
ax1.set_xlabel('p2', fontsize=14)
ax1.set_ylabel('x2', fontsize=14)
ax1.set_title('x2(p2)', fontsize=16)
ax1.legend(fontsize=12)
ax1.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)

ax2.plot(p2_values, x1_values, label='x1(p2)', color='purple')
ax2.scatter(stable_p2, stable_x1, color='green', label='Устойчивые точки', s=50)
ax2.scatter(unstable_p2, unstable_x1, color='red', label='Неустойчивые точки',
s=50)
ax2.set_xlabel('p2', fontsize=14)
ax2.set_ylabel('x1', fontsize=14)
ax2.set_title('x1(p2)', fontsize=16)
ax2.legend(fontsize=12)
ax2.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)

plt.tight_layout()
plt.show()

```

5 Код программы варианта В)

```

import numpy as np
from math import exp
import matplotlib
matplotlib.use('TkAgg')
import matplotlib.pyplot as plt

# Входные данные
p1 = 0.5
p4 = 8 # 8, 10, 12, 14
p5 = 0.8
p6 = 0
x2_start = -1.9
x2_end = 4.5

```



```

step = 0.1
signs = 3

# Выраженные функции
def calculate_x1(x2, p1, p4, p5, p6):
    x1 = (p1 * x2 + p5 * (x2 - p6)) / (p1 * p4)
    return x1

def calculate_p2(x2, x1, p1):
    p2 = (p1 * x1) / ((1 - x1) * exp(x2))
    return p2

# Проверка равновесия
def check_equilibrium(x2, x1, p2, p1, p4, p5):
    dx1_dt = p1 * x2 + p5 * (x2 - p6) - p1 * p4 * x1
    dp2_dt = (p1 * x1) - ((1 - x1) * p2 * exp(x2))
    return np.isclose(dx1_dt, 0, atol=1e-5) and np.isclose(dp2_dt, 0, atol=1e-5)

# Массивы для записи точек
x2_values = []
x1_values = []
p2_values = []
eigenvalues_list = []
bifurcation_points = []

# Общий цикл
for x2 in np.arange(x2_start, x2_end + step, step):
    x2_values.append(x2)

    x1 = calculate_x1(x2, p1, p4, p5, p6)
    x1_values.append(x1)

    p2 = calculate_p2(x2, x1, p1)
    p2_values.append(p2)

    left_top = -p1 - p2 * exp(x2)
    left_btm = -p2 * p4 * exp(x2)
    right_top = p2 * (1 - x1) * exp(x2)
    right_btm = -p1 + p2 * p4 * (1 - x1) * exp(x2) - p5
    A = np.array([[left_top, right_top],
                  [left_btm, right_btm]])
    eigenvalues = np.linalg.eigvals(A)
    eigenvalues_list.append(eigenvalues)

    if len(eigenvalues_list) > 1:
        previous_eigenvalues = eigenvalues_list[-2]
        if any((e.real < 0) != (pe.real < 0) for e, pe in zip(eigenvalues, previous_eigenvalues)):
            bifurcation_points.append((p2, x2, x1))

# Массивы для записи устойчивых и неустойчивых точек
stable_points = []
unstable_points = []

for x2, x1, p2, eigenvalues in zip(x2_values, x1_values, p2_values, eigenvalues_list):
    if all(eig.real < 0 for eig in eigenvalues):
        stable_points.append((p2, x2, x1, eigenvalues))
    else:
        unstable_points.append((p2, x2, x1, eigenvalues))

# Запись бифуркаций
bifurcation_indices = []
for i in range(1, len(eigenvalues_list)):

```

```

prev_stable = all(eig.real < 0 for eig in eigenvalues_list[i-1])
curr_stable = all(eig.real < 0 for eig in eigenvalues_list[i])
if prev_stable != curr_stable:
    bifurcation_indices.append(i)

# Вывод точек бифуркаций для каждого графика в консоль
print("Бифуркация для x2(p2)")
for idx in bifurcation_indices:
    if idx < len(eigenvalues_list):
        print(f"Переход в точка номер {idx} - {idx+1}:")
        print(f"p2 = {p2_values[idx-1]}.{signs}f, x2 = {x2_values[idx-1]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx-1]}")
        print(f"p2 = {p2_values[idx]}.{signs}f, x2 = {x2_values[idx]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx]}")
        print("\n")

print("Бифуркация для x1(p2):")
for idx in bifurcation_indices:
    if idx < len(eigenvalues_list):
        print(f"Переход в точка номер {idx} - {idx+1}:")
        print(f"p2 = {p2_values[idx-1]}.{signs}f, x1 = {x1_values[idx-1]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx-1]}")
        print(f"p2 = {p2_values[idx]}.{signs}f, x1 = {x1_values[idx]}.{signs}f, собств. знач. = {eigenvalues_list[idx]}")
        print("\n")

# Подготовка точек для отрисовки на графике
if stable_points:
    stable_p2, stable_x2, stable_x1, _ = zip(*stable_points)
else:
    stable_p2, stable_x2, stable_x1 = [], [], []

if unstable_points:
    unstable_p2, unstable_x2, unstable_x1, _ = zip(*unstable_points)
else:
    unstable_p2, unstable_x2, unstable_x1 = [], [], []

# Проверка равновесия для устойчивых точек
print("Проверка равновесия для устойчивых точек:")
for p2, x2, x1, eigenvalues in stable_points:
    is_equilibrium = check_equilibrium(x2, x1, p2, p1, p4, p5)
    print(f"p2 = {p2}.{signs}f, x2 = {x2}.{signs}f, x1 = {x1}.{signs}f, собств. знач.: {eigenvalues} "
          f"-> Равновесие: {is_equilibrium}")

# Проверка равновесия для неустойчивых точек
print("Проверка равновесия для неустойчивых точек:")
for p2, x2, x1, eigenvalues in unstable_points:
    is_equilibrium = check_equilibrium(x2, x1, p2, p1, p4, p5)
    print(f"p2 = {p2}.{signs}f, x2 = {x2}.{signs}f, x1 = {x1}.{signs}f, собств. знач.: {eigenvalues} "
          f"-> Равновесие: {is_equilibrium}")

# Рисовка графиков
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(14, 6))

ax1.plot(p2_values, x2_values, label='x2(p2)', color='blue')
ax1.scatter(stable_p2, stable_x2, color='green', label='Устойчивые точки', s=50)
ax1.scatter(unstable_p2, unstable_x2, color='red', label='Неустойчивые точки', s=50)
ax1.set_xlabel('p2', fontsize=14)
ax1.set_ylabel('x2', fontsize=14)
ax1.set_title('x2(p2)', fontsize=16)
ax1.legend(fontsize=12)

```

