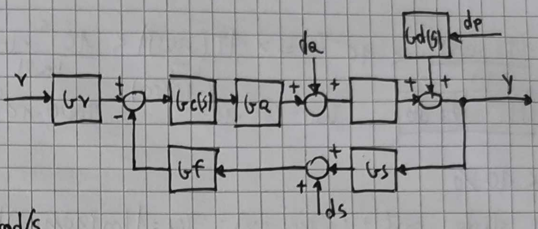
Esame Controlli Automatici

Simone Tumminelli
274608 20/06/2022

• Esame: parte 2 - progetto (FILA B)

$G_p(s) = \dfrac{20}{2s^3+200s^2+5000s}$; $G_{dp}(s) = 1$;



$G_s = 2$; $G_a = -3$;

$d_a(t) = D_{a0}\,\varepsilon(t)$; $|D_{a0}| \le 222 \cdot 10^{-2}$

$d_s(t) = a_s \sin(\omega_s t)$; $|a_s| \le 2 \cdot 10^{-3}$, $\omega_s = 2000$ rad/s

- Specifiche

1) $k_d = 1$
2) Errore sull'uscita, in regime permanente, per un riferimento a gradino ($R_0 = 1$): $|e_r^\infty| = 0$
3) Errore sull'uscita, in regime permanente, in presenza di d_a: $|e_{da}^\infty| = 0$
4) Errore sull'uscita, in regime permanente, in presenza di d_s: $|e_{ds}^\infty| < 1 \cdot 10^{-5}$
5) Tempo di salita $t_r < 0.1s$
6) Tempo di assestamento: $t_{s,5\%} < 1s$
7) Sovraelongazione nella risposta ad un riferimento a gradino: $\hat{s} < 10\%$

A) Interpretare e tradurre le specifiche assegnate

1) $G_p(s) = \dfrac{20}{s(2s^2+200s+5000)}$ => $G_p(s)$ ha 1 polo in $s=0$ => $\boxed{p=1}$ => $v+p>0$

$v+p>0 \Rightarrow k_d = \dfrac{1}{G_f G_s} \Rightarrow G_f = \dfrac{1}{k_d G_s} = \dfrac{1}{1 \cdot 2} = \boxed{0.5 = G_f}$

2) $|e_r^\infty| = 0$ (gradino), ($R_0 = 1$)

· dalla tabella (slide part 7 (p.44)), per un riferimento a gradino: $|e_r^\infty| = 0$ per system type=1

system type $= v+p = 1$, $p=1 \Rightarrow \boxed{v=0}$

· essendo l'errore =0 non ci sono vincoli sul modulo di k_c $\boxed{\forall |k_c|}$

3) d_a: $|e_{da}^\infty| = 0$

$|e_{da}^\infty| = |y_{da}^\infty| = \left|\lim_{t\to\infty} y_{da}(t)\right| = \left|\lim_{s\to 0} s \cdot Y_{da}(s)\right| = \left|\lim_{s\to 0} s \cdot G_{day} \cdot d_a(s)\right| = \left|\lim_{s\to 0} s \cdot \dfrac{G_p(s)}{1+L(s)} \cdot \mathcal{L}(d_a(t))\right|$

$\left(k_p = \lim_{s\to 0} s^p G_p(s) = \lim_{s\to 0} \dfrac{s \cdot 20}{s(2s^2+200s+5000)} = \dfrac{20}{5000} = \boxed{0.004 = k_p}\right)$; $\left(G_p(s) \to k_p/s^p;\ G_c(s) \to k_c/s^v \text{ per } s \to 0\right)$

$|e_{da}^\infty| = \left|\lim_{s\to 0} s \cdot \dfrac{k_p}{s^p} \cdot \dfrac{D_{a0}}{s} \cdot \dfrac{1}{1+G_pG_cG_aG_fG_s}\right| = \left|\lim_{s\to 0} \dfrac{s \cdot D_{a0}}{s} \cdot \dfrac{k_p}{s^p} \cdot \dfrac{1}{1+\frac{k_p}{s^p}\cdot\frac{k_c}{s^v}\cdot G_aG_fG_s}\right| =$

$= \left|\lim_{s\to 0} s\dfrac{D_{a0}}{s} \cdot \dfrac{k_p}{s^p} \cdot \dfrac{s^{v+p}}{s^{v+p}+k_pk_cG_aG_fG_s}\right| = \left|\lim_{s\to 0} \dfrac{D_{a0} \cdot k_p \cdot s^v}{s^{v+p}+k_pk_cG_aG_fG_s}\right|$ → questo limite è uguale a 0 per $\boxed{v=1}$

$|e_{da}^\infty| = 0$ $\boxed{v=1} \Rightarrow \boxed{v+p=2}$; $\boxed{\forall |k_c|}$

4) $|e_{ds}^{\infty}| < 10^{-5}$, $d_s(t) = a_s \cdot \sin(\omega_s t)$; $|a_s| < 2 \cdot 10^{-3}$; $\omega_s = 2000$ rad/s

