

# Korrelation & Kausalität

Dr. Simon Schölzel

(updated: 10. Mai 2024)

---

|   |                              |
|---|------------------------------|
| 1 | Einführung                   |
| 2 | Das Kontrollierte Experiment |
| 3 | Das Natürliche Experiment    |
| 4 | Korrektur für CONFOUNDER     |
| 5 | Fazit                        |

# 1 Einführung

## 1.1 Recap: Korrelation

**Korrelation:** A *relation* existing between phenomena or things or between mathematical or statistical variables which *tend to vary, be associated, or occur together* in a way *not expected on the basis of chance alone*.  
([Merriam-Webster](#))

### Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson:

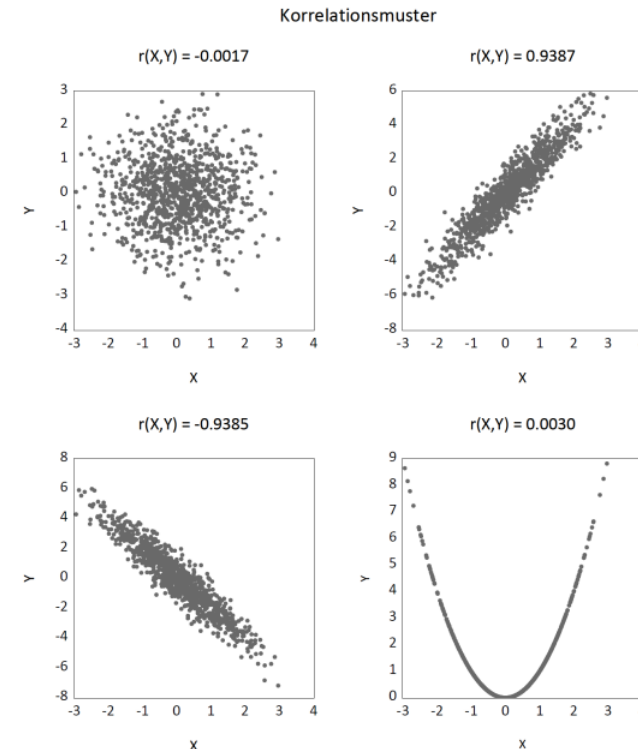
» Maß für den linearen Zusammenhang

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2}}$$

### Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman:

» Maß für monotone Zusammenhänge

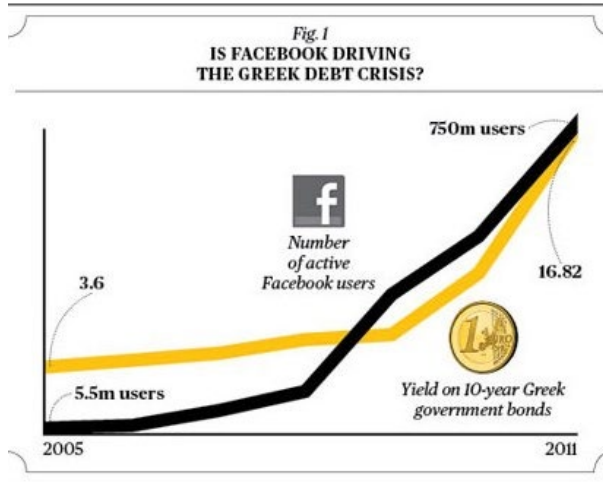
$$r_{XY}^R = \frac{\sum_{i=1}^n (R_X(x_i) - \overline{R_X}) \cdot (R_Y(y_i) - \overline{R_Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R_X(x_i) - \overline{R_X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (R_Y(y_i) - \overline{R_Y})^2}}$$



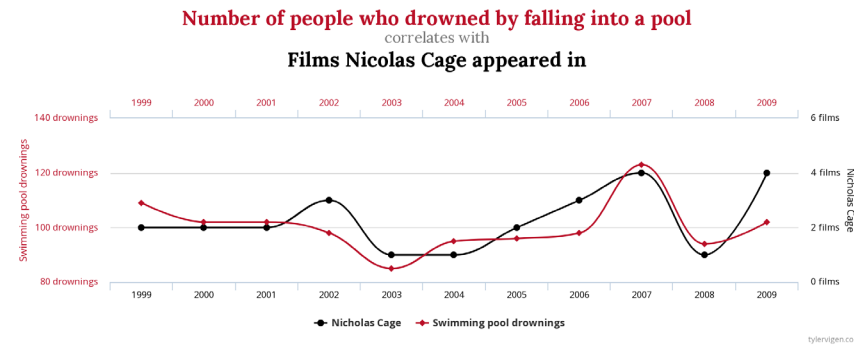
Quelle: Statistik I WS 2021/22, Bernd Wilfing  
vgl. auch: DLAK – Voresung 1, Folie 16

# 1 Einführung

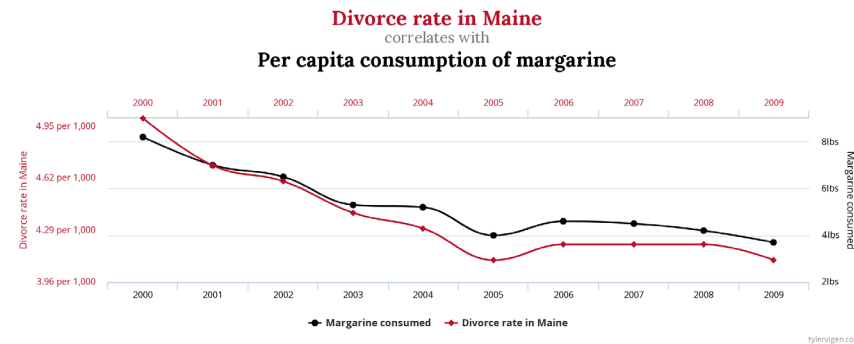
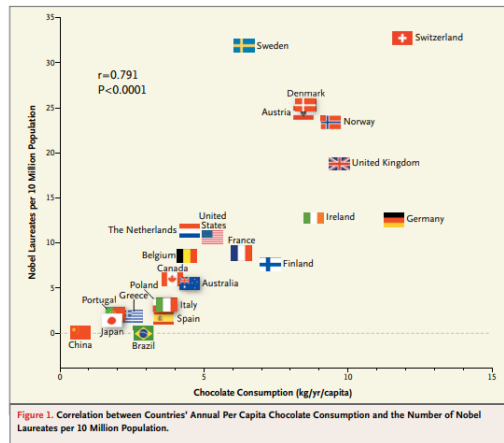
## 1.2 Korrelation oder Kausalität?



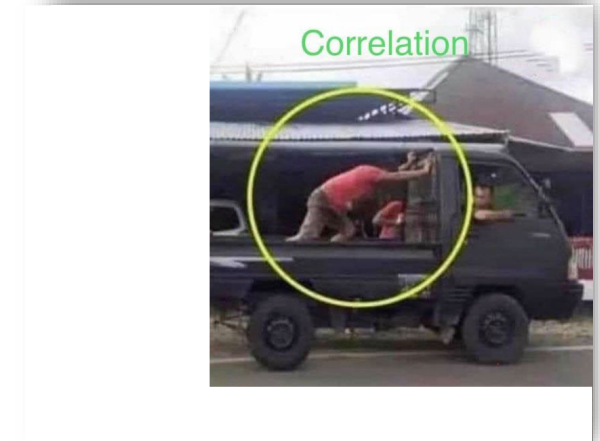
Quelle: [Jeremy Bertomeu](#)



Quelle: [New England Journal of Medicine](#)



Quelle: [Spurious-Correlations](#)

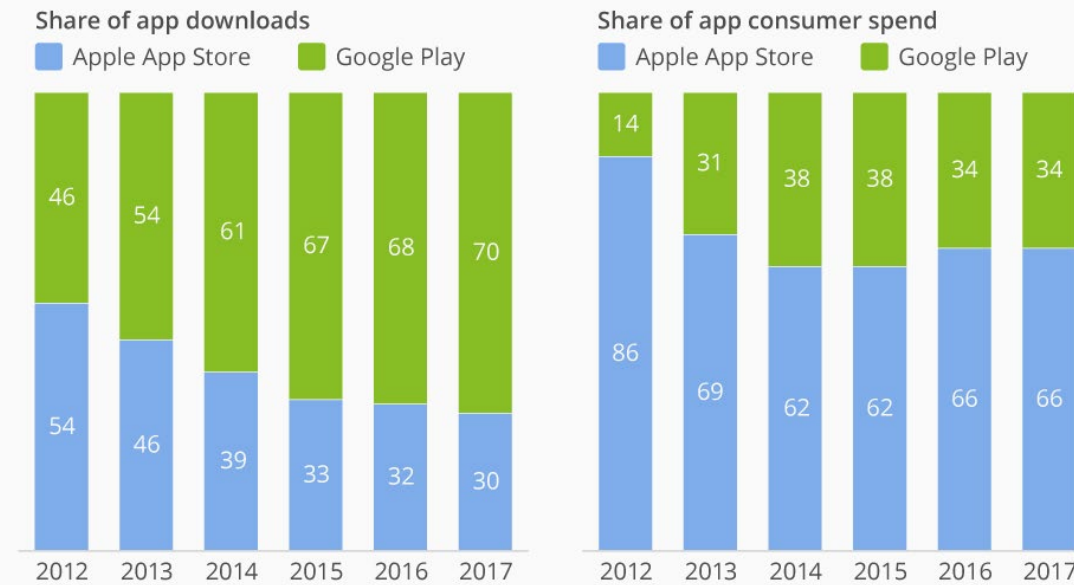


# 1 Einführung

## 1.2 Korrelation oder Kausalität?

### Apple Users More Willing to Pay for Apps

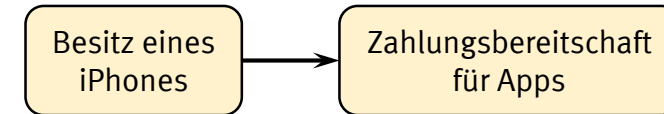
Share of worldwide app downloads and consumer spend by app store (in %)\*



 \* Google Play is not available in China  
@StatistaCharts Source: App Annie

statista

### Unterstellter (kausaler) Zusammenhang:

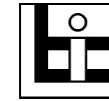


### Mögliche Störfaktoren (CONFOUNDER):

- » Ist der durchschnittliche iPhone User wohlhabender?
- » Hat der durchschnittliche iPhone User Zugriff auf bessere Apps?
- » Gibt es insgesamt ein größeres Angebot an iOS Apps?
- » Sind iOS Apps durchschnittlich teurer?

