# Semaine 9 : Gestion de portefeuille obligataire (2<sup>e</sup> partie)

Simon-Pierre

Université Laval

2021-03-17

- Analyse Moyenne-Variance
- Variance du portefeuille
- Stratégies d'immunisation
- 4 Gestion guidée par les engagements
- 5 Processus d'appariement des flux de trésorerie

## Analyse Moyenne-Variance

- La théorie du portefeuille telle que formulée par Harry Markowitz au début des années 1950 fournit des conseils pour la construction de portefeuilles.
- Indique que trois paramètres sont importants dans la sélection des titres à incorporer dans un portefeuille.
  - 1) La valeur moyenne attendue du rendement d'un actif
  - 2) La variance du rendement d'un actif
  - 3) La covariance qui peut exister entre le rendement de deux actis

## Analyse Moyenne-Variance

#### Le rendement attendu du portefeuille

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

- E(R<sub>1</sub>), E(R<sub>2</sub>) et E(R<sub>p</sub>) sont respectivement le rendement attendu de l'actif
   1, de l'actif 2 et du portefeuille.
- $w_1$  et  $w_2$  sont les pondérations des actifs 1 et 2, respectivement, dans le portefeuille au début de la période

## Analyse Moyenne-Variance

#### La variance du portefeuille

$$var(R_p) = w_1^2 var(R_1) + w_2^2 var(R_2) + 2w_1 w_2 cov(R_1, R_2)$$

- $var(R_1)$ ,  $var(R_2)$  et  $var(R_p)$  sont respectivement la variance de l'actif 1, de l'actif 2 et du portefeuille.
- $cov(R_1, R_2)$  est la covariance entre le rendement de l'actif 1 et 2

#### Relation entre la covariance et la corrélation

- La variance du portefeuille n'est pas simplement une moyenne pondérée de la variance des deux actifs.
- L'équation suivante nous montre que la variance du portefeuille dépend également de la corrélation entre les actifs inclus dans le portefeuille

$$cor(R_1, R_2) = \frac{cov(R_1, R_2)}{SD(R_1)SD(R_2)}$$

En utilisant la formule de la corrélation, nous pouvons écrire la variance du portefeuille comme suit:

$$var(R_p) = w_1^2 var(R_1) + w_2^2 var(R_2) + 2w_1 w_2 cor(R_1, R_2) SD(R_1) SD(R_2)$$

#### Si la corrélation est égale à 0

$$var(R_p) = w_1^2 var(R_1) + w_2^2 var(R_2)$$

### Si la corrélation est égale à 1

$$var(R_p) = w_1^2 var(R_1) + w_2^2 var(R_2) + 2w_1 w_2 SD(R_1) SD(R_2)$$

## Si la corrélation est égale à -1

$$var(R_p) = w_1^2 var(R_1) - w_2^2 var(R_2) - 2w_1 w_2 SD(R_1) SD(R_2)$$

- La variance maximale du portefeuille se produit lorsqu'il existe une corrélation parfaite (c'est-à-dire une corrélation de +1) entre le rendement des deux actifs.
- La variance minimale du portefeuille se produit lorsque les rendements des actifs ont une corrélation de -1.

La théorie financière ainsi que les preuves empiriques nous indiquent que la variance du portefeuille peut être décomposée en deux catégories générales:

- Le risque systématique : risque qui affecte le rendement de tous les actifs du portefeuille
- Le risque idiosyncratique : risque propre au rendement des actifs du portefeuille

# Cadre de moyenne-variance de Markowitz

Appliqué à la construction de portefeuille de deux manières:

- 1) au niveau des classes d'actifs
- 2) sélectionner les titres pour construire le portefeuille
- La construction de portefeuilles nécessite l'estimation de la moyenne, la variance et la covariance pour tous les titres qui sont candidats à l'inclusion dans le portefeuille.
- S'il y a N titres qui peuvent être inclus dans un portefeuille.
  - \* N variances à estimer
  - \* (N2 N)/2 covariances à estimer

## Stratégies d'immunisation

- Il s'agit d'une stratégie de gestion obligataire qui à la base consiste à choisir un portefeuille dont la durée est égale à l'horizon de placement.
- Le portefeuille est ainsi immunisé face aux fluctuations des taux d'intérêt car la durée représente à peu près la période de temps où les risques de taux d'intérêt et de réinvestissement s'annulent. L'investisseur recevra donc à peu près le taux de rendement initial sur son placement.
- Pour satisfaire aux exigences de paiements futurs, l'horizon de placement peut lui-même correspondre à la durée de ces paiements.

