PROGRAMA EN MATLAB PARA CALCULAR ANCHO DE BANDA

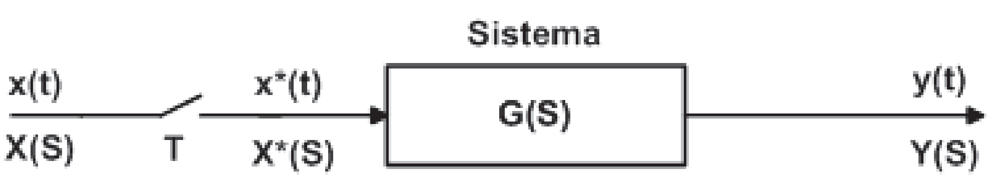
```
n=input('ENTRE EL NUMERADOR DEL SISTEMA=');
d=input('ENTRE EL DENOMINADOR DEL SISTEMA=');
[nw,dw]=cloop(n,d,-1);  %Calcula FT en lazo cerrado
[mag,fase,w]=bode(nw,dw); %Calcula Magnitud, y fase
mag1=mag(1,1);         % Magnitud a baja frecuencia
mag2=0.707*mag1;    %Calcula el valor de la magnitud para wc
wc=interp1(mag,w,mag2,'spline'); %Interpolacion para cálculo exacto
wmin=8*wc;
wmax=12*wc;
Tmin=2*pi/wmax;
Tmax=2*pi/wmin;
fprintf(' RANGO PARA EL PERIODO : Tmin=%3.2f   Tmax=%3.2f',Tmin, Tmax)
```

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE PULSO (FTP)

Para un sistema continuo, la función de transferencia se define como la relación entre la Transformada de Laplace de la salida y la Transformada de Laplace de la entrada, asumiendo las condiciones iniciales iguales a cero.

$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)}$$

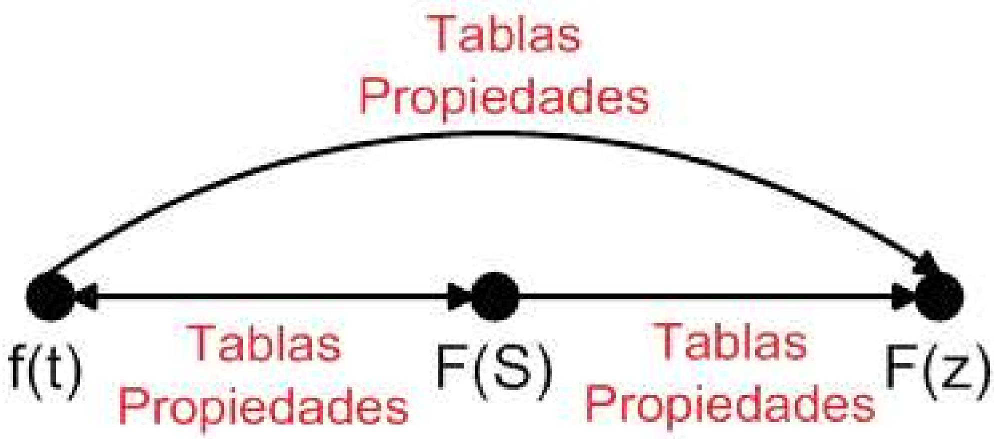
Para un sistema discreto, la función de transferencia de pulso (FTP), se define como la relación entre la Transformada z de la salida y la Transformada z de la entrada, asumiendo las condiciones iniciales iguales a cero.



$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Luis Edo García Jaimes

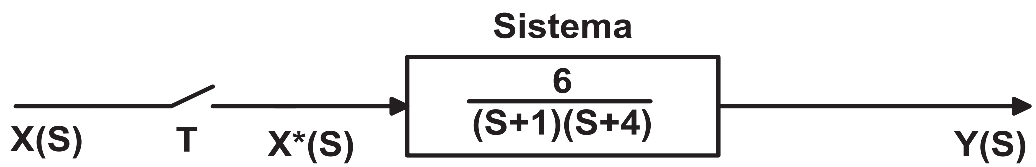
PROCEDIMIENTO PARA HALLAR LA FTP



- Conocida la función $f(t)$, la $F(z)$ se puede calcular utilizando tablas de transformadas y las propiedades de la transformada
- Conocida la función $F(S)$, la $F(z)$ se puede calcular utilizando tablas de transformadas, las propiedades de la transformada y expansión en fracciones parciales
- Método computacional, con un software especializado. En este caso pueden citarse programas como el MATLAB, el ACS, el CC entre otros.

