

Digitaalloogika ja digitaalsüsteemid

Kodutöö

Siim Talvik

174655IDDR

Esitatud: 20.01.2018

1 Loogikafunktsiooni leidmine

Martiklinumber: 174655IDDR, 1-de piirkond: ['1', '2', '3', '6', '9', '10'], määramatuspiirkond: ['4', '8', '12', '15'], 0-ide piirkond: ['0', '5', '7', '11', '13', '14']

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum (1, 2, 3, 6, 9, 10)_1 \prod (0, 5, 7, 11, 13, 14)_0 (4, 8, 12, 15)_2$$

2 Kirjutada välja oma matriklinumbrist leitud osaliselt määratud 4-muutuja loogikafunktsiooni tõeväärtustabel.

X1	X2	X3	X4	n	F
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	-
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	-
1	0	0	1	9	1
1	0	1	0	10	1
1	0	1	1	11	0
1	1	0	0	12	-
1	1	0	1	13	0
1	1	1	0	14	0
1	1	1	1	15	-

- 3 Leida MDNK (minimaalne DNK) ja MKNK (minimaalne KNK), mis sobiksid matriklinumbrist leitud osaliselt määratud 4-muutuja funktsiooni esitamiseks

3.1 MDNK Karnaugh' kaardiga

$$f(x_1 \dots x_4) = \sum (1, 2, 3, 6, 9, 10)_1 (4, 8, 12, 15)_2$$

x3 x4	00	01	11	10
x1 x2				
00	0	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
01	-	0	0	1
11	-	0	-	0
10	-	1	0	<u>1</u>

orantz: $\overline{x_1} \overline{x_2} x_4$

Sinine: $\overline{x_2} \overline{x_3} x_4$

roheline: $\overline{x_1} x_3 \overline{x_4}$

kollane: $\overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$$

3.2 MKNK McCluskey' meetodiga.

$$f(x_1 \dots x_4) = \prod (0,5,7,11,13,14)_0 (4,8,12,15)_?$$

3.2.1 kleepimistabel

index	Laiend. 0de pk.	K?	Kn.	2-sed interv.	K?	Kn.	4-sed interv.	K?
0	0000(0)	K	0,4	0-00	K	0,4,8,12	- - 0 0	A1
			0,8	-000	K			
1	0100(4)*	K	4,5	010-	K	4,5,12,13	- 1 0 -	A2
	1000(8)*	K	4,12	-100	K			
			8,12	1-00	K			
2	0101(5)	K	5,7	01-1	K	5,7,13,15	- 1 - 1	A3
	1100(12)*	K	5,13	-101	K	12,13,14,15	1 1 - -	A4
			12,13	110-	K			
			12,14	11-0	K			
3	0111(7)	K	7,15	-111	K			
	1011(11)	K	11,15	1-11	A5			
	1101(13)	K	13,15	11-1	K			
	1110(14)	K	14,15	111-	K			
4	1111(15)*	K						

3.2.2 Katmistabel

Lihtimpl. 0de pk.	0	4*	5	7	8*	11	12*	13	14	15*
A1	0	0			0		0			
A2		0	0				0	0		
A3			0	0				0		0
A4							0	0	0	0
A5						0				0

MKNK on nelja liikmeline $f = A1 \cdot A3 \cdot A4 \cdot A5$

	$x_1 x_2 x_3 x_4$	MKNK liikmed
A1	- - 0 0	$x_3 \vee x_4$
A3	- 1 - 1	$\overline{x_2} \vee \overline{x_4}$
A4	1 1 - -	$\overline{x_1} \vee \overline{x_2}$
A5	1 - 1 1	$\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \overline{x_4}$

$$f = (x_3 \vee x_4)(\overline{x_2} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2})(\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \overline{x_4})$$

4 Kirjutada oma funktsiooni 1-de piirkonnast välja täielik DNK (TDNK) (ignoreerides määramatuspiirkonda)

X1	X2	X3	X4	n	F
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	1	0	6	1
1	0	0	1	9	1

1	0	1	0	10	1
---	---	---	---	----	---

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$$

5 Lihtsustada loogikaalgebra põhiseoste abil eelnevalt leitud täielikku DNK-d lihtsaima DNK-ni, milleks see TDNK lihtsustub.