```

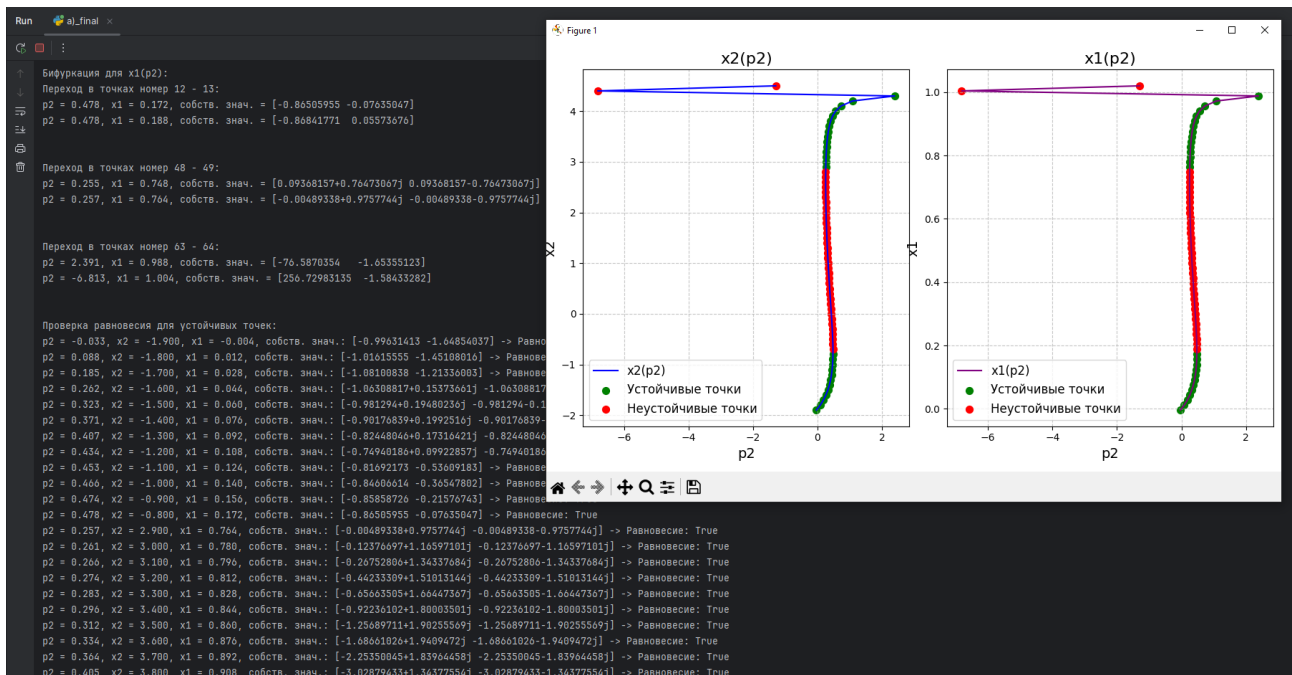
ax1.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)

ax2.plot(p2_values, x1_values, label='x1(p2)', color='purple')
ax2.scatter(stable_p2, stable_x1, color='green', label='Устойчивые точки', s=50)
ax2.scatter(unstable_p2, unstable_x1, color='red', label='Неустойчивые точки',
s=50)
ax2.set_xlabel('p2', fontsize=14)
ax2.set_ylabel('x1', fontsize=14)
ax2.set_title('x1(p2)', fontsize=16)
ax2.legend(fontsize=12)
ax2.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)