EJEMPLO

Hallar la función de transferencia de pulso del sistema mostrado en la figura



SOLUCIÓN: La función de transferencia para el sistema continuo es:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{6}{(S+1)(S+4)}$$

Expandiendo en fracciones parciales resulta:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{2}{S+1} - \frac{2}{S+4}$$

De tablas se obtiene:

$$\Im\left\{\frac{2}{S+1}\right\} = \frac{2z}{z-0.60653} \qquad \Im\left\{\frac{2}{S+4}\right\} = \frac{2z}{z-0.13533}$$

Así, la función de transferencia de pulso para el sistema es:

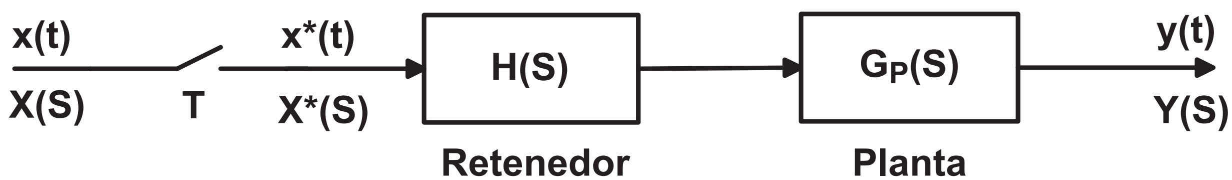
$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2z}{z-0.60653} - \frac{2z}{z-0.13533} = \frac{0.94239z}{(z-0.60653)(z-0.13533)}$$

Luis Edo García Jaimes

FTP PARA SISTEMAS CON RETENEDOR DE ORDEN CERO (ZOH)

La figura muestra un sistema en el cual se incluye, además del muestreador, un retenedor de orden cero precediendo a la función continua $G_P(S)$.

$$HG(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \Im\{H(S)G_p(S)\}$$



La función de transferencia del retenedor de orden cero es: $H(S) = \frac{1-e^{-ST}}{S}$

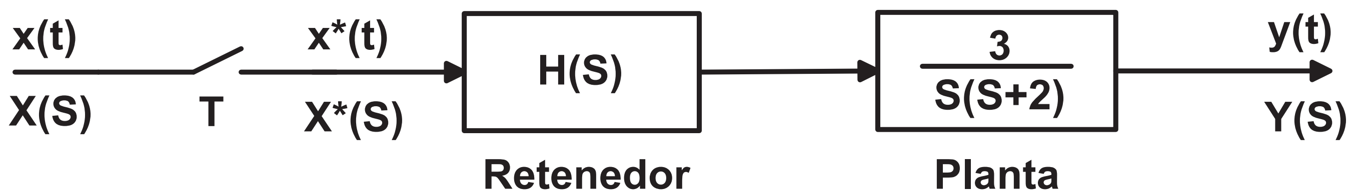
$$HG(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \Im\left\{\frac{1-e^{-ST}}{S}G_p(S)\right\} = \Im\left\{(1-e^{-ST})\frac{G_p(S)}{S}\right\}$$

$$HG(z) = \Im\left\{\frac{G_p(S)}{S}\right\} - \Im\left\{\frac{G_p(S)}{S}e^{-ST}\right\} = \Im\left\{\frac{G_p(S)}{S}\right\} - z^{-1}\Im\left\{\frac{G_p(S)}{S}\right\}$$

$$HG(z) = (1-z^{-1})\Im\left\{\frac{G_p(S)}{S}\right\}$$

EJEMPLO

Hallar la función de transferencia de pulso para el sistema de la figura. Asuma que el periodo de muestreo es $T = 1\ s$ y que el retenedor $H(S)$ es de orden cero.



SOLUCIÓN: La función de transferencia de pulso para un sistema con ZOH es:

$$HG(z) = (1 - z^{-1})\Im\left\{\frac{G(S)}{S}\right\} \qquad \text{con} \qquad G(S) = \frac{3}{S(S+2)}$$

$$HG(z) = (1 - z^{-1})\Im\left\{\frac{3}{S^2(S+2)}\right\}$$

EJEMPLO (CONTINUACIÓN)

Utilizando tablas se encuentra que:

$$\Im\left\{\frac{a^2}{S^2(S+a)}\right\} = \frac{[(aT-1+e^{-aT})z + (1-e^{-aT} - aTe^{-aT})]z}{(z-1)^2(z-e^{-aT})}$$

