



Grannfræðibestun festiplötu drifkerfis

Hönnunarverkefni í Tölulegri Burðarþolsgreiningu

Sigurður Patrik Fjalarsson Hagalín og Sindri Dagur Sindrason

Kennari

Sigurður Brynjólfsson

Töluleg Burðarþolsgreining
Vélaverkfræðideild
Verkfræði- og náttúruvísindasvið
Háskóli Íslands
28. nóvember 2023

Efnisyfirlit

1	Inngangur	2
2	Bakgrunnur	3
2.1	Grannfræðibestun	3
2.1.1	Einfalda aðferðin	3
2.1.2	SIMP	4
2.1.3	Túlkun og aðlögun niðurstaða	5
3	Skorður og aðferðafræði	6
3.1	Formula Student reglur	6
3.2	Efni og framleiðsla	6
3.3	Kraftar	7
3.4	Element	9
3.5	Uppsetning Ansys greiningar	10
4	Niðurstöður	12
4.1	Áhrif stærð og gerð elementa	12
4.2	Hrá lausn	13
4.3	Lausn með eftirvinnslu	13
5	Lokaorð	15

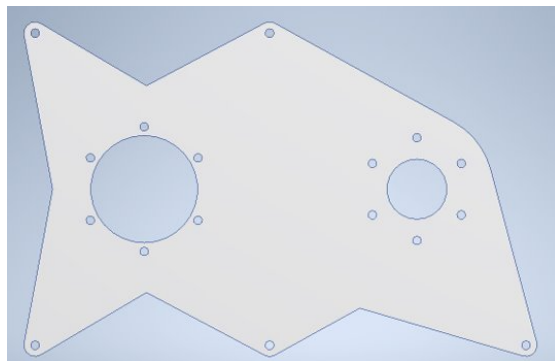
1 Inngangur

Töluleg burðarþolsgreining er flókin en öflug aðferð til að greina styrk hluta. Aðferðin snýst um að láta tölvu sjá um að skipta hlutnum upp í mörg lítil einföld form, svokölluð 'element', sem auðvelt er reikna færslur og álag á. Út frá elementunum er svo fundin lausn fyrir kerfið í heild sinni. Helstu gallarnir við þessa aðferð eru tveir, vinnslugeta tölvunnar og mannlegi þátturinn.

Almennt gildir að því fleiri og smærri element sem tölvun reiknar því nákvæmari er lausnin. En þar á móti hækkar tíminn sem það tekur tölvuna að leysa vandamálið gífurlega. Því þarf að finna hinn gullna milliveg milli nákvæmni og tíma.

Mannlegi þátturinn felst í að greina raunvandamálið og skilgreina það rétt í umhverfi tölvunnar. Oft er þetta kallað GIGO-ferli, eða 'Garbage In, Garbage Out'. Það sem átt er við með því er að ef forsendurnar eru ekki réttar þá er ekkert að marka lausnina. Forritið skilar kannski einhverju fallegu en það líkist ekkert raunheiminum. Því er mikilvægt að fara vel yfir allar forsendur og tryggja að þær séu réttar, eða a.m.k. nógu góð nálgun.

Tilgangur þessa verkefnis er að besta festiplötu drifkerfis Formula Student liðs HÍ, Team Spark. Meginmarkmið bestunarinnar er að létta plötuna, án þess að veikja hana of mikið. Fyrir bestun var upprunalega platan 2467 g, ansi þung. Til þess að létta plötuna er stuðst við tölulega burðarþolsgreiningaraðferð sem kallast grannfræðibestun (e. Topology optimization).



Mynd 1: Upprunalega platan (2467 g)

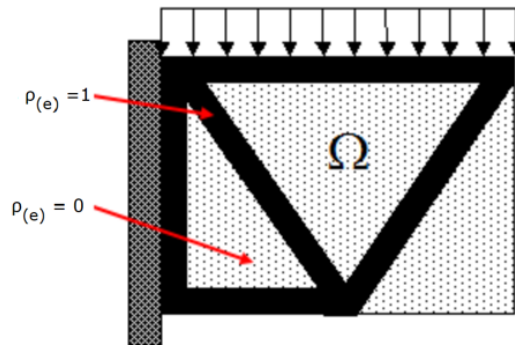
2 Bakgrunnur

2.1 Grannfræðibestun

Grannfræðibestun er aðferð sem styðst við bútaaðferð (e. finite element method) til þess að lágmarka/hámarka ákveðna eiginleika viðfangs að gefnum skorðum. Það er til dæmis hægt að hámarka stífni að gefnu massahlutfalli upprunalegs hlutar eða lágmarka massa að gefinni hámarksspennu. Þetta er gert með því að minnka stífni einstakra elementa endurtekið og ítra að bestu mögulegu lausn.

