

CART-KLASSIFIKATOR

PATTERN MATCHING & MACHINE LEARNING

F. FRETER, E. KIRCHBERGER,
S. SYMHOVEN & J. WUSTL

SOMMERSEMESTER 2023

20. JUNI 2022



Hochschule München
University of Applied Sciences
Fakultät für Informatik und Mathematik

- 1 Training und Aufbau des Baumes
- 2 Bewertungsmaße für einen Split
- 3 Overfitting und Pruning
- 4 Vor- und Nachteile
- 5 Verbesserungsmöglichkeiten & Ausblick

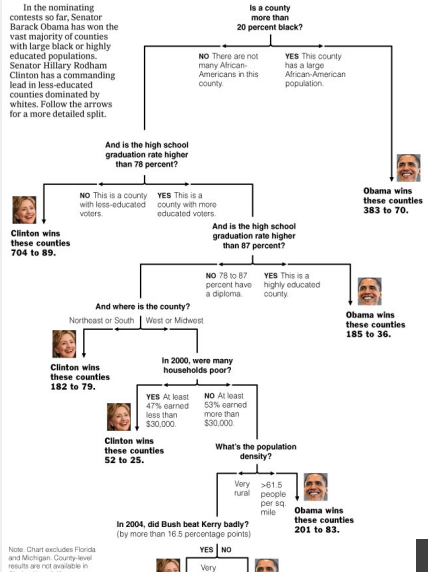
TRAINING UND AUFBAU DES BAUMES

CART: CLASSIFICATION AND REGRESSION TREES

CART-Algorithmen: Ist ein Binary-Decission Tree verfahren, welches für **Klassifizierung** (kategorisch) und **Regression** (kontinuierlich) verwendet werden kann.

Decision Tree: The Obama-Clinton Divide

In the nominating contests so far, Senator Barack Obama has won the vast majority of counties with large black or highly educated populations. Senator Hillary Rodham Clinton has a commanding lead in less-educated counties dominated by whites. Follow the arrows for a more detailed split.



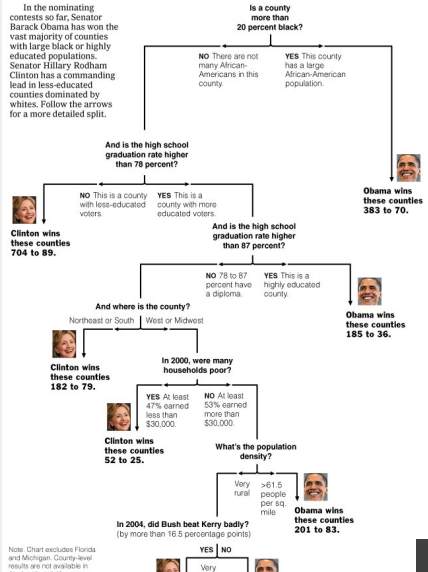
Note: Chart excludes Florida and Michigan. County-level results are not available in Montana, Utah, and Wyoming.

CART: CLASSIFICATION AND REGRESSION TREES

CART-Algorithmen: Ist ein Binary-Decission Tree verfahren, welches für **Klassifizierung** (kategorisch) und **Regression** (kontinuierlich) verwendet werden kann.

Decision Tree: The Obama-Clinton Divide

In the nominating contests so far, Senator Barack Obama has won the vast majority of counties with large black or highly educated populations. Senator Hillary Rodham Clinton has a commanding lead in less-educated counties dominated by whites. Follow the arrows for a more detailed split.



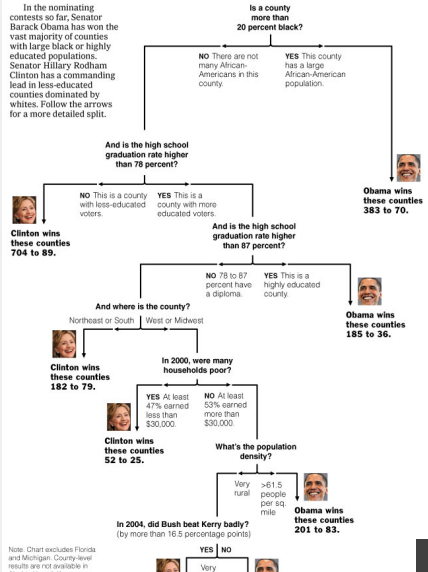
Note: Chart excludes Florida and Michigan. County-level results are not available in Montana, Utah, and Wyoming.

CART: CLASSIFICATION AND REGRESSION TREES

CART-Algorithmen: Ist ein Binary-Decission Tree verfahren, welches für **Klassifizierung** (kategorisch) und **Regression** (kontinuierlich) verwendet werden kann.

Decision Tree: The Obama-Clinton Divide

In the nominating contests so far, Senator Barack Obama has won the vast majority of counties with large black or highly educated populations. Senator Hillary Rodham Clinton has a commanding lead in less-educated counties dominated by whites. Follow the arrows for a more detailed split.



