permutation calculation.md 22.8.2020

Ziel

Wir wollen aus einer endlichen Menge gegebener Permutationen die Ordnung der erzeugten Permutationsgruppe bestimmen.

- 1. Nach Satz von Lagrange wissen wir, dass die Elementordnung die Gruppenordnung teilt. Das heißt wir wissen, dass die gesuchte Gruppenordnung \$\geq\$ dem kgV der Elementordnungen sein muss.
- 2. Die Elementordnung kann einfach bestimmt werden indem die Permutation in disjunkte Zykel zerlegt wird. Das kgV der Zykellängen ist die Elementordnung.
- 3. Allein die Elementordnungen reichen aber nicht aus um die Gruppenordnung zu bestimmen. z.B. <(1,2,3,4,5), (1,2)> hat Ordnung \$60\$. dagegen hat <(1,2,3,4,5), (6,7)> nur Ordnung \$10\$.
- 4. FALSCH: Seien \$\pi_i\$ unsere \$N\$ Permutationen mit Ordnungen \$n_i\$. Dann können wir jede Permutation im Erzeugnis bilden als \$\prod\limits_{i=1}^N \pi_{\sigma(i)}^{s_{\sigma(i)}}\$, wobei \$0\leq s_i < n_i\$ ist und \$\sigma \in S_N\$

Das heißt wir haben maximal $\left(N! \right)$ Elemente, die generiert werden können.