2.1.1 Einfalda aðferðin

Fyrsta og einfaldasta aðferðin sem var notuð í grannfræðibestun byggist á því að stífni elements sé annaðhvort til staðar eða ekki. Það má í raun líta á það sem að annaðhvort er elementíð þarna eða ekki. Stuðullinn ρ_e er kallaður þéttleikastuðull (density coefficient) efnisins. Í þessari aðferð táknar $\rho_e = 0$ að element sé fjarlæggt en $\rho_e = 1$ að því sé haldið. Tölulegar aðferðir eru svo notaðar til þess að besta vandamálið sem er fyrir hendi.¹ Þetta má sjá á mynd 2 þar sem einfaldur biti var bestaður með þessari aðferð.



Mynd 2: Fyrsta aðferðin sýnd myndrænt¹

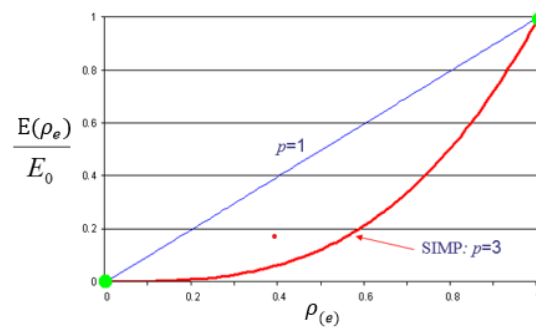
¹SOLIDWORKS

2.1.2 SIMP

Solid Isotropic Material with Penalization aðferðin (SIMP) breytir ρ_e í samfelld fall á milli ρ_{min} og 1. Talan ρ_{min} er minnsta gildið stærra en 0 sem tryggir tölu-
legan stöðuleika (e. Numerical stability) við lausn með bútaaðferðinni. Samband þéttleika- og fjaðurstuðuls fyrir hvert element e má lýsa með jöfnunni

$$E(\rho_e) = \rho_e^p E_0$$

þar sem E_0 er fræðilegt gildi fjaðurstuðuls fyrir viðeigandi efni. Refsingarstuðullinn (e. Penalization factor) p minnkar vægi elementa með þéttleikastuðul á miðjum skalanum. Þannig er hann notaður til að stýra gildum á ρ_e í átt að annaðhvort ρ_{min} eða 1. Tilraunir hafa sýnt að $p = 3$ er oftast gott viðmið. Mynd 3 sýnir samband þéttleikastuðuls ρ_e og leiðrétts fjaðurstuðuls elements $E(\rho_e)$.



Mynd 3: Áhrif refsingarstuðuls²

Þar sem stífniþyngi eru notuð fyrir stífni elementa en ekki fjaðurstuðull er stuðst við formúluna

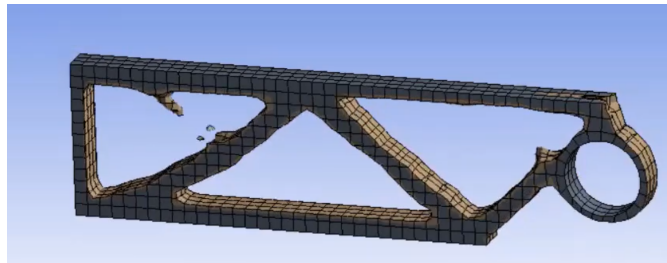
$$K_{SIMP} = \sum_{e=1}^N [(\rho_{min} + (1 - \rho_{min})\rho_e^p)] K_e$$

til þess að finna nýtt kerfisstífniþyngi K_{SIMP} . Hér er N heildarfjöldi elementa og K_e stífniþyngi elements fyrir leiðréttingu. Eins og í einföldu aðferðinni eru tölulegar aðferðir notaðar til þess að besta gildin á ρ_e fyrir gefin markmið og skorður.²