plt.tight_layout()
plt.show()

```

Пример вывода результатов программы для варианта А):



6 Таблицы вычисленных значений

1. Значения варианта А) $p_1 = 1$, $p_3 = 20$, $p_4 = 10$, $p_5 = 0.6$, $p_6 = -5$:

| p_2 | x_2 | x_1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|-------|--------|---------------|---------------|
| -0,033 | -1,9 | -0,004 | -0,996 | -1,649 |
| 0,088 | -1,9 | 0,012 | -1,016 | -1,451 |
| 0,185 | -1,7 | 0,028 | -1,081 | -1,213 |
| 0,262 | -1,6 | 0,044 | -1,063+0,154j | -1,063-0,154j |
| 0,323 | -1,5 | 0,06 | -0,981+0,195j | -0,981-0,195j |
| 0,371 | -1,4 | 0,076 | -0,902+0,199j | -0,902-0,199j |
| 0,407 | -1,3 | 0,092 | -0,824+0,173j | -0,824-0,173j |
| 0,434 | -1,2 | 0,108 | -0,749+0,099j | -0,749-0,099j |
| 0,453 | -1,1 | 0,124 | -0,817 | -0,536 |
| 0,466 | -1 | 0,14 | -0,846 | -0,365 |
| 0,474 | -0,9 | 0,156 | -0,859 | -0,216 |
| 0,478 | -0,8 | 0,172 | -0,865 | -0,076 |

| | | | | |
|-------|------|-------|---------------|---------------|
| 0,478 | -0,7 | 0,188 | -0,868 | 0,056 |
| 0,476 | -0,6 | 0,204 | -0,87 | 0,182 |
| 0,471 | -0,5 | 0,22 | -0,87 | 0,302 |
| 0,465 | -0,4 | 0,236 | -0,869 | 0,418 |
| 0,457 | -0,3 | 0,252 | -0,868 | 0,528 |
| 0,448 | -0,2 | 0,268 | -0,866 | 0,634 |
| 0,439 | -0,1 | 0,284 | -0,863 | 0,735 |
| 0,429 | 0 | 0,3 | -0,86 | 0,831 |
| 0,418 | 0,1 | 0,316 | -0,856 | 0,922 |
| 0,408 | 0,2 | 0,332 | -0,852 | 1,009 |
| 0,397 | 0,3 | 0,348 | -0,847 | 1,091 |
| 0,387 | 0,4 | 0,364 | -0,842 | 1,168 |
| 0,376 | 0,5 | 0,38 | -0,836 | 1,24 |
| 0,366 | 0,6 | 0,396 | -0,829 | 1,306 |
| 0,356 | 0,7 | 0,412 | -0,822 | 1,368 |
| 0,347 | 0,8 | 0,428 | -0,815 | 1,424 |
| 0,338 | 0,9 | 0,444 | -0,806 | 1,474 |
| 0,329 | 1 | 0,46 | -0,797 | 1,517 |
| 0,32 | 1,1 | 0,476 | -0,787 | 1,555 |
| 0,312 | 1,2 | 0,492 | -0,775 | 1,586 |
| 0,305 | 1,3 | 0,508 | -0,763 | 1,609 |
| 0,298 | 1,4 | 0,524 | -0,748 | 1,624 |
| 0,291 | 1,5 | 0,54 | -0,732 | 1,631 |
| 0,285 | 1,6 | 0,556 | -0,714 | 1,629 |
| 0,279 | 1,7 | 0,572 | -0,693 | 1,616 |
| 0,274 | 1,8 | 0,588 | -0,67 | 1,591 |
| 0,269 | 1,9 | 0,604 | -0,642 | 1,554 |
| 0,265 | 2 | 0,62 | -0,609 | 1,501 |
| 0,261 | 2,1 | 0,636 | -0,569 | 1,43 |
| 0,258 | 2,2 | 0,652 | -0,519 | 1,337 |
| 0,256 | 2,3 | 0,668 | -0,455 | 1,216 |
| 0,254 | 2,4 | 0,684 | -0,369 | 1,057 |
| 0,253 | 2,5 | 0,7 | -0,237 | 0,834 |
| 0,253 | 2,6 | 0,716 | 0,062 | 0,424 |
| 0,253 | 2,7 | 0,732 | 0,175+0,507j | 0,175-0,507j |
| 0,255 | 2,8 | 0,748 | 0,094+0,765j | 0,094-0,765j |
| 0,257 | 2,9 | 0,764 | -0,005+0,976j | -0,005-0,976j |
| 0,261 | 3 | 0,78 | -0,124+1,166j | -0,124-1,166j |
| 0,266 | 3,1 | 0,796 | -0,268+1,343j | -0,268-1,343j |
| 0,274 | 3,2 | 0,812 | -0,442+1,510j | -0,442-1,510j |
| 0,283 | 3,3 | 0,828 | -0,657+1,664j | -0,657-1,664j |
| 0,296 | 3,4 | 0,844 | -0,922+1,800j | -0,922-1,800j |
| 0,312 | 3,5 | 0,86 | -1,257+1,903j | -1,257-1,903j |
| 0,334 | 3,6 | 0,876 | -1,687+1,941j | -1,687-1,941j |
| 0,364 | 3,7 | 0,892 | -2,254+1,840j | -2,254-1,840j |
| 0,405 | 3,8 | 0,908 | -3,029+1,344j | -3,029-1,344j |

| | | | | |
|--------|-----|-------|---------|--------|
| 0,465 | 3,9 | 0,924 | -5,752 | -2,535 |
| 0,559 | 4 | 0,94 | -9,652 | -2,086 |
| 0,723 | 4,1 | 0,956 | -15,866 | -1,877 |
| 1,079 | 4,2 | 0,972 | -28,93 | -1,746 |
| 2,391 | 4,3 | 0,988 | -76,587 | -1,654 |
| -6,813 | 4,4 | 1,004 | 256,73 | -1,584 |
| -1,295 | 4,5 | 1,02 | 56,727 | -1,53 |

2. Значения варианта B) $p_4 = 8$, $p_1 = 0.5$, $p_3 \rightarrow \infty$, $p_5 = 0.8$, $p_6 = 0$:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|------|--------|---------------|---------------|
| -1,276 | -1,9 | -0,617 | -0,451 | -3,628 |
| -1,116 | -1,8 | -0,585 | -0,451 | -3,505 |
| -0,974 | -1,7 | -0,552 | -0,451 | -3,381 |
| -0,847 | -1,6 | -0,52 | -0,45 | -3,259 |
| -0,734 | -1,5 | -0,487 | -0,45 | -3,136 |
| -0,634 | -1,4 | -0,455 | -0,45 | -3,013 |
| -0,545 | -1,3 | -0,422 | -0,45 | -2,891 |
| -0,466 | -1,2 | -0,39 | -0,451 | -2,769 |