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

toon teises ja kolmandas liikmes $\overline{x_1} \overline{x_2} x_3$ sulgude ette

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 (\overline{x_4} \vee x_4) \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

sulgudes on üks kuna $x \vee \overline{x} = 1$ Selle võib välja jätta kuna $x \cdot 1 = x$

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

toon esimeses ja teises liikmes $\overline{x_1} \overline{x_2}$ sulgude ette

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} (\overline{x_3} x_4 \vee x_3) \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

kuna $x \overline{y} \vee y = x \vee y$ toimub neeldumine $x_4 \overline{x_3} \vee x_3 = x_3 \vee x_4$

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} (x_3 \vee x_4) \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

avan sulud

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

toon teises ja neljandas liikmes $\overline{x_2} x_4$ sulgude ette

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_2} x_4 (\overline{x_1} \vee x_1 \overline{x_3}) \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

kuna $\overline{x} \vee x \overline{y} = \overline{x} \vee \overline{y}$ toimub neeldumine $\overline{x_1} \vee x_1 \overline{x_3} = \overline{x_1} \vee \overline{x_3}$

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_2} x_4 (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

avan sulud

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

toon esimeses ja viiendas liikmes $\overline{x_2} x_3$ sulgude ette

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 (\overline{x_1} \vee x_1 \overline{x_4}) = \dots$$

kuna $\overline{x} \vee x \overline{y} = \overline{x} \vee \overline{y}$ toimub neeldumine $\overline{x_1} \vee x_1 \overline{x_4} = \overline{x_1} \vee \overline{x_4}$

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 (\overline{x_1} \vee \overline{x_4}) = \dots$$

avan sulud

$$\dots = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = \dots$$

toon kolmandas ja neljandas liikmes $\overline{x_1}x_3$ sulgude ette

$$\dots = \overline{x_1}\overline{x_2}x_4 \vee \overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_3(\overline{x_2} \vee x_2\overline{x_4}) \vee \overline{x_2}x_3\overline{x_4} = \dots$$

kuna $\overline{x} \vee x\overline{y} = \overline{x} \vee \overline{y}$ toimub neeldumine $\overline{x_2} \vee x_2\overline{x_4} = \overline{x_2} \vee \overline{x_4}$

$$\dots = \overline{x_1}\overline{x_2}x_4 \vee \overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}x_3(\overline{x_2} \vee \overline{x_4}) \vee \overline{x_2}x_3\overline{x_4} = \dots$$

avan sulud

$$\dots = \overline{x_1}\overline{x_2}x_4 \vee \overline{x_2}\overline{x_3}x_4 \vee \overline{x_1}\overline{x_2}x_3 \vee \overline{x_1}x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_2}x_3\overline{x_4} = \dots$$

(kolmas liige on üle, edasi enam ei lihtsustu)

5.1 Võrrelda lihtsustamisel saadud DNK-d eelnevalt (punktis 3) leitud MDNK-ga:

5.1.1 kas nad on võrdsed?

Lihtsustamisel saadud DNK peaks olema võrdne eelnevalt leitud MDNK'ga kuna eelnevalt leitud MDNK Karnaugh kaardi gruppides ei kasutatud määramatuspiirkonda.

5.1.2 kui nad pole võrdsed, siis kumb nendest on väiksema keerukusega (ehk lihtsam) avaldis ja miks?

Erinevuse korral on Karnaugh kaardiga leitud avaldis väiksema keerukusega, kuna nõutud tulemus saavutatakse määramatuspiirkonda kaasates mis võimaldab Karnaugh kaardil luua suuremad grupid mis omakorda tähendab lihtsamat avaldist.