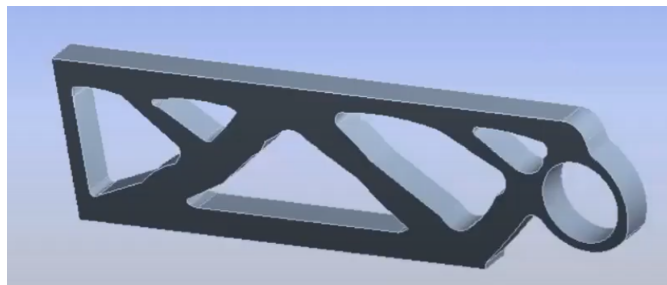
²SOLIDWORKS

2.1.3 Túlkun og aðlögun niðurstaða

Við lausn á verkefni þarf að skilgreina varðveisluhlutfall (e. Retention rate) ρ_r sem segir til um hvaða elementum á að halda. Öllum elementum með $\rho_e > \rho_r$ er haldið, áhrifamestu elementunum. Þegar grannfræðibestun eins og hún leggur sig í dag er notuð þarf alltaf að fara vel yfir allar niðurstöður og sannreyna þær með bútaaðferðsspennugreiningu. Aðferðin skilar formi sem er að mestu leyti rökrétt með undantekningum. Þetta má sjá á mynd 4 þar sem einfalt bitavirki undir lóðréttu álagi var grannfræðibestað. Lausn grannfræðibestunar gefur góða hugmynd um hvaða svæði bera mesta álagið en eftirvinnslan er nauðsynleg.



Mynd 4: Grannfræðibestað bitavirki³



Mynd 5: Niðurstaða eftir grannfræðibestun og fínþússun³

Það eru til dæmis tveir ókláraðir armar sem veita lítið sem ekkert burðarþol. Því er svo breytt í lokaútgáfunni sem er sýnd á mynd 5. Þar er einnig búið að leiðrétta fyrir framleiðslu skorðum sem í þessu tilfelli voru að þversniðið þyrfti að vera jafn þykkt.³

³[AltheSplinebender](#).

3 Skorður og aðferðafræði

3.1 Formula Student reglur

Formula Student reglur varðandi drifkerfi eru mjög frjálslugar. Skorðurnar sem eru settar frá þeim eru tvær. Fyrra skilyrðið er að allir hlutir drifkerfisins þurfa að þola 120°C. Þessu skilyrði er einfaldlega uppfyllt með því að nota einhvern málm annan en gallíum eða kvikasilfur. Seinna skilyrðið segir að festa þarf allt með að lágmarki M4 8.8 gráðu bolta. Plötufestingarnar eru hannaðar fyrir M8 bolta svo þar með er búið að fullnægja því skilyrði líka.⁴

Þrátt fyrir að Formula Student seti engar beinar kröfur á kerfið er samt að sjálfsögðu nauðsynlegt að það þoli það álag sem það verður fyrir. Auk þess keyrir bíllinn hraðar því léttari sem hann er svo best er að þyngja kerfið ekki óþarflega.

3.2 Efni og framleiðsla

Markmið plötunnar er að halda kerfinu föstu en einnig að halda tannhjólum drifkerfisins í plani. Því er parturinn eingöngu tvívíð plata sem hægt er að skera út á mun ódýrari hátt en ef þetta væri þrívíður hlutur.