## Stratégies d'immunisation

#### Exemples

- Un investisseur particulier investit dans un portefeuille obligataire ayant une durée égale au temps qu'il lui reste avant sa retraite.
- Une compagnie d'assurance-vie investit dans un portefeuille obligataire ayant une durée égale à la durée de ses versements d'assurance anticipés.
- Un fond de pension investit dans un portefeuille obligataire ayant une durée égale à la durée de ses paiements de pension anticipés.

## Stratégies d'immunisation

#### **Fondement**

Gestion guidée par les engagements (ou par le passif) (liability-driven investing)

#### Stratégie de base

La satisfaction d'un engagement financier unique

#### Mise en garde

Les limites de l'immunisation

#### Extensions

- Engagements financiers multiples
- Immunisation contingente
- Modèles stochastiques d'immunisation

# Gestion guidée par les engagements

- De nombreux investisseurs institutionnels (fonds de pension, compagnies d'assurance, etc.) ont comme principal objectif d'investissement de satisfaire à leurs engagements financiers.
- Afin d'y arriver, ils vont pratiquer une gestion de portefeuille où leurs actifs sont gérés en fonction de leurs engagement financiers: C'est la gestion guidée par les engagements (ou le passif).
- Il s'agit d'une gestion de portefeuille active où le portefeuille de référence est déterminé à partir des engagements plutôt que d'un indice.

# Engagement financier unique

- Lorsqu'une firme fait face à un engagement financier unique, son objectif est d'obtenir un rendement réalisé égal ou supérieur à celui qu'elle s'est engagée à offrir.
- Rappel: Deux risques ayant un effet opposé déterminent la différence entre le taux de rendement promis d'un portefeuille et son rendement réalisé:
  - Risque de taux d'intérêt
  - Risque de réinvestissement

# Engagement financier unique

- Les stratégies d'immunisation, inventées par Reddington (1952), consistent à construire un portefeuille qui est immunisé face à un changement des taux d'intérêts.
- Lorsqu'une firme fait face à un engagement financier unique, une immunisation est réalisée en choisissant un portefeuille avec
  - Un taux de rendement promis égal ou supérieur à celui qu'elle s'est engagée à offrir
  - Une durée de Macauley égale à l'échéance de l'engagement (ou une durée modifiée égale à la durée modifiée de l'engagement).

# Engagement financier unique

- Si les flux du portefeuille arrivent surtout après l'échéance de l'engagement, alors le risque de taux d'intérêt domine celui de réinvestissement
- Si les flux du portefeuille arrivent surtout avant l'échéance de l'engagement, alors le risque de réinvestissement domine celui de taux d'intérêt
- La durée de Macauley représente l'horizon pour lequel les deux risques s'annulent, produisant un rendement réalisé approximativement égal au rendement promis.

## Vous avez une responsabilité de paiement sur cinq ans

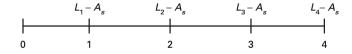
- $L_1$  en t=1
- $L_2$  en t=2
- $L_3$  en t = 3
- $L_4$  en t = 4
- $L_5$  en t = 5



# Étape 1

Flux de trésorerie de l'obligation A sélectionné pour satisfaire  $L_5$ 

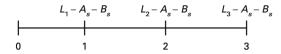
- Coupon=  $A_s$
- Principal =  $A_p$
- $\bullet \ A_s + A_p = L_5$



# Étape 2

Flux de trésorerie de l'obligation B sélectionné pour satisfaire L<sub>4</sub>

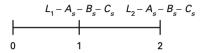
- Passif non provisionné =  $L_4 A_s$
- Coupon=  $B_s$
- Principal =  $B_p$
- $\bullet \ B_s + B_p = L_4 A_s$



# Étape 3

Flux de trésorerie de l'obligation C sélectionné pour satisfaire  $L_3$ 

- Passif non provisionné =  $L_3 A_s B_s$
- Coupon= C<sub>s</sub>
- Principal =  $C_p$
- $\bullet \ \ C_s + C_p = L_3 A_s B_s$



# Étape 4

Flux de trésorerie de l'obligation D sélectionné pour satisfaire  $L_2$ 

- Passif non provisionné =  $L_2 A_s B_s C_s$
- Coupon=  $D_s$
- Principal =  $D_p$
- $\bullet \ D_s + D_p = L_3 A_s B_s C_s$

$$\begin{array}{c|c}
L_1 - A_s - B_s - C_s - D_s \\
\hline
\end{array}$$
0 1

# Étape 5

Sélectionnez l'obligation E avec un flux de trésorerie de

$$L_1 - A_s - B_s - C_s - D_s$$