

CONTROL DIGITAL

Área Automatización y Robótica

Profesor: Juan David Núñez López, M. Sc.

SEMESTRE 02-2021

Ajuste de controladores digitales por asignación de polos

Controladores por asignación de polos

Existen aplicaciones donde las estrategias de control no son efectivas debido a diversos factores tales como:

- Oscilaciones en la malla de control (Efecto timbre estudiado)
- Perturbaciones.
- Las estrategias de control simplemente no son adecuadas para los sistemas.

Se debe pensar en realizar técnicas de control más sofisticadas, con el objetivo de garantizar las especificaciones de desempeño del sistema de control.

Controladores por asignación de polos

Se busca que el comportamiento dinámico del sistema de control cumpla requisitos de diseño como:

- Velocidad de respuesta
- Tiempo de establecimiento
- Margen de ganancia

Esto exige que la ecuación característica del sistema sea igual a un polinomio propuesto.

➤ Determinar los polos de lazo cerrado deseados.

Controlador RST (Reference Signal Tracking)

Controlador seguimiento a referencia por su siglas en inglés. Es un primer método de asignación de polos.

1. Debe conocerse a priori el modelo matemático que representa la dinámica de la planta: **Función de Transferencia**.
2. Así poder **manipular la ubicación de los polos en el lazo cerrado de control y poderlos ubicar en el lugar deseado** para obtener una respuesta especificada.
3. **El comportamiento dinámico del lazo cerrado es especificado por el usuario.**

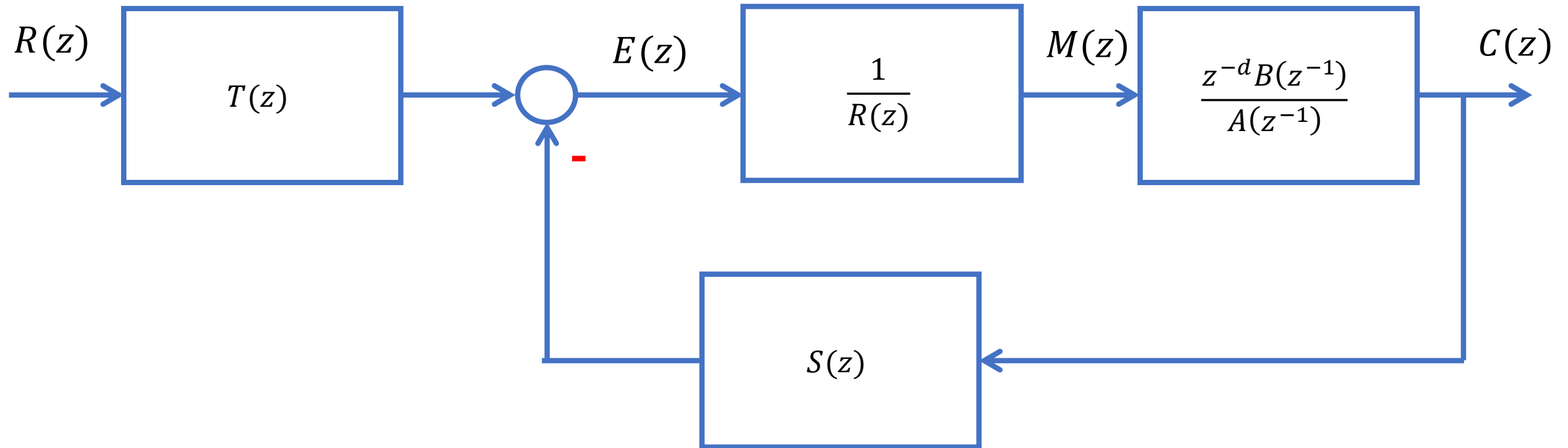
Usaremos la siguiente representación en el dominio discreto:

$$G(z) = \frac{z^{-d} B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

d es un retardo en tiempo discreto.

Controlador RST (Reference Signal Tracking)

La ley de control en la asignación de polos que obedece a una estructura RST se puede expresar de la siguiente forma:



Controlador RST (Reference Signal Tracking)

A partir del diagrama de bloques **se puede establecer la siguiente ley de control**, trabajando con la forma en filtros digitales:

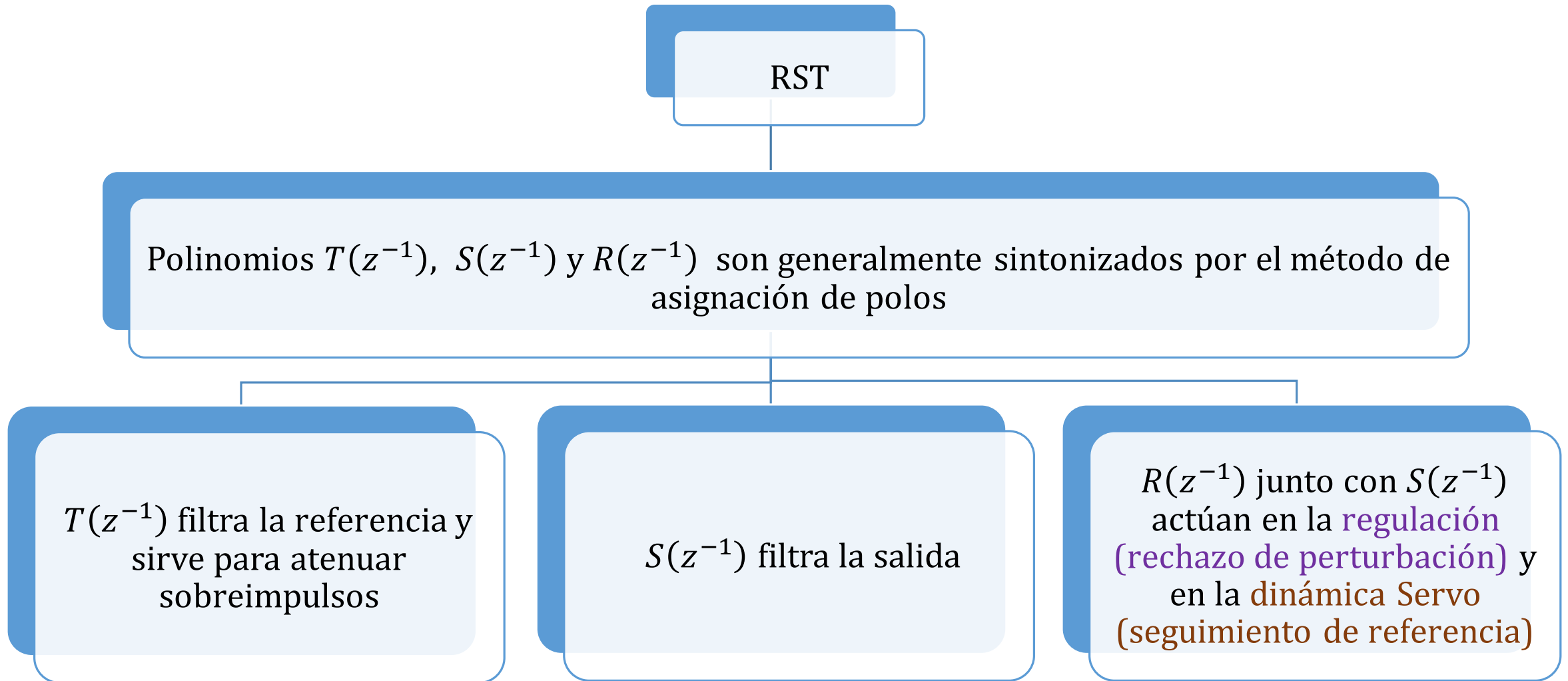
$$R(z^{-1})M(z) = T(z^{-1})R(z) - S(z^{-1})C(z)$$

En donde

$$G_{PID}(z) = \frac{S(z^{-1})}{R(z^{-1})}$$

Es decir, $S(z^{-1})$ es el polinomio del numerador de un controlador *PID* y $R(z^{-1})$ tiene una forma adecuada para lograr el control RST.

Controlador RST (Reference Signal Tracking)



Controlador RST (Reference Signal Tracking)

La función de transferencia en lazo cerrado del sistema de control es :

$$G_{CL}(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z^{-d}B(z^{-1})T(z^{-1})}{A(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})}$$

La ecuación característica $A(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})$ se iguala a un polinomio con la dinámica deseada y se hallan los coeficientes de $R(z^{-1})$ y $S(z^{-1})$

$$Q(z^{-1}) = A(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})$$

Controlador RST (Reference Signal Tracking)

Para que la relación tenga solución única se debe cumplir con lo siguiente para R y S :

- Grado R

$$n_R = n_B + d - 1$$

- Grado S

$$n_S = n_A - 1$$

- Grado Q

$$n_Q = \max[(n_A + n_R), (n_B + n_S + d)]$$

Controlador RST (Reference Signal Tracking)

Así

$$G_{CL}(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{z^{-d} B(z^{-1}) T(z^{-1})}{Q(z^{-1})}$$

Para hallar $T(z^{-1})$ se considera que el sistema llega al estado estable y $C(z) = R(z)$, aplicando TVF, donde $z=1$, se tiene que:

$$T(1) = \frac{Q(1)}{B(1)}$$

RST: dinámica de orden 1

$$Q(s) = \tau s + 1 \quad \leftrightarrow \quad Q(z^{-1}) = 1 - p_1 z^{-1}$$

p_1 es el polo deseado y cumple que

$$p_1 = e^{-\frac{T}{\tau}}$$

Recomendación práctica:

- Puede optarse por establecerlo en el siguiente rango $0.6 < p_1 < 0.9$.
- Polo cerca del 1: el controlador va a ser más conservador, y la respuesta va a ser lenta.
- Polo cerca del cero: el controlador va a ser agresivo dando una dinámica mas rápida

RST: dinámica de orden 2

$$Q(s) = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \quad \leftrightarrow \quad Q(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}$$

p_1 y p_2 son los polos deseados.

$$p_1 = -2e^{-\xi\omega_n T} \cos\left(\omega_n T \sqrt{1 - \xi^2}\right)$$

Ojo: ángulo en radianes!

$$p_2 = e^{-2\xi\omega_n T}$$

Controlador RST (Reference Signal Tracking)

- El controlador es capaz de controlar procesos lentos, oscilatorios o inestables en lazo abierto, siempre y cuando en el proceso no exista ninguna restricción sobre la naturaleza física de la planta.
- Esta configuración es conocida como un control RST posicional: no posee una acción integradora dentro del lazo de control para el rechazo de perturbaciones y por lo tanto es posible que presente un error en estado estacionario cuando el disturbio es un escalón.
- RST Incremental: agrega corrección en estado estable.