

1.1 Hva er prosent?

Ordet *prosent* betyr rett og slett *av hundre*. Når vi for eksempel sier 30 prosent, er dette derfor det samme som brøken $\frac{30}{100}$. Og istedenfor å skrive ”prosent”, skriver vi som oftest tegnet %.

Når et tall er gitt i prosent, kalles det et *prosenttall*. 20%, 143,7% osv. er altså prosenttall.

Som et første eksempel skal vi finne 1% av 400. Dette betyr at vi skal dele 400 inn i 100 like store biter, og ta én av dem. Som et bilde på dette kan vi se for oss en boks som har verdien 400:

Denne boksen deler vi inn i 100 like store bokser. Hver boks må da ha verdien $\frac{400}{100} = 4$.

Verdien til 1% av 400 er det samme som verdien til én av disse 100 boksene:

$$\begin{aligned} 1\% \text{ av } 400 &= \frac{400}{100} \\ &= 4 \end{aligned}$$

1.1 1% av et tall

1% av et tall finner vi ved å dele tallet med 100.

Eksempel 1

Hva er 1% av 900?

Svar:

$$1\% \text{ av } 900 = \frac{900}{100} = 9$$

Eksempel 2

Hva er 1% av 57,8?

Svar:

$$1\% \text{ av } 57,8 = \frac{57,8}{100} = 0,578$$

La oss gå videre til å finne 20% av 400. Dette betyr at vi skal ha 20 ganger mer enn 1% av 400:

$$\begin{aligned}20\% \text{ av } 400 &= 20 \cdot 1\% \text{ av } 400 \\&= 20 \cdot 4 \\&= 80\end{aligned}$$

Vi kunne også regnet ut dette direkte ved å skrive 20% som et brøkuttrykk istedenfor:

$$\begin{aligned}20\% \text{ av } 400 &= \frac{20}{100} \cdot 400 \\&= \frac{20 \cdot \cancel{400}}{\cancel{100}} \\&= 20 \cdot 4 \\&= 80\end{aligned}$$

1.2 $a\%$ av b

$$a\% \text{ av } b = \frac{a \cdot b}{100}$$

Eksempel 1

Finn 50% av 800.

Svar:

$$\frac{50 \cdot 800}{100} = 400$$

Eksempel 2

Finn 2% av 7,4.

Svar:

$$\frac{2 \cdot 7,4}{100} = 0,148$$

1.2 Antall prosent a utgjør av b

Hva nå om vi har tallet 240 og ønsker å finne ut hvor mange prosent dette utgjør av 400?

Vi vet at 1% av 400 har verdien 4. For hver firer som går på 240 har vi derfor 1%. Til sammen går det 60 firere på 240, dette betyr at 240 utgjør 60% av 400.

$$\frac{240}{4} = 60.$$

En direkte utregning kan vi skrive slik:

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent 240 utgjør av 400} &= \frac{240}{\text{Verdien til 1\% av 400}} \\ &= \frac{240}{4} \\ &= 60\end{aligned}$$

1.3 Antall prosent a utgjør av b

$$\text{Antall prosent } a \text{ utgjør av } b = \frac{a}{1\% \text{ av } b} \quad (1.1)$$

Eksempel 1

Hvor mange prosent utgjør 60 av 200?

Svar:

1% av 200 er $\frac{200}{100} = 2$. Antall prosent 60 utgjør av 200 er derfor:

$$\frac{60}{2} = 30$$

60 er 30% av 200.

Eksempel 2

Hvor mange prosent utgjør 13,1 av 12,5?

Svar:

1% av 12,5 er $\frac{12,5}{100} = 0,125$. Antall prosent 13,1 utgjør av 12,5 er derfor:

$$\frac{13,1}{0,125} = 104,8$$

13,1 er 104,8% av 12,5.

Eksempel 3

En vare kostet opprinnelig 500 kr, men prisen er satt ned til 350 kr. Hvor mange prosent avslag er gitt?

Svar:

Det er gitt $500 \text{ kr} - 350 \text{ kr} = 150 \text{ kr}$ i avslag og 1% av 500 er $\frac{500}{100} = 5$. Antall prosent 150 utgjør av 500 er:

$$\frac{150}{5} = 30$$

Avslaget er derfor 30%.

Tips

Man kan også se på prosent som et forhold man alltid uttrykker som en brøk med 100 i nevner. For eksempel er forholdet mellom 40 og 800 lik

$$\frac{40}{800} = 0,05$$

Skal vi gjøre om 0,05 til en brøk med 100 i nevner, må vi utvide brøken (Se ??):

$$\begin{aligned} \frac{0,05}{1} \cdot \frac{100}{100} &= \frac{5}{100} \\ &= 5\% \end{aligned}$$

40 utgjør altså 5% av 800.

I praksis betyr dette at vi finner forholdet vi ønsker, og flytter komma to plasser til høyre. I *Eksempel 1* kunne vi skrevet:

$$\frac{60}{200} = 0,3$$

Altså 30%.