6 Leida ja näidata, milleks (0 või 1) väärtustuvad (punktis 3) leitud MDNK ja MKNK määramatuspiirkonna kõikide argumentvektorite korral

Määramatuspiirkonna argumentvektorid: 4, 8, 12, 15

	$x_1x_2x_3x_4$	$f(x_1x_2x_3x_4)$	$f \text{ MDNK}$	$f \text{ MKNK}$
4	0100	-	0	0
8	1000	-	0	0
12	1100	-	0	0
15	1111	-	0	0

6.1.1 MKNK arvutused

$$f = (x_3 \vee x_4)(\overline{x_2} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2})(\overline{x_1} \vee \overline{x_3}\overline{x_4})$$

$$4: f(0,1,0,0) = (0 \vee 0)(0 \vee 1)(1 \vee 0)(1 \vee 1 \cdot 1) = 0 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$8: f(1,0,0,0) = (0 \vee 0)(1 \vee 1)(0 \vee 1)(0 \vee 1 \cdot 1) = 0 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$12: f(1,1,0,0) = (0 \vee 0)(0 \vee 1)(0 \vee 0)(0 \vee 1 \cdot 1) = 0 \cdot 1 \cdot 0 \cdot 1 = 0$$

$$15: f(1,1,1,1) = (1 \vee 1)(0 \vee 0)(0 \vee 0)(0 \vee 0 \cdot 0) = 1 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

6.1.2 MDNK arvutused

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$$

$$4: f(0,1,0,0) = 1 \cdot 0 \cdot 0 \vee 0 \cdot 1 \cdot 0 \vee 1 \cdot 0 \cdot 1 \vee 0 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$8: f(1,0,0,0) = 0 \cdot 1 \cdot 0 \vee 1 \cdot 1 \cdot 0 \vee 0 \cdot 0 \cdot 1 \vee 1 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$4: f(0,1,0,0) = 1 \cdot 0 \cdot 0 \vee 0 \cdot 1 \cdot 0 \vee 1 \cdot 0 \cdot 1 \vee 1 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

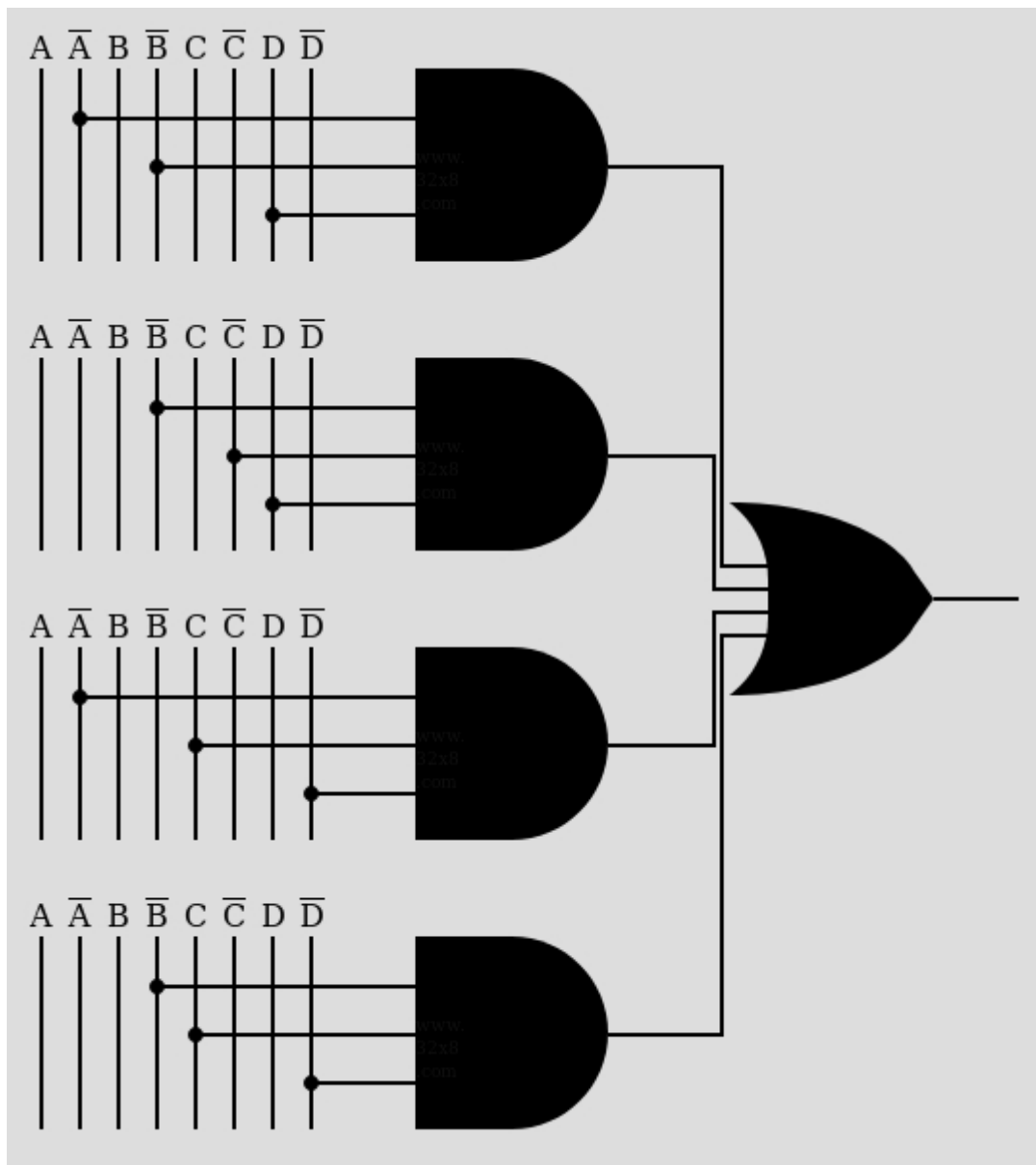
$$15: f(1,1,1,1) = 0 \cdot 0 \cdot 1 \vee 0 \cdot 0 \cdot 1 \vee 0 \cdot 1 \cdot 0 \vee 0 \cdot 1 \cdot 0 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

