

Exercice 013

GSF-6053

Hiver 2025

Énoncé

Supposons que le modèle de régression présente une hétéroscédasticité telle que :

$$Var(\epsilon_i) = \sigma^2 X_i' X_i$$

où X_i est le vecteur des variables explicatives pour l'observation i .

Données :

Considérez les données suivantes pour $n = 4$ observations et $k = 2$ variables explicatives :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2.5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Questions :

1. **a)** Estimez les coefficients β par MCO et calculez les résidus $\hat{\epsilon}$.
2. **b)** Estimez la variance $Var(\epsilon_i)$ pour chaque observation à partir des résidus obtenus.
3. **c)** Formulez la matrice de poids W pour la méthode FGLS en utilisant les estimations de variance obtenues.
4. **d)** Estimez les coefficients β par FGLS en appliquant les poids obtenus.
5. **e)** Comparez les estimations obtenues par MCO et FGLS. Discutez de l'efficacité des deux méthodes dans ce contexte hétéroscédastique.