MikroB - HO2

Simon Vadsholt (mth311)

2024

1 Straffespark

1. Ved brug af Nashpy.Game og support enumeration i Python kan Nash ligevægten i blandede stratagier udregnes for henholdsvis målmanden og angriberen for $\theta_2 = \theta_v$:

    - **Målmand:** (0.46793534 0.10847231 0.42359234)
    - **Angriber:** (0.42593202 0.24176854 0.33229944)

    Samme tilgang tages for at finde Nash ligevægten i blandede strategier, for $\theta_2 = \theta_h$:

    - **Målmand:** (0.72746551, 0.07523519, 0.1972993)
    - **Angriber:** (0.43200679, 0.23310973, 0.33488348)

2. Hvis det kun er angriberen, der kender sin type, er det eneste målmanden ved ex ante, at der 11% venstrebenede angribere. Vi kan således opsætte 2 matricer afhængigt af type, hvor angriberens payoff er givet ved sandsynligheden for mål givet deres type, mens målmandens payoffs er det vægtede gennemsnit af sandsynligheden for en redning. På den måde afspejles det, at angriberen kender sin type, mens målmanden ikke gør det. Ved brug af kode givet i forbindelse med forelæsningerne, er det dernæst nemt at sætte spillet på bred matrix form. Det vil altså sige, at vi betragter kombinationen at aktioner mellem typer for angriberen som sættet af mulige aktioner. Hvis vi benytter given kode fra forelæsningerne, kan denne opsætning nemt laves, og eventuelle strengt dominerede strategier kan elimineres med IESDS. Slutteligt kan Nash ligevægten findes med nashpy.

    Det resulterer i følgende nash ligevægt:

    - **Målmand:** (0.72746551, 0.07523519, 0.1972993)
    - **Angriber:** (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.48462526, 0.2630266, 0.25234814)

3. Præcis den samme metode kan bruges, hvis det i stedet er højrebenede angribere, der kun er 11% af. Da får vi følgende resultat:

- **Målmand:** (0.46793534, 0.10847231, 0.42359234)
- **Angriber:** (0.3557065, 0, 0, 0.27061422, 0, 0, 0.37367928, 0, 0)

4. Når angribere overvejende er højrebenede, er nashligevægten at målmanden overvejende springer mod venstre. Alle venstrebenede angribere sparker mod højre, og en majoritet af de højrebenede sparker mod venstre. I det omvendte scenarie ser vi, at målmanden i Nash ligevægten, deler sin tid forholdsvist ligeligt mellem højre og venstre side af målrammen. Omvendt ser vi at højrebenede angribere altid sparker til venstre, mens venstrebenede sparker mere ligeligt. Det ses således tydeligt, at målmanden prioriterer majoritetens styrke højest, hvorfor det, på margenen er at foretrække at være i minoriteten.

2 Dynamisk Priskonkurrence

1. Dette forsøges løst med python. Som jeg forstår opgaven lægges der op til en fælles optimal pris p^*. Jeg får imidlertid $(1.28, 1.39)$. Jeg vil i det følgende antage at $p^* = 1.39$ for begge firmaer

2. Hvis vi i stedet antager et kartel, maksimeres den samlede profit med følgende resultat: $p^* = 1.85$

3. Vi kan se fordelingen som et potentielt uendeligt gentagende spil, hvor de involverede i hvert stadie enten kan vælge at samarbejde og spille kartel prisen eller afvige og tjene alle pengene selv ved at spille en kompetitiv pris. Payoffs giver anledning til at tro, at virksomhederne er symmetriske, hvorfor det umiddelbart vil være meningsfult at fordelingen også er det. Per one-shot afvigelses princippet, kan kartellets samarbejde og dermed den ligelige fordeling kun fortsætte, så længe det ikke er mere profitabelt for en af virksomhederne at afvige i et stadie for så at bibeholde sin strategi og indtejening i de andre stadier. Dette kan for eksempel opnås ved at straffe en sådan afvigelse gennem en trigger strategi

4. Med værdierne for henholdvis konkurrence og karteldannelse fastslået, kan vi nu finde, hvad virksomhederne vinder ved at danne kartel: $1.85 - 1.39 = 0.46$. Hvis kartellet antages at øbe i n perioder med diskontering δ, kan gevinsten således gives ved følgende geometriske serie: $\frac{0.46(1-\delta^n)}{1-\delta}$.

   Den foreslåede trigger strategi er at straffe me p^*, hvis den anden afviger blot en enkelt gang.