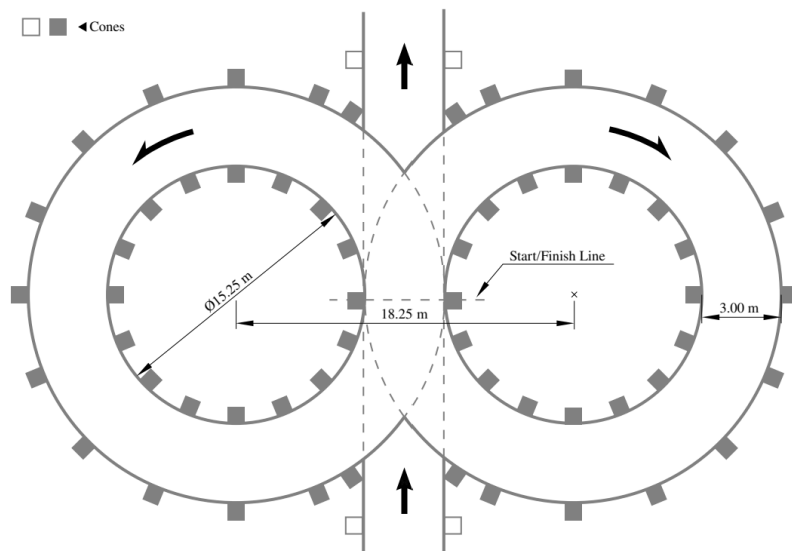
Augljóst val á efni er einhverskonar álmelmi, þar sem þau eru með einstaklega hátt hlutfall milli styrks og þyngdar. Stærð plötunnar er ekki vandamál heldur einnig þyngdin svo ál er klárlega betri kostur en stál. Helsta álmelmið er AL 7075-T6 þar sem það er gífurlega sterkt með togþol upp á $\sigma_y = 460$ MPa.⁵ Hins vegar er möguleiki á að AL 5754 H22 verði fyrir valinu, þrátt fyrir að vera töluvert veikara með $\sigma_y = 190$ MPa.⁵ Það er vegna þess að GA Smíðajárn, styrktaraðili Team Spark, á það til á lager en 7075 melmið þarf að vera sérpantað að utan. Því er greiningin framkvæmd með styrk 5754 melmisins í huga en mögulega verður platan skorin úr öðru sterkara og/eða léttara áli. Það hefur í raun engin áhrif á niðurstöðu greiningarinnar varðandi geómetríu heldur breytir það eingöngu öryggisstuðlinum.

⁴Formula Student Germany

⁵Alumeco

3.3 Kraftar

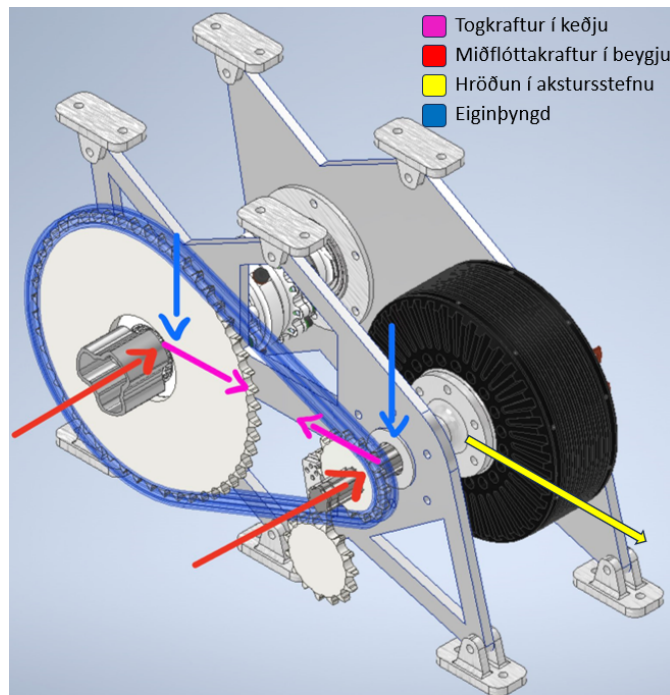
Í Formula Student keppni keyrir bíll Team Spark í fjórum keppnum, Skidpad, Acceleration, Autocross og Endurance. Mögulegt álag á bílinn er mismunandi eftir hverri keppni og hvernig aksturinn fer fram. Öll tilvikin voru skoðuð en í ljós kom að mesta álagið er á bílnum í Skidpad keppninni.



Mynd 6: Lögun skidpad brautarinnar⁶

Skidpad keppnin virkar þannig að bíllinn keyrir tvo hringi réttsælis og tvo hringi rangsælis. Þessi lögun brautar er hönnuð til að láta reyna á hversu hratt bílarnir geta keyrt í beygjum. Álaginu sem gert er ráð fyrir í þessari keyrslu má skipta í fernt. Sjá mynd 7.

