DISEÑO DE CONTROLADORES PI Y PID POR CANCELACIÓN DE CEROS Y POLOS

Este método consiste en obtener los parámetros del controlador cancelando ceros del controlador con polos de la planta. Para llevar a cabo el diseño, se asume que las funciones de transferencia de los controladores son:

Controlador PI

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{[K_i T + 2K_c]\left[z + \frac{K_i T - 2K_c}{K_i T + 2K_c}\right]}{2(z-1)}$$

Controlador PID

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{[K_i T^2 + 2K_d + 2K_c T]\left[z^2 + \frac{K_i T^2 - 2K_c T - 4K_d}{K_i T^2 + 2K_d + 2K_c T} z + \frac{2K_d}{K_i T^2 + 2K_d + 2K_c T}\right]}{2Tz(z-1)}$$

En donde: K_c =ganancia proporcional, K_i =ganancia integral $(1/\tau_i)$, K_d =tiempo derivativo y T = periodo de muestreo.

PROCEDIMIENTO PARA EL DISEÑO DEL CONTROLADOR

a) Seleccionar inicialmente un error de estado estable e_{ss} adecuado. Esto permite calcular el parámetro K_i

b) **Controlador PI**: se cancela el cero del controlador con un polo de la planta. Esto permite calcular el parámetro K_c.

c) **Controlador PID**: Se cancelan los dos ceros del controlador con dos polos de la planta. Esto permite calcular los parámetros K_c y K_d.

Los errores de estado estable para escalón, rampa y parábola unitarias, son:

- Para entrada escalón:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} \qquad K_p = \lim_{z \to 1} D(z)HG(z) \qquad K_p = \text{Coeficiente de error de posición}$$

- Para entrada rampa:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \qquad K_v = \frac{1}{T}\lim_{z \to 1}(z-1)D(z)HG(z) \qquad K_v = \text{Coeficiente de error de velocidad}$$

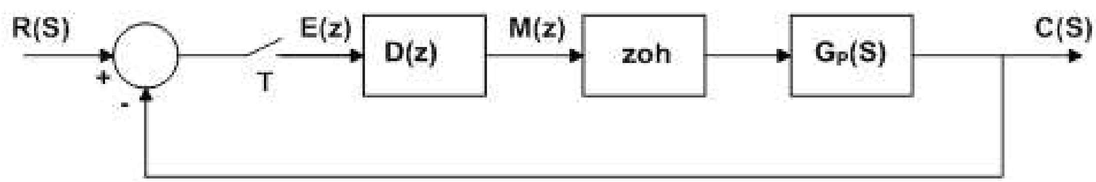
- Para entrada parábola:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} \qquad K_a = \frac{1}{T^2}\lim_{z \to 1}(z-1)^2 D(z)HG(z) \qquad K_a = \text{Coeficiente de error de aceleración}$$

EJEMPLO CANCELACIÓN CEROS Y POLOS

Para el sistema de control de la figura, diseñar un controlador PI por cancelación de ceros y polos. La función de transferencia de la planta es:

$$G_p(S) = \frac{0.5}{(S+0.1)(S+0.4)}$$



SOLUCIÓN: El diseño debe comenzar con la selección adecuada del periodo de muestreo, calculando la constante de tiempo del sistema continuo en lazo cerrado.

$$G_w(S) = \frac{G_p(S)}{1+G_p(S)} = \frac{0.5}{S^2+0.5S+0.54} \qquad \tau_{eq} = 4\ s.$$

El periodo de muestreo se selecciona con el criterio de la constante de tiempo: $0.2(\tau_{eq}+\theta') \leq T \leq 0.6(\tau_{eq}+\theta')$. Se toma $T = 2\ s,$ entonces:

$$HG(z) = (1-z^{-1})\Im\left\{\frac{G_p(S)}{S}\right\} = (1-z^{-1})\Im\left\{\frac{0.5}{S(S+0.1)(S+0.4)}\right\}$$

Luis Edo García Jaimes

EJEMPLO CONTINUACIÓN

$$HG(z) = \frac{0.7267z + 0.5211}{z^2 - 1.268z + 0.3679} = \frac{0.7267(z + 0.717)}{(z - 0.8185)(z - 0.4494)}$$

Diseño del controlador: asumiendo un error de estado estable $e_{ss} = 2$ se obtiene:

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} \qquad K_v = \frac{1}{e_{ss}} \qquad K_v = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(z-1)D(z)HG(z)$$

$$0.5 = \frac{1}{T}\lim_{z\to 1}(z-1)\frac{[K_iT + 2K_c]\left[z + \frac{K_iT - 2K_c}{K_iT + 2K_c}\right] * 0.7267(z + 0.717)}{2(z-1)(z-0.8185)(z-0.4494)}$$

Tomando el límite con $T = 2\ s$ resulta que $K_i = 0.04$.

Se asume que el cero del controlador cancela el polo $z = 0.8185$ de la planta.

$$\frac{K_iT - 2K_c}{K_iT + 2K_c} = -0.8185 \qquad \frac{0.08 - 2K_c}{0.08 + 2K_c} = -0.8185 \qquad K_c = 0.4007$$

$$D(z) = \frac{M(z)}{E(z)} = \frac{0.4407(z - 0.8185)}{z - 1}$$