Note: Chart excludes Florida and Michigan. County-level results are not available in Montana, Utah, and Wyoming.

AUFBAU EINES CLASSIFICATION TREES

- **Root Node:** Startpunkt, enthält alle Daten und startet die Unterteilung (basierend auf Merkmal mit Informationsgewinn).
- **Decision Node:** Teilt Daten weiter auf, basierend auf Merkmalen.
- **Leaf Node:** Endpunkte repräsentieren finale Vorhersagen (basierend auf Merkmalen des gegebenen Datenpunkts). Keine weiteren sinnvollen Teilungen möglich.

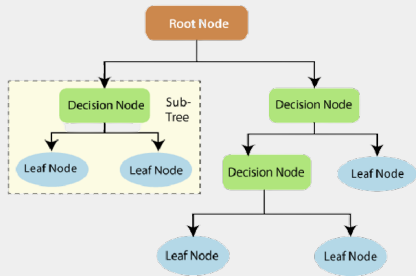


Abbildung: Decision Tree [?]

AUFBAU EINES CLASSIFICATION TREES

- **Root Node:** Startpunkt, enthält alle Daten und startet die Unterteilung (basierend auf Merkmal mit Informationsgewinn).
- **Decision Node:** Teilt Daten weiter auf, basierend auf Merkmalen.
- **Leaf Node:** Endpunkte repräsentieren finale Vorhersagen (basierend auf Merkmalen des gegebenen Datenpunkts). Keine weiteren sinnvollen Teilungen möglich.

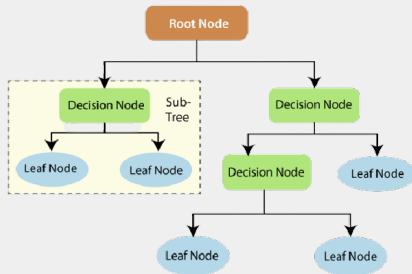


Abbildung: Decision Tree [?]

Ziel

Optimale Vorhersagen auf Basis von Eingangsmerkmalen.

Allgemeine Strategie: Eingangsdaten werden in P disjunkte Regionen R_1, \dots, R_P aufgeteilt. wobei jede Region R_p eine Entscheidungsklasse K_p repräsentiert.

Entscheidung: **Binary Splitting**, example.: $x_i \leq a$

■ Trainings Methodology:

- ▶ Aufteilung des Ausgangsraums R in R_1 und R_2
- ▶ Suche nach der besten Aufteilung für R_1 und R_2
- ▶ Wiederhole für alle erzeugten Regionen

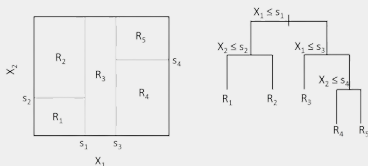


Abbildung: Rekursive Teilung
[?]

VORGEHEN BEI EINEM KLASSIFIKATIONSPROBLEM

Um ein neues Sample X zu klassifizieren,

- Test der Attribute von X um die zutreffende Region zu finden für die Klassenverteilung $n_r = (n_{c_1}, \dots, n_{c_k})$
- Die Wahrscheinlichkeit das ein Punkt $X \in \mathcal{R}$ zu einer Gruppe gehört, ist definiert durch

$$p(y = c|\mathcal{R}) = \frac{n_{c, \mathcal{R}}}{\sum_{c_i \in \mathcal{C}} n_{c_i, \mathcal{R}}}$$

- Ein neues Sample bekommt die Zuteilung welche am häufigsten in der jeweiligen Region ist. FORMEL 2

$$\hat{y} = \arg \max_c p(y = c|x) = \arg \max_c p(y = c|\mathcal{R}) = \arg \max_c n_{c, \mathcal{R}}$$

Problem: Wie finde ich den besten Split?

Direkte Optimierung schwer umsetzbar, da die Komplexität als NP-complete definiert ist.

Stattdessen:

- GREEDY: Bei jedem schritt wird die aktuell optimale Entscheidung getroffen

Hierbei wird eine Node aufgeteilt, wenn sie den Der Misclassification Error (ME) i_E an Node t .

$$i_E(t) = 1 - \max_c p(y = c|t)$$

Die Verbesserung bei Durchführung eines Splitts s von t zu t_R und t_L für $i(t) = i_E(t)$ ist wie folgt definiert:

$$\Delta i(s, t) = i(t) - p_L \cdot i(t_L) - p_R \cdot i(t_R)$$

PROBLEME

Problem 1: Kein Splitt durchgeführt $i_E(t) = \frac{40}{200}$, obwohl perfekte Klassifikation möglich.

$$x_1 \leq 5 : p_L \cdot i_E(t_L) - p_R \cdot i_E(t_R) = \frac{40}{200}$$

$$x_2 \leq 3 : p_L \cdot i_E(t_L) - p_R \cdot i_E(t_R) = \frac{40}{200}$$

Lösung: Ein Kriterium welches als mass für die Reinheit der Klassenverteilung an node t verwendet werden kann.

