

# Messtechnik und Messdatenverarbeitung

## Übungszettel 4

Lasse Knudsen (21157556), Maximilian Scholz (21158423),  
Florian Wiesener (21155905)  
Technische Universität Hamburg-Harburg

25. November 2014

# 1 Optische Transmissionsmessung

## 1.1 Zeigen sie, dass es sich bei der gegebenen Verteilung um eine Dichtefunktion handelt.

„Die Wahrscheinlichkeitsverteilung (kurz: Verteilung)“ Puente, Seite 112.  
Wir gehen von folgender Fragestellung aus: „Zeigen sie, dass es sich bei der gegebenen Funktion um eine Dichtefunktion handelt“.

$$f(x) = -5\left(\frac{1}{256}x^4 - \frac{1}{16}\right) \text{ für } -2 \leq x \leq 2$$

0 sonst

$$\int_{-2}^2 -5\left(\frac{1}{256}x^4 - \frac{1}{16}\right) dx = -5 \left[ \frac{1}{1280}x^5 - \frac{x}{16} \right]_{-2}^2 = -5 \left( \left( \frac{1}{40} - \frac{1}{16} \right) - \left( \frac{-1}{40} + \frac{1}{16} \right) \right) = 1$$

Damit ist gezeigt, dass es sich um eine Dichtefunktion handelt.

## 1.2 Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein emittiertes Photon detektiert wird?

Aus dem Radius des Detektorelements ergibt sich folgendes Integral:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 -5\left(\frac{1}{256}x^4 - \frac{1}{16}\right) dx &= -5 \left[ \frac{1}{1280}x^5 - \frac{x}{16} \right]_{-1}^1 = -5 \left( \left( \frac{1}{40} - \frac{1}{16} \right) - \left( \frac{-1}{40} + \frac{1}{16} \right) \right) \\ &= \frac{79}{128} \approx 62\% \end{aligned}$$

## 1.3 Angenommen es werden $10^5$ Photonen gezählt. Wieviele Photonen wurden von der Lichtquelle emittiert?

$$\frac{79}{128} = 10^5 \quad (1)$$

$$\frac{1}{128} = \frac{10^5}{79} \quad (2)$$

$$1 \approx 162025 \quad (3)$$

### 1.4 Bitte geben sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion an.

Da  $f_x(x)$  und  $f_y(y)$  statistisch unabhängig sind ergibt sich die gemeinsame Dichtefunktion durch das Multiplizieren der einzelnen Funktionen:

$$f_{x,y}(x,y) = -5\left(\frac{1}{256}x^4 - \frac{1}{16}\right) \cdot \frac{1}{\mu} \cdot e^{\frac{-y}{\mu}}$$

Wären  $f_x(x)$  und  $f_y(y)$  nicht mehr statistisch unabhängig, könnte die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion nicht mehr durch einfaches Multiplizieren berechnet werden.

## 2 Stichprobe

Siehe 3\_gesamt.R

### 2.1 Ergebnis

1. Da der Mittelwert abhängig von zufälligen Stichproben ist, ist er auch eine Zufallsvariable
2. wahr
3. wahr
4. falsch