SINTONÍA DE CONTROLADORES DIGITALES

Los procedimientos de sintonía de controladores requieren del conocimiento de la dinámica del proceso la cual se obtiene generalmente, por medio de un modelo identificado mediante métodos experimentales.

Los pasos para la puesta en servicio del lazo de control se pueden resumir así:

- Identificar el proceso a controlar (modelado).
- Establecer las características de comportamiento deseadas para el sistema de control realimentado (criterio de diseño).
- Seleccionar el método de sintonía de controlador.
- Calcular los parámetros del controlador.
- Analizar el comportamiento del lazo de control con el modelo (simulación).
- verificar la función de transferencia del controlador a sintonizar.
- ajustar el controlador (parametrizacion).
- verificar el comportamiento del controlador en el proceso real.

APROXIMACIÓN DISCRETA DE LOS MODOS DE CONTROL P, PI Y PID

Control Proporcional (P): Este tipo de controlador genera una salida que es proporcional al error actuante. En el control proporcional existe una relación lineal entre el valor de la variable controlada y la posición del elemento final de control.

La ecuación de un controlador proporcional continuo está dada por:

$$m(t) = K_c e(t) + M_0$$

$m(t)$ = Salida del controlador.

$e(t)$ = Señal de error actuante.

K_C =Ganancia del controlador. (Parámetro de ajuste).

M_0 = Salida del controlador para error nulo.

La forma discreta de la ecuación del controlador P es:

$$m(k) = K_c e(k) + M_0$$

La función de transferencia del controlador P es:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = q_o \qquad\qquad q_o = K_c$$

Luis Edo García Jaimes

APROXIMACIÓN DISCRETA DE LOS MODOS DE CONTROL P, PI Y PID

Control Proporcional más Integral (PI): En este controlador, la señal de salida experimenta un salto inicial proporcional al error actuante y a continuación presenta una variación gradual a una velocidad proporcional al error.

La ecuación de un controlador proporcional más integral continuo está dada por:

$$m(t) = K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e(t)dt \right] + M_o$$

K_c = Ganancia del controlador. (Parámetro de ajuste).

τ_i =Tiempo Integral en min/repetición o repeticiones/min. (Parámetro de ajuste).

La forma discreta de la ecuación del controlador PI es:

$$m(k) = q_o e(k) + q_1 e(k-1) + m(k-1) \qquad \begin{cases} q_o = K_c \left[1 + \dfrac{T}{2\tau_i} \right] \\ q_1 = -K_c \left[1 - \dfrac{T}{2\tau_i} \right] \end{cases}$$

La función de transferencia de pulso del controlador PI es:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{q_o + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{q_o z + q_1}{z - 1}$$

APROXIMACIÓN DISCRETA DE LOS MODOS DE CONTROL P, PI Y PID

Control Proporcional más Integral más Derivativo (PID): La ecuación de un controlador PID continuo es:.

$$m(t) = K_c\left[e(t) + \frac{1}{\tau_i}\int e(t)dt + \tau_d\frac{de(t)}{dt}\right] + M_o$$

K_c = Ganancia del controlador. (Parámetro de ajuste)

τ_i =Tiempo integral en min/repetición o repeticiones/min. (Parámetro de ajuste).

τ_d =Tiempo derivativo en min. (Parámetro de ajuste).

La forma discreta de la ecuación del controlador PID es:

$$m(k) = q_o e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) - m(k-1)$$

La función de transferencia del controlador PID es:

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{q_o + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{q_o z^2 + q_1 z + q_2}{z(z-1)}$$

$$q_o = K_c\left[1 + \frac{T}{2\tau_i} + \frac{\tau_d}{T}\right] \qquad q_1 = -K_c\left[1 - \frac{T}{2\tau_i} + \frac{2\tau_d}{T}\right] \qquad q_2 = \frac{K_c\tau_d}{T}$$

PONDERACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES P, PI Y PID

Factor de peso: El controlador genera una señal de control como respuesta a un error. Es posible manipular el valor del error introduciendo un factor de peso con el fin de mejorar la respuesta del sistema de manera que tenga menor sobreimpulso ante los cambios en el valor de la referencia sacrificando en parte su velocidad de respuesta, pero obteniendo más flexibilidad para satisfacer los compromisos de diseño. Para casos prácticos se recomienda considerar los siguientes valores para K_C:

