

宣称。结婚程序是男孩的最佳选择。

证明。假设结婚程序不是男孩最优的。然后有一些男孩与他最合适的女孩不匹配。

令 x 成为该过程中第一个这样的男孩。然后 x 必须被某个有效的女孩拒绝,比如第一个是 A 。然后 A 与另一个男孩 y 匹配。

由于 x 是第一个被他的有效女孩拒绝的男孩,因此 y 还没有被他的任何其他有效女孩拒绝。所以 y 更喜欢 A 而不是他的任何其他合法女孩。同时, A 拒绝 x ,因此 A 更喜欢 y 而不是 x 。

考虑 A 对于 x 是有效的,所以 (x, A) 应该是另一个稳定匹配中的一对。

但是,在这个稳定匹配中, y, A 都有离开对方的动机,所以 (y, A) 在这个匹配中是不稳定对,这是矛盾的。

□

宣称。结婚程序是女孩悲观的。

证明。假设结婚过程不是女孩悲观的。然后有一个男孩 x 娶了一个女孩 A ,而 A 有一个更差的有效男孩 y 。

这意味着 A 更喜欢 x 而不是 y 。另一方面,由于结婚程序是男孩最优的,因此 A 是 x 的最佳有效伴侣。也就是说, x 更喜欢 A 而不是他的任何其他合法女孩。

注意 y 对于 A 是有效的,所以 (y, A) 在另一个稳定匹配中应该是一对。

但是,在这个稳定匹配中, x, A 都有离开对方的动机,所以 (x, A) 在这个匹配中是不稳定对,矛盾。

□