

Introduction (Séance 1)

GSF-6053 : Économétrie Financière

Simon-Pierre Boucher¹

¹Département de Finance, Assurance et Immobilier
Faculté des Sciences de l'Administration
Université Laval

14 Janvier 2025



Définition de l'Économétrie

L'économétrie est la branche des sciences économiques qui, à l'aide des outils mathématiques, statistiques et informatiques, s'efforce de :

- ▶ **Comprendre les réalités économiques** : Identifier des relations causales entre variables économiques et financières.
- ▶ **Tester des théories économiques** : Vérifier les hypothèses économiques à travers l'analyse des données empiriques.
- ▶ **Prévision des variables économiques et financières** : Prédire les comportements futurs à partir de modèles basés sur des données passées.
- ▶ **Aide à la décision** : Formuler des recommandations en matière de politiques économiques et de gestion des risques financiers.

En finance, l'économétrie se concentre sur les séries temporelles et les modèles de prévision des rendements financiers.



Objectifs en Finance

Les objectifs pratiques en économétrie financière incluent :

- ▶ **Identification des récurrences statistiques** : Trouver et modéliser des schémas récurrents dans les séries temporelles.
- ▶ **Test de la validité des modèles théoriques** : Tester si les théories financières et économiques sont vérifiables avec des données réelles.
- ▶ **Estimation des facteurs de risque** : Identifier les facteurs influençant les rendements financiers, comme les modèles de Fama et French.



Modèles Économétriques

Le processus d'analyse économétrique suit des étapes rigoureuses :

1. **Formulation d'une hypothèse théorique** : Basée sur des principes économiques.
2. **Spécification du modèle mathématique** : Traduire l'hypothèse en équations.
3. **Collecte de données** : Recueillir des données empiriques pour tester le modèle.
4. **Estimation des paramètres du modèle** : Utiliser des méthodes d'estimation pour obtenir des valeurs numériques des paramètres.
5. **Test d'hypothèses** : Vérifier la validité du modèle.
6. **Prévisions et implications économiques** : Utiliser le modèle pour faire des prévisions et proposer des recommandations pratiques.

Les modèles économétriques incluent des approches classiques et bayésiennes.



Les Données Utilisées en Économétrie Financière

En économétrie financière, les données utilisées peuvent être classées en trois catégories :

- ▶ **Séries temporelles** : Données observées sur une période donnée. Exemples : rendements journaliers, indices boursiers.
- ▶ **Coupes transversales** : Données observées à un moment donné pour plusieurs entités (entreprises, actifs financiers).
- ▶ **Données panel** : Combinaison de séries temporelles et de coupes transversales, permettant d'analyser les effets à la fois dans le temps et entre les entités.

Chaque type de données requiert des méthodes d'estimation adaptées.



Prix et Rendements

Les rendements financiers sont préférés à l'analyse des prix car :

- ▶ Les rendements sont **scale-free**, c'est-à-dire indépendants de la taille de l'investissement.
- ▶ Ils ont des **propriétés statistiques** plus simples, comme la stationnarité, qui facilite l'analyse économétrique.

Formules des rendements :

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (1)$$

Avec dividende :

$$R_t = \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (2)$$

Les rendements peuvent aussi être calculés de façon continue en utilisant les logarithmes naturels :

$$r_t = \log \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (3)$$



Rendements Excédentaires

Les rendements excédentaires sont calculés par rapport au taux sans risque R_{Ft} , ce qui permet d'analyser la performance d'un actif au-delà de l'inflation ou des rendements sans risque :

$$Z_t = R_t - R_{Ft} \quad (4)$$



La Distribution des Rendements

Les rendements financiers peuvent suivre différentes distributions :

- ▶ **Distribution jointe** : Modélisation de l'ensemble des rendements de plusieurs actifs à un moment donné.
- ▶ **Distribution conditionnelle** : Modélisation des rendements d'un actif donné à un moment spécifique en fonction des rendements passés.
- ▶ **Distribution inconditionnelle** : Modélisation sans prendre en compte les rendements passés.

Formule de la distribution jointe :

$$G(R_{11}, R_{12}, \dots, R_{NT}; x \mid \theta)$$

où x représente l'environnement économique et θ les paramètres du modèle.



Log-Normalité des Rendements

La log-normalité des rendements est souvent utilisée pour modéliser les séries financières, car elle permet de prendre en compte la non-normalité observée dans les données réelles.

$$r_{it} \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$$

$$\mathbb{E}[R_{it}] = e^{\mu_i + \frac{\sigma_i^2}{2}} - 1$$

$$\text{Var}[R_{it}] = e^{2\mu_i + \sigma_i^2} (e^{\sigma_i^2} - 1)$$



Estimation des Moments d'un Échantillon

Les moments d'un échantillon sont estimés par les formules suivantes :

- Moyenne :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \epsilon_t$$

- Variance :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\epsilon_t - \hat{\mu})^2$$

- Skewness et Kurtosis :

$$\hat{S} = \frac{1}{T\hat{\sigma}^3} \sum_{t=1}^T (\epsilon_t - \hat{\mu})^3$$



Stationnarité des Séries Financières

Les **prix d'actifs** suivent des processus non stationnaires au sens de la stationnarité du second ordre, alors que les **rendements** sont généralement stationnaires.



Autocorrélation des Carrés des Variations des Prix

La série des carrés des rendements (r_t^2) présente des autocorrélations importantes, ce qui signifie que les rendements élevés sont souvent suivis de rendements élevés. En revanche, les rendements eux-mêmes montrent peu d'autocorrélation.



Queues de Distribution Épaisses

Les rendements financiers montrent des distributions **leptokurtiques**, où les queues sont plus épaisses que celles d'une distribution normale. Cette caractéristique est mesurée par le moment d'ordre 4 :

$$\mu_4 = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))^4]$$



Asymétrie des Rendements

Les rendements financiers présentent souvent une asymétrie. Cela peut être mesuré par le coefficient d'asymétrie S_k :

$$S_k = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

où μ_3 est le moment d'ordre 3. Les rendements sont souvent plus négatifs que positifs, ce qui reflète une asymétrie négative.



Effet de Levier

L'effet de levier se réfère à une asymétrie dans la volatilité des rendements : les baisses de prix augmentent généralement plus la volatilité que les hausses.



Saisonnalité

La **saisonnalité** se manifeste par des effets tels que :

- ▶ L'**effet janvier** : Les rendements sont souvent plus élevés en janvier.
- ▶ L'**effet week-end** : Différence entre les rendements du vendredi soir et ceux du lundi matin.



Conclusion

- ▶ Récapitulatif des concepts clés abordés dans la séance.
- ▶ Importance de l'économétrie en finance pour la prise de décision et la prévision.
- ▶ Perspectives pour les prochaines séances : approfondissement des modèles économétriques et applications pratiques.