   Herfra kan jeg ikke lure, hvordan jeg skal kunne finde frem til de andre differencer. Jeg vil dog tilføje, at enhver diskonteringsfaktor, jeg havde fundet her, ville jeg have kunne oversætter til en implicit rente r med formlen $\delta = \frac{1}{1+r}$

5. Modellen går mod den rene Bertrand model, når $alpha \to \infty$, fordi forbruger nytten da også går mod det uendelige. Det vil gøre det nedenstående ved payoff funktionen:

   $\mathrm{D}_i(p_i, p_j) = \frac{exp(v_i)}{1+exp(v_i)+exp(v_j)}$
   $\downarrow$
   $D_i(p_i, p_j) = \frac{\infty}{1+\infty+exp(v_j)} = 1$

   Intuitivt vil dette betyde, at det altafgørende er, hvem der har den laveste pris, og at laveste pris vinder hele markedet. Der af følger det også, at ingen trigger strategi vil kunne holde samme på virksomehderne, fordi en afvigelse vil betyde hele markedet og derfor altid vil være mere tiltrækkende. Måske kunne man true med at straffe gennem en grim trigger strategi, der for altid vil spille marginal omkostningerne, da dette stå vil betyde 0 profit fremadrettet, men det er jeg ikke i stand til at evaluere.

6. Hvis $\alpha = 1$, er $v_i = 1 - p_i + R_i(p_i, p_j)$. Prissætningen er således ikke altoverskyggende som i Bertrand modellen, men betyder heller ikke ingenting.

3 Ebay

Delopgave A

1. Vi ved, at det er den Bayesianske Nash ligevægt i en second price sealed auction at byde sin sande værdi.

   Vi er givet, at der er $n = x * \bar{n}_a$ aktive bydere. Da præmissen for en SPSB auktion er, at prisen er givet ved det anden højeste bud, må vi således bare skulle finde det forventede anden højeste træk, når vi trækker fra den uniforme fordeling $U(0;1)$ n gange.

   Vi ved at k'te ordens statistikken for n uniformt fordelte variable følger Beta fordelingen, så

   $\tilde{V_k}(k, n-k+1)$

   Vi er altså interesserede i den forventede værdi af

   $\tilde{V_{n-1}}(n-1, 2)$

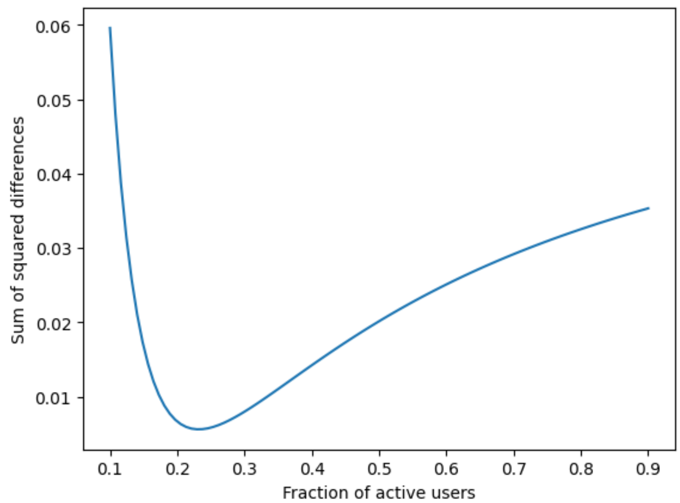
   Givet formlen for den forventede værdi af en betafordelt variabel, får vi således følgende svar:

   $\hat{p}_c(x) = E(V_{n-1}) = \frac{n-1}{n+1} = \frac{x*\bar{n}_a - 1}{x*\bar{n}_a + 1}$

2. Vi kan sammenligne de predikterede priser med de observerede værdier af 'price2start' i alle 30 kategorier under antagelsen, at 20% af deltagerne er aktive. Dette giver os nedenstående tabel. Her observeres det, at de predikterede priser overvejende er lidt højere end de observerede (5-10%). I enkelte er den predikterede pris dog også lavere, hvor forskellen dog så ofte er mere markant (10-25%). Dette kunne for eksempel indikere, at andelen af aktive deltagere ikke er den samme på tværs af kategorier.