# 1 Einführung

## 1.2 Korrelation oder Kausalität?



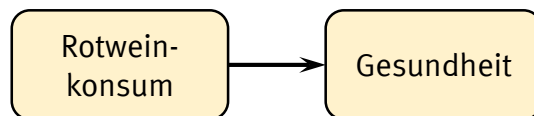
Forschungsteam  
Berens

HEALTH • DIET & NUTRITION

### Does Red Wine Help You Live Longer? Here's What the Science Says

In the 1990s, some researchers observed that French people—despite eating lots of saturated fat—tended to have **low rates of heart disease**. Dubbing this phenomenon the “French paradox,” the researchers speculated that regular wine consumption may be protecting their hearts from disease.

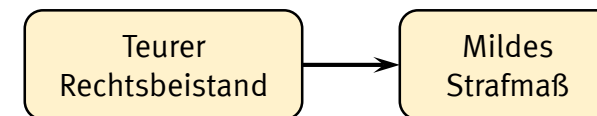
A little later, in the early-2000s, **evidence** began to pile up tying **Mediterranean-style eating** and drinking patterns with longer lifespans. One component of these diets that got a lot of attention was the consumption of wine—red wine, in particular.



Quelle: [TIME](#)

Unrecht im Rechtsstaat

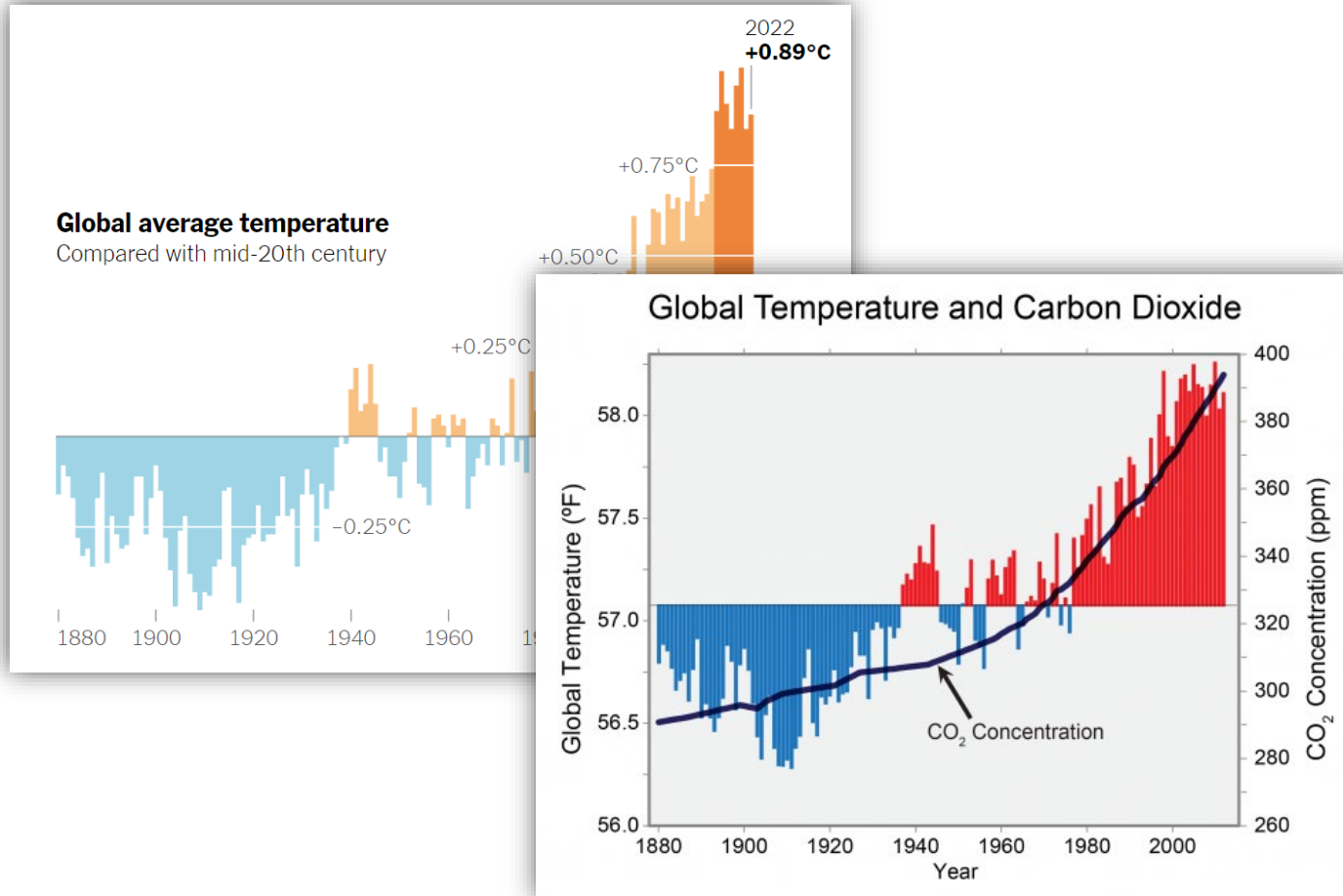
### Je teurer der Anwalt, umso geringer die Strafe



Quelle: [Deutschlandfunk](#)

# 1 Einführung

## 1.2 Korrelation oder Kausalität?



Quellen: [NY Times](#), [U.S. Global Change Research Program](#)

### » Korrelation in den Daten:

Atmosphärische  
CO<sub>2</sub> Emissionen

Klimawandel

Sammlung von Klimadaten,  
Fortschritte in der Klimamodellierung,  
Attributionsforschung,  
etc.

### » Kausaler Zusammenhang:



Durch Menschen  
verursachte CO<sub>2</sub>  
Emissionen

Klimawandel



# 1 Einführung

## 1.2 Korrelation oder Kausalität?



Quelle: [Causal Inference: The Mixtape](#)



### Einige Daumenregeln:

- » Korrelationen informieren uns über einen statistischen Zusammenhang, aber nicht über die Richtung oder (kausale) Ursache dieses Zusammenhangs.
  - » „*Wer sucht, der findet!*“: Wer eine hinreichend große Anzahl an Variablen korreliert, wird mit hoher Wahrscheinlichkeit eine signifikante Korrelation finden (siehe  $p$ -Wert in Statistik 2).
  - » Häufig erscheinen sorgfältig ausgewählte Scheinkorrelationen auf den ersten Blick kausal, erst ein genauerer Blick enthüllt Ungereimtheiten in der Argumentation oder statistischen Auswertung. Gibt es alternative Erklärungsansätze (CONFOUNDER) für die beobachtete Korrelation? Können alternative Erklärungsansätze ausgeschlossen werden?
  - » Manchmal gibt es Fälle, da erwarten wir eine Korrelation, können aber keine beobachten.
- 
- » Nur wenn alle alternativen Erklärungsansätze ausgeschlossen werden können (z.B. durch die Analyse von Daten), kann davon ausgegangen werden, dass die beobachtete Korrelation auch kausal ist!
  - » Besser noch ist die Durchführung eines **Kontrollierten Experiments** (auch Randomized Control Trial (RCT) oder A/B Test), in dem sichergestellt werden kann, dass es keine alternativen Erklärungsansätze geben kann!

