

Exercice 014

GSF-6053

Hiver 2025

Énoncé

Considérez le modèle suivant avec autocorrélation d'ordre 1 dans les résidus :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \epsilon_t$$

$$\epsilon_t = \rho \epsilon_{t-1} + u_t$$

où $u_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Données :

Utilisez les données synthétiques suivantes pour $t = 1, 2, 3, 4$:

t	x_t	y_t
1	1	2
2	2	3
3	3	5
4	4	7

Supposons que $\rho = 0.5$.

Questions :

1. **a)** Estimez les coefficients β_0 et β_1 par MCO et calculez les résidus $\hat{\epsilon}_t$.
2. **b)** Estimez le paramètre ρ à partir des résidus obtenus en utilisant la méthode des moindres carrés sur $\hat{\epsilon}_t$.
3. **c)** Transformez le modèle en fonction de ρ estimé et formulez le nouveau modèle transformé.
4. **d)** Estimez les coefficients β_0 et β_1 en appliquant FGLS sur le modèle transformé.
5. **e)** Comparez les résultats obtenus par MCO et FGLS. Quel est l'impact de l'autocorrélation sur les estimations ?