(dalle slide part 7 (p.67)) : $|e_{ds}^{\infty}| = |a_s| \cdot |G_{dsy}(j\omega_s)| = |a_s| \cdot \dfrac{|T(j\omega_s)|}{G_s}$

$$|a_s| \cdot \frac{|T(j\omega_s)|}{G_s} < 10^{-5} \Rightarrow |T(j\omega_s)| < \frac{10^{-5} \cdot G_s}{|a_s|} = \frac{10^{-5} \cdot 2}{2 \cdot 10^{-3}} = 0.01 \xrightarrow{\text{in dB:}} 20 \cdot \log_{10}(0.01) = -40$$

$$\Rightarrow \boxed{M_T^{HF} = -40\,dB} , \quad \omega_H = \omega_s \cdot 10^{\left(\frac{M_T^{HF}}{40}\right)} = \omega_s \cdot 10^{(-40/40)} = 2000 \cdot 10^{(-1)} = 200 ; \quad \omega_c \leq \omega_H/2 \Rightarrow \boxed{\omega_c \leq 100}$$

7) $\hat{s} < 10\%$

dalle slide part 7 (p.116, 118) : $\zeta = \dfrac{|\ln(10/100)|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(10/100)}} = 0.59$;

$$T_p = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} = \boxed{1.05 = T_p} ; \quad S_p = \frac{2\zeta\sqrt{2 + 4\zeta^2 + 2\sqrt{1+8\zeta^2}}}{\sqrt{1+8\zeta^2} + 4\zeta^2 - 1} = \boxed{1.36 = S_p}$$

5) (dalle formule in slide part 7 (p.121)):

$t_r < 0.1$ s

$$\omega_c \geq \left(\frac{1}{\sqrt{1+\zeta^2}} \cdot (\pi - \arccos(\zeta)) \cdot \sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}\right) \cdot \frac{1}{\underset{(t_r)}{0.1}} \Rightarrow \boxed{\omega_c \geq 19.7}$$

6) $t_{s,5\%} < 1$s

(dalle formule in slide part 7 (p.123)) : $\omega_c \geq \left(\dfrac{-\ln(5/100)}{\zeta} \cdot \sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4} - 2\zeta^2}\right) \cdot \dfrac{1}{\underset{(t_{s,5\%})}{1}}$

$\Rightarrow \boxed{\omega_c \geq 3.67}$

- Risultati ottenuti

1) $G_f = 0.5$, $k_d = 1$, $\rho = 1$
2) ~~[illegible]~~ $v = 0$, $\forall |k_c|$
3) $v = 1$, $\forall |k_c|$
4) $M_T^{HF} = -40$dB, $\omega_c \leq 100$ rad/s
5) $\omega_c \geq 19.7$ rad/s
6) $\omega_c \geq 3.67$ rad/s
7) $T_p = 1.05$, $S_p = 1.36$

$\Rightarrow$ $\boxed{v = 1}$ $\boxed{\text{system type} = v + p = 2}$ $\boxed{\forall |k_c|} \Rightarrow \boxed{k_d = 1}$

$\boxed{\omega_{c\,des} \in [19.7 \ , \ 100] \text{ rad/s}}$ $\boxed{T_p = 1.05 , S_p = 1.36}$

- Segno di k_c

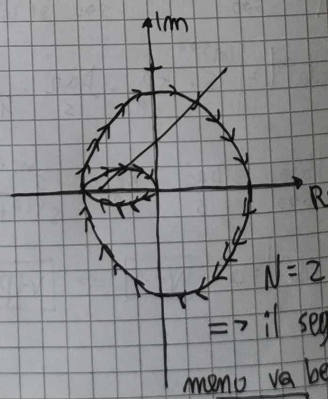
scelgo $k_c = -1$

$$G_c(s) = \frac{k_c}{s^v} = \frac{-1}{s} ; \quad L_{in}(s) = G_c G_p G_a G_f G_s$$

$$= -\frac{1}{s} \cdot \frac{20}{2s^3 + 200s^2 + 5000s} \cdot (-3) \cdot 2 \cdot (0.5) =$$