| -0,396 | -1,1 | -0,357 | -0,451 | -2,647 |
| -0,333 | -1 | -0,325 | -0,452 | -2,526 |
| -0,278 | -0,9 | -0,292 | -0,452 | -2,404 |
| -0,23 | -0,8 | -0,26 | -0,454 | -2,283 |
| -0,187 | -0,7 | -0,227 | -0,455 | -2,162 |
| -0,149 | -0,6 | -0,195 | -0,458 | -2,041 |
| -0,115 | -0,5 | -0,162 | -0,461 | -1,919 |
| -0,086 | -0,4 | -0,13 | -0,465 | -1,798 |
| -0,06 | -0,3 | -0,097 | -0,47 | -1,676 |
| -0,037 | -0,2 | -0,065 | -0,477 | -1,553 |
| -0,017 | -0,1 | -0,032 | -0,486 | -1,428 |
| 0 | 0 | 0 | -0,5 | -1,3 |
| 0,015 | 0,1 | 0,033 | -0,52 | -1,167 |
| 0,028 | 0,2 | 0,065 | -0,553 | -1,021 |
| 0,04 | 0,3 | 0,098 | -0,629 | -0,835 |
| 0,05 | 0,4 | 0,13 | -0,677+0,168j | -0,677-0,168j |
| 0,059 | 0,5 | 0,163 | -0,624+0,250j | -0,624-0,250j |
| 0,066 | 0,6 | 0,195 | -0,571+0,303j | -0,571-0,303j |
| 0,073 | 0,7 | 0,228 | -0,519+0,343j | -0,519-0,343j |
| 0,079 | 0,8 | 0,26 | -0,468+0,374j | -0,468-0,374j |
| 0,084 | 0,9 | 0,293 | -0,418+0,398j | -0,418-0,398j |
| 0,089 | 1 | 0,325 | -0,370+0,419j | -0,370-0,419j |
| 0,093 | 1,1 | 0,358 | -0,324+0,438j | -0,324-0,438j |
| 0,096 | 1,2 | 0,39 | -0,280+0,455j | -0,280-0,455j |
| 0,1 | 1,3 | 0,423 | -0,238+0,473j | -0,238-0,473j |
| 0,103 | 1,4 | 0,455 | -0,199+0,493j | -0,199-0,493j |
| 0,106 | 1,5 | 0,488 | -0,163+0,517j | -0,163-0,517j |
| 0,109 | 1,6 | 0,52 | -0,131+0,545j | -0,131-0,545j |

| | | | | |
|--------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,113 | 1,7 | 0,553 | -0,104+0,580j | -0,104-0,580j |
| 0,117 | 1,8 | 0,585 | -0,082+0,624j | -0,082-0,624j |
| 0,121 | 1,9 | 0,618 | -0,069+0,678j | -0,069-0,678j |
| 0,126 | 2 | 0,65 | -0,064+0,744j | -0,064-0,744j |
| 0,132 | 2,1 | 0,683 | -0,072+0,823j | -0,072-0,823j |
| 0,139 | 2,2 | 0,715 | -0,097+0,917j | -0,097-0,917j |
| 0,148 | 2,3 | 0,748 | -0,145+1,029j | -0,145-1,029j |
| 0,161 | 2,4 | 0,78 | -0,226+1,159j | -0,226-1,159j |
| 0,178 | 2,5 | 0,813 | -0,358+1,309j | -0,358-1,309j |
| 0,202 | 2,6 | 0,845 | -0,573+1,475j | -0,573-1,475j |
| 0,241 | 2,7 | 0,878 | -0,936+1,636j | -0,936-1,636j |
| 0,307 | 2,8 | 0,91 | -1,608+1,678j | -1,608-1,678j |
| 0,451 | 2,9 | 0,943 | -3,633 | -2,593 |
| 0,971 | 3 | 0,975 | -15,886 | -1,514 |
| -3,026 | 3,1 | 1,008 | 70,652 | -1,255 |
| -0,53 | 3,2 | 1,04 | 16,473 | -1,113 |
| -0,273 | 3,3 | 1,073 | 10,905 | -1,019 |
| -0,176 | 3,4 | 1,105 | 8,833 | -0,951 |
| -0,125 | 3,5 | 1,138 | 7,786 | -0,899 |
| -0,094 | 3,6 | 1,17 | -0,858 | 7,18 |
| -0,073 | 3,7 | 1,203 | -0,825 | 6,804 |
| -0,059 | 3,8 | 1,235 | -0,798 | 6,565 |
| -0,048 | 3,9 | 1,268 | -0,774 | 6,413 |
| -0,04 | 4 | 1,3 | -0,754 | 6,321 |
| -0,033 | 4,1 | 1,333 | -0,737 | 6,271 |
| -0,028 | 4,2 | 1,365 | -0,722 | 6,251 |
| -0,024 | 4,3 | 1,398 | -0,708 | 6,256 |
| -0,02 | 4,4 | 1,43 | -0,696 | 6,279 |
| -0,018 | 4,5 | 1,463 | -0,686 | 6,317 |

3. Значения варианта B) $p_4 = 10$, $p_1 = 0.5$, $p_3 \rightarrow \infty$, $p_5 = 0.8$, $p_6 = 0$:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|------|--------|--------|--------|
| -1,105 | -1,9 | -0,494 | -0,458 | -3,647 |
| -0,964 | -1,8 | -0,468 | -0,458 | -3,523 |
| -0,839 | -1,7 | -0,442 | -0,458 | -3,399 |
| -0,728 | -1,6 | -0,416 | -0,458 | -3,275 |
| -0,629 | -1,5 | -0,39 | -0,458 | -3,152 |
| -0,541 | -1,4 | -0,364 | -0,458 | -3,029 |
| -0,463 | -1,3 | -0,338 | -0,458 | -2,906 |
| -0,395 | -1,2 | -0,312 | -0,458 | -2,783 |
| -0,334 | -1,1 | -0,286 | -0,459 | -2,66 |
| -0,28 | -1 | -0,26 | -0,459 | -2,537 |
| -0,233 | -0,9 | -0,234 | -0,46 | -2,415 |
| -0,192 | -0,8 | -0,208 | -0,462 | -2,292 |
| -0,155 | -0,7 | -0,182 | -0,463 | -2,17 |

| | | | | |
|--------|------|--------|---------------|---------------|
| -0,123 | -0,6 | -0,156 | -0,465 | -2,047 |
| -0,095 | -0,5 | -0,13 | -0,468 | -1,925 |
| -0,07 | -0,4 | -0,104 | -0,471 | -1,802 |
| -0,049 | -0,3 | -0,078 | -0,475 | -1,678 |
| -0,03 | -0,2 | -0,052 | -0,481 | -1,554 |
| -0,014 | -0,1 | -0,026 | -0,489 | -1,428 |