1

Einführung

2

Das Kontrollierte Experiment

3

Das Natürliche Experiment

4

Korrektur für CONFOUNDER

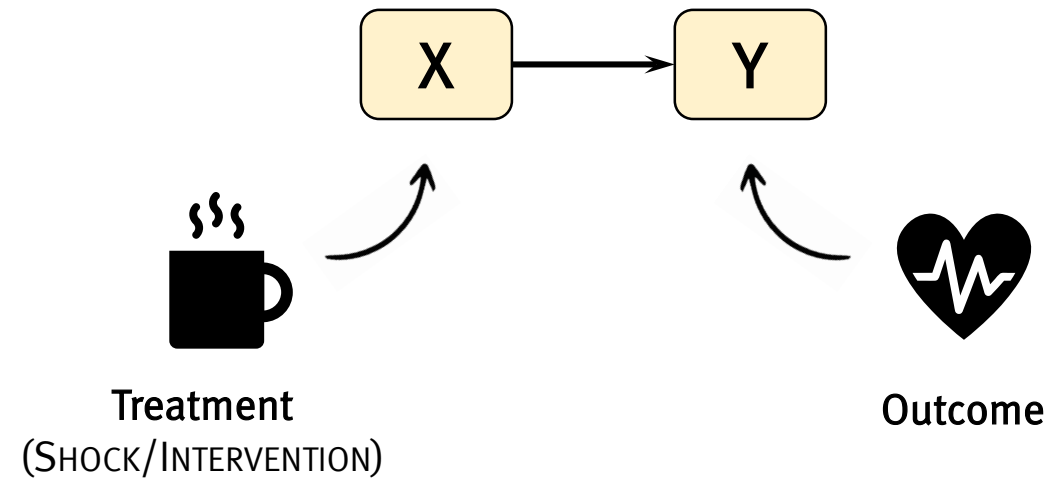
5

Fazit

# 2 Das Kontrollierte Experiment

## 2.1 Terminologie

**Ausgangspunkt:**  
Was ist der Effekt von X auf Y?



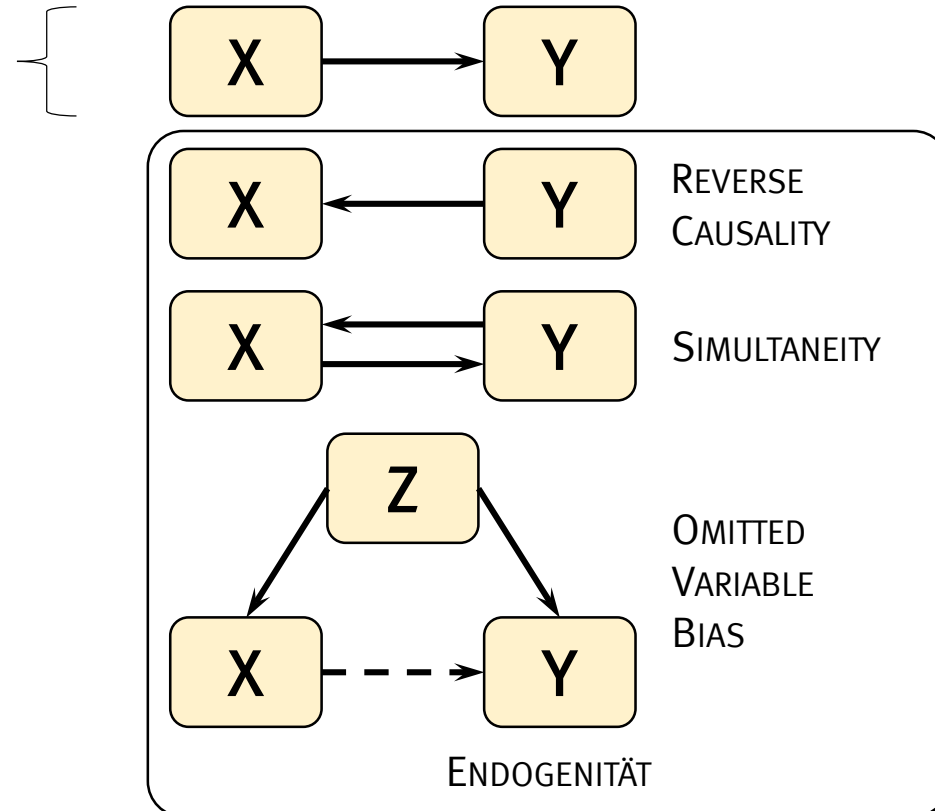
Das Treatment ist EXOGEN,  
d.h. es kommt von „außen“

## 2 Das Kontrollierte Experiment

### Exkurs: Eine (hilfreiche) Taxonomie

**Kausalität:** Change in one variable *causes* change in another ([Facure, 2023](#))

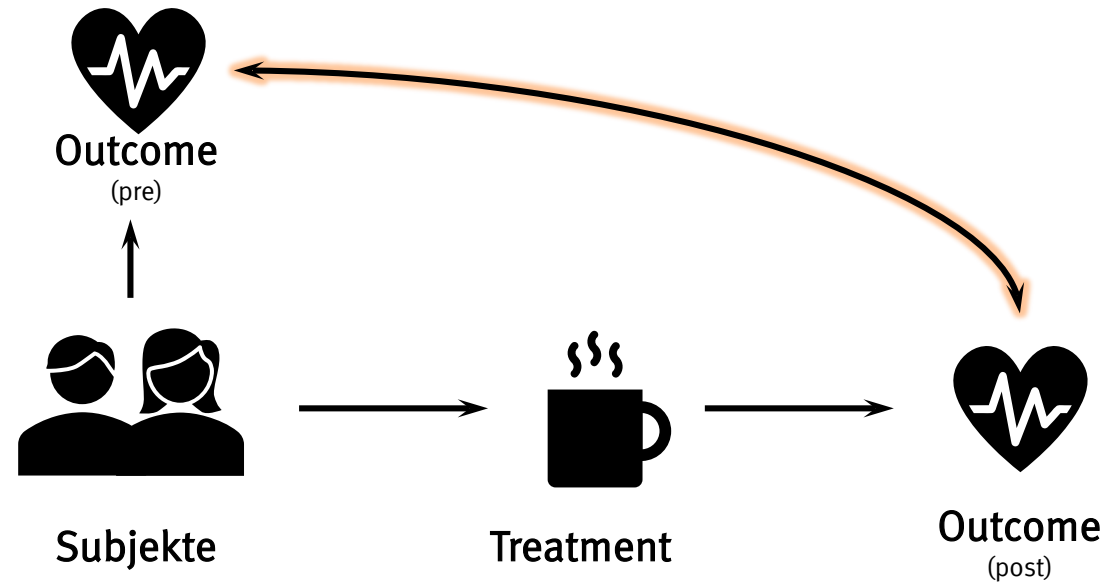
CAUSAL INFERENCE is the science of inferring causation from [correlation] and understanding when and why they differ. ([Facure, 2023](#))



**Korrelation:** A relation existing between [...] *variables which tend to vary, be associated, or occur together* in a way not expected on the basis of chance alone. ([Merriam-Webster](#))

## 2 Das Kontrollierte Experiment

### 2.2 Messung eines Zusammenhangs



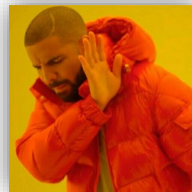
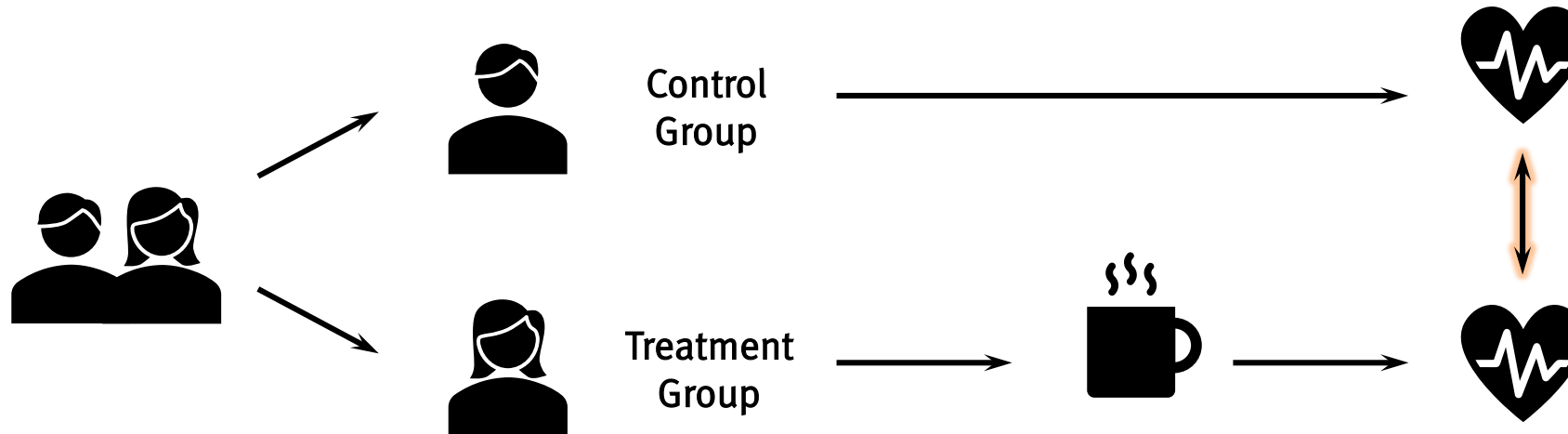
COUNTERFACTUAL als Weg, den wir nicht eingeschlagen haben (eine „alternative Realität“)