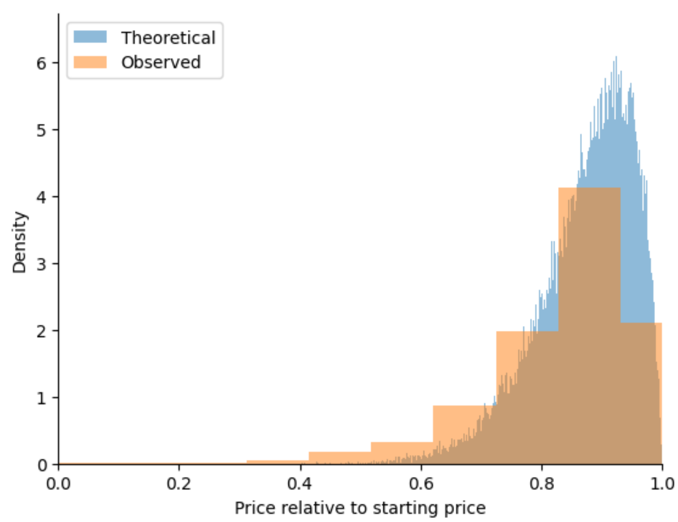
price2start	predicted price
0.697898	0.800802
0.678380	0.738072
0.759839	0.771430
0.697726	0.585373
0.720395	0.756605
0.795037	0.827524
0.842814	0.855710
0.794811	0.723863
0.796257	0.801849
0.778015	0.830240
0.723743	0.684176
0.743048	0.562066
0.729141	0.758313
0.686469	0.739906
0.674401	0.676213
0.830729	0.594458
0.782012	0.664476
0.756365	0.771463
0.736961	0.772817
0.705663	0.592181
0.806855	0.868461
0.750923	0.785556
0.724025	0.706503
0.778186	0.828189
0.679758	0.645835
0.723110	0.569942
0.827965	0.830322
0.753023	0.759793
0.765697	0.844237
0.783154	0.745723

3. Q funktionen defineres i Python. Dette gives os følgende, plot, hvorfra det ses, at den optimale andel af aktive deltager er omkring 0.2

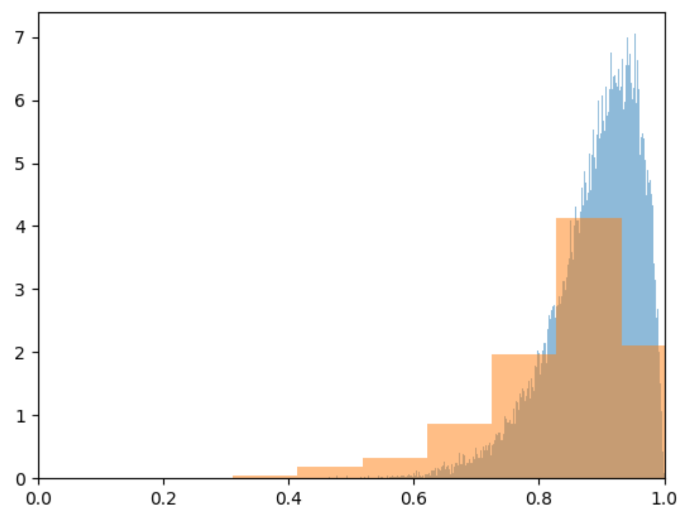


Ved brug af scipy.minimize findes værdien mere specifikt at være 0.23186192956806576

4. Hvis der, som i denne kategori er 64 deltagere, og at det, som tidligere vist, giver det bedste reusltat hvis 23% aktive, kan prisen bare findes som træk fra $(64 * 0,23 - 1, 2)$. Hvis dette afbilledes sammen med de observerede værdier, ser vi at de teoretiske valueringer er tættere omkring $[0.8; 1]$, og at de observerede værdier generelt har mere varians.