| 0 | 0 | 0 | -0,5 | -1,3 |
| 0,012 | 0,1 | 0,026 | -0,516 | -1,167 |
| 0,022 | 0,2 | 0,052 | -0,542 | -1,026 |
| 0,031 | 0,3 | 0,078 | -0,595 | -0,858 |
| 0,039 | 0,4 | 0,104 | -0,669+0,134j | -0,669-0,134j |
| 0,045 | 0,5 | 0,13 | -0,612+0,217j | -0,612-0,217j |
| 0,051 | 0,6 | 0,156 | -0,556+0,266j | -0,556-0,266j |
| 0,055 | 0,7 | 0,182 | -0,501+0,298j | -0,501-0,298j |
| 0,059 | 0,8 | 0,208 | -0,446+0,320j | -0,446-0,320j |
| 0,062 | 0,9 | 0,234 | -0,391+0,332j | -0,391-0,332j |
| 0,065 | 1 | 0,26 | -0,338+0,338j | -0,338-0,338j |
| 0,067 | 1,1 | 0,286 | -0,285+0,338j | -0,285-0,338j |
| 0,068 | 1,2 | 0,312 | -0,233+0,332j | -0,233-0,332j |
| 0,07 | 1,3 | 0,338 | -0,183+0,322j | -0,183-0,322j |
| 0,071 | 1,4 | 0,364 | -0,133+0,307j | -0,133-0,307j |
| 0,071 | 1,5 | 0,39 | -0,085+0,289j | -0,085-0,289j |
| 0,072 | 1,6 | 0,416 | -0,038+0,268j | -0,038-0,268j |
| 0,072 | 1,7 | 0,442 | 0,007+0,245j | 0,007-0,245j |
| 0,073 | 1,8 | 0,468 | 0,050+0,222j | 0,050-0,222j |
| 0,073 | 1,9 | 0,494 | 0,091+0,203j | 0,091-0,203j |
| 0,073 | 2 | 0,52 | 0,129+0,194j | 0,129-0,194j |
| 0,074 | 2,1 | 0,546 | 0,164+0,199j | 0,164-0,199j |
| 0,074 | 2,2 | 0,572 | 0,196+0,224j | 0,196-0,224j |
| 0,075 | 2,3 | 0,598 | 0,223+0,269j | 0,223-0,269j |
| 0,075 | 2,4 | 0,624 | 0,245+0,330j | 0,245-0,330j |
| 0,076 | 2,5 | 0,65 | 0,261+0,405j | 0,261-0,405j |
| 0,077 | 2,6 | 0,676 | 0,268+0,494j | 0,268-0,494j |
| 0,079 | 2,7 | 0,702 | 0,266+0,596j | 0,266-0,596j |
| 0,081 | 2,8 | 0,728 | 0,251+0,712j | 0,251-0,712j |
| 0,084 | 2,9 | 0,754 | 0,219+0,842j | 0,219-0,842j |
| 0,088 | 3 | 0,78 | 0,164+0,989j | 0,164-0,989j |
| 0,094 | 3,1 | 0,806 | 0,076+1,153j | 0,076-1,153j |
| 0,101 | 3,2 | 0,832 | -0,058+1,336j | -0,058-1,336j |
| 0,111 | 3,3 | 0,858 | -0,266+1,537j | -0,266-1,537j |
| 0,127 | 3,4 | 0,884 | -0,595+1,743j | -0,595-1,743j |
| 0,153 | 3,5 | 0,91 | -1,153+1,902j | -1,153-1,902j |
| 0,2 | 3,6 | 0,936 | -2,216+1,704j | -2,216-1,704j |
| 0,313 | 3,7 | 0,962 | -7,751 | -1,896 |
| 0,921 | 3,8 | 0,988 | -36,615 | -1,412 |
| -0,733 | 3,9 | 1,014 | 40,688 | -1,203 |

| | | | | |
|--------|-----|-------|--------|--------|
| -0,238 | 4 | 1,04 | 17,478 | -1,078 |
| -0,134 | 4,1 | 1,066 | 12,599 | -0,993 |
| -0,089 | 4,2 | 1,092 | 10,525 | -0,931 |
| -0,064 | 4,3 | 1,118 | -0,882 | 9,41 |
| -0,049 | 4,4 | 1,144 | -0,844 | 8,736 |
| -0,038 | 4,5 | 1,17 | -0,813 | 8,304 |

4. Значения варианта B) $p_4 = 12$, $p_1 = 0.5$, $p_3 \rightarrow \infty$, $p_5 = 0.8$, $p_6 = 0$:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|------|--------|---------------|---------------|
| -0,975 | -1,9 | -0,412 | -0,463 | -3,661 |
| -0,849 | -1,8 | -0,39 | -0,463 | -3,537 |
| -0,737 | -1,7 | -0,368 | -0,463 | -3,412 |
| -0,638 | -1,6 | -0,347 | -0,463 | -3,288 |
| -0,55 | -1,5 | -0,325 | -0,463 | -3,164 |
| -0,472 | -1,4 | -0,303 | -0,463 | -3,04 |
| -0,403 | -1,3 | -0,282 | -0,464 | -2,916 |
| -0,343 | -1,2 | -0,26 | -0,464 | -2,793 |
| -0,289 | -1,1 | -0,238 | -0,465 | -2,669 |
| -0,242 | -1 | -0,217 | -0,465 | -2,546 |
| -0,201 | -0,9 | -0,195 | -0,466 | -2,422 |
| -0,164 | -0,8 | -0,173 | -0,467 | -2,299 |
| -0,133 | -0,7 | -0,152 | -0,469 | -2,176 |
| -0,105 | -0,6 | -0,13 | -0,47 | -2,052 |
| -0,081 | -0,5 | -0,108 | -0,473 | -1,928 |
| -0,059 | -0,4 | -0,087 | -0,476 | -1,805 |
| -0,041 | -0,3 | -0,065 | -0,479 | -1,68 |
| -0,025 | -0,2 | -0,043 | -0,484 | -1,555 |
| -0,012 | -0,1 | -0,022 | -0,491 | -1,429 |
| 0 | 0 | 0 | -0,5 | -1,3 |
| 0,01 | 0,1 | 0,022 | -0,513 | -1,168 |
| 0,019 | 0,2 | 0,043 | -0,534 | -1,028 |
| 0,026 | 0,3 | 0,065 | -0,575 | -0,87 |
| 0,032 | 0,4 | 0,087 | -0,664+0,106j | -0,664-0,106j |
| 0,037 | 0,5 | 0,108 | -0,605+0,194j | -0,605-0,194j |
| 0,041 | 0,6 | 0,13 | -0,547+0,240j | -0,547-0,240j |
| 0,044 | 0,7 | 0,152 | -0,490+0,267j | -0,490-0,267j |
| 0,047 | 0,8 | 0,173 | -0,432+0,282j | -0,432-0,282j |
| 0,049 | 0,9 | 0,195 | -0,376+0,285j | -0,376-0,285j |