**Problem:** Wir wissen nicht, ob die Gesundheit der Proband:innen ohne Kaffeekonsum ähnlich gut wäre! (COUNTERFACTUAL)

## 2 Das Kontrollierte Experiment

### 2.2 Messung eines Zusammenhangs

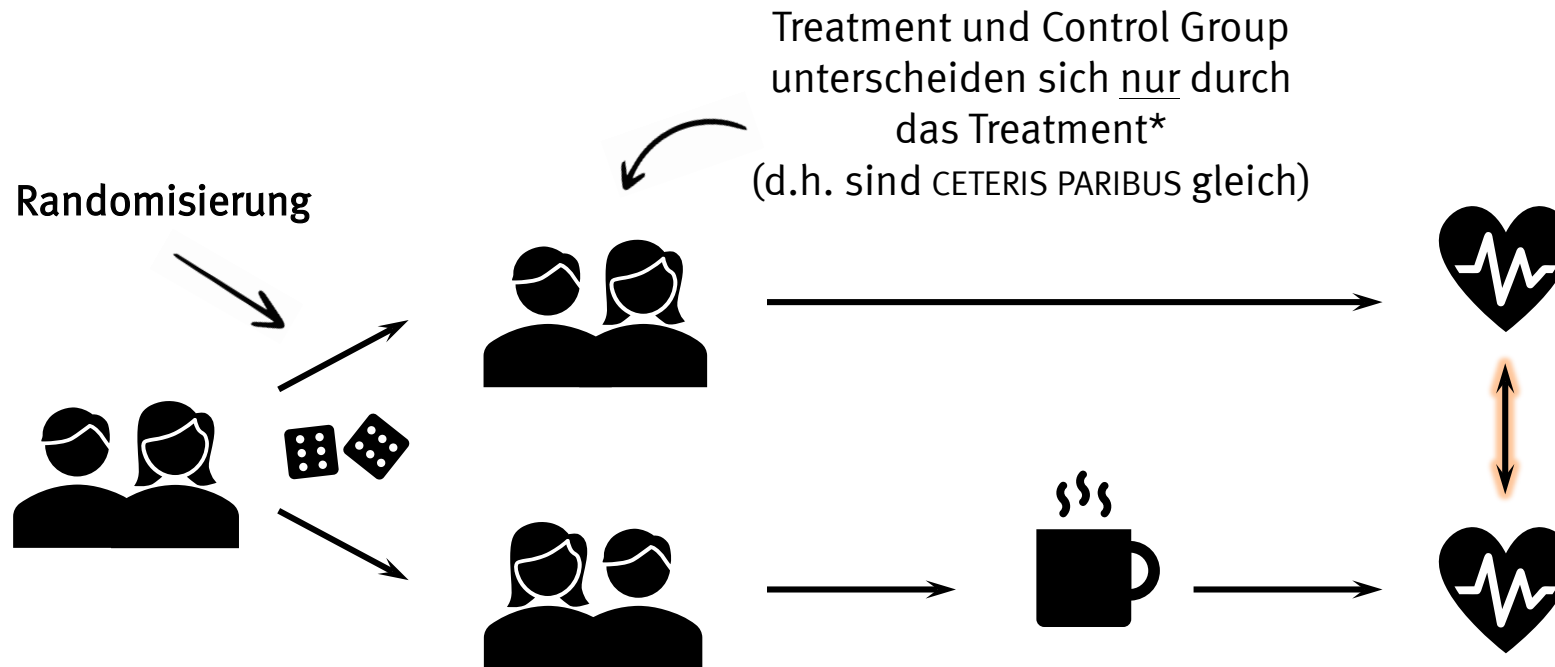


**Problem:** Treatment und Control Group sind systematisch unterschiedlich voneinander!



## 2 Das Kontrollierte Experiment

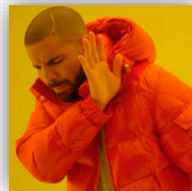
### 2.3 Messung eines kausalen Zusammenhangs



Siehe: [Hawthorne Effect](#)



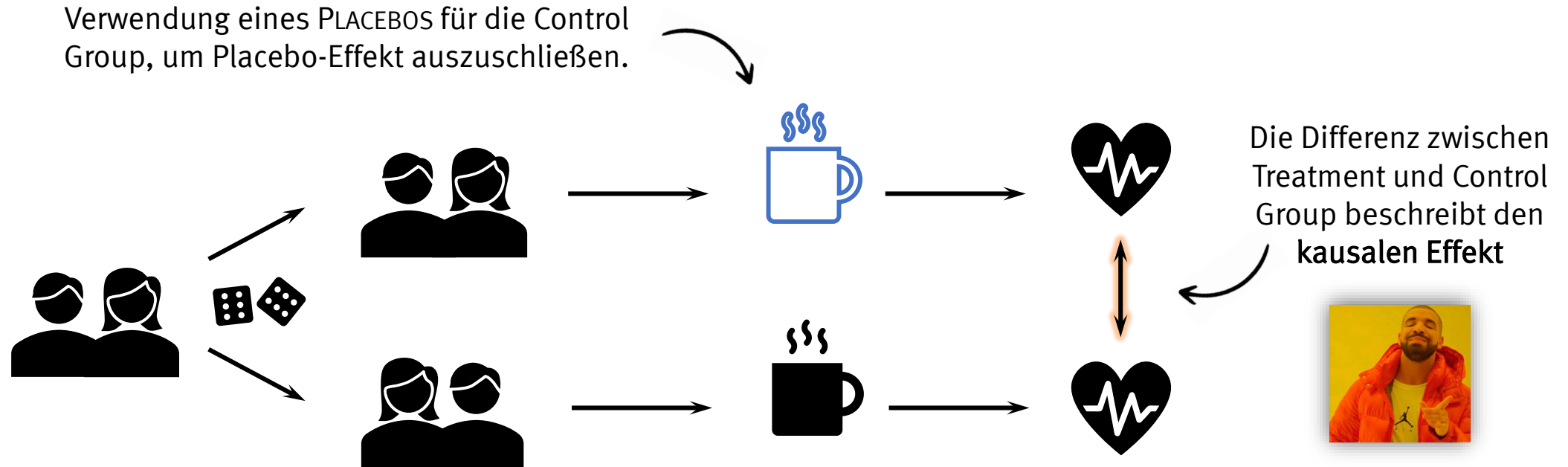
\*Sind Treatment und Control Group hinreichend groß, dann sorgt das Gesetz der großen Zahlen dafür, dass beide Gruppen im Durchschnitt gleich sind.



**Problem:** Treatment Group kann von psychologischem Effekt des Treatments profitieren!

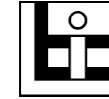
## 2 Das Kontrollierte Experiment

### 2.3 Messung eines kausalen Zusammenhangs



## 2 Das Kontrollierte Experiment

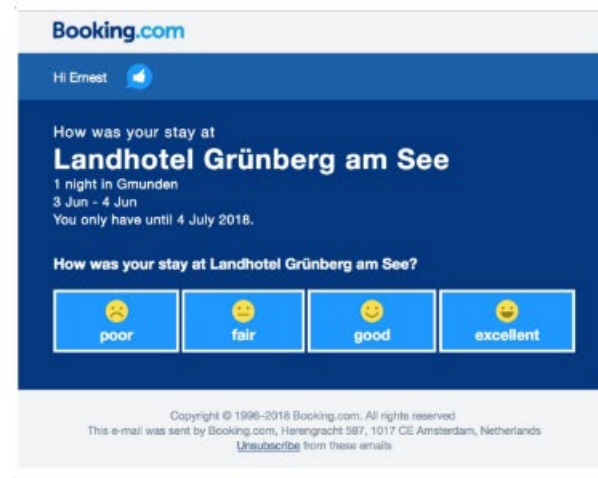
### Exkurs: Kontrollierte Experimente in der Internetökonomie (A/B Testing)



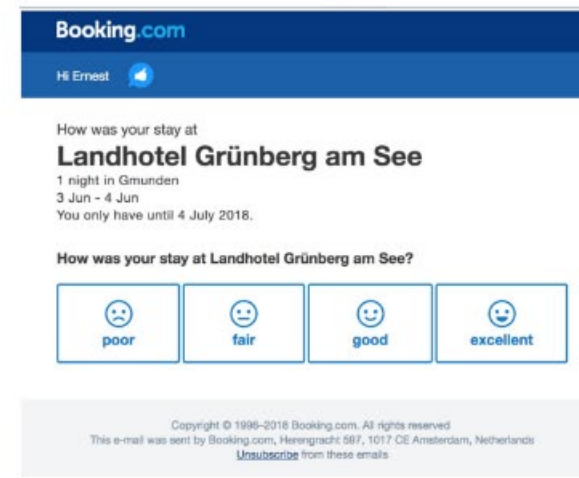
Forschungsteam  
Berens

### A/B testing

Control  
Group



Treatment  
Group

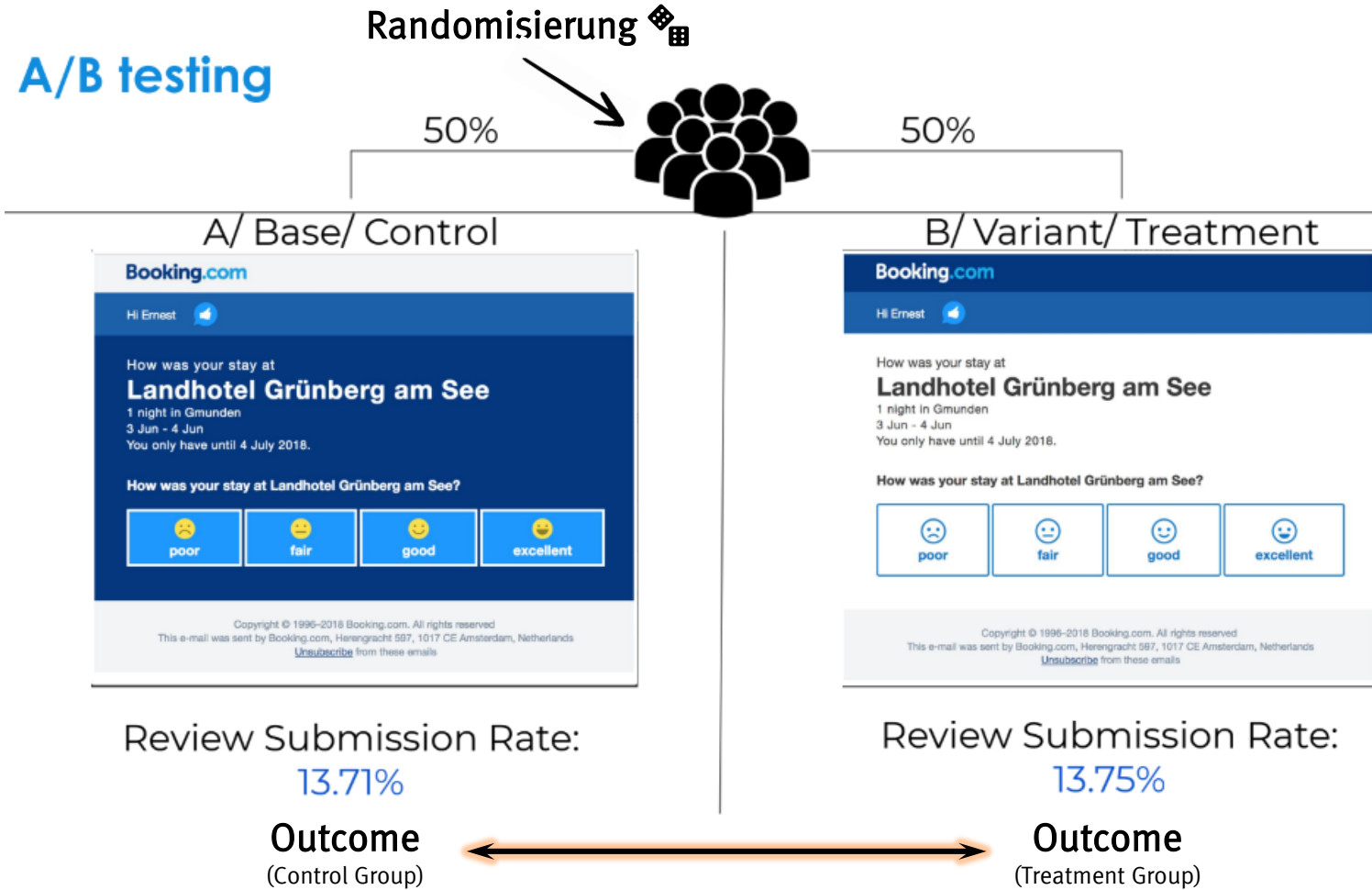


Booking.com

Quelle: [Präsentation von booking.com](#)

