แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อการกระจายของบริจาคอย่างเท่าเทียมโดยใช้ฟังก์ชันลงโทษ

วรเมธ จินต์จุฑากุล*, อรรถสิทธิ์ สุรฤกษ์ และเลาขวัญ งามประสิทธิ์
โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ นครปฐม 73170
*Email: hw.55.m.woramet@gmail.com

บทคัดย่อ

การกระจายของบริจาคอย่างเท่าเทียมเป็นเรื่องที่สามารถทำได้ยากในสถานการณ์ภัยพิบัติ เนื่องจากสาเหตุดังกล่าว แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อการหาทางเลือกที่ดีที่สุดจึงได้ถูกสร้างขึ้นเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการกระจายของบริจาค วัตถุประสงค์ของแบบจำลองคือหากลยุทธ์สำหรับการกระจายของบริจาคอย่างเท่าเทียม แบบจำลองมีข้อจำกัดคือ ในแต่ละวันสามารถมีของบริจาคเข้าศูนย์บริจาคได้เพียงครั้งเดียวเท่านั้น แบบจำลองมีขอบเขตการพิจารณาครอบคลุมความต้องการของผู้ประสบภัย คุณภาพและปริมาณของของบริจาคชนิดต่างๆ และสภาพทางภูมิศาสตร์ของพื้นที่ประสบภัย เส้นทางการขนส่งของบริจาคระหว่างจุดยอดในกราฟคือวิถีสั้นสุดระหว่างจุดยอดทั้งสอง กลวิธีฟังก์ชันลงโทษถูกนำเข้ามาใช้เพื่อลดความซับซ้อนของปัญหา จากนั้นจึงแก้ปัญหาด้วยอัลกอริทึมเชิงละโมบ ประสิทธิภาพเชิงเวลาของอัลกอริทึมคือ $O\left(T\left(\beta\varepsilon + (C+N)\left(\log(C+N) + |V|\left(\epsilon + \alpha + \frac{1}{C+N}\right)\right)\right)\right)$ เมื่อ C, N, |V| และ T คือจำนวนยานพาหนะ จำนวนของบริจาค จำนวนผู้ประสบภัย และระยะเวลาของสถานการณ์ภัยพิบัติตามลำดับ จากผลการทดสอบสามารถสรุปได้ว่าอัลกอริทึมสามารถกระจายของบริจาคโดยรักษาความเท่าเทียมได้

วัตถุประสงค์

เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาอัลกอริทึมที่มีประสิทธิภาพเพื่อกระจายของบริจาคอย่างเท่าเทียม

แบบจำลอง

แบบจำลองประกอบด้วยกราฟย่อย m กราฟ นิยามด้วย $G_i = (V_i, E_i, I_i); \forall i \leq m$ เมื่อกำหนดให้ $i \neq j;\ \forall i, j \leq m$ รับประกันว่าไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดยอดในกราฟย่อย i กับจุดยอดในกราฟย่อย j ยกเว้นเส้นเชื่อมระหว่างซอร์ซเท่านั้น ในแต่ละวันจะมีข้อมูลนำเข้าแสดงถึงเวลา และจำนวนของบริจาคที่ซอร์ซได้รับ ซอร์ซจะต้องกระจายของบริจาคภายในวันเดียวกับวันที่ได้รับ เมื่อมีข้อมูลนำเข้า จะอนุญาตให้ยานพาหนะที่เดินทางไปไม่ถึงจุดหมายสามารถเปลี่ยนจุดหมายและเส้นทางที่ใช้ได้

ความต้องการของผู้ประสบภัยสามารถคำนวณได้จาก

$$D_u(t) = \phi_u(t) + \Phi_u(t)$$

เมื่อ

$$\phi_u(t) = r_u t + z_u$$

และ

$$\Phi_u(t) = \sum_{i=1}^{|h|} \int_0^{h_i - h_{i-1}} R_u(T)dT + \int_0^{t-h_{|h|}} R_u(T)dT$$

สมการจุดประสงค์ของแบบจำลอง คือ

$$\text{minimize} \lim_{t\to\infty} P(t) \text{ where } P(t) = \sum_{u \in V} \max^2(0, D_u(t) - X_u)$$

อัลกอริทึม

1. ความต้องการที่ไม่ได้รับการเติมเต็ม ($\Delta t = l_i - l_{i-1}$)

$$A_u(t, y, \bar{I}) = \max\left(0, D_u(t + l_1) - X_u + \sum_{i=2}^{y}\left(r_u \Delta t + \int_0^{\Delta t} R_u(T)dT - b_{i-1}\right)\right)$$

2. อัตราการลดของสมการจุดประสงค์

$$f_u(t, y, \bar{I}) = \frac{K^2 - \max^2(0, K - b_y)}{l_y + 1}; K = A_u(t, y, \bar{I}_u)$$