| 0,051 | 1 | 0,217 | -0,319+0,279j | -0,319-0,279j |
| 0,052 | 1,1 | 0,238 | -0,263+0,263j | -0,263-0,263j |
| 0,053 | 1,2 | 0,26 | -0,208+0,235j | -0,208-0,235j |
| 0,053 | 1,3 | 0,282 | -0,153+0,191j | -0,153-0,191j |
| 0,054 | 1,4 | 0,303 | -0,099+0,115j | -0,099-0,115j |
| 0,054 | 1,5 | 0,325 | -0,164 | 0,073 |
| 0,054 | 1,6 | 0,347 | -0,205 | 0,22 |
| 0,053 | 1,7 | 0,368 | -0,223 | 0,341 |

| | | | | |
|-------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,053 | 1,8 | 0,39 | -0,231 | 0,452 |
| 0,052 | 1,9 | 0,412 | -0,235 | 0,555 |
| 0,052 | 2 | 0,433 | -0,235 | 0,652 |
| 0,051 | 2,1 | 0,455 | -0,232 | 0,744 |
| 0,05 | 2,2 | 0,477 | -0,226 | 0,831 |
| 0,05 | 2,3 | 0,498 | -0,219 | 0,912 |
| 0,049 | 2,4 | 0,52 | -0,209 | 0,987 |
| 0,049 | 2,5 | 0,542 | -0,196 | 1,055 |
| 0,048 | 2,6 | 0,563 | -0,181 | 1,116 |
| 0,047 | 2,7 | 0,585 | -0,162 | 1,167 |
| 0,047 | 2,8 | 0,607 | -0,139 | 1,207 |
| 0,047 | 2,9 | 0,628 | -0,11 | 1,235 |
| 0,046 | 3 | 0,65 | -0,075 | 1,246 |
| 0,046 | 3,1 | 0,672 | -0,029 | 1,236 |
| 0,046 | 3,2 | 0,693 | 0,033 | 1,196 |
| 0,046 | 3,3 | 0,715 | 0,122 | 1,114 |
| 0,047 | 3,4 | 0,737 | 0,272 | 0,949 |
| 0,047 | 3,5 | 0,758 | 0,591+0,257j | 0,591-0,257j |
| 0,048 | 3,6 | 0,78 | 0,554+0,555j | 0,554-0,555j |
| 0,05 | 3,7 | 0,802 | 0,494+0,792j | 0,494-0,792j |
| 0,052 | 3,8 | 0,823 | 0,405+1,022j | 0,405-1,022j |
| 0,055 | 3,9 | 0,845 | 0,272+1,259j | 0,272-1,259j |
| 0,06 | 4 | 0,867 | 0,075+1,506j | 0,075-1,506j |
| 0,066 | 4,1 | 0,888 | -0,224+1,762j | -0,224-1,762j |
| 0,076 | 4,2 | 0,91 | -0,698+2,001j | -0,698-2,001j |
| 0,092 | 4,3 | 0,932 | -1,514+2,104j | -1,514-2,104j |
| 0,125 | 4,4 | 0,953 | -3,147+1,079j | -3,147-1,079j |
| 0,217 | 4,5 | 0,975 | -13,775 | -1,675 |

5. Значения варианта B) $p_4 = 14$, $p_1 = 0.5$, $p_3 \rightarrow \infty$, $p_5 = 0.8$, $p_6 = 0$:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|------|--------|--------|--------|
| -0,872 | -1,9 | -0,353 | -0,467 | -3,672 |
| -0,758 | -1,8 | -0,334 | -0,467 | -3,548 |
| -0,657 | -1,7 | -0,316 | -0,467 | -3,423 |
| -0,567 | -1,6 | -0,297 | -0,467 | -3,298 |
| -0,488 | -1,5 | -0,279 | -0,467 | -3,174 |
| -0,418 | -1,4 | -0,26 | -0,468 | -3,049 |
| -0,357 | -1,3 | -0,241 | -0,468 | -2,925 |
| -0,303 | -1,2 | -0,223 | -0,468 | -2,801 |
| -0,255 | -1,1 | -0,204 | -0,469 | -2,676 |
| -0,213 | -1 | -0,186 | -0,469 | -2,552 |
| -0,176 | -0,9 | -0,167 | -0,47 | -2,428 |
| -0,144 | -0,8 | -0,149 | -0,471 | -2,304 |
| -0,116 | -0,7 | -0,13 | -0,473 | -2,18 |
| -0,091 | -0,6 | -0,111 | -0,474 | -2,056 |
| -0,07 | -0,5 | -0,093 | -0,476 | -1,931 |

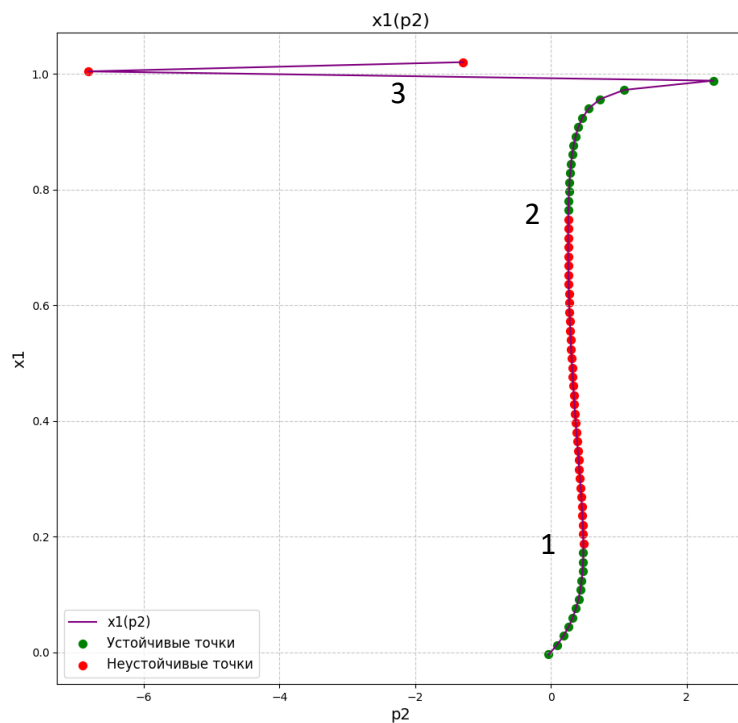
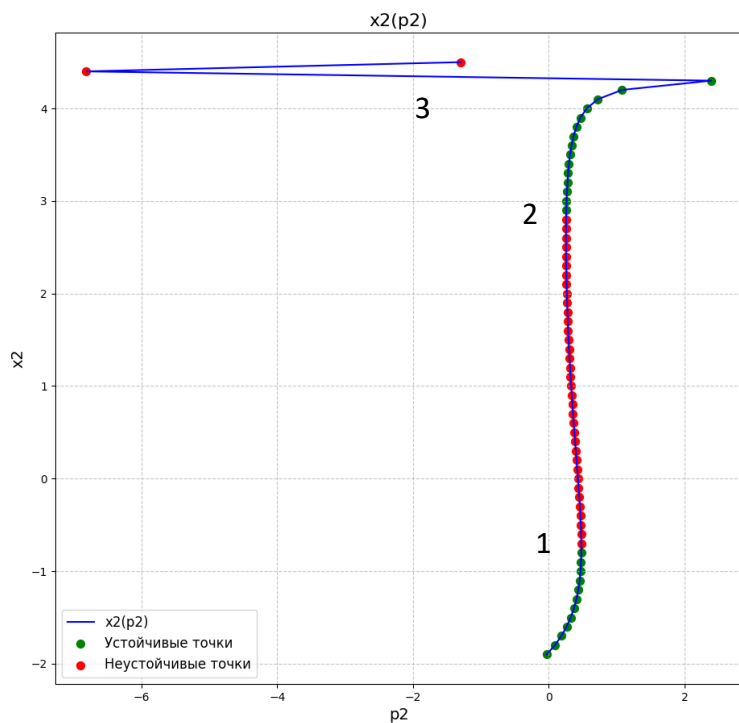
| | | | | |
|--------|------|--------|---------------|---------------|
| -0,052 | -0,4 | -0,074 | -0,479 | -1,807 |
| -0,036 | -0,3 | -0,056 | -0,482 | -1,681 |
| -0,022 | -0,2 | -0,037 | -0,486 | -1,556 |
| -0,01 | -0,1 | -0,019 | -0,492 | -1,429 |
| 0 | 0 | 0 | -0,5 | -1,3 |
| 0,009 | 0,1 | 0,019 | -0,511 | -1,168 |
| 0,016 | 0,2 | 0,037 | -0,529 | -1,03 |
| 0,022 | 0,3 | 0,056 | -0,563 | -0,877 |
| 0,027 | 0,4 | 0,074 | -0,660+0,080j | -0,660-0,080j |
| 0,031 | 0,5 | 0,093 | -0,601+0,176j | -0,601-0,176j |
| 0,034 | 0,6 | 0,111 | -0,541+0,220j | -0,541-0,220j |
| 0,037 | 0,7 | 0,13 | -0,482+0,244j | -0,482-0,244j |
| 0,039 | 0,8 | 0,149 | -0,424+0,253j | -0,424-0,253j |
| 0,041 | 0,9 | 0,167 | -0,365+0,249j | -0,365-0,249j |
| 0,042 | 1 | 0,186 | -0,307+0,232j | -0,307-0,232j |
| 0,043 | 1,1 | 0,204 | -0,249+0,199j | -0,249-0,199j |
| 0,043 | 1,2 | 0,223 | -0,192+0,140j | -0,192-0,140j |
| 0,043 | 1,3 | 0,241 | -0,214 | -0,056 |
| 0,043 | 1,4 | 0,26 | -0,272 | 0,116 |
| 0,043 | 1,5 | 0,279 | -0,294 | 0,251 |
| 0,043 | 1,6 | 0,297 | -0,307 | 0,375 |
| 0,042 | 1,7 | 0,316 | -0,314 | 0,494 |
| 0,042 | 1,8 | 0,334 | -0,319 | 0,608 |
| 0,041 | 1,9 | 0,353 | -0,321 | 0,718 |
| 0,04 | 2 | 0,371 | -0,322 | 0,826 |