## 2 Das Kontrollierte Experiment

### Exkurs: Kontrollierte Experimente in der Internetökonomie (A/B Testing)



Quelle: [Präsentation von booking.com](#)

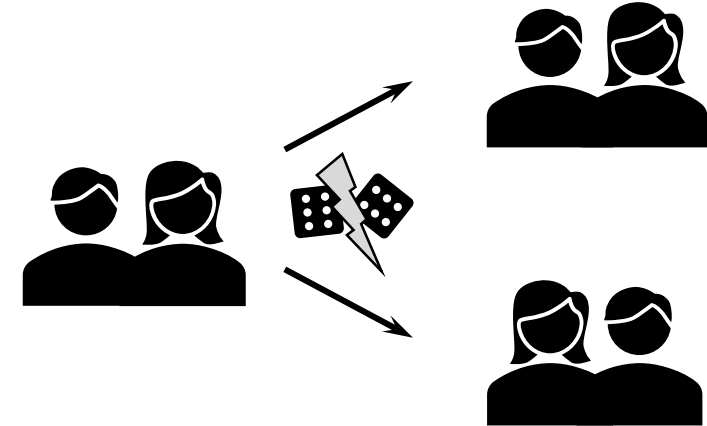
## 2 Das Kontrollierte Experiment

### 2.3 Messung eines kausalen Zusammenhangs

**Problem:** Häufig ist ein kontrolliertes Experiment aus ethischer, logistischer oder finanzieller Sicht unmöglich.

**Alternative:** Beobachtungsstudie (OBSERVATIONAL STUDY)

- » Beobachtung der Subjekte in der realen Welt ohne aktiv zu intervenieren, häufig retrospektiv
- » Subjekte nehmen das Treatment eigenständig (z.B. aufgrund von Anreizen, Zielen, Erwartungen) und unterliegen dadurch systematischen Unterschieden (SELF-SELECTION / SELECTION BIAS).



**Lösungsansatz A:** Suche nach einer Randomisierung, die „natürlich“ auftritt (AS-IF/QUASI RANDOM TREATMENT). Das sogenannte „natürliche Experiment“.

**Lösungsansatz B:** Nachträgliche Korrektur für systematische Unterschiede, d.h. SELECTION BIAS (um CONFOUNDER auszuschließen).

|   |                              |
|---|------------------------------|
| 1 | Einführung                   |
| 2 | Das Kontrollierte Experiment |
| 3 | Das Natürliche Experiment    |
| 4 | Korrektur für CONFOUNDER     |
| 5 | Fazit                        |



# 3 Das Natürliche Experiment

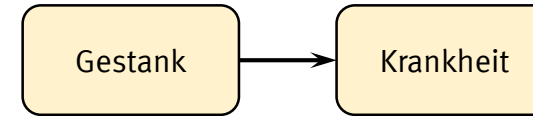
## 3.1 Ausbruch der 3. Cholera-Pandemie



A COURT FOR KING CHOLERA.

### Miasma-Theorie:

» Üble Gerüche/Gestank als Auslöser der Krankheit.



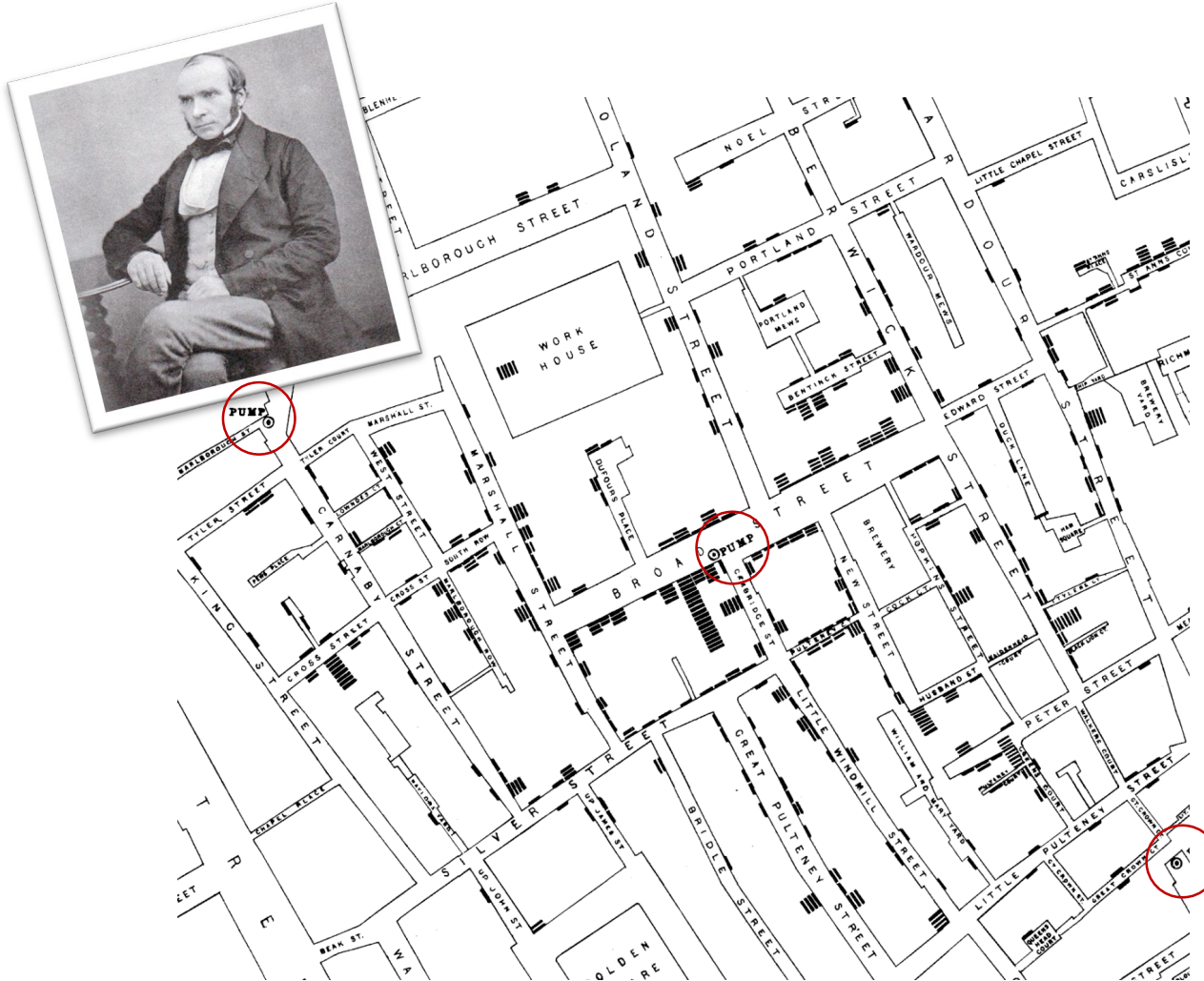
- » Durchaus plausibel, da Gerüche und Krankheiten häufig miteinander korrelieren.
- » Vermutung, dass die Krankheit durch das Vertreiben des Gestanks ausgelöscht werden kann (z.B. Luftzirkulation, Blumen, Schießpulver).
- » REVERSE CAUSALITY? OMITTED VARIABLE BIAS?

Quelle Beispiel: [Data 8, UC Berkeley](#)

Quelle Bild: Punch (1852)

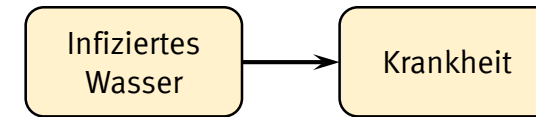
# 3 Das Natürliche Experiment

## 3.1 Ausbruch der 3. Cholera-Pandemie



### John Snow-Theorie:

- » Verunreinigtes Wasser als Auslöser der Krankheit.

