CONTROLADORES TIPO DEADBEAT

Controlador Deadbeat de Orden Normal DB(m)

Se caracteriza porque con él, ante un cambio en escalón en el set-point, la salida del sistema alcanza un nuevo estado de equilibrio al cabo de un tiempo de establecimiento finito definido, con error de estado estable igual a cero.

Si la función de transferencia de pulso del sistema está dada por:

$$HG(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_m z^{-m}}$$

El controlador Deadbeat de orden normal DB(m), está dado por:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{q_0 A(z^{-1})}{1 - q_0 B(z^{-1})}$$

En donde:

$$q_0 = \frac{1}{\sum b_i} = \frac{1}{b_1 + b_2 + \cdots b_m}$$

CONTROLADOR TIPO DEADBEAT (1)

Controlador Deadbeat de Orden Incrementado DB(m+1)

Si el tiempo de establecimiento se incrementa de m a $m+1$, es posible elegir un valor inicial para la variable manipulada m(0), con el fin de evitar señales de actuación muy altas sobre el elemento final de control.

Si la función de transferencia de pulso del sistema está dada por:

$$HG(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_m z^{-m}}$$

El controlador Deadbeat de orden incrementado está dado por:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{q_0 A(z^{-1})[1 - z^{-1}/\alpha]}{1 - q_0 B(z^{-1})[1 - z^{-1}/\alpha]}$$

En donde:

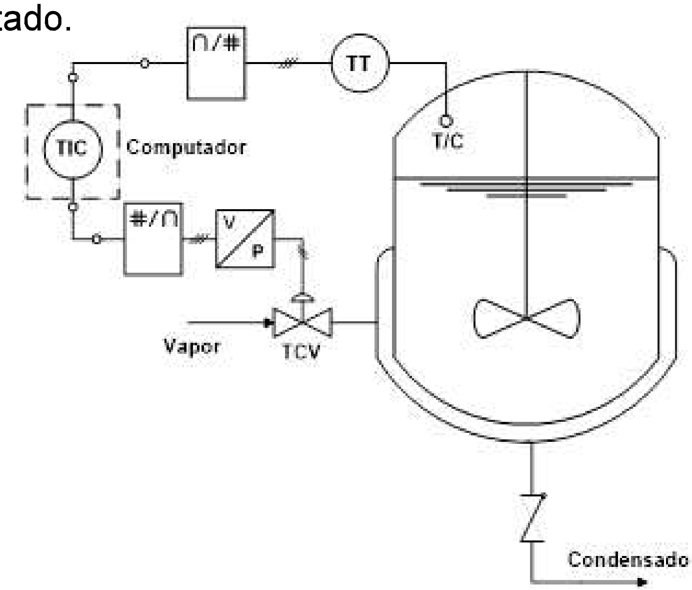
$$q_0 = \frac{1}{(1 - a_1)\sum b_i} \qquad \alpha = \frac{1}{a_1}$$

EJEMPLO CONTROLADOR DEADBEAT

La figura representa una marmita en la cual, el sistema de control, debe mantener la temperatura del producto en el valor deseado manipulando el flujo de vapor hacia la camisa. El proceso se puede modelar como un sistema de segundo orden con retardo (tiempos en minutos), así:

$$G_p(S) = \frac{0.5e^{0.5S}}{(22S+1)(2.8S+1)} \qquad T = 5\,min$$

Diseñar para el sistema, un controlador a) Deadbeat de orden normal b) Deadbeat de orden incrementado.



SOLUCIÓN CONTROL DEADBEAT DE ORDEN NORMAL

Con $T = 5\,min$, y aplicando la transformada z modificada:

$$HG(z) = (1 - z^{-1})z^{-N}\Im_m\left\{\frac{G(S)}{S}\right\} \qquad G(S) = \frac{0.5}{(22S+1)(2.8S+1)}$$

$$HG(Z) = \frac{0.04768(z+0.7674)(z+0.004)}{z(z-0.7967)(z-0.1677)} = \frac{0.04768z^{-1} + 0.03678z^{-2} + 0.000145z^{-3}}{1 - 0.9644z^{-1} + 0.1336z^{-2}}$$

$a_1 = -0.9644 \quad a_2 = 0.1336 \quad b_1 = 0.0004768 \quad b_2 = 0.03678 \quad b_3 = 0.000145$

Para el controlador Deadbeat de orden normal: $\sum b_i = 0.0846$.