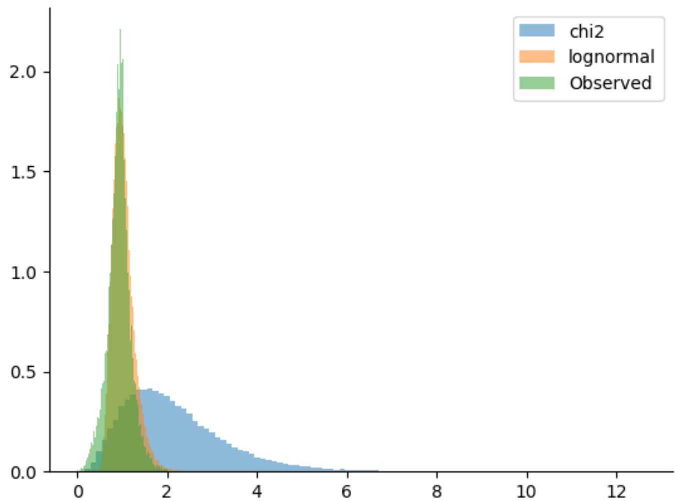


5. Jeg har en hypotese om, at auktionsmodellen vil virke bedst i kategorier med mange deltagere. Derved undgår vi nemlig outliers, hvor ting f.x. sælges særligt billig grundet manglender opmærksomhed. Vi ser at 'Musical Instruments & Gear' generelt har høje item view counts (middelværdien er 71). Hvis vi sammenligner de observerede priser med de, af modellen predikterede ser vi også ganske rigtigt forholdsvist nære middelværdier (henholdsvis 0,890 og 0,807). Det er dog ikke nemt at se denne nuance, hvis vi afbilleder kategorien som i sidste opgave. Histogrammet er dog ikke desto mindre repoduret nedenfor:

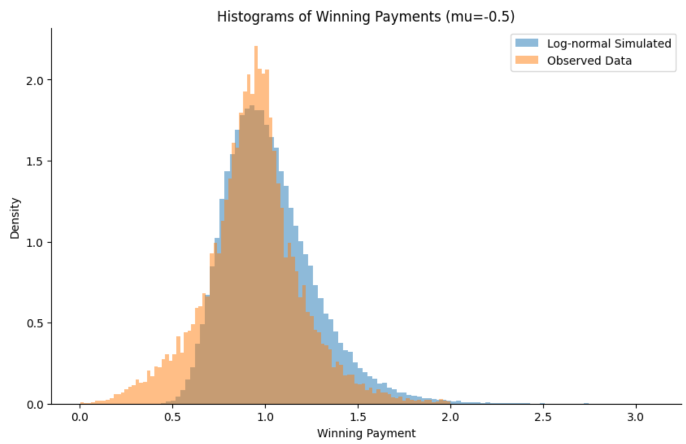


3.1 Delopgave B

1. Vi definerer de angivne fordelinger og givet det faktum at den dominante strategi er at byde sin valuering, samt at det andet højeste bud vinder, kan vi blot finde den anden højeste valuering i hver simulation, hvilket giver anledning til nedenstående histogram.

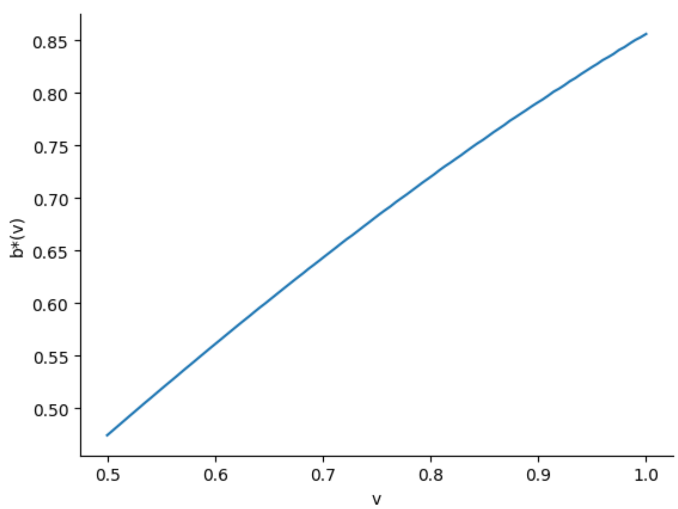


2. Hvis vi tager ECDF af henholdsvis de observerede priser og de teoretiske priser fra lognormal fordelingen, kan vi minimere distancen mellem de 2 som funktion af μ, hvilket må give værdien af μ der stemmer bedst overens med de observerede priser. Denne findes at være -0.5753906250000002



3. Modsat SPSB auktioner, er der ikke en strengt dominerende strategi, vi på samme måde kan forlade os på, når det kommer til BNE i en FPSB. I stedet kan vi benytte revernu ækvivalens teoremet. Grundet revenu ækvivalens, er den forventede pris den samme i de to forskellige auktionstyper, så længe fordelingen af valueringer er den samme.

   I sidste opgave kom vi frem til, at den bedste tilnærmelse af de observerede prisdata var en lognormal fordeling $LogNormal(0.575, 0.5)$. Ved hjælp af kode givet som eksempler ved forelæsningerne, defineres $b^*(v)$, så v er den største værdi i en trunkeret version af denne distribution. Dette kan repræsenteres grafisk som nedenfor



4. -