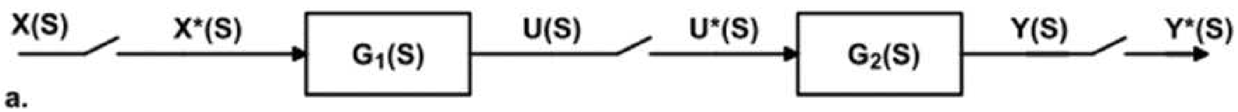
Con $a = 2$ y $T = 1\ s$ resulta:

$$HG(z) = \frac{3}{4}(1-z^{-1})\Im\left\{\frac{4}{S^2(S+2)}\right\}$$

$$HG(z) = 0.75\left(\frac{z-1}{z}\right)\Im\left\{\frac{4}{S^2(S+2)}\right\}$$

$$HG(z) = \frac{0.75(1.13533z + 0.59401)}{(z-1)(z-0.13533)} = \frac{0.8549(z+0.5232)}{(z-1)(z-0.13533)}$$

FUNCIÓN DE TRANSFRENCIA DE PULSO PARA UN SISTEMA CON ELEMENTOS EN CASCADA



Para el sistema de la figura en el cual cada una de las funciones $G_1(S)$ y $G_2(S)$ están precedidas por un muestreador y con el mismo periodo de muestreo, resulta:

$$U(S) = G_1(S)X^*(S)$$

$$Y(S) = G_2(S)U^*(S)$$

De las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$U^*(S) = G_1^*(S)X^*(S)$$

$$Y^*(S) = G_2^*(S)U^*(S)$$

$$Y^*(S) = G_2^*(S)G_1^*(S)X^*(S)$$

La función de transferencia de pulso es, entonces:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = G_1(z)G_2(z) = \Im\{G_1(S)\} * \Im\{G_2(S)\}$$

FUNCIÓN DE TRANSFRENCIA DE PULSO PARA UN SISTEMA CON ELEMENTOS EN CASCADA (2)

Para el sistema de la figura en la cual los elementos en cascada $G_1(S)$ y $G_2(S)$ no presentan muestreador entre ellos, se obtiene:

$$Y(S) = G_1(S)G_2(S)X^*(S) = G_1G_2(S)X^*(S)$$

De la ecuación anterior se obtiene:

$$Y^*(S) = [G_1G_2(S)]^*X^*(S)$$

Escribiendo la última ecuación en términos de la transformada z resulta:

$$Y(z) = G_1G_2(z)X(z)$$

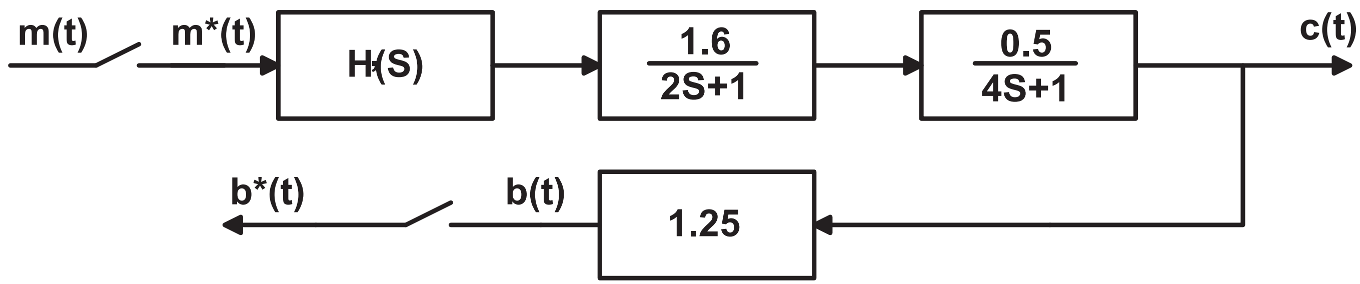
La función de transferencia de pulso es:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = G_1G_2(z) = \Im[G_1G_2(S)]$$

Se concluye que: $G_1(z)G_2(z) \neq G_1G_2(z)$

EJEMPLO

Determinar la respuesta $b(kT)$ del sistema discreto de la figura. Asuma que $m(t)$ es un escalón unitario y que el periodo de muestreo es $T = 0.5\ s$. $H(S)$ es un retenedor de orden cero.



