

شبیه‌سازی رایانه‌ای در فیزیک

تمرین هشتم: انتگرال تعینی

۱ معادله دیفرانسیل مرتبه اول

می‌خواهیم مقدار بار خازن را وقتی کلید RC را در مدار می‌بندیم حساب کنیم. معادله‌ی حاکم بر این مدار

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V \quad (1)$$

است که در آن V ، C و R به ترتیب اختلاف پتانسیل، ظرفیت خازن و مقاومت مدار هستند.

- این معادله را با استفاده از الگوریتم اویلر حل کرده و نمودار Q بر حسب زمان را رسم کنید. مشخصات مدار را $R = 3000\Omega$ ، $C = 1\mu F$ و $V = 10\text{volt}$ بگیرید و کل شبیه‌سازی را هم 0.5ms در نظر بگیرید.
- پاسخ تحلیل این مساله را می‌دانیم. مقدار واقعی بار در لحظه‌ی نهایی شبیه‌سازی از پاسخ تحلیلی را با پاسخ عدد خود مقایسه کنید و اختلاف را برای گام‌های متفاوت شبیه‌سازی، h ، در نموداری رسم کنید.

۲ معادله دیفرانسیل مرتبه دوم

در این مساله می‌خواهیم یک نوسان گر هماهنگ با معادله‌ی $\ddot{x} = -x$ را شبیه‌سازی کنیم.

- کدی بنویسید و در آن الگوریتم‌های اویلر، اویلر کومر، ورله، ورله سرعتی و بیمن این نوسانگر را برای زمانی از مرتبه ۱۰ برابر دوره تناوب آن شبیه‌سازی کنید. سپس نمودار مکان بر حسب زمان را برای این الگوریتم‌ها رسم کنید. تمام نمودارها را برای مقایسه بر روی یک گراف رسم کنید.
- نمودار سرعت بر حسب مکان این نوسانگر را برای تمام الگوریتم‌ها رسم کنید (هر الگوریتم یک نمودار مستقل).
- از روی پاسخ قسمت قبل، بگویید که در کدام الگوریتم‌ها انرژی کل سیستم بقا دارد.

۳ ناپایداری الگوریتم‌ها

معادله‌ی شارژ و تخلیه خازن را در نظر بگیرید. با مقایسه‌ی پاسخ تحلیل و حل عددی با استفاده از الگوریتم

$$y_{n+1} = y_n + 2\dot{y}_n h \quad (2)$$

در مورد ناپایداری آن بحث کنید.

۴ آشوب

برای نگاشت استاندارد

$$x_{n+1} = 4rx_n(1 - x_n) \quad (3)$$

- نمودار دو شاخیدگی را رسم کنید.
- سپس مقدار r را برای نقاط دو شاخیدگی و نیز ورود به فاز آشوبناک به دست آورید.
- مقادیر α و δ را برای این سیستم آشوبناک به دست آورید.