6.2 Otsustada (hinnata), kas leitud MDNK ja MKNK on teineteisega võrdsed või mitte.

Kuna määramatuspiirkonna argumentvektorid väärtustuvad MDNK ja MKNK korral ühtemoodi on MDNK ja MKNK võrdsed.

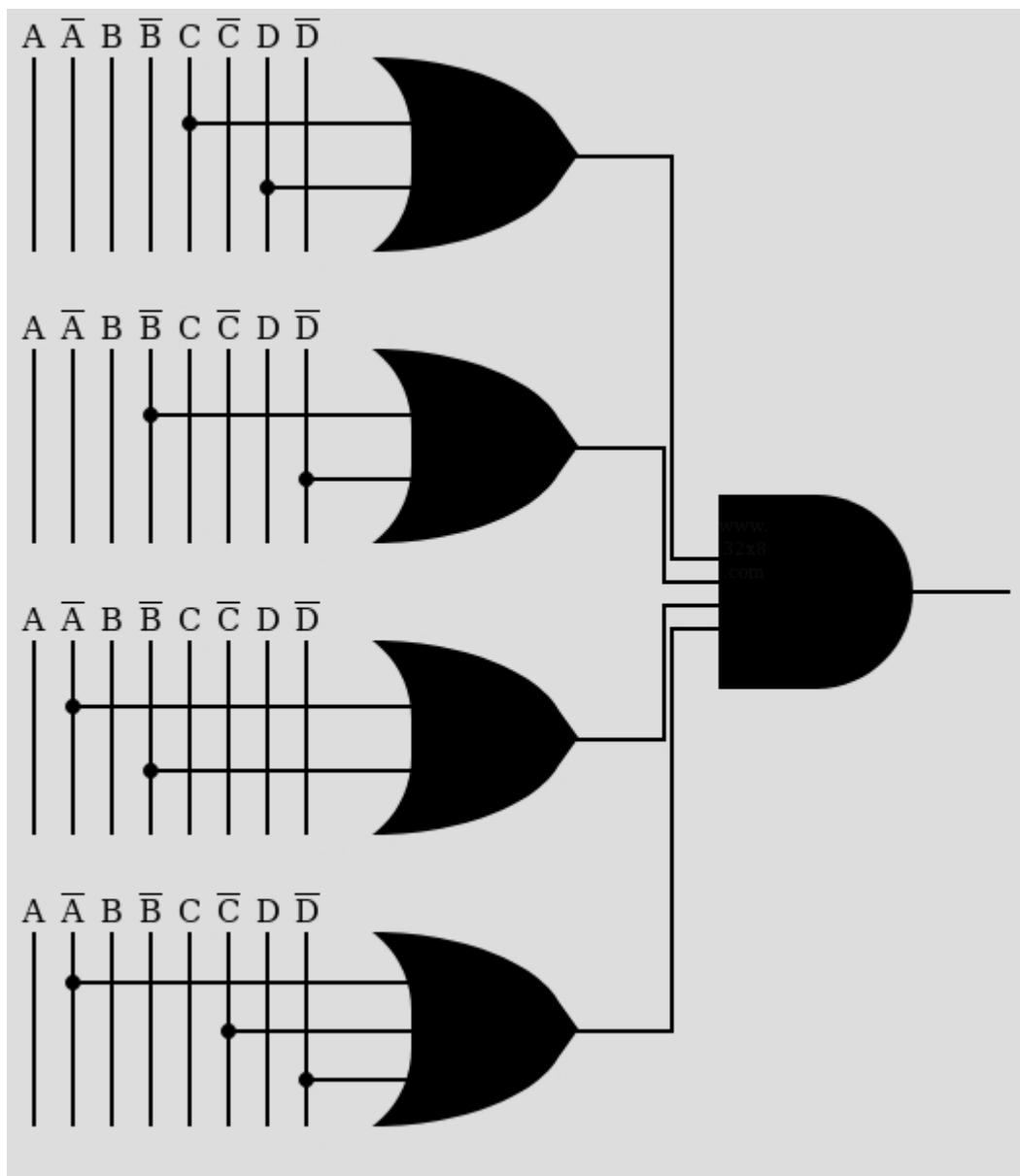
- 7 Realiseerida (punktis 3) MDNK-na saadud loogikafunktsioon minimaalseima keerukusega loogikaskeemina, kasutades vabaltvalitud loogikaelemente AND OR ja NOT.

$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$$



- 8 Realiseerida (punktis 3) MKNK-na saadud loogikafunktsioon minimaalseima keerukusega loogikaskeemina elementidel AND OR NOT.