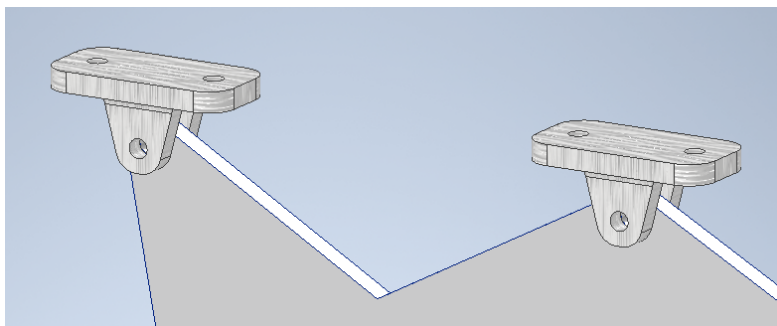
⁶Formula Student Germany.



Mynd 7: Kraftar sem verka á drifkerfið

Við útreikning á kröftum er gert ráð fyrir að bíllinn keyri eftir innri radíus skidpad hringanna, hraði bílsins sé 60 km/klst og að bíllinn sé að hraða sér áfram í miðri beygju um $1g = 9.82 \text{ m/s}^2$. Einnig er gert ráð fyrir að mótorinn veiti hámarksvægi á þessu augnabliki og að þar með sé hámarkstogkraftur í keðjunni að verka á plötuna. Í raunveruleikanum myndi bíllinn líklegast aldrei fara svo hratt í beygjunni eða ná að hraða sér áfram svo mikið. Allt álag er ofmetið frekar en vanmetið því framleiðslutími plötunnar er mikill og þetta er ómissandi partur af bílnum.

Platan er boltuð á 5 stöðum í festikubba sem eru fræstir úr áli. Þessir kubbar hafa núþegar verið framleiddir og eru hannaðir með 10 mm þykka plötu í huga svo mismunandi þykktir á plötunni voru ekki skoðaðar vegna þess.



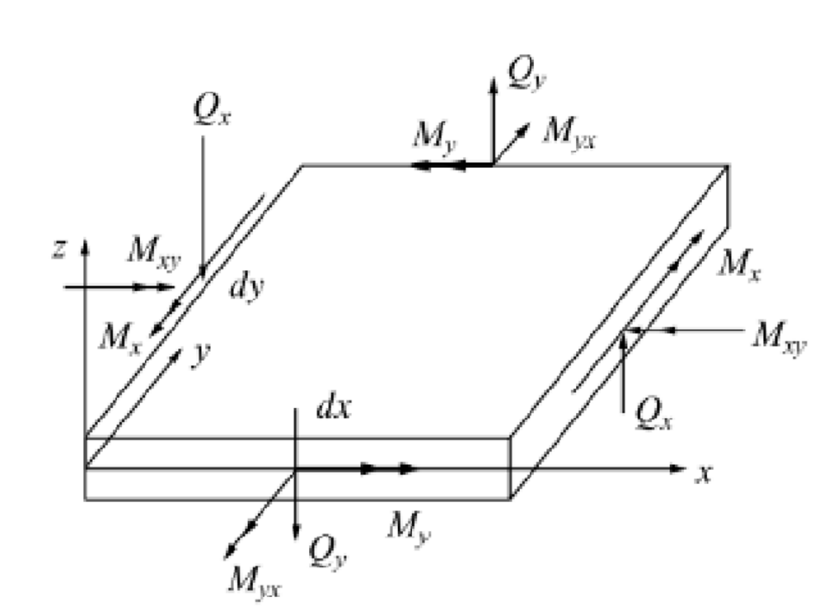
Mynd 8: Festikubbar á plötu

Kubbarnir eru svo boltaðir í einbolung bílsins. Í Ansys eru þessi göt því módeluð sem 'fixed support' en ekki sem 'pin support' því kubbarnir koma líka í veg fyrir hliðarhreyfingu á því litla svæði sem þeir hylja.