$K_C = K_C$ Para controladores rápidos

$K_C = 0.75 * K_C$ Para controladores moderados

$K_C = 0.5 * K_C$ Para controladores lentos

AJUSTE DE CONTROLADORES P, PI Y PID POR GANANCIA LÍMITE

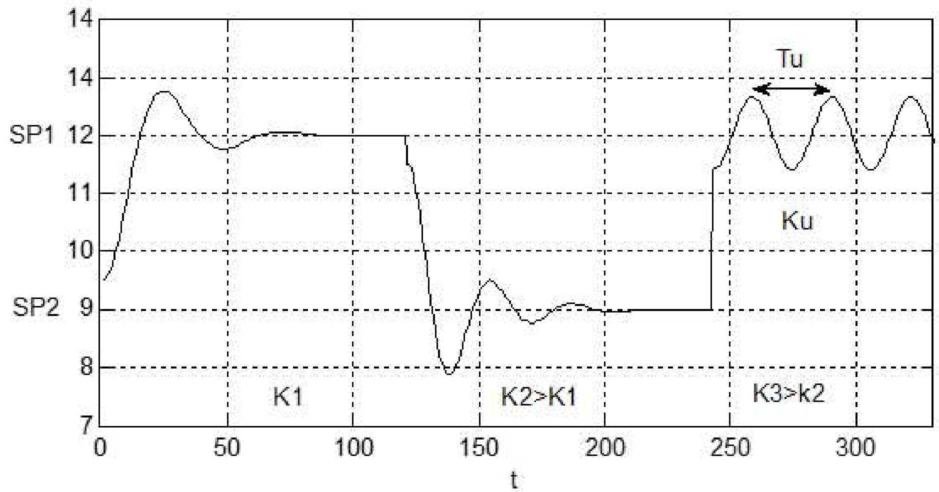
Para determinar los parámetros de ajuste del controlador utilizando este método se trabaja con el sistema en lazo cerrado es decir, con el controlador en automático y se procede experimentalmente así:

a) Eliminar las acciones integral y derivativa del controlador, es decir trabajar con el controlador como proporcional únicamente.

b) Con el controlador en automático, colocar una ganancia pequeña e irla incrementando paso a paso hasta que el sistema empiece a oscilar con amplitud constante. Se anota el valor de la ganancia K_u con la cual se produce la oscilación. Esta ganancia se denomina ganancia última.

c) En la gráfica que se obtiene de la variable con el registrador o con los datos adquiridos en el proceso, se mide el período de oscilación o período último T_u

GANANCIA LÍMITE



Una vez estimados la ganancia última (K_u) y el periodo último (T_u), se utiliza la tabla adjunta para calcular los parámetros de ajuste del controlador.

Controlador	$\boldsymbol{K_c}$	$\boldsymbol{\tau_i}$	$\boldsymbol{\tau_d}$
P	$0.5K_u$	–	–
PI	$0.45K_u$	$0.83T_u$	–
PID	$0.6K_u$	$0.5T_u$	$0.125T_u$

Luis Edo García Jaimes

MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS (CURVA DE REACCIÓN)

Ziegler y Nichols propusieron un método de ajuste de controladores asumiendo que la función de transferencia de lazo abierto de la planta se puede aproximar a un modelo de primer orden con retardo.

Entonces, dada la función de transferencia en lazo abierto:

$$G_p(S) = \frac{Ke^{-\theta' S}}{\tau S + 1}$$

En donde K es la ganancia, τ la constante de tiempo y θ' es el retardo, los parámetros de ajuste del controlador se estiman a partir de la tabla $(\theta = \theta' + T/2)$

Controlador	K_c	τ_i	τ_d
P	$\frac{\tau}{K\theta}$	$-$	$-$
PI	$\frac{0.9\tau}{K\theta}$	3.33θ	$-$
PID	$\frac{1.2\tau}{K\theta}$	2θ	0.5θ

AJUSTE DE CONTROLADORES MEDIANTE CRITERIOS DE LA INTEGRAL DEL ERROR

Una de las exigencias que debe cumplir un sistema de control es la exactitud. Esto implica que el error, es decir, la diferencia entre el Set-point y el valor de la variable controlada se debe minimizar.