1.3 Prosentfaktor

Vi har sett at når vi snakker om prosent, snakker vi egentlig om brøker med 100 som nevner. Disse brøkene har, som alle andre brøker, en verdi. Og for å finne verdien til en brøk, deler vi tallet over brøkstreken med tallet under.

Når vi deler på 100, flytter vi komma to plasser til venstre.

Skal vi for eksempel finne verdien av 37,9%, får vi:

$$\begin{aligned} 37,9\% &= \frac{37,9}{100} \\ &= 0,379 \end{aligned}$$

Vi sier da at 37,9% er skrevet som *prosentfaktor*.

1.4 Prosentfaktor

Verdien av et prosenttall kalles prosentfaktoren.

Eksempel 1

Finn prosentfaktoren til 50%.

Svar:

$$50\% = 0,5$$

Prosentfaktoren er 0,5.

Eksempel 2

Finn prosentfaktoren til 3,4%.

Svar:

$$3,4\% = 0,034$$

Prosentfaktoren er 0,034.

Eksempel 3

Finn prosentfaktoren til 123%.

Svar:

$$123\% = 1,23$$

Prosentfaktoren er 1,23.

Når vi bruker prosentfaktorer sparer vi oss for å dele med 100 når vi skal finne prosenter av et tall. La oss se tilbake på regnestykket fra side 2, hvor vi fant 20% av 400. Da ganget vi 20 med 400 og delte på 100. Prosentfaktoren til 20% er $\frac{20}{100} = 0,2$. Ganger vi denne med 400, får vi akkurat samme resultatet som på side 2:

$$\begin{aligned}\frac{20}{100} \cdot 400 &= 0,2 \cdot 400 \\ &= 80\end{aligned}$$

1.5 $a\%$ av b

$$a\% \text{ av } b = (\text{prosentfaktoren til } a) \cdot b$$

Eksempel 1

Finn 30% av 90.

Svar:

Prosentfaktoren til 30% er 0,3, altså får vi:

$$\begin{aligned}30\% \text{ av } 90 &= 0,3 \cdot 90 \\ &= 27\end{aligned}$$

Eksempel 2

Finn 24,6% av 189,5.

Svar:

Prosentfaktoren til 24,6% er 1,246, altså får vi:

$$\begin{aligned}24,6\% \text{ av } 189,5 &= 1,246 \cdot 189,5 \\ &= 236.117\end{aligned}$$

Eksempel 3

Finn 100% av 80.

Svar:

Prosentverdien til 100% er 1, altså får vi:

$$\begin{aligned}100\% \text{ av } 80 &= 1 \cdot 80 \\ &= 80\end{aligned}$$

Merk: 100% av et tall er alltid tallet selv!

1.4 Vekstfaktor

I mange dagligdagse situasjoner har noe økt eller minket med en viss prosent. I en butikk kan man for eksempel komme over en skjorte som originalt koster 500 kr, men som er rabbatert med 40%. Dette betyr at vi skal trekke ifra 40% av originalprisen når vi skal betale.

Én måte å regne ut hva vi må betale, er å starte med å finne fratrekket:

$$\begin{aligned}40\% \text{ av } 500 &= 0.4 \cdot 500 \\ &= 200\end{aligned}$$

$500 - 200 = 300$, altså må vi betale 300 kr for skjorten.

Et litt annet regnestykke får vi om vi tenker på denne måten: Skal vi betale full pris, må vi betale 100% av 500. Men får vi 40% i rabatt, skal vi bare betale $100\% - 40\% = 60\%$ av 500:

$$\begin{aligned}60\% \text{ av } 500 &= 0.6 \cdot 500 \\ &= 300\end{aligned}$$

Svaret blir selvsagt det samme, vi må betale 300 kr for skjorten.

Det er ikke alltid vi er så heldige at vi får rabatt på et produkt, ofte må vi faktisk betale et tillegg. *Merverdiavgiften* er et slikt tillegg. I Norge må vi betale 25% i merverdiavgift på mange varer.

Merverdiavgift forkortes til mva.

Det betyr at vi må betale et tillegg på 25%, altså $100\% + 25\% = 125\%$ av originalprisen.

Eksempel: Øreklokkene på bildet til høyre koster 999,20 kr *ekskludert* mva. Men *inkludert* mva. må vi betale:

$$\begin{aligned}125\% \text{ av } 999,20 &= 1.25 \cdot 999,20 \\ &= 1249\end{aligned}$$

Altså 1249 kr.

Mer om merverdiavgiften finner du på skatteetaten.no.

Vi har nå sett på to eksempler: I det ene sank prisen på en vare, mens i det andre økte den. Når prisen sank med 40%, endte vi opp med å betale 60% av originalprisen. Vi sier da at *vekstfaktoren* er 0,6. Når prisen økte med 25%, endte vi opp med å betale 125% av originalprisen. Da er vekstfaktoren 1,25.

Mange stusser over at ordet vekstfaktor brukes selv om en størrelse synker, men slik er det. Kanskje et bedre ord ville være *endringsfaktor*?