3.4 Element

Sú nálgun er gerð að element séu plötuelement, það skorðar bestunarvandamálið við tvívídd. Þetta minnkar bæði keyrslutíma og auðveldar geometríu á bestuðum hlut. Þetta minnkar líka úrvinnslu þar sem þetta væri framleitt sem plata til að forðast gríðarlegan kostnað við skurð í þrívídd. Algengt er að gera plötuelementanálgun þegar viðfangsefni er mun breiðara og hærra en það er þykkt. Þetta á mjög vel við um festiplötu drifkerfisins. Nálgunin gerir í raun ráð fyrir bita sem er víkkaður út í tvívídd þannig að hann taki álag í allar stefnur en ekki vægi um z-ás eins og hann er skilgreindur á mynd 9. Þetta þýðir einnig að spennan er föst yfir þykktina.⁷

⁷Logan



Mynd 9: Plötuelement⁸

3.5 Uppsetning Ansys greiningar

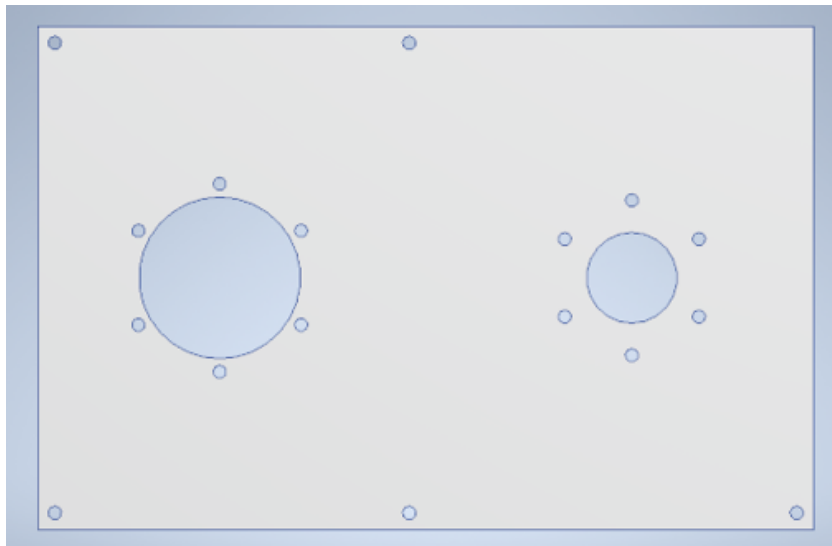
Við gerð Ansys móðels eru allar kraftir látnir vera eins og talið var upp í krafta kaflanum, kafla 3.3. Einu festurnar (e. Constraints) eru síðan 'fixed supports' í boltagötunum sem festast í áðurnefndu festikubbana.

Nokkrar keyrslur voru framkvæmdar. Í sumum tilfellum var kröftum breytt lítillega, t.d. ef tannhjólin myndu skekkjast smá og krafturinn kæmi á plötuna undir 5° horni. Síðan voru greiningarnar framkvæmdar með misgrófu neti (e. Mesh) og mismunandi gerð elementa.

Platan sem Ansys fékk að vinna með var síðan stækkuð í rétthyrning til að leyfa greiningunni að vinna á öllu því svæði sem pláss er fyrir en ekki bara innan útlínanna á fyrstu teikningu plötunnar. Líklega hefur það ekki skipt neinu máli því þau svæði sem eru tóm í upprunalegu plötunni birtast hvergi í niðurstöðum

⁸Logan.

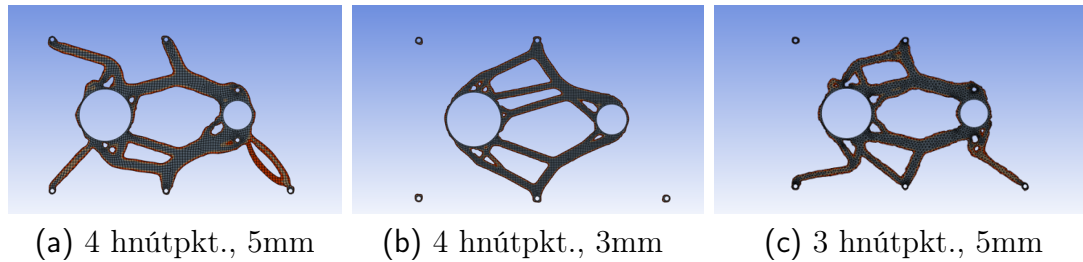
grannfræðibestunarinnar, svo það hefur verið rétt metið að sleppa þeim svæðum við fyrstu drög.