A continuación se presentan algunos índices de desempeño basados en integrales del error y utilizados ampliamente en el diseño de sistemas de control.

Integral del valor absoluto del error: $IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$

Integral del cuadrado del error: $ICE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$

Integral del error absoluto del error por el tiempo: $IAET = \int_0^{\infty} t|e(t)|\, dt$

Integral del cuadrado del error por el tiempo: $ICET = \int_0^{\infty} te^2\,(t) dt$

AJUSTE DE CONTROLADORES MEDIANTE CRITERIOS DE LA INTEGRAL DEL ERROR

Si el sistema se puede aproximar a un modelo de primer orden con retardo

$$G_p(S) = \frac{Ke^{-\theta' S}}{\tau S + 1}$$

Ajustes para el controlador P. $(\theta = \theta' + T/2)$

Control P	*ICE*	*IAE*	*IAET*
$K_c = \frac{a}{K}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b$	$a = 1.411$ $b = -0.917$	0.902 -0.985	0.940 -1.084

Ajustes para el controlador PI. $(\theta = \theta' + T/2)$

Control PI	*ICE*	*IAE*	*IAET*
$K_c = \frac{a}{K}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b$	$a = 1.305$ $b = -0.959$	0.984 -0.986	0.859 -0.977
$\tau_i = \frac{\tau}{a}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b$	$a = 0.492$ $b = 0.739$	0.608 0.707	0.674 0.680

Ajustes para el controlador PID. $(\theta = \theta' + T/2)$

Control PID	*ICE*	*IAE*	*IAET*
$K_c = \frac{a}{K}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b$	$a = 1.495$ $b = -0.945$	1.435 -0.921	1.357 -0.947
$\tau_i = \frac{\tau}{a}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b$	$a = 1.101$ $b = 0.771$	0.878 0.749	0.842 0.738
$\tau_d = a\tau\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b$	$a = 0.560$ $b = 1.006$	0.482 1.137	0.381 0.995

EJEMPLO

La función de transferencia de lazo abierto de un sistema térmico resultó ser:

$$G_p(S) = \frac{2.38e^{-0.45S}}{1.39S + 1}$$

Obtener para este sistema: a) Un controlador PI por ganancia límite. b) Un controlador PI utilizando el método de Ziegler-Nichols. c) Un controlador PI a partir del método de la integral IAE. (Los tiempos están en min.) .

SOLUCIÓN: Para calcular los controladores es necesario estimar, inicialmente, el período de muestreo adecuado. Prescindiendo del tiempo de retardo, la función de transferencia de lazo cerrado es:

$$G_w(S) = \frac{G_p(S)}{1 + G_p(S)} = \frac{0.704}{0.411S + 1} \qquad \tau_{eq} = 0.411\ min$$

El periodo de muestreo se puede seleccionar dentro del intervalo:

$$0.2\left(\tau_{eq} + \theta'\right) \leq T \leq 0.6\left(\tau_{eq} + \theta'\right)$$

$$0.2(0.411 + 0.45) \leq T \leq 0.(0.411 + 0.45) \qquad T = 0.32\ min$$

a) CONTROLADOR PI POR GANANCIALÍMITE

a) Control PI por ganancia límite: se deben calcular K_u y T_u.Las expresiones para evaluar la magnitud y el ángulo de fase del sistema continuo son respectivamente:

$$\left|G_p(jw)\right| = \frac{2.38}{\sqrt{1.932w^2 + 1}} \qquad \theta = -25.8w - \tan^{-1}(1.39w)$$

El margen de ganancia se calcula con w_π cuando $\theta = -180^o$ es decir:

$$-180^o = -25.8w_\pi - \tan^{-1}(1.39w_\pi) \qquad w_\pi = 3.89\, rad/min$$

$$MG = \frac{1}{\left|G_p(jw_\pi)\right|} \qquad |G(jw_\pi)| = \frac{2.38}{\sqrt{1.932 * 3.89^2 + 1}} = 0.432 \qquad MG = 2.31$$

$$K_u = MG \qquad T_u = \frac{2\pi}{w_\pi}$$

$$K_u = 2.31 \qquad T_u = \frac{2\pi}{3.89\, rad/min} = 1.61\, min$$

Con los resultados obtenidos, los parámetros para el ajuste del controlador PI son:

$$K_c = 0.45K_u = 1.0395 \qquad \tau_i = 0.83T_u = 1.336\, min$$

Luis Edo García Jaimes

CONTROLADOR PI POR GANANCIA LÍMITE (CONT)