$$q_0 = \frac{1}{\sum b_i} = \frac{1}{0.0846} = 11.8196 \qquad D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{q_0 A(z^{-1})}{1 - q_0 B(z^{-1})}$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{11.8196(1 - 0.9644z^{-1} + 0.1336z^{-2})}{1 - 11.8196(0.04768z^{-1} + 0.03678z^{-2} + 0.000145z^{-3})}$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{11.8196 - 11.3988z^{-1} + 1.5791z^{-2}}{1 - 0.56355z^{-1} - 0.43472z^{-2} - 0.00171z^{-3}}$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{11.8196(z-0.7967)(z-0.1677)}{(z-1)(z+0.4325)(z+0.004)}$$

SOLUCIÓN DEADBEAT DE ORDEN INCREMENTADO

Para el controlador Deadbeat de orden incrementado, se utilizan las ecuaciones:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{q_0 A(z^{-1})[1 - z^{-1}/\alpha]}{1 - q_0 B(z^{-1})[1 - z^{-1}/\alpha]}$$

$$q_0 = \frac{1}{(1 - a_1)\sum b_i} \qquad q_0 = \frac{1}{(1 + 0.9644) * 0.084605} \qquad q_0 = 6.0172$$

$$\alpha = \frac{q_0 \sum b_i}{q_0 \sum b_i - 1} = \frac{1}{a_1} = -\frac{1}{0.9644}$$

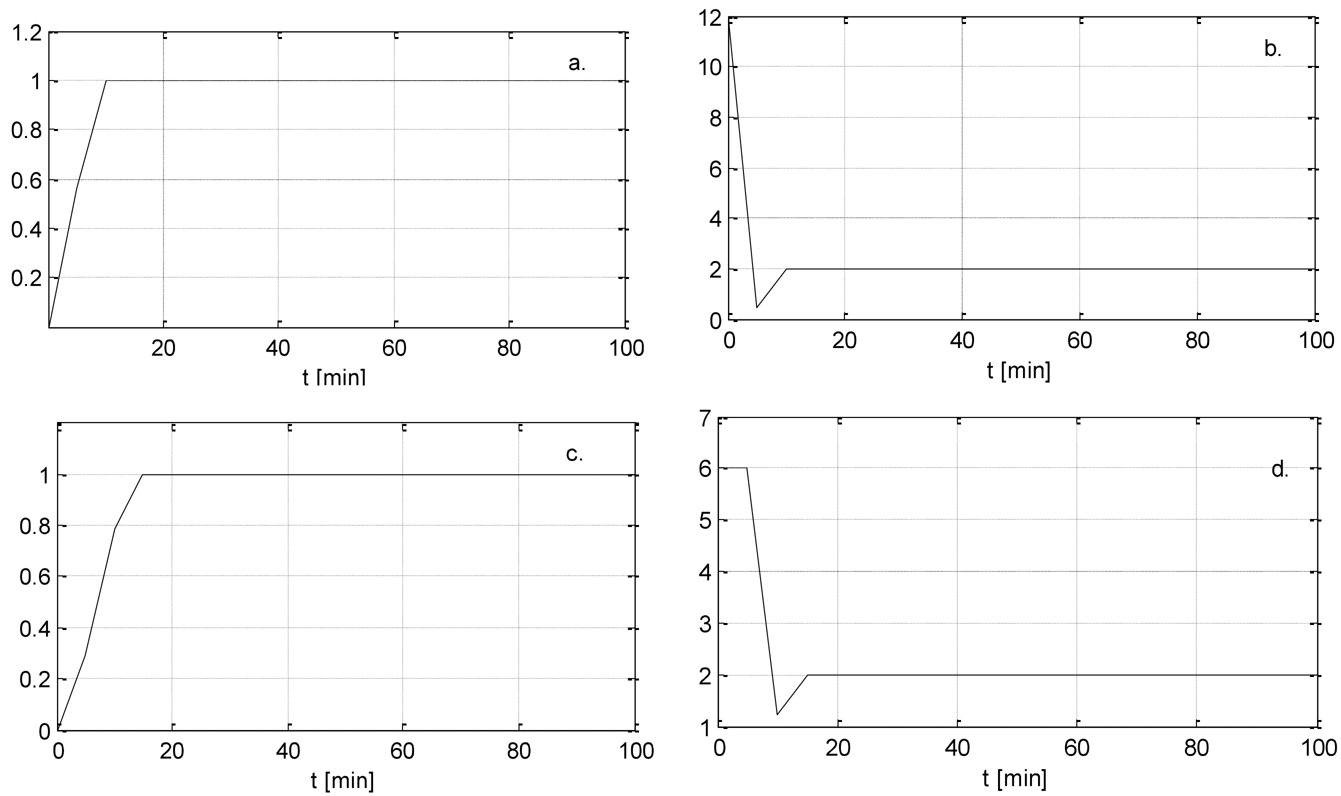
Con estos parámetros el controlador es:

$$D(z) = \frac{6.0172(1 - 0.9644z^{-1} + 0.1336z^{-2})(1 + 0.9644z^{-1})}{1 - 6.0172(0.04768z^{-1} + 0.03678z^{-2} + 0.000145z^{-3})(1 + 0.9644z^{-1})}$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{6.0172 - 4.79226z^{-2} + 0.77524z^{-3}}{1 - 0.28688z^{-1} - 0.49797z^{-2} - 0.21429z^{-3} - 0.000842z^{-4}}$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{6.0172z(z + 0.9644)(z - 0.7967)(z - 0.1677)}{(z - 1)(z + 0.004)(z^2 + 0.7092z + 0.21235)}$$