$$= \frac{60}{2s^4 + 200s^3 + 5000s^2} =$$

$$= \frac{30}{s^2(s+50)^2}$$



$N = 2$

$\Rightarrow$ il segno meno va bene

$\Rightarrow \boxed{k_c = -1}$

- Nichols

$\omega_{c\,des} \in [$ ~~[illegible]~~ 19,7

scelgo $\boxed{\omega_{c\,des} = 3}$

in 30 rad/s : $|L|$

$\angle L$

. Voglio che la

in 30 rad/s abb

e fase $\angle L = -1$

. Per ottenere ques

l'inserimento d

B) Progetto Reti

→ Rete Zero

. Avendo $v = 1$

è necessari

contributo s

. Dalla lettura

$z = \dfrac{\omega_{c\,des}}{\omega_{norm}}$

- Rete Lead

. Progetto una

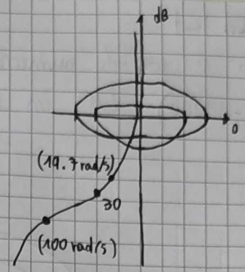
. Dalla lettu

$z_d = \dfrac{\omega_c}{\omega}$

- Nichols

$\omega_{cdes} \in [19.7 \quad , \quad 100]$ rad/s

scelgo $\boxed{\omega_{cdes} = 30 \text{ rad/s}}$



in 30 rad/s: $|L| = -100\,dB$

$\angle L = -242°$

- Voglio che la mia rete finale, in 30 rad/s abbia modulo $|L| = 0$ e fase $\angle L = -116°$ (per essere fuori dalla zona proibita).
- Per ottenere questi risultati e per soddisfare le specifiche agisco sulla fase tramite l'inserimento di una rete zero e una rete lead, e sul modulo modificando $|K_c|$.

B) Progetto Reti

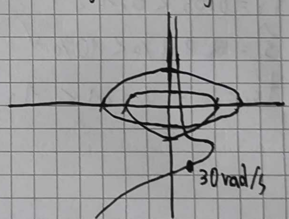
→ Rete zero

- Avendo $V = 1$ è possibile inserire una rete zero $\left(R_z = 1 + \frac{s}{z}\right)$; Per raggiungere $\angle L = -116°$ è necessario un aumento di 126°, progetto la rete zero in modo che il suo contributo sia di 80°.
- Dalla lettura del grafico, 80° corrisponde a una $\omega_{norm} = 6$.

$z = \frac{\omega_{des}}{\omega_{norm}} = \frac{30}{6} = 5 \Rightarrow \left[R_z(s) = 1 + \frac{s}{5}\right]$; inserendola in $L(s)$ si ottengono i seguenti risultati:

in 30 rad/s: $|L| = -84.5\,dB$

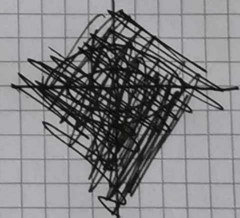
$\angle L = -161°$



- Rete Lead

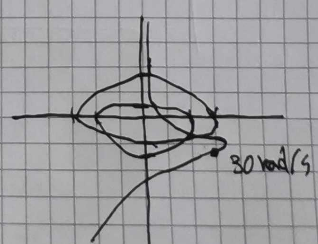
- Progetto una rete lead per avere un aumento di 45°
- Dalla lettura del grafico, scelgo $\omega_{norm} = 1.2$ ed $m = 14$

$z_d = \frac{\omega_{des}}{\omega_{norm}} = \frac{30}{1.2} = 25 \Rightarrow R_d(s) = \frac{\left(1 + \frac{s}{25}\right)}{\left(1 + \frac{s}{25 \cdot 14}\right)}$; si ottengono i seguenti risultati:



in 30 rad/s: $|L| = -80.7\,dB$

$\angle L = -116°$

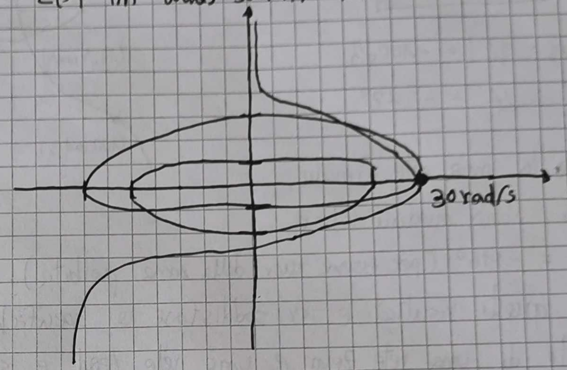


- Aumento del modulo $|L|$
- Essendo $|k_c|$ non vincolato è possibile aumentare il modulo di $|L|$ aumentando $|k_c|$
- Con $|k_c| = 11000$ $(k_c = -11000)$ $L(s)$ in $\omega_{cdes} = 30\,rad/s$ ha modulo $|L| = 0\,dB$

risultato: $k_c = -11000$

L finale:

$$L(s) = \frac{9.24 \cdot 10^5 (s+5)(s+25)}{s^2 (s+50)^2 (s+350)}$$



c) Tempo di campionamento

- Per implementare il controllore in forma digitale il tempo di campionamento deve essere compreso tra $0.1/\omega_{cdes}$ e $0.2/\omega_{cdes}$; in questo modo si garantisce una perdita di fase compresa fra i $3°$ e i $6°$.

$$T \in [0.0033\ ,\ 0.0067] \Rightarrow \boxed{T = 0.005}$$

D) Verifica Specifiche

$t_r = 0.05 < 0.1\,s$ ✓

$\hat{S} = 9{,}9\% < 10\%$ ✓

$t_{s,5\%} = 0.321 < 1\,s$ ✓