1.6 Vekstfaktor

- Når en størrelse synker med $a\%$, ender vi opp med $100\% - a\%$ av størrelsen.
- Når en størrelse øker med $a\%$, ender vi opp med $100\% + a\%$ av størrelsen.
- Verdien til $100\% - a\%$ eller $100\% + a\%$ kalles vekstfaktoren.

Eksempel 1

En vare verd 1000 kr er rabattert med 20%.

- a) Hva er vekstfaktoren?
- b) Finn den nye prisen.

Svar:

a) Siden det er 20% rabatt må vi betale $100\% - 20\% = 80\%$ av originalprisen. Vekstfaktoren er derfor 0,8.

b) Den nye prisen finner vi ved å gange vekstfaktoren med originalprisen:

$$0,8 \cdot 1000 = 800$$

Den nye prisen er altså 800 kr.

Eksempel 2

En sjokolade koster 9,80 kr, ekskludert mva. På matvarer er det 15% mva.

- a) Hva er vekstfaktoren?
- b) Hva koster sjokoladen inkludert mva?

Svar:

a) Med 15% i tillegg må man betale $100\% + 15\% = 115\%$ av prisen ekskludert mva. Vekstfaktoren er derfor 1,15.

b) $1,15 \cdot 9,90 = 12,25$

Sjokoladen koster 12,25 kr inkludert mva.

1.5 Prosentpoeng

Vi har akkurat sett på størrelser som økte eller minket med en viss prosent. Men hvis størrelsen selv er oppgitt i prosent, må vi holde tunga rett i munnen. La oss bruke størrelsen 10% som et eksempel.

Hvis 10% øker med 5%, får vi:

$$\begin{aligned}10\% \text{ økt med } 5\% &= 10\% \cdot 1,05 \\ &= 10,5\%\end{aligned}$$

I forrige seksjon fant vi at å øke en størrelse med 5% er det samme som å gange størrelsen med 1,05

Men hvis 10% istedenfor øker med 5 *prosentpoeng*, ender vi med:

$$\begin{aligned}10\% \text{ økt med } 5 \text{ prosentpoeng} &= 10\% + 5\% \\ &= 15\%\end{aligned}$$

10,5% og 15% er to helt forskjellige størrelser!

1.7 Prosentpoeng

$$a\% \text{ økt med } b \text{ prosentpoeng} = a\% + b\%$$

$$a\% \text{ minket med } b \text{ prosentpoeng} = a\% - b\%$$

Eksempel

En dag var 5% av elevene på en skole borte. Dagen etter var 7,5% av elevene borte.

a) Hvor mye økte fraværet i prosentpoeng?

b) Hvor mye økte fraværet i prosent?

Svar:

a) $7,5\% - 5\% = 2,5\%$, derfor har fraværet økt med 2,5 prosentpoeng.

b) Her må vi svare på hvor mye endringen, altså 2,5%, utgjør av 5%. Dette er det samme som å finne hvor mye 2,5 utgjør av 5. (Se tilbake til ligning (1.1)). 1% av 5 er 0,05, derfor får vi:

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent } 2,5 \text{ utgjør av } 5 &= \frac{2,5}{0,05} \\ &= 50\end{aligned}$$

Altså har fraværet økt med 50%.

Hva er egentlig forskjellen mellom prosent og prosentfaktor?

Tenk på en skjorte som koster 200 kr. Tenk så at det er gitt 20% rabatt på den skjorten, altså får man $200 \text{ kr} \cdot 0,2 = 40 \text{ kr}$ i avslag. Men si at rabatten blir endret til 50% av originalprisen, da blir avslaget $200 \text{ kr} \cdot 0,5 = 100 \text{ kr}$.

Rabatten har da gått opp fra 20% til 50% av originalprisen, fra 40 kr til 100 kr. En økning på 60 kr. Og nå kommer poenget: Istedenfor å spørre *hvor mange prosent av originalprisen har rabatten økt?*, bruker vi ordet prosentpoeng. Det samme spørsmålet blir da *hvor mange prosentpoeng har rabatten økt?* Svaret blir $50\% - 20\% = 30\%$, altså 30 prosentpoeng. (60 utgjør 30% av 200).

Når vi isteden spør *hvor mye har rabatten økt i prosent?*, mener vi *hvor mange prosent av originalrabatten har rabatten økt?* Dette kan vi finne på to måter:

Metode 1: Originalrabatten var på 40 kr og økte med 60 kr. Hvor mange prosent 60 kr utgjør av 40 kr kan vi regne ut slik:

$$\frac{60}{40} = 1,5 \qquad \text{1\% av 40 er 0,4}$$

Rabatten økte altså med 150%.

Metode 2:

Økningen i prosentpoeng er 30, og startrabatten var 20%. Hvor mange prosent 30 utgjør av 20 er:

$$\begin{aligned} \frac{30}{20} &= 1,5 \\ &= 150\% \qquad \text{Se tipset på s ??} \end{aligned}$$

Rabatten økte med 150%.