Quasi-Geostrophische Approximation (linearisiert)

- Annahmen
  - Linearisiertes schichten Modell
  - Rossbyzahl $R_0 \ll 1$
  - Größe des Modells $L \ll a$ (a - Erdradius)

- Gleichungssystem

(1) $\partial_t u - f v = -g \partial_x h$ (2) $\partial_t v + f u = -g \partial_y h$ (3) $\partial_t h + H(\partial_x u + \partial_y v) = 0$

Curl nehmen: $\partial_x (2) - \partial_y (1)$

$\partial_t(\partial_x v - \partial_y u) + \partial_x(fu) + \partial_y(fv) = -g\partial_x\partial_y h + g\partial_x\partial_y h = 0$

$\Leftrightarrow \partial_t \zeta + f\cdot(\partial_x u + \partial_y v) + v\beta = 0$

Annahme $R_0 \ll 1$. / Geschwindigkeiten werden auch geostrophisch.

(1) $\Rightarrow$ $v = \frac{g}{f}\partial_x h + O(R_0)$

(2) $\Rightarrow$ $u = -\frac{g}{f}\partial_y h + O(R_0)$

Daraus folgt für die Vorticity:

$\zeta = \partial_x v - \partial_y u = \frac{g}{f}\partial_x^2 h + \frac{g}{f}\partial_y^2 h + O(R_0)$

Und ergibt sich Quasi-Geostrophische potenzielle Vorticity Gl.

$$\frac{g}{f}\left(\nabla^2 h - R^{-2} h\right) + f_0 + \beta y = \zeta - \frac{f_0}{H} h + f$$

mit $R = \frac{\sqrt{gH}}{|f|}$, $\zeta \approx \left(\frac{g}{f_0}\right)\nabla^2 h$, $f = f_0 + \beta y$ und $f_0 = f|_{y_0}$

Relative Vorticity: $\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$

Potenzielle Vorticity: $q = \frac{\zeta + f}{h}$

Planetare Vorticity: $f = f_0 + \beta y$

$\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$

$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$