Problem 2:

Before split: (400, 400)

Split $a : \{(100, 300), (300, 100)\} \rightarrow i_E(t, a) = 0.25$

Split $b : \{(200, 400), (200, 0)\} \rightarrow i_E(t, b) = 0.25$

BEWERTUNGSMASSE FÜR EINEN SPLIT

BEWERTUNGSMASSE: GINI-INDEX, INFORMATIONSGEWINN & MISSCLASSIFICATION ERROR

■ Gini-Index

- ▶ Maß der Unreinheit einer Gruppe
- ▶ $Gini = 1 - \sum_{i=1}^k p_i^2$, wobei p_i die Wkt. der Klasse i ist.
- ▶ **Ziel:** Minimierung des gewichteten Gini-Indexes.

■ Informationsgewinn: Entropy

- ▶ Reduktion der Entropie durch den Split
- ▶ $IG = H(parent) - \sum_{j=1}^m \frac{n_j}{n} H(child_j)$, wobei H die Entropie ist.
- ▶ **Ziel:** Maximierung des Informationsgewinns.

■ Missclassification Error

- ▶ Der Misclassification Error (ME) ist ein Maß für die Fehlklassifizierung.
- ▶ $i_E(t) = 1 - \max_c p(y = c|t)$
- ▶ ME kann als Bewertungsmaß für die Baumkonstruktion verwendet werden.

Die Gini-Unreinheit misst die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Element aus der Menge falsch klassifiziert wird, wenn es nach dem Verteilungsmuster der Klassen in der Menge klassifiziert wird.

Die Gini-Unreinheit für einen Knoten t mit K Klassen kann wie folgt berechnet werden:

$$i_G(t) = \sum_{c_i \in C} \underbrace{\pi_{c_i}}_{\text{probability of picking element}} \cdot \underbrace{(1 - \pi_{c_i})}_{\text{probability is misclassified}}$$

OVERFITTING UND PRUNING

OVERFITTING IN DECISION TREES

- Ein vollständig gewachsener Decision Tree kann überangepasst sein (**Overfitting**).
- Dies kann durch Rauschen oder einen Mangel an repräsentativen Daten verursacht werden.
- **Ziel:** Erstellung eines Modells, das gut auf neue, ungesehene Daten verallgemeinert.

- Das Wachstum des Baums kann vorzeitig gestoppt werden.
- Alternativ kann der Baum zunächst vollständig wachsen und anschließend beschnitten werden (**Pruning**).
- Verschiedene Pruning-Methoden: Reduced Error Pruning, Minimum Description Length Pruning, Cost-Complexity Pruning.

COST-COMPLEXITY PRUNING

- **Ziel:** Verhindern von Overfitting durch Entfernen von Zweigen, die wenig zur Vorhersageleistung beitragen
- **Kostenkomplexitätspruning:** Gleichgewicht zwischen Baumgröße und Trainingsfehler
- **Kostenkomplexitätskriterium:**

$$C_{\alpha}(T) = C(T) + \alpha|T|, \text{ mit}$$

- ▶ $C(T)$ ist der Misclassification Error des Baumes T .
 - ▶ $|T|$ ist die Anzahl der terminalen Knoten des Baumes T .
 - ▶ α ist ein Komplexitätsparameter, der die Präferenz zwischen Baumgröße und Trainingsfehler steuert.
- Durch Variieren von α kann eine Sequenz optimaler Bäume ermittelt werden.
 - Kreuzvalidierung kann verwendet werden, um den optimalen Wert von α zu bestimmen.

VOR- UND NACHTEILE

Vorteile:

- leicht zu trainieren
- leicht zu interpretieren
- einfach zu visualisieren
- können mit verschiedenen Prädiktoren umgehen
→ keine Dummies erforderlich

Nachteile:

- nicht die besten Lerner
- reagieren empfindlich auf sich ändernde Trainingsdaten
- werden von den oben genannten Splits dominiert
→ erster Split beeinflusst stark die Form des gesamten Baums

VERBESSERUNGSMÖGLICHKEITEN & AUSBLICK

- **Stacking:** Ensemble-Lern-Technik. Mehrere CART-Modelle kombiniert werden. Ausgaben der einzelnen Modelle werden als Eingabe für ein Meta-Modell verwendet.
- **Bayesian Model Averaging:** Modellselektion. Mehrere Modelle auf der Grundlage von Bayes'schen Wahrscheinlichkeiten kombiniert werden.
- **Bagging:** Ensemble-Lern-Technik. Mehrere CART-Modelle werden auf unterschiedlichen Stichproben der Daten trainiert.
- **Random Forests:** Ensemble-Lern-Modell. Besteht aus vielen unkorrelierten Entscheidungsbäumen, die auf zufälligen Untergruppen der Daten trainiert werden.
- **Boosting:** Ensemble-Lern-Technik. Sequentielle Anordnung von schwachen CART-Modellen, wobei jeder Baum versucht, die Fehler des vorherigen Baums zu korrigieren.

REFERENCES I

FRAGEN, KRITIK ODER ANREGUNGEN?