





# **Material Allocation**

---



**问题：** 在给定的时间段内，将不同的component分配给不同的工厂以生产不同的product

**背景：** component有每日供给，product有每日需求和优先级。同时，每个工厂对每个product有不同的生产时间和产率，需要最大化地满足需求并使用产能。

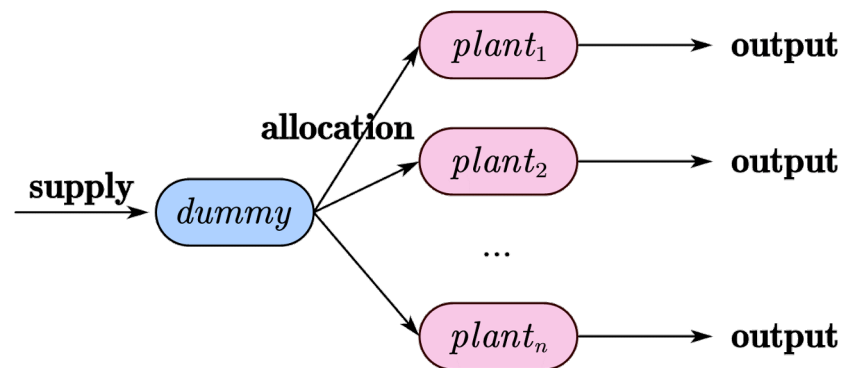
<b>输入：</b>	<i>usage</i>	生产product时每个component的使用量
	<i>supply</i>	每天component的供给量
	<i>boh</i>	component在工厂的初始库存量
	<i>capacity</i>	工厂可以投入生产的product的最多数量
	<i>offset</i>	生产product所需时间
	<i>yield</i>	实际产出占投入的比例
	<i>cum_demand</i>	每个component当天的累积需求
	<i>adjustment</i>	要求个别component在目标天数达到某个数量的优先订单

**需求：**

1. 每天的累积产出不超过累积需求
2. 优先满足*adjustment*的要求，必要时打破第一条
3. 分配时先按product优先级，再按工厂优先级：优先选择*offset*小的工厂，*offset*相同时优先选择*yield*高的工厂
4. 分配完成后若剩余产能，打破第一条并按第三条继续分配，直至使用全部产能
5. 若产能使用完毕后仍剩余component，将其存入第二天的供给



变量：	$B_{i,plant,t}$	component $i$ 在工厂 $plant$ 于时间 $t$ 的库存量，引入虚拟工厂dummy保存供给
	$I_{p,plant,t}$	product $p$ 在工厂 $plant$ 于时间 $t$ 的投入量
	$O_{p,plant,t}$	product $p$ 在工厂 $plant$ 于时间 $t$ 的产出量
	$A_{i,plant,t}$	component $i$ 于时间 $t$ 分配给工厂 $plant$ 的数量
	$D_{p,t}$	product $p$ 于时间 $t$ 的累积延误量
	$adj_{p,plant,t}^-$	product $p$ 在工厂 $plant$ 于时间 $t$ 未满足 $adjustment$ 的数量
	$adj_{p,plant,t}^+$	product $p$ 在工厂 $plant$ 于时间 $t$ 超出了 $adjustment$ 的数量
	$d_{p,t}^-$	product $p$ 于时间 $t$ 超出了 $cum\_demand$ 的产量
	$d_{p,t}^+$	product $p$ 于时间 $t$ 未满足 $cum\_demand$ 的产量



参数：

$weight\_p_p$  表示product  $p$ 延误的惩罚因子

$weight\_d_p$  表示product  $p$ 过量生产的惩罚因子

- 为保证顺序为：满足高优先产品 -> 满足低优先产品 -> 过量生产高优先产品 -> 过量生产低优先产品
- 惩罚为：低优先产品延误 < 高优先产品延误 < 高优先产品过量 < 低优先产品过量

minimize

$$\sum_{\substack{p \in \text{adj\_products} \\ t \in \text{adj\_days}}} adj_{p,t}^- + \sum_p w_p * D_{p,\text{days}[-1]} + \sum_{p,t} w_d * d_{p,t}^- + \sum_{i,\text{plant},t} B_{i,\text{plant},t} + \sum_{i,t} B_{i,\text{dummy},t} + \sum_{p,\text{plant},t} I_{p,\text{plant},t} * \text{offset}_{p,\text{plant}}$$

$$\text{subject to } B_{i,\text{plant},t} = \begin{cases} \text{boh} & \text{if } t = 0 \\ B_{i,\text{plant},t-1} & \text{else} \end{cases} + A_{i,\text{plant},t} - \sum_p \text{usage}_{p,t} * I_{p,\text{plant},t}$$

$$B_{i,\text{dummy},t} = B_{i,\text{dummy},t-1} + \text{supply}_{i,t} - \sum_{\text{plant}} A_{i,\text{plant},t}$$

$$I_{p,\text{plant},t} \leq \text{capacity}_{p,\text{plant},t}$$

$$O_{p,\text{plant},t} = I_{p,\text{plant},t} - \text{offset}_{p,\text{plant}} * \text{yield}_{p,\text{plant}}$$

$$O_{p,\text{plant},\text{days}[-1]} = \sum_{t \geq \text{days}[-1 - \text{offset}_{p,\text{plant}}]} I_{p,\text{plant},t} * \text{yield}_{p,\text{plant}}$$

$$\sum_{tt \leq t} \sum_{\text{plant}} O_{p,\text{plant},tt} + adj_{p,t}^- - adj_{p,t}^+ = \text{adjustment}_{p,t}$$

$$D_{p,t} = D_{p,t-1} + \text{cum\_demand}_{p,t} - \text{cum\_demand}_{p,t-1} - \sum_{\text{plant}} O_{p,\text{plant},t}$$

$$D_{p,t} + d_{p,t}^- - d_{p,t}^+ = 0$$



输出：	<i>daily_input</i>	每个产品在每个工厂的每日投入
	<i>daily_output</i>	每个产品在每个工厂的每日产出
	<i>overview</i>	每个产品的总投入、总输出、总延误

## 评估：

1. 惩罚因子  $weight_{p_p}$  和  $weight_{d_p}$  之间的关系仍需调整。产品之间区分优先级的基础上，也要比较不同产品延误和过量的优先级。需要在延误量无法降低时过量生产，而不是尽可能多地生产高优先级产品。
2. 目标函数各项的权重仍需调整。产能剩余时需要增大库存惩罚，而库存惩罚过大使得生产成本惩罚失效，再增大生产成本惩罚会使得投入减少，剩余产能，又需要增大库存惩罚。延误惩罚过大（或过量惩罚过小）使得高优先级产品在低优先级产品满足前过量造出，再增大过量惩罚又会剩余产能。
3. 产量多于需求量时的情况仍需改进。此时由于生产有成本，会减少产品投入导致产能剩余。另外为了减小过量生产，又会尽量选择产率低的工厂进行生产，分配时不符合工厂优先级的条件。
4. 当规模增大时，一些双求和计算（如累积产量）的工作量比较大，会拖延建模和求解速度。因为其中包含重复计算，采用了递推的建立方式缩短对应时间。