Rozwiązywanie Problemu Mobilnego Złodzieja za pomocą algorytmu genetycznego

Szymon Woźniak, 235040

21.03.2019

1 Wstęp teoretyczny

Rozwiązywany "Problem Mobilnego Złodzieja" jest złożeniem dwóch trudnych problemów optymalizacyjnych - plecakowego i komiwojażera.

1.1 Problem plecakowy

W problemie plecakowym mamy do dyspozycji plecak o zadanej pojemności C i zbiór N przedmiotów $x_1, x_2, ..., x_N$. Każdy z nich posiada określoną wagę w_i i wartość p_i. Celem jest wybranie takiego podzbioru dostępnych przedmiotów, żeby zmaksymalizować zysk, jednocześnie nie przekraczając pojemności plecaka. Maksymalizowana funkcja ma zatem postać:

$$g(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i y_i \tag{1}$$

, przy ograniczeniu:

$$\sum_{i=1}^{N} w_i < C \tag{2}$$

Symbole użyte w równaniach 1 i 2 oznaczają odpowiednio:

- y - strategia wyboru przedmiotów,
- p_i - wartość i-tego przedmiotu,
- y_i - to czy dany przedmiot został zabrany czy nie (1 albo 0).

W przypadku "Problemu Mobilnego Złodzieja" każdy przedmiot ma dodatkowo przypisane miasto, z którego może on zostać zabrany.

1.2 Problem komiwojażera

Problem komiwojażera w przypadku tego zadania składa się z N miast i odległości między każdą parą. Celem jest wybranie takiej trasy, która przechodzi przez każde z miast dokładnie raz, przy minimalnym czasie podróży:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N-1} (t_{x_i, x_{i+1}}) + t_{x_N, x_1} \tag{3}$$

, gdzie:

- x - wybrana trasa,
- $t_{x_i, x_{i+1}}$ - czas przejścia pomiędzy miastem i a miastem $i+1$.

Czas przejścia pomiędzy dwoma miastami może być obliczony ze wzoru:

$$t_{x_i, x_{i+1}} = \frac{d_{x_i, x_{i+1}}}{v_{i, i+1}} \tag{4}$$

, gdzie:

- $d_{x_i,x_{i+1}}$ - odległość pomiędzy miastem i a miastem $i+1$,
- $v_{x_i,x_{i+1}}$ - prędkość na trasie pomiedzy miastem i a miastem $i+1$.

1.3 Problem Mobilnego Złodzieja

Dwa powyższe problemy zostały ze sobą silnie powiązane poprzez sposób ich definicji. Wspomniana w równaniu 4 prędkość jest zależna od przedmiotów, które zostały zabrane z miast odwiedzonych na trasie przed miastem
o indeksie i. Oznacza to, że znalezienie optimów każdego z podproblemów najprawdopodobniej nie daje rozwiązania globalnie optymalnego. Finalnym celem "Problemu Mobilnego Złodzieja" jest zatem maksymalizacja:

$$G(x,y) = g(y) - f(x,y) \tag{5}$$

czyli różnicy sumy wartości wybranych przedmiotów i czasu przejścia trasy przy danym wyborze przedmiotów.

1.4 Algorytm genetyczny

Algorytm genetyczny jest metaheurystyką stosowaną w optymalizacji, wzorowaną na biologicznej ewolucji. GA operuje na populacjach rozwiązań, z których do każdej kolejnej generacji wybierani są rodzice. Wyższe prawdopodobieństwo przekazania genów, mają osobniki o wyższym przystosowaniu. Dodatkowo wprowadza się tu pojęcia krzyżowania i mutacji. Pierwsze z nich określa sposób łączenia materiału genetycznego rodziców przy przekazywaniu ich potomkom. Drugie z kolei definiuje znaną z ewolucji przypadkową, występującą w wyniku błędu, zmianę informacji genetycznej. Może ona jednak potencjalnie wprowadzać do populacji pożądane cechy, zwiększające szanse danego osobnika na przeżycie.

Aby skorzystać z tej metaheurystyki, należy więc zdefiniować wszystkie wymienione wcześniej pojęcia w kontekście rozwiązywanego problemu. Potrzeba zdefiniować: potencjalne rozwiązanie, operacje selekcji, krzyżowania, mutacji i funkcję oceny osobnika.

2 Plan pracy

W pierwszej części pracy krótko opisane zostaną istotne cechy zaimplementowanego algorytmu genetycznego i modelu problemu. Następnie dla 5 wybranych przypadków testowych zostaną przeprowadzone badania działania metody. W następnej kolejności przebadany będzie wpływ poszczególnych jej parametrów i wybranego operatora selekcji, na jakość otrzymywanych wyników. W końcowej części skuteczność algorytmu genetycznego zostanie porównana ze skutecznością wybranych metod nieewolucyjnych.

3 Cechy algorytmu i modelu

W tej sekcji opisanych zostanie kilka, istotnych z punktu badań, cech zaimplementowanego modelu problemu i algorytmu genetycznego.

3.1 Parametry algorytmu genetycznego

W zaimplementowanym algorytmie genetycznym wyróżnia się następujące parametry sterujące jego działaniem:

- *pop_size* - wielkość populacji,
- *gen* - liczba generacji przed zatrzymaniem działania,
- Px - prawdopodobieństwo, że dwa osobniki zostaną skrzyżowane,
- Pm - prawdopodobieństwo mutacji, którego dokładna definicja zostanie podana w sekcji 3.3,
- *tour* - wielkość turnieju, dla badań wykorzystujących selekcję turniejową

3.2 Operator krzyżowania

Z racji na specyfikę problemu, do przeprowadzenia badań zaimplementowany został wyspecjalizowany operator krzyżowania - OX (*Order Crossover*). Pierwsza część jego działania polega na wyborze losowej podsekwencji genów z jednego z rodziców i skopiowaniu ich do genotypu dziecka w niezmienionej kolejności. Następnie reszta pustych genów jest uzupełniana od lewej do prawej strony wartościami genów z drugiego z rodziców, które nie występują jeszcze w genotypie dziecka. W ten sposób zachowana zostaje poprawność permutacji.

3.3 Operator mutacji

Do rozwiązania problemu wybrany został operator mutacji, którego działanie polega na zamianie 2 losowo wybranych genów w rozwiązaniu. Dodatkowo zostały przeanalizowane 2 możliwe podejścia do tego typu mutacji.
Pierwsze z nich dla każdego osobnika, z pewnym prawdopodobieństwiem wykonuje jedną losową zamianę 2 genów. Niestety to rozwiązanie okazało się nie dawać wystarczającej możliwości manipulacji różnorodnością populacji.
Drugie podejście dla każdego genu każdego z osobników, z pewnym prawdopodobieństwiem wykonuje

4 Badanie działania

5 Badanie wpływu parametrów metody na wyniki działania

5.1 Wpływ prawdopodobieństwa krzyżowania i mutacji

5.2 Wpływ rozmiaru populacji i liczby pokoleń

6 Badanie wpływu selekcji na skuteczność algorytmu genetycznego

7 Porównanie skuteczności algorytmu genetycznego z wynikami metod nieewolucyjnych

8 Podsumowanie