Mynd 10: Platan sem er unnið með í Ansys

4 Niðurstöður

4.1 Áhrif stærð og gerð elementa



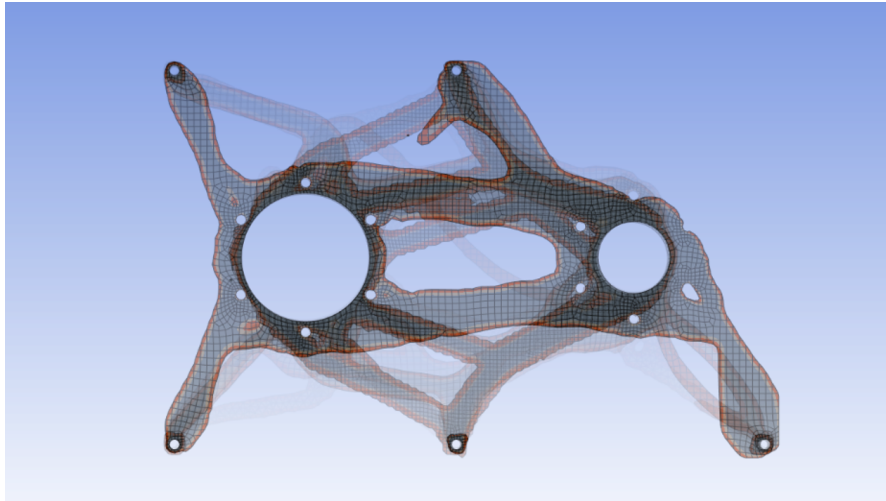
Mynd 11: Samanburður á niðurstöðum miðað við breytingar á elementum

Á mynd 11 má sjá áhrif breytinga á elementastærð og elementagerð. Við fyrstu sýn virðast myndirnar mjög frábrugðnar en það má þó greina mörg sameiginleg mynstur í þeim eins og verður sýnt betur í kafla 4.2. Vitað er að þriggja hnútpunkta element (þríhyrnings) eru ónákvæmari en fjögurra hnútpunkta element (ferhyrnings) fyrir sama fjölda elementa. Þetta er vegna lægri gráðu brúunarmargliðu. Afleiðing af því er að tognun er föst yfir þríhyrningselement en ekki ferhyrningselement. Hins vegar eru mun fleiri þríhyrnings- en ferhyrningselement ef stærð elementa er sú sama.⁹ Þess vegna er í raun óljóst hvort niðurstaða með þríhyrnings- eða ferhyrningselementum er nákvæmari fyrir sömu stærð. Að öllum líkindum er 3mm ferhyrningselementið þó nákvæmast í samanburðinum á mynd 11. Það var því notað sem grunnur fyrir lokaútgáfu festiplötunnar.

⁹Costen

4.2 Hrá lausn

Niðurstöðurnar úr 5 keyrslum með smávægis breytingum í álagi og element gerð eða stærð eru teknar og settar saman. Á mynd 12 má sjá samsetta mynd þar sem niðurstaða hvernar grannfræðibestunar er tekin með 0.20 varðveisluhlutfall og gerð hálfgegnsæ. Því dekkra sem svæði er því oftast kom það fyrir í niðurstöðunum.