RESPUESTA DEL SISTEMA CON LOS CONTROLADORES DEADBEAT



Respuesta del sistema a) Con Db(m) c) Con Db(m+1). Acción sobre el E.F.C b) Con Db(m) d) Con Db(m+1)

ALGORITMO DE DALHIN

Se aplica para sistemas con función de transferencia dada por:

$$HG(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{K\prod(z - z_i)e^{-\theta' S}}{\prod(z - p_i)}$$

Con este algoritmo de control se asume que el proceso con el controlador, en lazo cerrado, se comporta como un sistema de primer orden con retardo, es decir:

$$G_w(z) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{\lambda e^{-\theta'}}{S + \lambda}$$

En donde: θ' es el retardo del proceso y $1/\lambda$ corresponde a la constante de tiempo del sistema deseado en lazo cerrado y se puede utilizar como parámetro de ajuste.

La ecuación del controlador tipo Dalhin está dada por:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1}{HG(z)} * \frac{(1 - e^{-\lambda T})z^{-N-1}}{[1 - e^{-\lambda T}z^{-1} - (1 - e^{-\lambda T})z^{-N-1}]}$$

Siendo T el tiempo de muestreo y $N = \theta'/T = 0, 1, 2, 3...$

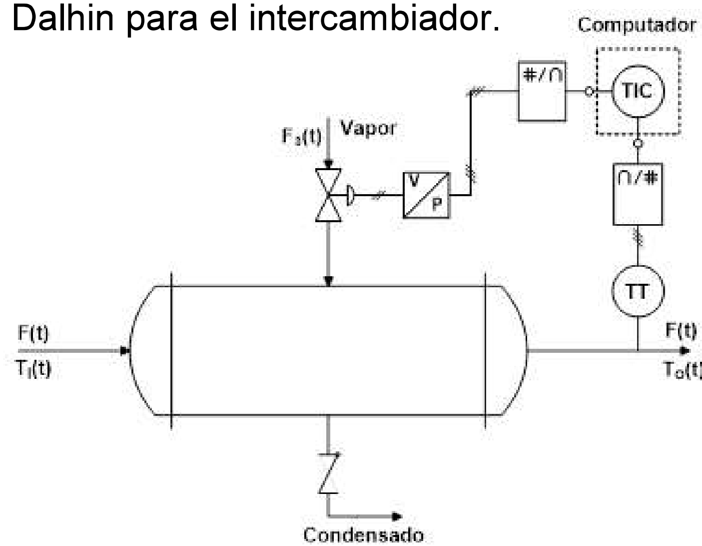
$$\frac{1.25}{\tau_{eq}} \leq \lambda \leq \frac{4}{\tau_{eq}}$$

EJEMPLO ALGORITMO DE DALHIN

La figura representa un intercambiador de calor. El objetivo es mantener la temperatura de salida $T_0(t)$ en el valor deseado, en presencia de variaciones en el flujo del fluido que se procesa, $F(t)$ y de la temperatura de entrada $T_i(t)$. La variable que se manipula para controlar la temperatura de salida es el flujo de vapor $F_s(t)$. El modelo matemático del intercambiador está dado por la función de transferencia:

$$G_p(S) = \frac{T_0(S)}{F_s(S)} = \frac{0.8e^{-0.5S}}{(30S+1)(5S+1)(2S+1)}$$

Diseñar un controlador tipo Dalhin para el intercambiador.



SOLUCIÓN ALGORITMO DE DALHIN

Con $T = 11\,min$, la función de transferencia de pulso para el sistema es:

$$HG(z) = (1 - z^{-1})z^{-N}\Im_m\left\{\frac{G_p(S)}{S}\right\} = (1 - z^{-1})\Im_m\left\{\frac{0.8}{S(30S + 1)(5S + 1)(2S + 1)}\right\}$$

$$HG(z) = \frac{0.1076(z + 0.9609)(z + 0.0303)}{(z - 0.693)(z - 0.1108)(z - 0.0041)}$$