| 0,039 | 2,1 | 0,39 | -0,321 | 0,932 |
| 0,038 | 2,2 | 0,409 | -0,32 | 1,035 |
| 0,037 | 2,3 | 0,427 | -0,318 | 1,135 |
| 0,036 | 2,4 | 0,446 | -0,314 | 1,232 |
| 0,036 | 2,5 | 0,464 | -0,31 | 1,327 |
| 0,035 | 2,6 | 0,483 | -0,305 | 1,418 |
| 0,034 | 2,7 | 0,501 | -0,3 | 1,507 |
| 0,033 | 2,8 | 0,52 | -0,293 | 1,591 |
| 0,032 | 2,9 | 0,539 | -0,285 | 1,671 |
| 0,031 | 3 | 0,557 | -0,276 | 1,747 |
| 0,031 | 3,1 | 0,576 | -0,266 | 1,817 |
| 0,03 | 3,2 | 0,594 | -0,254 | 1,882 |
| 0,029 | 3,3 | 0,613 | -0,24 | 1,939 |
| 0,029 | 3,4 | 0,631 | -0,225 | 1,988 |
| 0,028 | 3,5 | 0,65 | -0,206 | 2,028 |
| 0,028 | 3,6 | 0,669 | -0,184 | 2,056 |
| 0,027 | 3,7 | 0,687 | -0,158 | 2,07 |
| 0,027 | 3,8 | 0,706 | -0,126 | 2,067 |
| 0,027 | 3,9 | 0,724 | -0,087 | 2,043 |
| 0,026 | 4 | 0,743 | -0,036 | 1,992 |
| 0,026 | 4,1 | 0,761 | 0,031 | 1,903 |

| | | | | |
|-------|-----|-------|--------------|--------------|
| 0,027 | 4,2 | 0,78 | 0,128 | 1,76 |
| 0,027 | 4,3 | 0,799 | 0,283 | 1,524 |
| 0,027 | 4,4 | 0,817 | 0,718 | 0,968 |
| 0,028 | 4,5 | 0,836 | 0,753+0,681j | 0,753-0,681j |

7 Графики и точки бифуркации

На основе найденных точек было построено 5 графиков $x_2(p_2)$ и 5 графиков $x_1(p_2)$.

1. Графики варианта А):



Бифуркация 1:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|------|-------|--------|--------|
| 0,478 | -0,8 | 0,172 | -0,865 | -0,076 |
| 0,478 | -0,7 | 0,188 | -0,868 | 0,056 |

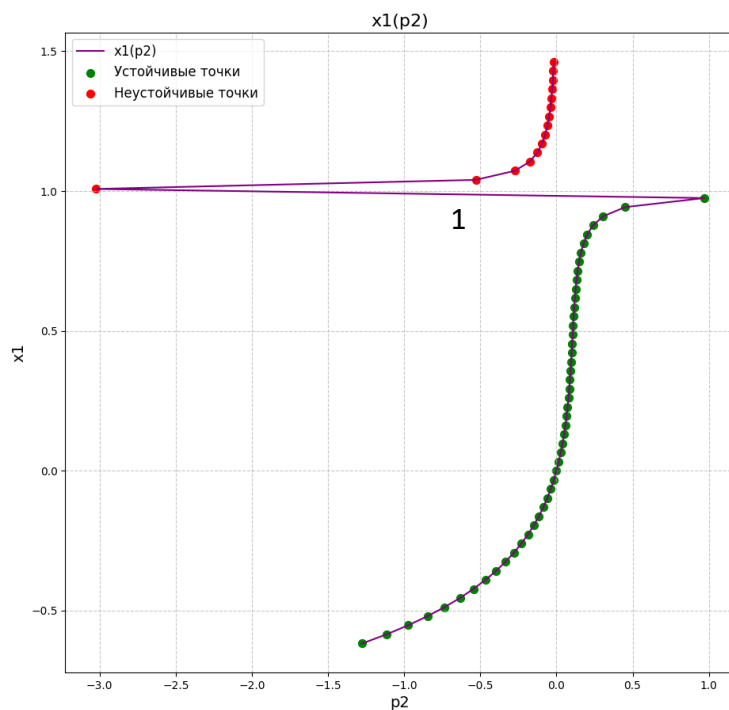
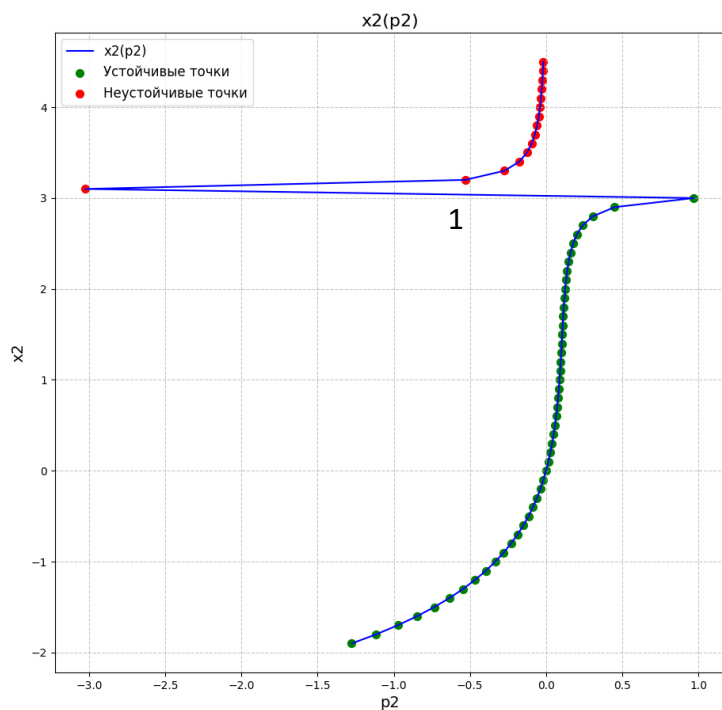
Бифуркация 2:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,255 | 2,8 | 0,748 | 0,094+0,765j | 0,094-0,765j |
| 0,257 | 2,9 | 0,764 | -0,005+0,976j | -0,005-0,976j |

Бифуркация 3:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|-----|-------|---------|--------|
| 2,391 | 4,3 | 0,988 | -76,587 | -1,654 |
| -6,813 | 4,4 | 1,004 | 256,73 | -1,584 |

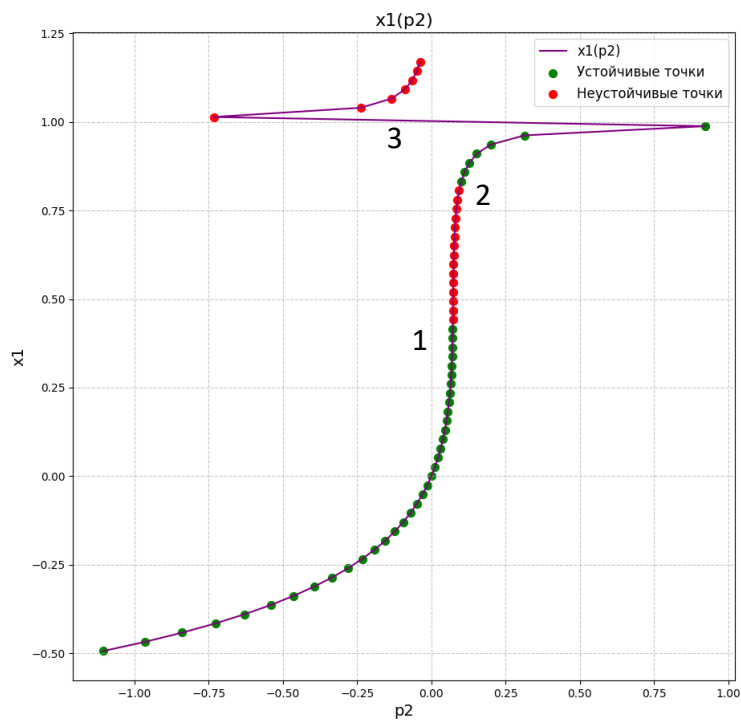
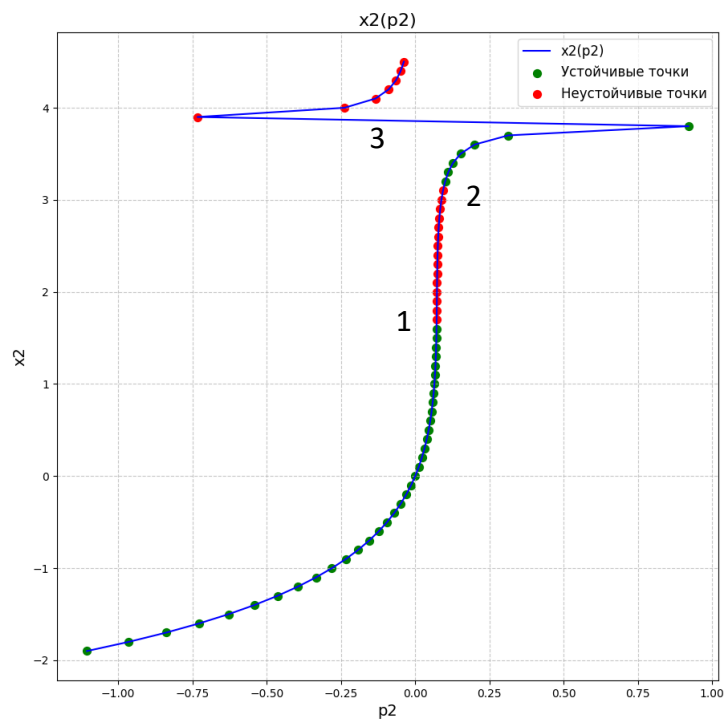
2. Графики варианта В) $p_4 = 8$:



Бифуркация 1:

| p_2 | x_2 | x_1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|-------|-------|---------|--------|
| 0,971 | 3 | 0,975 | -15,886 | -1,514 |
| -3,026 | 3,1 | 1,008 | 70,652 | -1,255 |

3. Графики варианта В) $p_4 = 10$:



Бифуркация 1:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,072 | 1,6 | 0,416 | -0,038+0,268j | -0,038-0,268j |
| 0,072 | 1,7 | 0,442 | 0,007+0,245j | 0,007-0,245j |

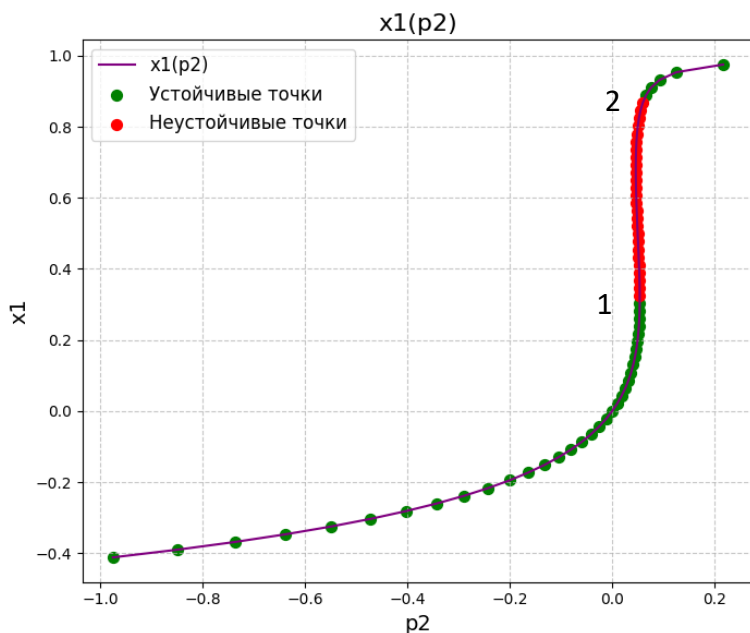
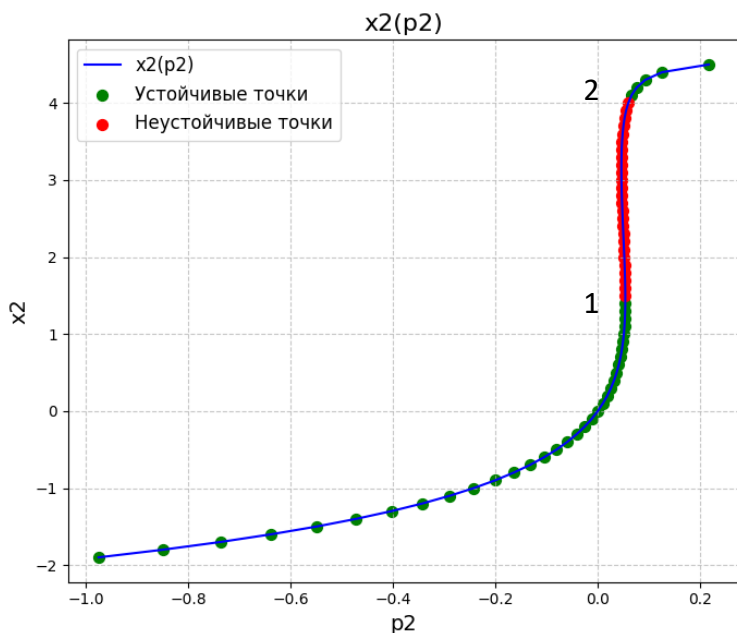
Бифуркация 2:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,094 | 3,1 | 0,806 | 0,076+1,153j | 0,076-1,153j |
| 0,101 | 3,2 | 0,832 | -0,058+1,336j | -0,058-1,336j |

Бифуркация 3:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|--------|-----|-------|---------|--------|
| 0,921 | 3,8 | 0,988 | -36,615 | -1,412 |
| -0,733 | 3,9 | 1,014 | 40,688 | -1,203 |

4. Графики варианта В) $p_4 = 12$:



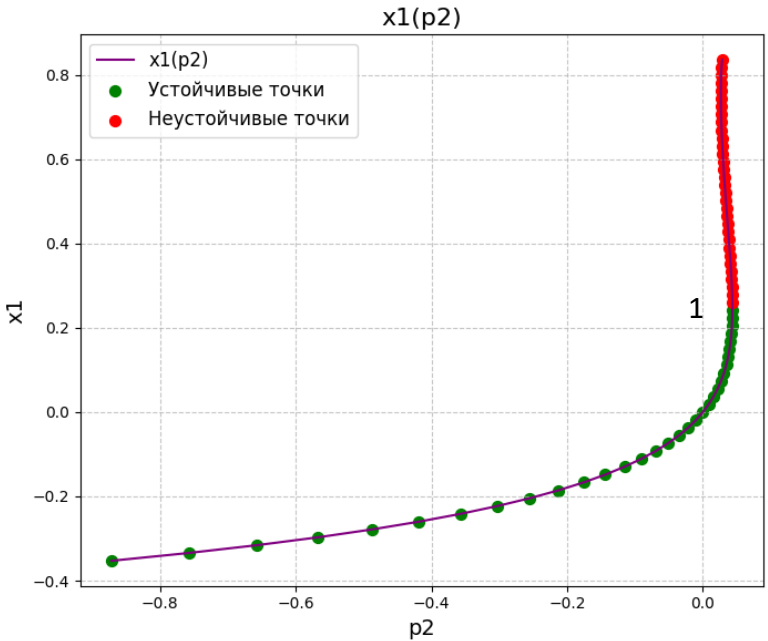
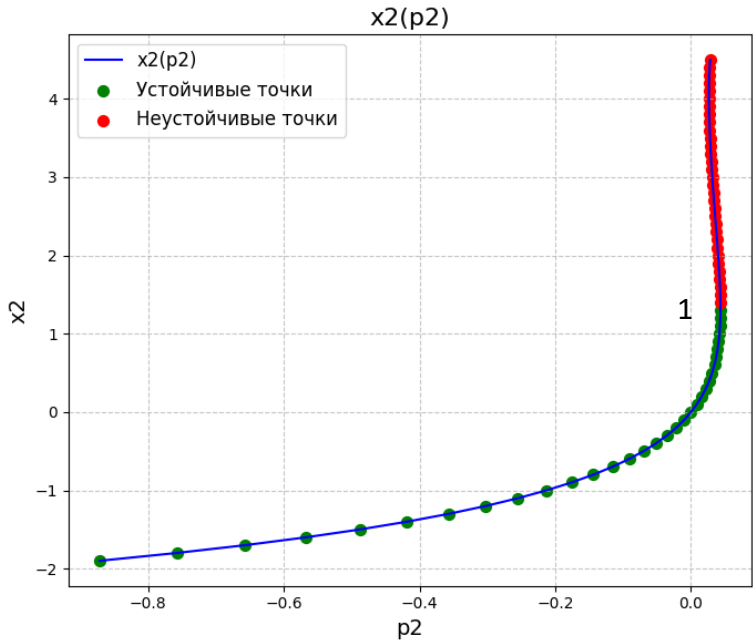
Бифуркация 1:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,054 | 1,4 | 0,303 | -0,099+0,115j | -0,099-0,115j |
| 0,054 | 1,5 | 0,325 | -0,164 | 0,073 |

Бифуркация 2:

| p2 | x2 | x1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|-----|-------|---------------|---------------|
| 0,06 | 4 | 0,867 | 0,075+1,506j | 0,075-1,506j |
| 0,066 | 4,1 | 0,888 | -0,224+1,762j | -0,224-1,762j |

5. Графики варианта В) $p_4 = 14$:



Бифуркация 1:

| p_2 | x_2 | x_1 | eigv1 | eigv2 |
|-------|-------|-------|--------|--------|
| 0,043 | 1,3 | 0,241 | -0,214 | -0,056 |
| 0,043 | 1,4 | 0,26 | -0,272 | 0,116 |

8 Блок проверки

В блоке проверки все найденные точки были проверены на стационарность. Для этого значения каждой точки подставлялись в уравнения, и проверялось, что они меньше машинного эпсилона. Для этого была использована функция `numpy.isclose(a, b, atol=1e-5)`.

Пример вывода программы блока проверки для варианта В) $p_4 = 14$