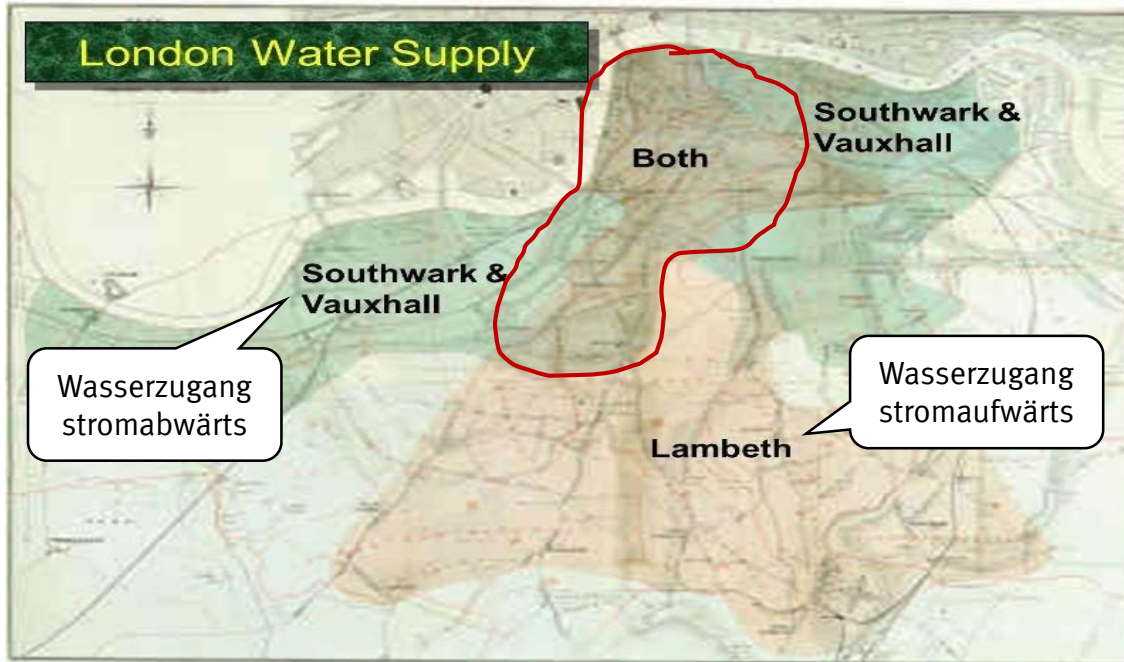


- » Selbst Bewohner:innen aus entfernteren Gebieten (mit eigenen Pumpen) kamen zur Broad Street Pump zur Wasserentnahme.
- » Dicht besiedelte Blöcke, etwa das Work House oder die Brewery, hatten hingegen eigene Pumpen.
- » Wo kommt das verunreinigte Wasser her?

Quelle Beispiel: [Data 8, UC Berkeley](#)

# 3 Das Natürliche Experiment

## 3.1 Ausbruch der 3. Cholera-Pandemie



**Hypothese:** Verunreinigtes Wasser von S&V (mit Wasserzugang stromabwärts) als Auslöser.

**Randomisierung:** In Gebieten, wo beide Anbieter tätig sind, wird angenommen, dass die Versorgung zufällig erfolgt (NATURAL EXPERIMENT). Es bestehen, im Durchschnitt, also keine systematischen Unterschiede zwischen den Einwohner:innen.

↳ Wann wäre diese Annahme unplausibel?

**Treatment Group:** Einwohner:innen im Zentrum, die Trinkwasser von S&V beziehen

**Control Group:** Einwohner:innen im Zentrum, die Trinkwasser von Lambeth beziehen

Die Differenz zwischen Treatment und Control Group beschreibt den **kausalen Effekt**

| Supply Area    | Number of houses | Cholera deaths | Deaths per 10,000 houses |
|----------------|------------------|----------------|--------------------------|
| S&V            | 40,046           | 1,263          | 315                      |
| Lambeth        | 26,107           | 98             | 37                       |
| Rest of London | 256,423          | 1,422          | 59                       |

Quelle Beispiel: [Data 8, UC Berkeley](#)



# 3 Das Natürliche Experiment

## 3.2 Andere Beispiele

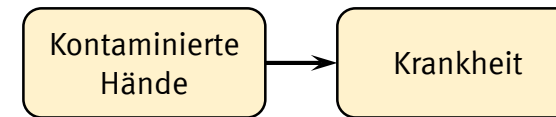
### Kindbettfieber in Wien der 1840er Jahre:

- » Schwangere Frauen werden im Allgemeinen Krankenhaus der Stadt Wien mit Verdacht auf Kinderbettfieber aufgenommen.
- » Zufällige Einweisung auf eine von zwei Kliniken:
  - Klinik 1 wird von Medizinstudent:innen und ausgebildeten Ärzten betrieben ☠
  - Klinik 2 wird ausschließlich von Hebammen betrieben

Table 2. Annual births, deaths, and mortality rates for newborns at the two clinics of the Vienna maternity hospital from 1841 to 1846.

|      | First Clinic |        |      | Second Clinic |        |      |
|------|--------------|--------|------|---------------|--------|------|
|      | Births       | Deaths | Rate | Births        | Deaths | Rate |
| 1841 | 2813         | 177    | 6.2  | 2252          | 91     | 4.04 |
| 1842 | 3037         | 279    | 9.1  | 2414          | 113    | 4.06 |
| 1843 | 2828         | 195    | 6.8  | 2570          | 130    | 5.05 |
| 1844 | 2917         | 251    | 8.6  | 2739          | 100    | 3.06 |
| 1845 | 3201         | 260    | 8.1  | 3017          | 97     | 3.02 |
| 1846 | 3533         | 235    | 6.5  | 3398          | 86     | 2.05 |

**Hypothese:** Verunreinigung der Hände mit ‘cadaverous particles’ als Auslöser für die Übersterblichkeit in Klinik 1.

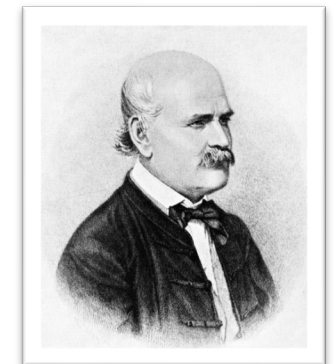


**Randomisierung:** Zufällige Einweisung von erkrankten Frauen auf die Kliniken.

**Treatment Group:** Frauen, die in Klinik 1 eingewiesen werden

**Control Group:** Frauen, die in Klinik 2 eingewiesen werden

Ignaz Philipp Semmelweis  
(Begründer heutiger Standards  
für medizinische Handhygiene)



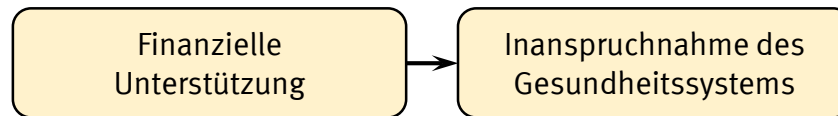
Quelle Beispiel: [Scott's Substack](#)

# 3 Das Natürliche Experiment

## 3.2 Andere Beispiele

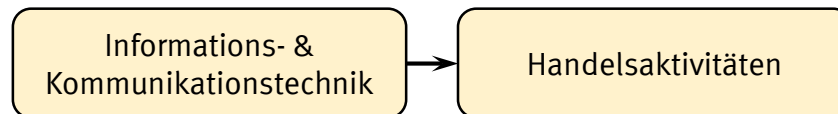
Häufig ist die Suche nach einer Randomisierung, die „natürlich“ auftritt (AS-IF RANDOM TREATMENT), ein Alleinstellungsmerkmal von guter und glaubwürdiger Forschung! Nachfolgend ein paar Beispiele:

### 1) Fragestellung:



- **Problem:** Menschen, die finanzielle Unterstützung erhalten, sind systematisch unterschiedlich.
- **Randomisierung:** Fixe Einkommensgrenzen determinieren, ob Bürger Anspruch auf finanzielle Hilfe haben. Menschen, die kurz unter bzw. oberhalb der Grenze liegen, unterscheiden sich per Annahme nicht systematisch.

### 2) Fragestellung:



- **Problem:** Firmen, die besseren Zugang zu Informations- & Kommunikationstechnik haben, sind systematisch unterschiedlich.
- **Randomisierung:** Sukzessiver Rollout der Breitbandanbindung in Norwegen. Firmen, die besseren Internetzugang haben, unterscheiden sich per Annahme nur noch durch ihren Firmensitz.

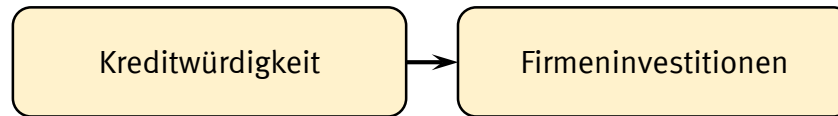
Quelle Beispiel: [Plausibly Exogenous Galore](#)

# 3 Das Natürliche Experiment

## 3.2 Andere Beispiele

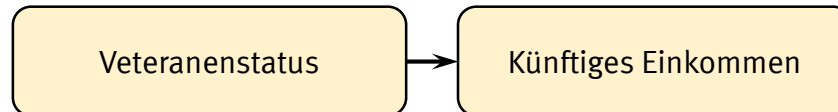
Häufig ist die Suche nach einer Randomisierung, die „natürlich“ auftritt (AS-IF RANDOM TREATMENT), ein Alleinstellungsmerkmal von guter und glaubwürdiger Forschung! Nachfolgend ein paar Beispiele:

### 3) Fragestellung:



- **Problem:** Firmen, mit besserer Kreditwürdigkeit, treffen systematisch andere Investitionsentscheidungen.
- **Randomisierung:** Methodik-Änderungen der Ratingagenturen. Unternehmen, die infolgedessen ein Upgrade oder Downgrade erhalten, werden per Annahme (quasi) zufällig ausgewählt.

### 4) Fragestellung:



- **Problem:** Menschen, die zum Militär gehen, sind systematisch unterschiedlich.
- **Randomisierung:** Die „Vietnamkrieg Draft Lottery“ in den USA führt dazu, dass Rekruten und nicht-Rekruten per Annahme nur zufällig unterschiedlich sind.