SOLUCIÓN: Debido a la presencia del retenedor de orden cero, la función de transferencia de pulso del sistema está dada por:

$$HG(z) = (1 - z^{-1})\Im\left\{\frac{G(S)}{S}\right\} \qquad G(S) = \frac{1}{(2S+1)(4S+1)} = \frac{0.125}{(s+0.5)(S+0.25)}$$

$$HG(z) = (1 - z^{-1})\Im\left\{\frac{0.125}{S(S+0.5)(S+0.25)}\right\}$$

Luis Edo García Jaimes

CONTINUACIÓN EJEMPLO

Expandiendo en fracciones parciales se obtiene:

$$HG(z) = (1 - z^{-1})\Im\left\{\frac{1}{S} + \frac{1}{S + 0.5} - \frac{2}{S + 0.25}\right\}$$

De tablas de transformada z y con periodo de muestreo $T = 0.5\ s$, resulta:

$$HG(z) = \frac{z - 1}{z}\left[\frac{z}{z - 1} + \frac{z}{z - 0.7788} - \frac{2z}{z - 0.8825}\right]$$

Pero:

$$HG(z) = \frac{B(z)}{M(z)} \qquad\qquad B(z) = HG(z).M(z)$$

La entrada $m(t)$ es un escalón unitario, entonces $M(z) = z/(z - 1)$, por lo tanto:

$$B(z) = \frac{z}{z - 1} + \frac{z}{z - 0.7788} - \frac{2z}{z - 0.8825}$$

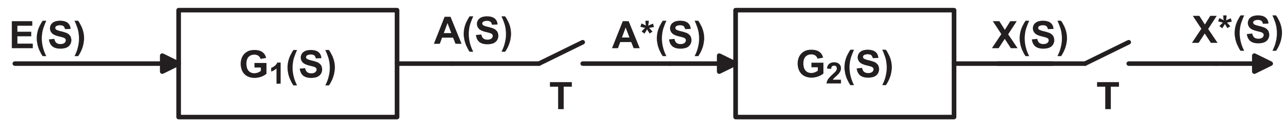
Tomando la transformada inversa z a la expresión anterior se obtiene:

$$b(kT) = 1 + (0.7788)^k - 2(0.8825)^k \qquad\qquad k = 0, 1, 2 \ldots$$

EJEMPLO

Hallar la salida $x(kT)$ para el sistema mostrado en la figura. Asuma un periodo de muestreo $T = 1\ s$ y que la entrada $e(t)$ es un escalón unitario.

$$G_1(S) = \frac{8}{5S+1} \qquad\qquad G_2(S) = \frac{3}{6S+1}$$



SOLUCION: Para el sistema de la figura 3.8 se cumple:

$$X(S) = G_2(S)A^*(S)$$

$$A(S) = G_1(S)E(S) = G_1E(S)$$

$$A^*(S) = [G_1E(S)]^*$$

Por lo tanto:

$$X(S) = G_2(S)[G_1E(S)]^*$$

$$X^*(S) = G_2^*(S)[G_1E(S)]^*$$

Es decir: $X(z) = G_2(z)G_1E(z)$

CONTINUACIÓN EJEMPLO

$$G_1E(z) = \Im\{G_1E(S)\} = \Im\left\{\frac{8}{S(5S+1)}\right\} = \frac{1.45z}{(z-1)(z-0.81873)}$$

$$G_2(z) = \Im\{G_2(S)\} = \Im\left\{\frac{3}{6S+1}\right\} = \frac{0.5z}{z-0.84648}$$

$$X(z) = \frac{0.5z}{(z-0.84648)} * \frac{1.45z}{(z-1)(z-0.81873)} = \frac{0.725z^2}{(z-1)(z-0.84648)(z-0.81873)}$$

Expandiendo $X(z)/z$ en fracciones parciales, se obtiene:

$$X(z) = \frac{26.05z}{z-1} + \frac{118z}{z-0.81873} - \frac{144.05z}{z-0.84648}$$

Finalmente, la transformada inversa z, permite obtener la salida $x(kT)$ del sistema:

$$x(kT) = 26.05 + 118(0.81873)^k - 144.05(0.84648)^k \qquad k = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

$x(0) = 0.00000$	$x(5) = 6.85870$	$x(10) = 14.81630$
$x(1) = 0.72523$	$x(6) = 8.60107$	. . . . .
$x(2) = 1.93275$	$x(7) = 10.29432$	. . . . .
$x(3) = 3.44091$	$x(8) = 11.90643$	. . . . .
$x(4) = 5.11545$	$x(9) = 13.41792$	$x(\infty) = 26.0555$