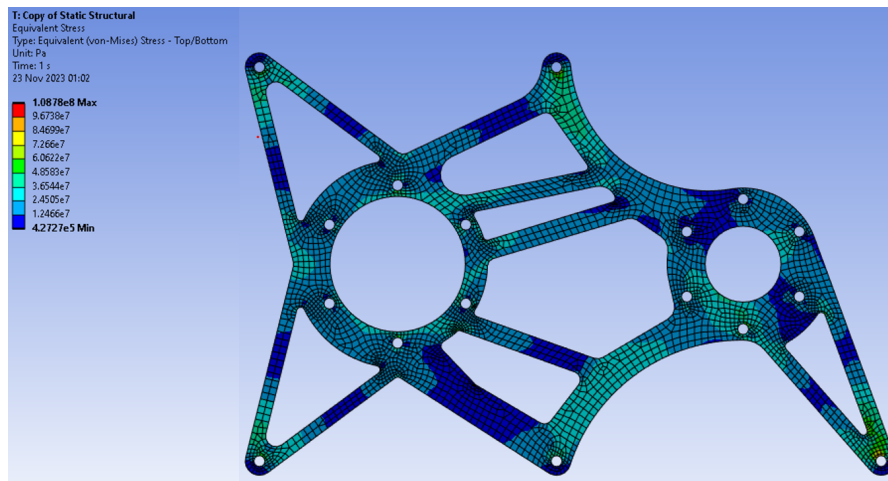


Mynd 12: Samanburður á niðurstöðum

Á myndinni má sjá að svæðin eru mismikilvæg eftir greiningum en samt má sjá skýrt að sum svæði eru klárlega óþarfi. Litlu götin í kringum mótorg- og mismunadrifsgöt hverfa í sumum tilfellum því þau voru ekki skilgreind sem nauðsynleg en þeim var bætt við eftir á.

4.3 Lausn með eftirvinnslu

Við hönnun lokaútgáfu var horft á niðurstöður úr köflum 4.1 og 4.2. Útlína samsettu niðurstöðunnar er mjög svipuð útlínu upprunalegu hönnunarinnar. Út frá samsettu grannfræðibestuninni var síðan ákveðið hvaða svæðum mátti sleppa. Eftir yfirfærslu úr Ansys yfir í teikniforrit og eftir smá lagfærslu og fínþússun má sjá lokaniðurstöðu á næstu mynd:



Mynd 13: Spennugreining á lokaútgáfu

Mynd 13 sýnir spennu eftir svæðum á lokaútgáfu. Hámarksspennan á sér stað niðri í hægra horninu á festipunktinum þar. Því voru armarnir þykktir eftir fyrstu drög að lokaútgáfu og við það lækkaði hámarksspennan úr 115 MPa niður í 109 MPa. Í töflu 1 má svo sjá samanburð á upprunalegu plötunni og grannfræðibestuðu útgáfunni.

	Upphafleg plata	Grannfræðibestuð plata
Massi	2467 g	1102 g
Hámarksspenna	73 MPa	109 MPa
Öryggisstuðull	2.60	1.75

Tafla 1: Samanburður á þyngd og spennu

Með grannfræðibestuninni tókst að minnka massann um meira en helming án þess að fórna of miklum styrk.

5 Lokaorð

Grannfræðibestunin gekk vel. Lokaútgáfan var með öryggisstuðul upp á 1.75 sem er meira en lágmarkið 1.5 sem miðað var við. Samhliða minnkaði massinn úr 2467g í 1102g. Hægt væri að ítra sig áfram og laga spennutoppa að hverju sinni en það myndi skila minnkandi afrakstri svo látið var kyrrt liggja eftir þessa bætingu. Það mætti einnig skoða að besta þykktina á plötunum frekar en að hafa hana 10mm eins og var gefið sem forsenda í þessu verkefni.

Heimildir

AltheSplinebender. *Topology Optimization with ANSYS*. www.youtube.com, apr. 2020. Skoðað 27.11.2023. <https://www.youtube.com/watch?v=qpQUxFjmyvk>.

Alumeco. *Aluminum Plates: Mechanical Properties*. www.alumeco.com. Skoðað 26.11.2023. <https://www.alumeco.com/knowledge-technique/mechanical-properties/plates/?s=0>.

Costen, Emmet. *FEA Mesh Elements & Nodes Guide / Intro to FEA*. Aerospace Structural Research, sep. 2019. Skoðað 28.11.2023. <https://asrengineering.com/2019/09/23/fea-mesh-elements-nodes-guide-intro-to-fea/>.

Formula Student Germany. *Formula Student Rules 2024*, nóv. 2023. Skoðað 27.11.2023. https://www.formulastudent.de/fileadmin/user_upload/all/2024/rules/FS-Rules_2024_v1.1.pdf.

Logan, Daryl L. *A first course in finite element method, SI Edition : sixth edition*. 572–590. Cengage Learning, 2016.

SOLIDWORKS. *SIMP Method for Topology Optimization - 2021 - SOLIDWORKS Help*. help.solidworks.com, 2021. Skoðað 26.11.2023. https://help.solidworks.com/2021/english/SolidWorks/cworks/c_simp_method_topology.htm.