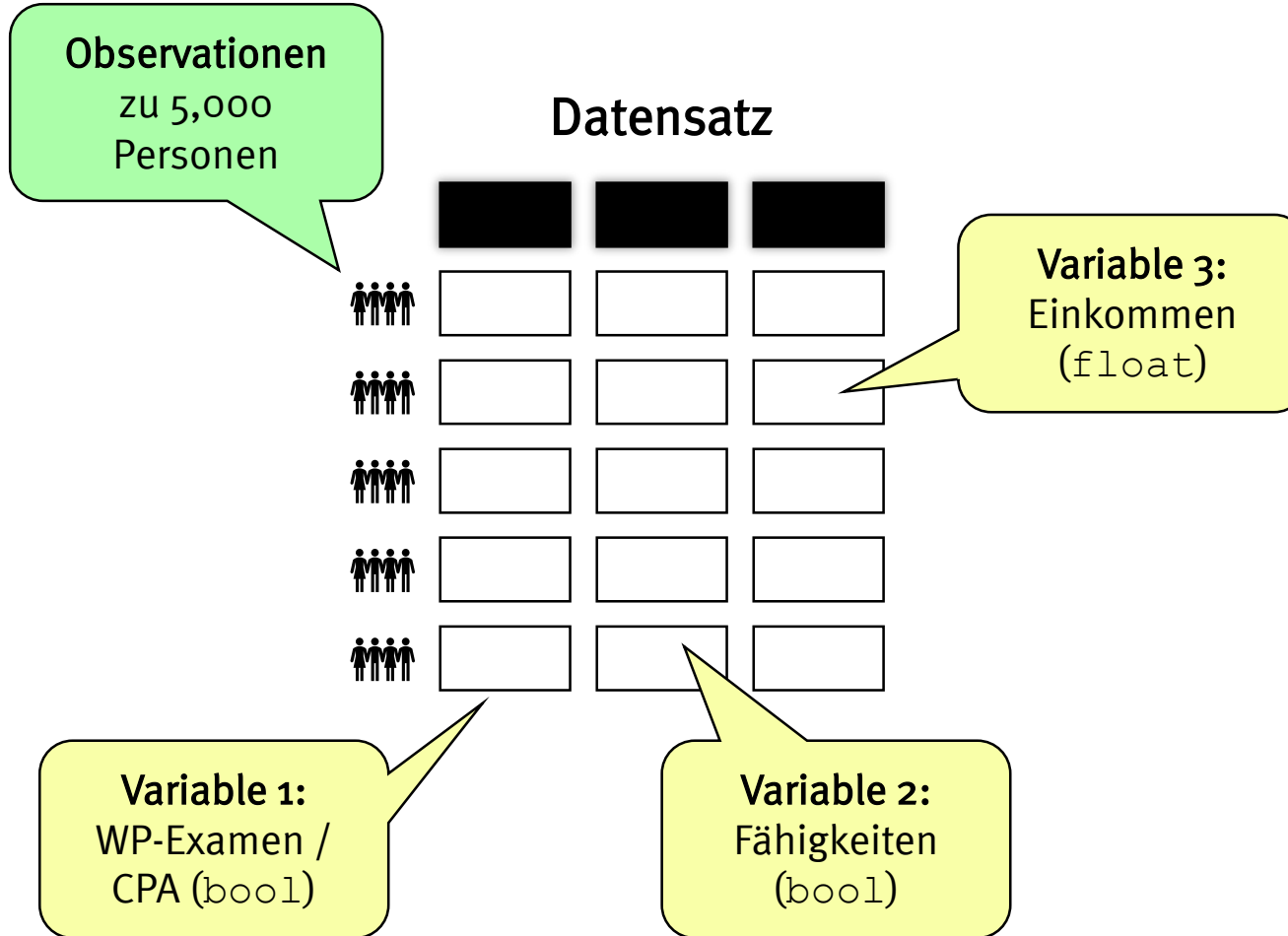
Quelle Beispiel: [Plausibly Exogenous Galore](#)



|   |                              |
|---|------------------------------|
| 1 | Einführung                   |
| 2 | Das Kontrollierte Experiment |
| 3 | Das Natürliche Experiment    |
| 4 | Korrektur für CONFOUNDER     |
| 5 | Fazit                        |

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.1 Beispiel – Datensatzbeschreibung

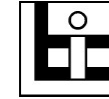


\* es handelt sich hier bei um einen  
simulierten (SYNTHETISCHEN) Datensatz

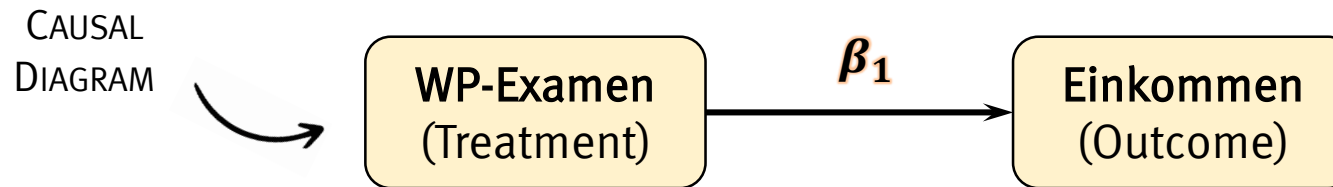
Quelle: [Whited et al. \(2022\)](#)

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.2 Der Effekt des Wirtschaftsprüfer-Examens auf das Einkommen



**Frage:** Was ist der Effekt eines WP-Examens auf das Einkommen?



1) Vergleich des durchschnittlichen Einkommens von WPs mit nicht WPs

oder

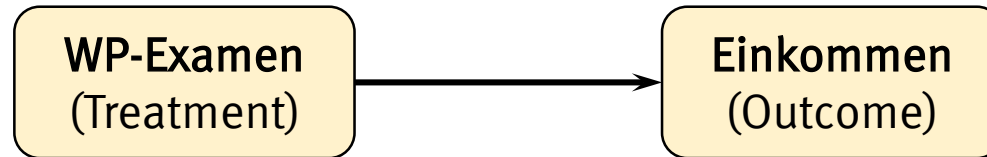
2) Berechnung eines linearen Regressionsmodells:

$$Einkommen = \beta_0 + \beta_1 \times WP + \varepsilon$$

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.2 Der Effekt des Wirtschaftsprüfer-Examens auf das Einkommen

**Frage:** Was ist der Effekt eines WP-Examens auf das Einkommen?



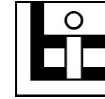
**Problem:** Personen mit einem abgeschlossenen WP-Examen haben systematisch andere Fähigkeiten als solche, die keines abgelegt haben (SELF-SELECTION).

**Lösung:** Verwendung einer **Kontrollvariable** für individuelle Fähigkeiten (CONFOUNDER)

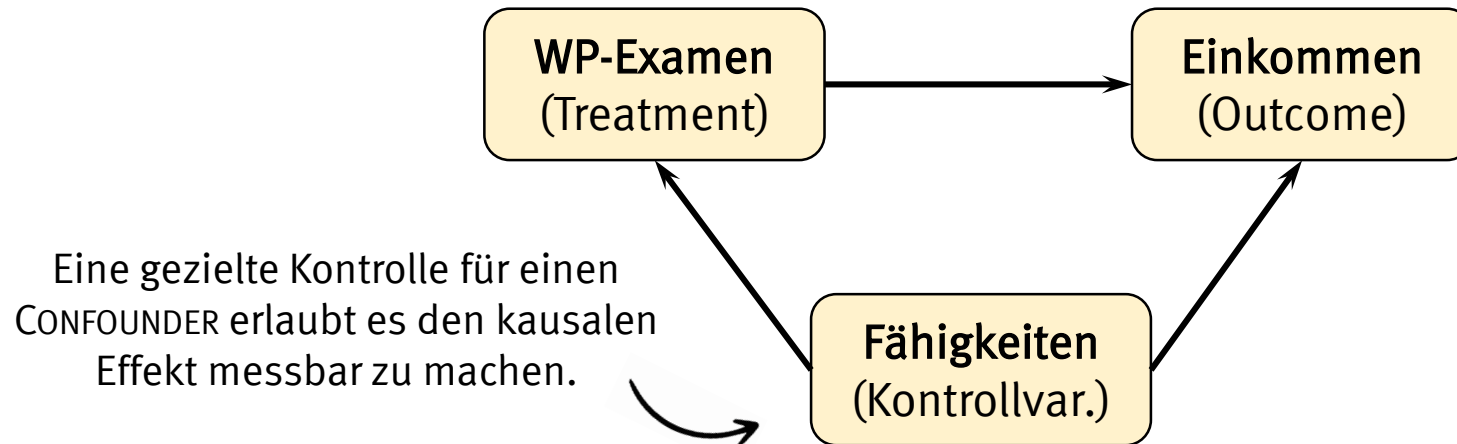
↳ Kontrollvariablen kontrollieren für systematische Unterschiede  
(Kontrollvariablen halten eine auftretende Veränderung (z.B. Fähigkeiten) konstant; sie ermöglichen einen Vergleich zwischen WPs und Nicht-WPs mit ansonsten gleichen Fähigkeiten)

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.2 Der Effekt des Wirtschaftsprüfer-Examens auf das Einkommen



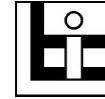
**Frage:** Was ist der kausale Effekt eines WP-Examens auf das Einkommen?