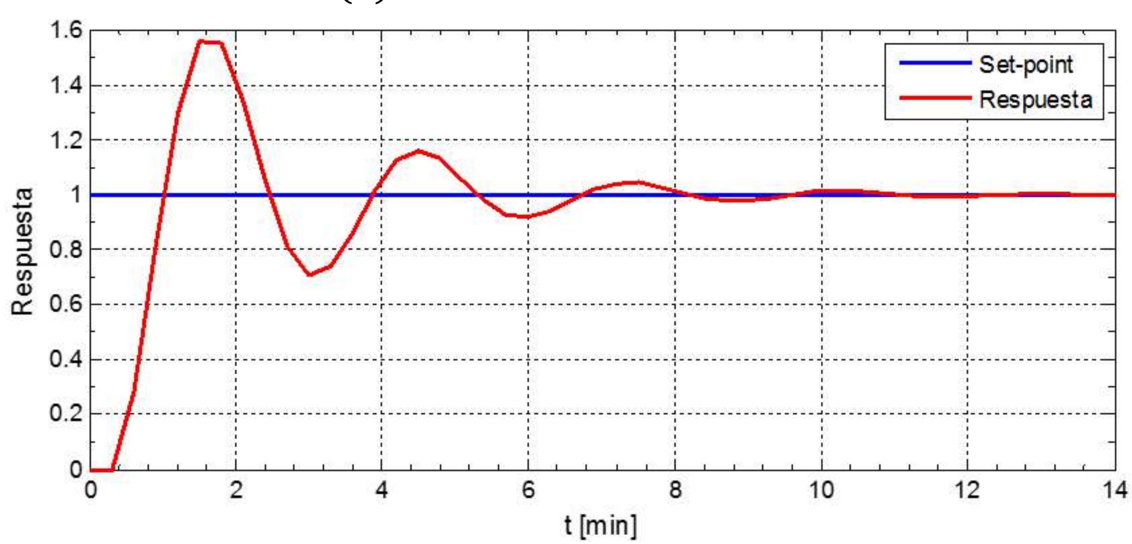
Los parámetros del controlador PI discreto se obtienen con las ecuaciones:

$$q_o = K_c\left[1 + \frac{T}{2\tau_i}\right] = 1.0395\left[1 + \frac{0.32}{2 * 1.336}\right] = 1.164$$

$$q_1 = -K_c\left[1 - \frac{T}{2\tau_i}\right] = -1.0395\left[1 - \frac{0.32}{2 * 1.336}\right] - 0.915$$

La ecuación del controlador PI es: $D(z) = \frac{M(z)}{U(z)} = \frac{q_o z + q_1}{z-1}$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1.164 - 0.915z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{1.164z - 0.915}{z - 1}$$



b) CONTROLADOR PI UTILIZANDO ZIEGLER- NICHOLS

De la función de transferencia del sistema se obtiene: $\tau = 1.39\ min$, $\theta' = 0.45\ min$

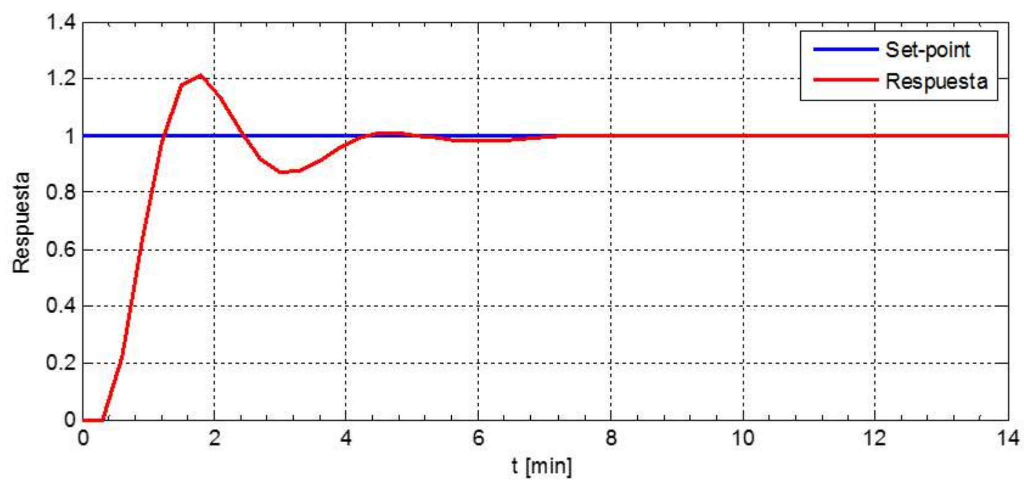
y $K = 2.38$. Según la tabla de Ziegler-Nichols y con $\theta = \theta' + T/2 = 0.61\ min.$