```
Проверка равновесия для устойчивых точек:
```

```
p2 = -0.872, x2 = -1.900, x1 = -0.353, собств. знач.: [-0.46711416 -3.67247401] -> Равновесие: True
```

```
p2 = -0.758, x2 = -1.800, x1 = -0.334, собств. знач.: [-0.4671172 -3.54761514] -> Равновесие: True
```

```
p2 = -0.657, x2 = -1.700, x1 = -0.316, собств. знач.: [-0.4671614 -3.42286031] -> Равновесие: True
```

```
Проверка равновесия для неустойчивых точек:
```

```
p2 = 0.043, x2 = 1.400, x1 = 0.260, собств. знач.: [-0.27195211 0.11627643] -> Равновесие: True
```

```
p2 = 0.043, x2 = 1.500, x1 = 0.279, собств. знач.: [-0.29443325 0.25136394] -> Равновесие: True
```

```
p2 = 0.043, x2 = 1.600, x1 = 0.297, собств. знач.: [-0.30683671 0.37545459] -> Равновесие: True
```

9 Вывод

В данной работе были найдены стационарные точки заданной системы и была оценена их устойчивость. Было построено 10 графиков по 5 разным вариантам — зависимость значений x_2 и x_1 от параметра p_2 , найдены и отмечены точки бифуркации. Кроме этого, для проверки найденных стационарных точек был выполнен блок проверки.