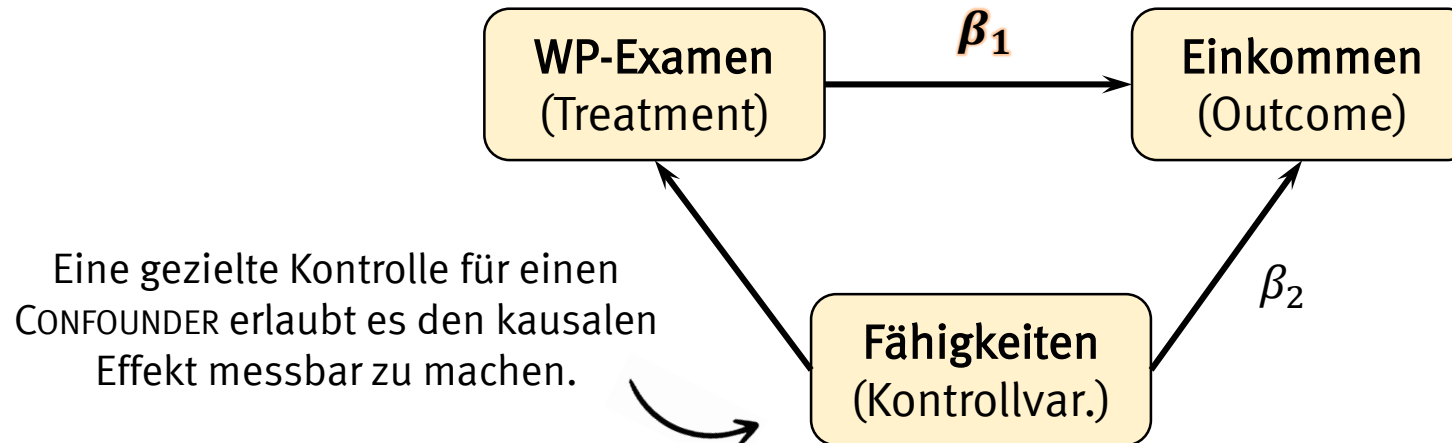
- 1) Vergleich des durchschnittlichen Einkommens von WPs mit nicht WPs, bei gleichen Fähigkeiten (c.p.). Der kausale Effekt ergibt sich dann als eine gewichtete Summe der Mittelwert-Differenzen.

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.2 Der Effekt des Wirtschaftsprüfer-Examens auf das Einkommen



**Frage:** Was ist der kausale Effekt eines WP-Examens auf das Einkommen?



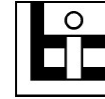
2) Berechnung eines **multiplen** linearen Regressionsmodells mit Kontrollvariable:

$$\text{Einkommen} = \beta_0 + \beta_1 \times \text{WP} + \beta_2 \times \text{Fähigkeiten} + \varepsilon$$

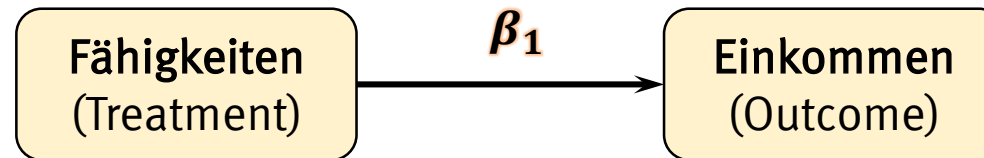


# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.3 Der Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen



**Frage:** Was ist der Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen?



1) Vergleich des durchschnittlichen Einkommens von Personen mit hohen und geringen Fähigkeiten  
oder

2) Berechnung eines linearen Regressionsmodells:

$$\text{Einkommen} = \beta_0 + \beta_1 \times \text{Fähigkeiten} + \varepsilon$$



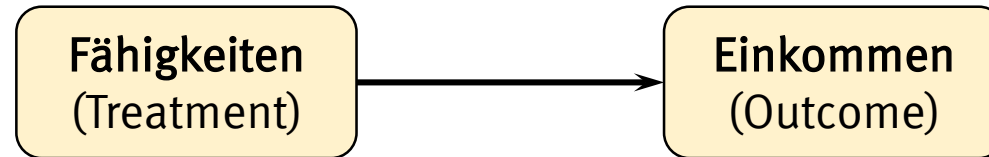
Live Session:  
5 Minuten



# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.3 Der Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen

**Frage:** Was ist der direkte Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen?

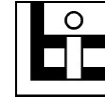


**Problem:** Die individuellen Fähigkeiten haben einen indirekten Einfluss auf das Einkommen, nämlich über den Umstand, ob ein WP-Exam abgelegt wurde oder nicht.

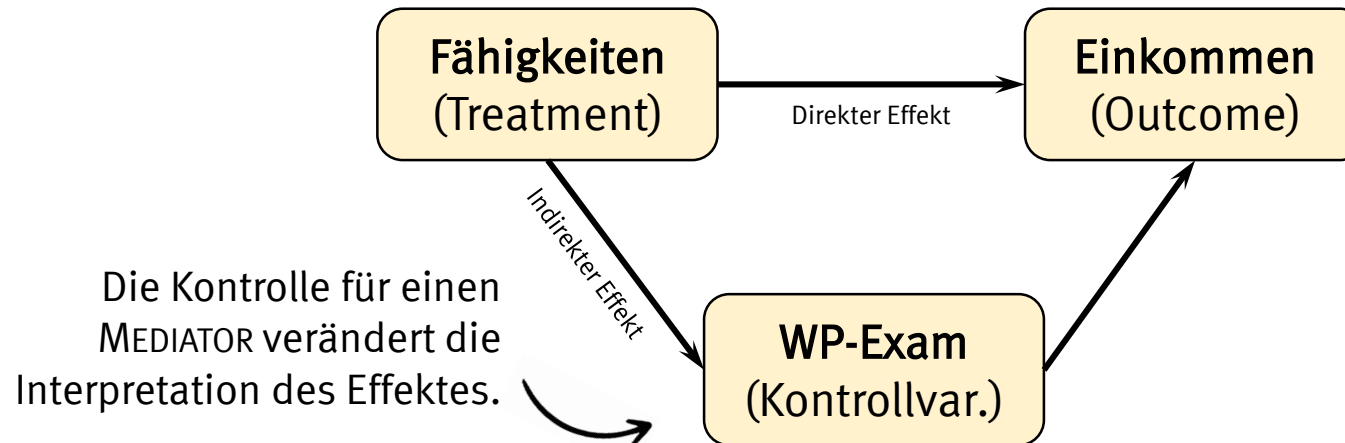
**Lösung:** Verwendung einer **Kontrollvariable** für WP-Exam  
(d.h. ermöglicht einen Vergleich zwischen Personen mit unterschiedlichen Fähigkeiten bei ansonsten gleicher Ausbildung)

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.3 Der Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen



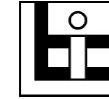
**Frage:** Was ist der direkte Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen?



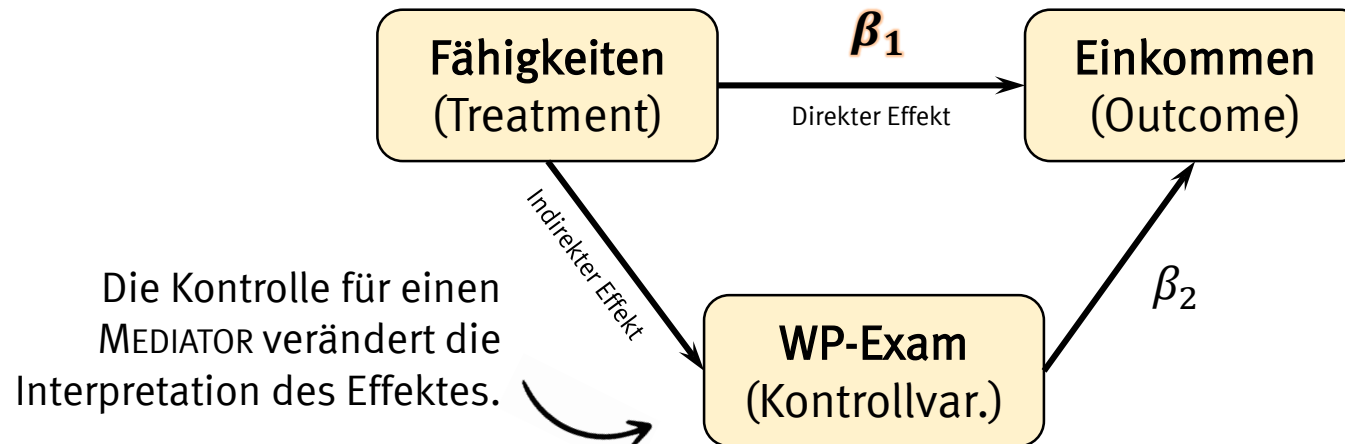
1) Vergleich des durchschnittlichen Einkommens von Personen mit hohen und geringen Fähigkeiten, bei gleichem Abschluss. Der direkte Effekt ergibt sich als eine gewichtete Summe der Mittelwert-Differenzen.

# 4 Korrektur für CONFOUNDER

## 4.3 Der Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen



**Frage:** Was ist der direkte Effekt der individuellen Fähigkeiten auf das Einkommen?



2) Berechnung eines **multiplen** linearen Regressionsmodells mit Kontrollvariable:

$$\text{Einkommen} = \beta_0 + \beta_1 \times \text{Fähigkeiten} + \beta_2 \times \text{WP} + \varepsilon$$



Live Session:  
5 Minuten



1

Einführung

2

Das Kontrollierte Experiment

3

Das Natürliche Experiment

4

Korrektur für CONFOUNDER

5

Fazit

- » Kausale Zusammenhänge herauszufinden ist schwer! Das ist insbesondere der Fall, wenn kein kontrolliertes Experiment durchgeführt werden kann.
- » Häufig lässt sich nur mit einem genaueren Blick auf die Datengrundlage und die statistische Analyse erkennen, ob kausale Zusammenhänge oder (Schein)Korrelationen vorliegen.
- » Glücklicherweise existieren Phänomene in der realen Welt, die dazu führen, dass es zu einer quasi-zufälligen Randomisierung von Subjekten kommt (NATURAL EXPERIMENTS). Alternativ kann für systematische Unterschiede zwischen Subjekten (CONFOUNDERS) mittels Kontrollvariablen kontrolliert werden.
- » Selbst wenn ein kontrolliertes Experiment möglich ist, gibt es diverse Fallstricke:
  - Sicherstellung der Randomisierung
  - Auswahl einer repräsentativen Control Group (inkl. Placebo)
  - Konsequente Umsetzung des Treatments
  - Stichprobengröße