$$f = (x_3 \vee x_4)(\overline{x_2} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2})(\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \overline{x_4})$$



- 9 Realiseerida (punktis 3) MDNK-na saadud loogikafunktsioon lihtsaima loogikaskeemina kahe sisendiga loogikaelementidel (OR-NOT) .

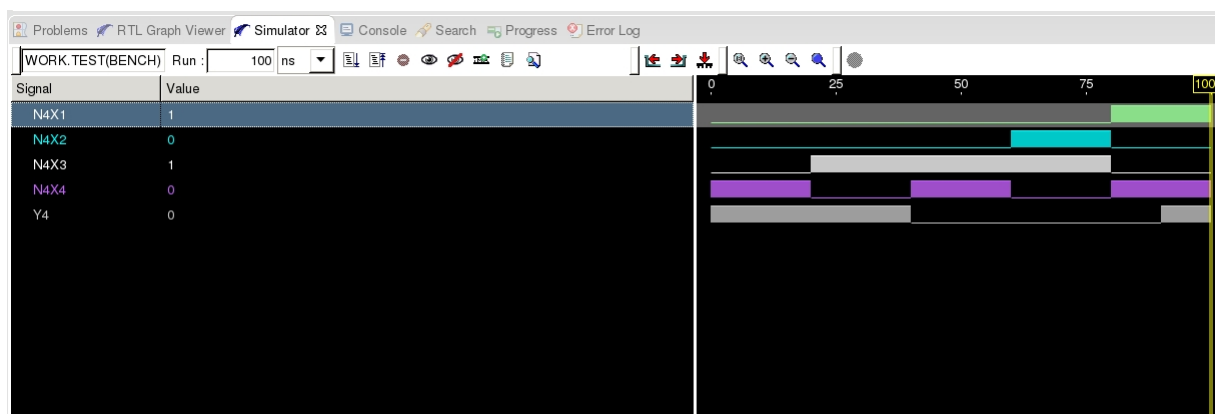
$$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = \overline{x_1} \overline{x_2} x_4 \vee \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$$

