Práctica de Laboratorio 2: Diseño de controladores por el método de lugar de raíces.

Elías Álvarez
Carrera de Ing. Electrónica
Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción
Asunción, Paraguay
Email: elias.alvarez@universidadcatolica.edu.py

Tania Romero
Carrera de Ing. Electrónica
Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción
Asunción, Paraguay
Email: tania.romero@universidadcatolica.edu.py

Docente: Lic. Montserrat González
Facultad de Ingeniería
Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción
Asunción, Paraguay

Docente: PhD. Enrique Vargas
Facultad de Ingeniería
Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción
Asunción, Paraguay

I. Indicadores

- Estabilidad en lazo cerrado: polos dentro del círculo unitario en z.
- Tiempo de subida: con $\zeta = 0.7$ y 8 muestras en t_r.
- Error en estado estacionario (ESS): debe ser igual a cero.
- Comparación Matlab vs. experimento.

II. Introducción

En este laboratorio se aplica el método del lugar de raíces para el diseño de un controlador digital que modifique la dinámica de una planta previamente discretizada mediante retención de orden cero. A partir de las especificaciones de desempeño (tiempo de subida, factor de amortiguamiento y error en estado estacionario), se determinan los polos deseados en el plano-z y se ajusta el compensador para que dichos polos pertenezcan al lugar de raíces del sistema. De este modo, se logra un diseño sistemático que permite cumplir con los requisitos de estabilidad y respuesta transitoria, comparando los resultados obtenidos en Matlab con la implementación práctica en PSoC.

III. Objetivos

- Diseñar un controlador que modifique la dinámica de la planta para satisfacer condiciones específicas de la respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado.
- El sistema regulado debe ser estable.
- El error en estado estacionario (ESS) debe ser igual a cero.
- Observar y analizar los efectos del controlador en el comportamiento del sistema.
- Considerar diferentes métodos para el ajuste de los parámetros del controlador y analizar los resultados.
- Diseñar el sistema de control en Matlab e implementar la ecuación en diferencias en PSoC.

IV. Materiales

- PC con Matlab.
- Planta analógica.
- Sistema de adquisición en PSoC.

V. Teoría

Véase K. Ogata, *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*, págs. 204–225.

VI. Desarrollo

VI-A. *Modelado del Sistema*

VI-A1. Obtención de la función de transferencia en lazo abierto: La planta puede interpretarse como la conexión en cascada de dos filtros activos de primer orden. Cada uno posee la misma topología: un amplificador operacional en configuración inversora cuya impedancia de realimentación está compuesta por una resistencia en paralelo con un capacitor.

VI-A1a. Impedancia de realimentación.: Para el paralelo $R_f \parallel C_f$, se obtiene:

$$Z_f \;=\; R_f \parallel \frac{1}{sC_f} \;=\; \frac{R_f}{1 + sR_fC_f} \tag{1}$$

El sistema trabaja sobre una tensión de referencia en continua $V_{\text{cc}}/2 = 2.5$ V. En los cálculos posteriores se toma dicho valor como punto de referencia.

VI-A1b. Ganancia de una etapa (entrada inversora).: Con $V_{\text{ref}} = 0$, se cumple el cortocircuito virtual ($V_p = V_n = 0$). Aplicando KCL en el nodo inversor:

$$\frac{V_i}{R_i} \;=\; \frac{-V_o}{Z_f} \quad\Rightarrow\quad \frac{V_o}{V_i} \;=\; -\frac{Z_f}{R_i}$$

y reemplazando (1):

$$\left.\frac{V_o}{V_i}\right|_{V_{\text{ref}}=0} = -\,\frac{R_f}{R_i}\,\frac{1}{1 + sR_fC_f} \tag{2}$$

VI-A1c. Encadenamiento de etapas.: Como ambas etapas AO1 y AO2 responden a la forma (2), la ganancia total en lazo abierto resulta del producto de sus transferencias:

$$G_{\mathrm{ol}}(s) = \Big(-\frac{Z_{f1}(s)}{R_{i1}}\Big)\Big(-\frac{Z_{f2}(s)}{R_{i2}}\Big)$$

VI-A1d. Implementación en Matlab.: El siguiente código genera cada etapa de primer orden, calcula la función en lazo abierto y extrae información temporal de la respuesta al escalón:

VI-A1e. Resultados numéricos.: A partir de la respuesta de la figura **??** se obtuvieron:

- **Tiempo de subida:** $t_r \approx 0.0332$ s (33.2 ms)
- **Tiempo de establecimiento (2 %):** $t_s \approx 0.0603$ s (60.3 ms)
- **Frecuencia natural estimada:** $\omega_n \approx 54.2$ rad/s

VI-B. Discretización de la Planta

2.1. Elegir el tiempo de muestreo T_s para 8 muestras en el tiempo de subida ($\zeta = 0.7$).
La planta es la siguiente:

$$G(s) = \frac{K}{(s+a)(s+b)} \tag{3}$$

$$G(z) = (1 - z^{-1})\,\mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right\} \tag{4}$$

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{K}{ab}\frac{1}{s} + \frac{K}{(b^2-ab)}\frac{1}{(s+b)} + \frac{K}{(a^2-ab)}\frac{1}{(s+a)} \tag{5}$$

2.2. Comparar el resultado con Matlab.

VI-C. Modificación de la Dinámica

3.1. Diseñar compensador para $\zeta = 0.7$.
3.2. Diseñar otro compensador para que $\mathrm{ESS} = 0$.

VI-D. Implementación en PSoC

4.1. Implementar las ecuaciones en diferencias:
   - 4.1.4.1. Con el compensador de la sección 3.1.
   - 4.1.4.2. Con el compensador de la sección 3.2.
   - 4.1.4.3. Con ambos compensadores juntos.

VI-E. Resultados

5.1. Gráficas del sistema con los compensadores.
5.2. Comparar Matlab vs. resultados experimentales.

APÉNDICE A
SNIPPETS MATLAB (BORRADOR)

```
G = tf(num, den);
Ts = 0.001; % placeholder
Gz = c2d(G, Ts, 'zoh');
step(Gz); grid on;
```

APÉNDICE B
NOTAS PSOC (BORRADOR)

```
// ISR @ Ts:
// 1) Leer ADC -> yk
// 2) Calcular error ek = rk - yk
// 3) Calcular uk con ecuaciones en diferencias
// 4) Escribir DAC -> uk
```