

Handout Approximationen

Monday, 15 January 2024 01:45

BOUSSINESQ

Grundidee:

> Keine Kompression: $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$ (konstanter Druck über Wassersäule wird angenommen)

> Abgeleitet aus der Kontinuitätsgleichung: $\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow \frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u})$

↳ Skaliert ist die Größenordnung von $\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$ vernachlässigbar

↳ $\rho = \rho_0 \cdot \overset{\text{constant}}{g}$ $u = U u'$ $x = L x'$ $t = T t'$ nimmt Dimension und Größenordnung

↳ $\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{1}{T}\right) \frac{d\rho}{dt'}$ $\frac{d\rho}{dx} = \left(\frac{1}{L}\right) \frac{d\rho}{dx'}$

→ $\frac{D\rho}{Dt} = -\frac{U}{L} \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u})$

→ $Ro \leq 1$

Skalierung Grund:

> Ergibt Gleichungen mit denen besser gearbeitet werden kann

Bedeutung:

> keine Kompression → keine Bewegung durch Ausdehnung von Wasser

> es existieren nur Schwerewellen

> z.B. keine Schallwellen → bewegen sich durch dichte Medien

> Masseerhaltung ersetzt durch Volumenerhaltung

HYDROSTATISCH

Grundidee:

> Horizontale Skala ist groß im Vergleich zur vertikalen Skala

↳ Annahme: Es gibt keine vertikale Geschwindigkeit sondern die Bewegung ist nur in horizontaler Richtung

> Druck, Dichte und Masse sind dabei konstant

> Flache Oberfläche: $\overset{\text{vertikal}}{H} \ll \overset{\text{horizontal}}{L}$ und $\overset{\text{vertikal}}{w} \ll \overset{\text{horizontal}}{u, v}$

> Flachwassergleichungen:

$$1) \frac{Du}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + f_v$$

$$2) \frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dy} - f_u$$

* $3) -\frac{dP}{dz} = \rho \cdot g$ (Balance zwischen Gravitationskraft und Druck)

Geostrophie:
Exakte Balance zwischen Druck und Coriolis Kraft

↳ Skalierung

→ $\sigma = \frac{H}{L}$ $w = \frac{UH}{L} = \sigma U$ mit $\sigma \ll 1$ und $w \ll u$ → Grobskaliert: $Ro \leq 1$

→ $T = \frac{L}{U}$ → $Ro = \frac{U}{L\sigma}$ oder $Ro \sim \frac{f}{\sigma U} L \cdot U$ (Vergleich Momentum Advektion mit Corioliskraft)
 $f = 2\pi \sin \phi$

↑ Breitengrad

PLANETAR GEOSTROPHISCH

Grundidee:

← Sehr Grobskaliert: Oberflächen Zirkulation, overturning circulation

> Impulsterme sind größer als Druck ($Ro \ll 1$)

> Keine zeitliche Abhängigkeit mehr ($\frac{Du}{Dt}$ und $\frac{Dv}{Dt}$ von vorher sind jetzt = 0)

> Nur bei Druckänderung folgt Geschwindigkeits Änderung

Gleichungen: 1) $0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + f_v$ 2) $0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dy} - f_u$ c) $0 = -\frac{dP}{dz} - \rho \cdot g$