- 10 Realiseerida (punktis 3) MKNK-na saadud loogikafunktsioon lihtsaima loogikaskeemina kahe sisendiga loogikaelementidel (AND-NOT) .

$$f = (x_3 \vee x_4)(\overline{x_2} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2})(\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \overline{x_4})$$

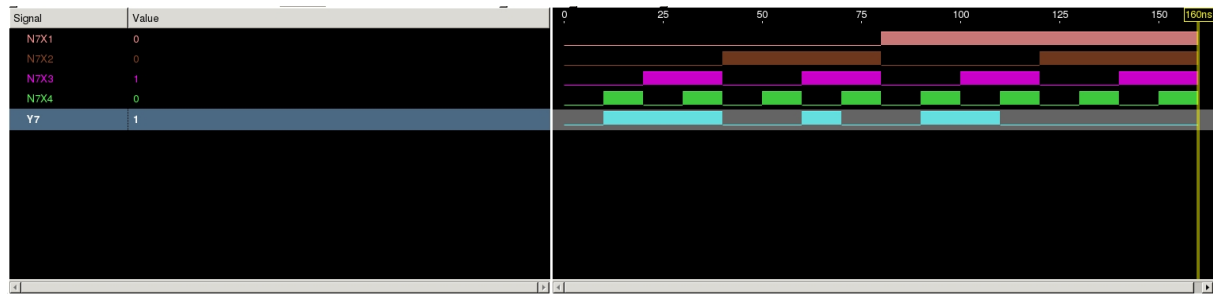
- 11 Modelleerida punktides 4, 7, 8, 9, 10 saadud tulemusi VHDL-is.

11.1 Punktis neli saadud VHDL tulemus



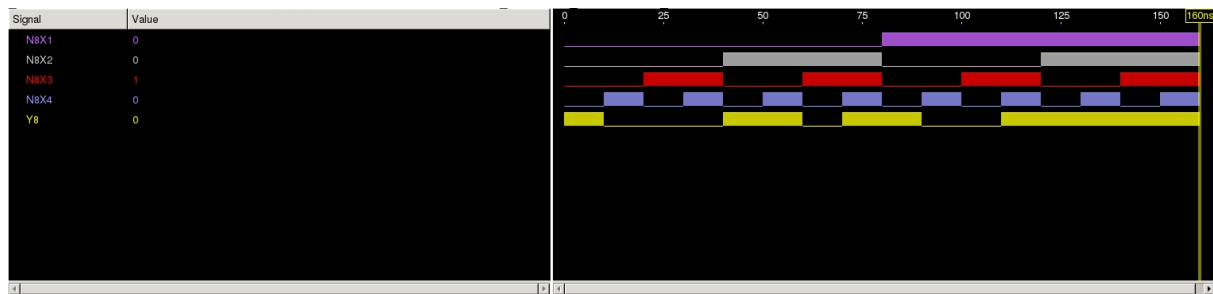
Kood: <https://github.com/simpss/digilog-kodutoo/blob/master/zamiacad/eclipse/homework/test.vhdl#L48>

11.1.1 Punktis 7 saadud VHDL tulemus



Kood: <https://github.com/simpss/digilog-kodutoo/blob/master/zamiacad/eclipse/homework/test.vhdl#L70>

11.1.2 Punktis 8 saadud VHDL tulemus



Kood: <https://github.com/simpss/digilog-kodutoo/blob/master/zamiacad/eclipse/homework/test.vhdl#L87>