La constante de tiempo equivalente del sistema en lazo abierto es $\tau_{eq} = 37\,min.$ Se puede asumir para el sistema, en lazo cerrado, una constante de tiempo igual a la tercera parte de la constante de tiempo de lazo abierto, es decir $\tau = 12.33\,min.$ Con $N = \theta^{'}/T$ =0, $\lambda = 1/\tau = 0.0811$ y utilizando la ecuación:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1}{HG(z)} * \frac{(1 - e^{-\lambda T})z^{-N-1}}{[1 - e^{-\lambda T}z^{-1} - (1 - e^{-\lambda T})z^{-N-1}]}$$

Se obtiene:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{(z - 0.693)(z - 0.1108)(z - 0.0041)}{0.1076(z + 0.9609)(z + 0.0303)} * \frac{0.5902z^{-1}}{[1 - 0.4098z^{-1} - 0.5902z^{-1}]}$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{5.485(z - 0.693)(z - 0.1108)(z - 0.0041)}{(z - 1)(z + 0.9609)(z + 0.0303)}$$

RESPUESTA DEL SISTEMA CON AL ALGORITMO DE DALHIN

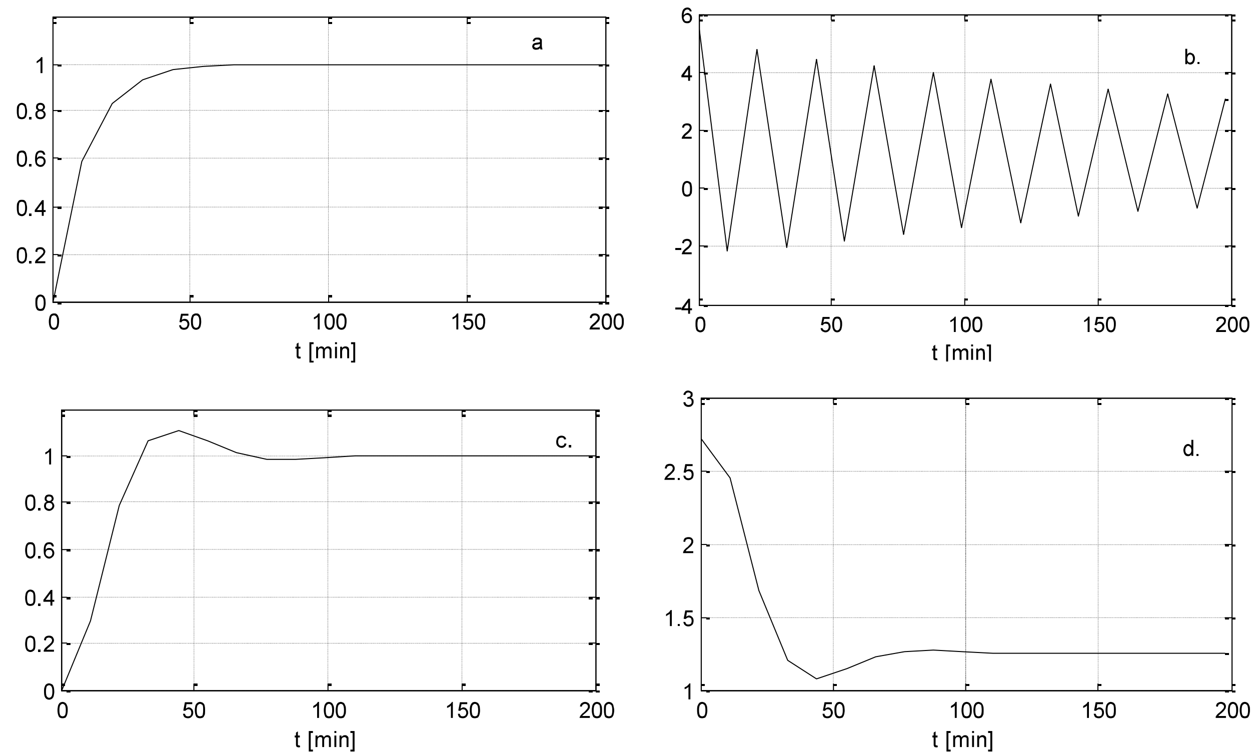


Figura 6.11. Controlador de Dalhin: a y b respuestas sin suprimir el efecto timbre. c y d respuestas una vez suprimido el efecto timbre.

ELIMINACIÓN DEL EFECTO TIMBRE

Como puede verse, el sistema de control presenta un marcado efecto timbre debido, especialmente, al polo ubicado en $z = -0.9609$. Para eliminar este efecto, se reemplazan los polos del controlador, con parte real negativa, por una ganancia equivalente obtenida al hacer en ellos $z = 1$. Así el controlador de Dalhin toma la forma:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{2.7149(z-0.693)(z-0.1108)(z-0.0041)}{z^2(z-1)}$$

En la figura se dan respectivamente, la respuesta del sistema y la acción del controlador sobre el elemento final de control, una vez suprimido el efecto timbre