3. อัตราการลดของสมการจุดประสงค์รวม

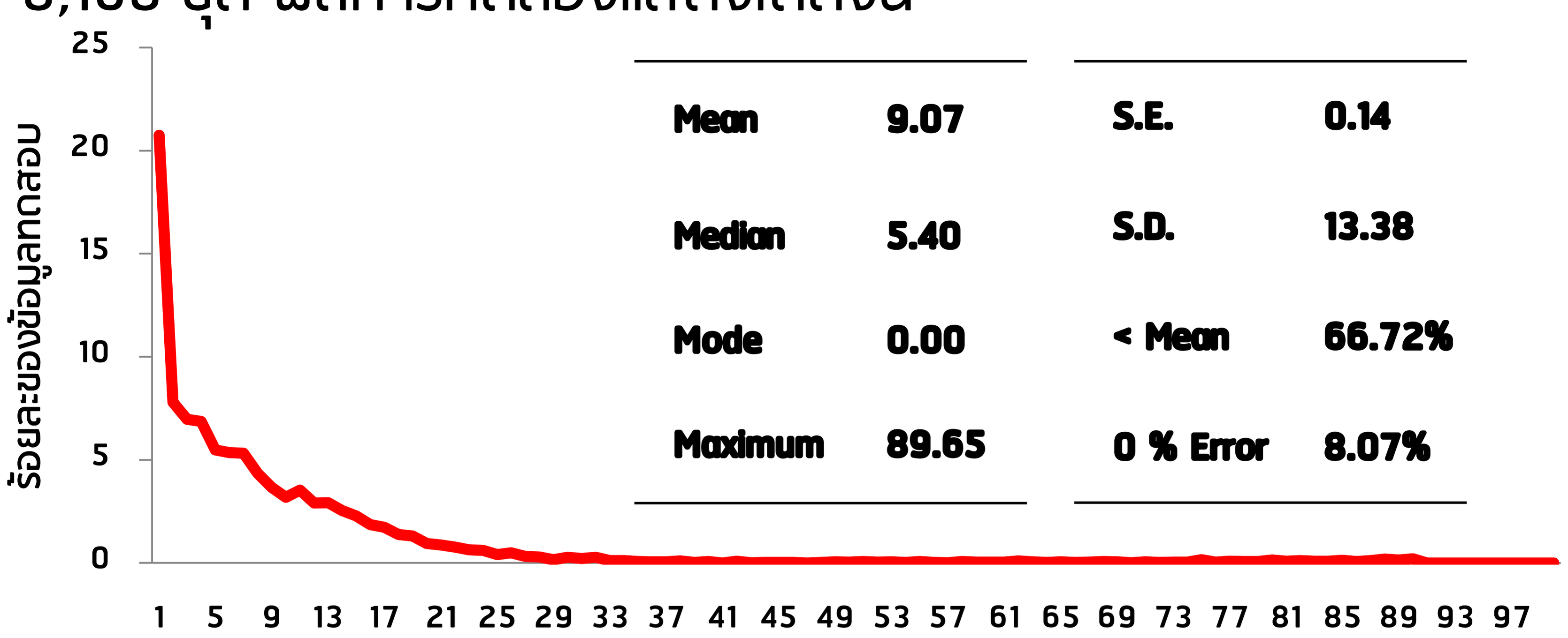
$$\text{maximize } P^*(t) \text{ where } P^*(t) = \sum_{u \in V} \sum_{i=1}^{|I_u|} f_u(t, i, I_u)$$

ผลการทดสอบ

ค่าความคลาดเคลื่อนของอัลกอริทึม (δ) คำนวณโดยสมการ

$$\delta = \left(\frac{P_{model}(t) - P_{global}(t)}{P_{preference}(t) - P_{global}(t)}\right) \times 100\%$$

จากการทดสอบอัลกอริทึมด้วยข้อมูลทดสอบอย่างสุ่มจำนวน 8,168 ชุด ผลการทดลองแสดงได้ดังนี้



Mean	9.07	S.E.	0.14
Median	5.40	S.D.	13.38
Mode	0.00	< Mean	66.72%
Maximum	89.65	0 % Error	8.07%

บรรณานุกรม

[1] Chunguang, C., Xiaoyu, S., Lijie, W., Bo, G. (2010). 2010 International Conference on Logistics Systems and Intelligent Management. A Multi-category Emergency Goods Distribution Model and Its Algorithm, 1490-1494.
[2] Demetrescut, C., Italiano, G. F. (2006). Fully dynamic all pairs shortest paths with real edge weights. Journal of Computer and System Sciences, 813-837.
[3] Impact Forecasting. (2012). 2011 Thailand Floods Event Recap Report. [Online]. Available: http://docplayer.net/601894-2011-thailand-floods-event-recap-report-impact-forecasting-march-2012.html
[4] King, V. (1999). Fully dynamic algorithms for maintaining all-pairs shortest paths and transitive closure in digraphs. Foundations of Computer Science, 1999. 40th Annual Symposium on. Institute of Electrical and Electronics Engineers.
[5] Nijenhui, A., Wilf, H. (1975). A Method and Two Algorithms on the Theory of Partitions. Journal of Combinatorial Theory, 219-222.