

$$1.) P(\omega_1) = \frac{3000}{3000+2000} = 0,6$$

$$P(\omega_2) = \frac{2000}{3000+2000} = 0,4$$

$$2.) P(\omega_1|x) = \frac{P(x|\omega_1) \cdot P(\omega_1)}{P(x)}$$

$$P(\omega_2|x) = \frac{P(x|\omega_2) \cdot P(\omega_2)}{P(x)}$$

$$P(x) = P(x|\omega_1) \cdot P(\omega_1) + P(x|\omega_2) \cdot P(\omega_2)$$

$$g^*(x) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } P(\omega_1|x) \geq P(\omega_2|x), \\ 2 & \text{wenn } P(\omega_1|x) < P(\omega_2|x) \end{cases}$$

im Bsp.:

$$P(x=1) = P(x|\omega_1) \cdot P(\omega_1) + P(x|\omega_2) \cdot P(\omega_2) = \frac{1}{6} \cdot 0,6 = 0,1$$

$$P(x=2) = P(x=3) = P(x=4) = \frac{1}{6} \cdot 0,6 + \frac{1}{6} \cdot 0,4 = \frac{1}{6}$$

$$P(x=6) = \frac{1}{6} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 = 0,233$$

$$P(\omega_1|x=1) = \frac{P(x|\omega_1) \cdot P(\omega_1)}{P(x)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot 0,6}{0,1} = 1$$

$$P(\omega_2|x=1) = \frac{P(x|\omega_2) \cdot P(\omega_2)}{P(x)} = \frac{0 \cdot 0,4}{0,1} = 0$$

$$P(\omega_1|x=2,3,4) = \frac{P(x|\omega_1) \cdot P(\omega_1)}{P(x)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot 0,6}{\frac{1}{6}} = 0,6$$

$$P(\omega_2|x=2,3,4) = 0,4$$

$$P(\omega_1|x=6) = \frac{\frac{1}{6} \cdot 0,6}{0,233} = \frac{3}{7}; \quad P(\omega_2|x=6) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,4}{0,233} = \frac{4}{7}$$



$$g^*(x=1) = 1 \quad \text{da } P(u_1|x) \geq P(u_2|x)$$

$$g^*(x=2,3,4) = 1$$

$$g^*(x=6) = 2 \quad \text{da } P(u_1|x) < P(u_2|x)$$



3.)

$$\begin{aligned}
 P_{\neq}(g) &= P(g \neq \omega(x)) = 1 - P(g = \omega(x)) \\
 &= 1 - (P(\omega_1|1) \cdot P(1) + P(\omega_1|2,3,4,5) \cdot P(2,3,4,5) \cdot 4 + P(\omega_2|6) \cdot P(6)) \\
 &= 1 - \left( 1 \cdot 0,1 + 0,6 \cdot \frac{7}{6} \cdot 4 + \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{30} \right) = \\
 &= 1 - \left( 0,1 + 0,4 + \frac{2}{15} \right) = \\
 &= 1 - 0,633 = \underline{\underline{0,367}}
 \end{aligned}$$

Fehlerwahrscheinlichkeit d. naiven Klassifikators

$$\begin{aligned}
 P_{\neq}(g) &= 1 - (P(\omega_1|1) \cdot P(1) + P(\omega_1|2,3,4,5) \cdot P(2,3,4,5) \cdot 4 + P(\omega_1|6) \cdot P(6)) = \\
 &= 1 - \left( 1 \cdot 0,1 + 0,6 \cdot \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{30} \right) = \\
 &= 1 - (0,1 + 0,4 + 0,1) = \\
 &= 1 - 0,6 = \underline{\underline{0,4}}
 \end{aligned}$$