$$K_c = \frac{0.9\tau}{K\theta} = \frac{0.9 * 1.39}{2.38 * 0.61} = 0.8616 \qquad \tau_i = 3.33\theta = 3.33 * 0.61 = 2.031\ min$$

$$q_o = K_c\left[1 + \frac{T}{2\tau_i}\right] = 0.8616\left[1 + \frac{0.32}{2 * 3.031}\right] = 0.9294$$

$$q_1 = -K_c\left[1 - \frac{T}{2\tau_i}\right] = -0.8616\left[1 - \frac{0.32}{2 * 3.031}\right] = -0.7937$$

$$\therefore \quad D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{0.9294 - 0.7937z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{0.9294z - 0.7937}{z - 1}$$



Luis Edo García Jaimes

C) CONTROLADOR PI UTILIZANDO EL CRITERIO IAE

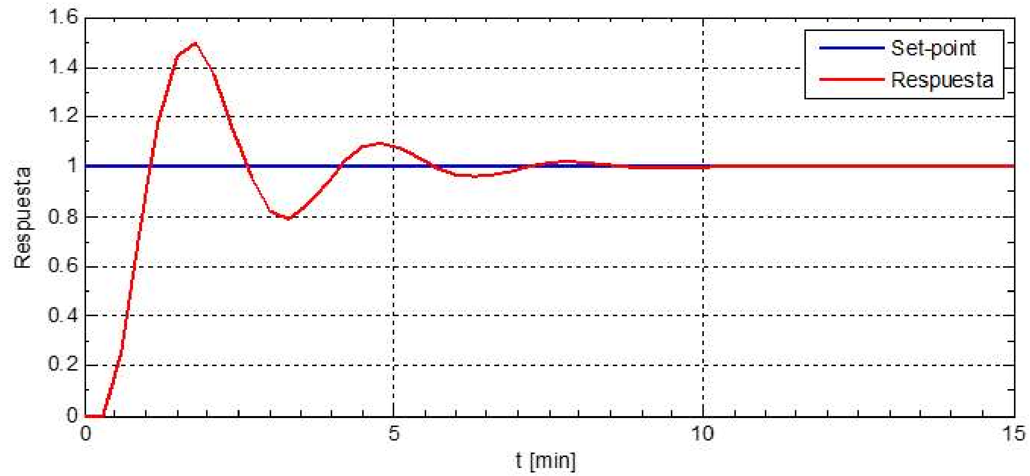
De tablas y con $\tau = 1.39min$, $\theta' = 0.45\,min$, $K = 2.38$ y $\theta = \theta' + T/2 = 0.61\,min$:

$$K_c = \frac{a}{K}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b = \frac{0.984}{2.38}\left[\frac{0.61}{1.39}\right]^{-0.986} \qquad K_c = 0.9313$$

$$\tau_i = \frac{\tau}{a}\left[\frac{\theta}{\tau}\right]^b = \frac{1.39}{0.608}\left[\frac{0.61}{1.39}\right]^{0.707} \qquad \tau_i = 1.277\,min$$

$$q_o = K_c\left[1 + \frac{T}{2\tau_i}\right] = 1.0479 \qquad q_1 = -K_c\left[1 - \frac{T}{2\tau_i}\right] = -0.8146$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{1.0479 - 0.8146z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{1.0479z - 0.8146}{z - 1}$$



Luis Edo García Jaimes