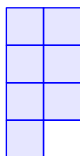
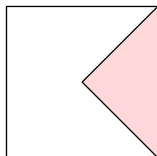


0.1 Brøkdeler av helheter

I MB (s. 35-47) har vi sett hvordan brøker er definert ut ifra en inndeling av 1. I hverdagen bruker vi også brøker for å snakke om inndelinger av en helhet:



(a)



(b)



(c)

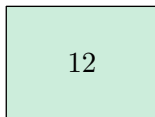
(a) Helheten er 8 ruter. $\frac{7}{8}$ av rutene er blå.

(b) Helheten er et kvadrat. $\frac{1}{4}$ av kvadratet er rødt.

(c) Helheten er 5 kuler. $\frac{3}{5}$ av kulene er svarte.

Brøkdeler av tall

Si at rektangelet under har verdien 12.

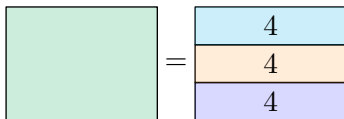


Når vi sier " $\frac{2}{3}$ av 12" mener vi at vi skal

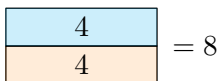
- a) dele 12 inn i 3 like grupper
- b) finne ut hvor mye 2 av disse gruppene utgjør til sammen.

Vi har at

- a) 12 delt inn i 3 grupper er lik $12 : 3 = 4$.



- b) 2 grupper som begge har verdi 4 blir til sammen $2 \cdot 4 = 8$.



Altså er

$$\frac{2}{3} \text{ av } 12 = 8$$

For å finne $\frac{2}{3}$ av 12, delte vi 12 med 3, og ganget kvotienten med 2. Dette er det samme som å gange 12 med $\frac{2}{3}$ (se [MB](#), s. 45 og 50).

0.1 Brøkdelen av et tall

For å finne brøkdelen av et tall, ganger vi brøken med tallet.

$$\frac{a}{b} \text{ av } c = \frac{a}{b} \cdot c$$

Eksempel 1

Finn $\frac{2}{5}$ av 15.

Svar:

$$\frac{2}{5} \text{ av } 15 = \frac{2}{5} \cdot 15 = 6$$

Eksempel 2

Finn $\frac{7}{9}$ av $\frac{5}{6}$.

Svar:

$$\frac{7}{9} \text{ av } \frac{5}{6} = \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{54}$$

0.2 Prosent

Brøker er ypperlige til å oppgi andeler av en helhet fordi de gir et raskt bilde av hvor mye det er snakk om. For eksempel er lett å se (omtrent) hvor mye $\frac{3}{5}$ eller $\frac{7}{12}$ av en kake er. Men ofte er det ønskelig å raskt avgjøre hvilke andeler som utgjør *mest*, og da er det best om brøkene har samme nevner.



Når andeler oppgis i det daglige, er det vanlig å bruke brøker med 100 i nevner. Brøker med denne nevneren er så mye brukt at de har fått sitt eget navn og symbol.

0.2 Prosenttall

$$a\% = \frac{a}{100}$$

Språkboksen

% uttales *prosent*. Ordet kommer av det latinske *per centum*, som betyr *per hundre*.

Eksempel 1

$$43\% = \frac{43}{100}$$

Eksempel 2

$$12,7\% = \frac{12,7}{100}$$

Merk: Det er kanskje litt uvant, men ikke noe galt med å ha et desimaltall i teller (eller nevner).

Eksempel 3

Gjør om brøkene til prosenttall.

a) $\frac{34}{100}$

b) $\frac{203}{100}$

Svar:

a) $\frac{34}{100} = 34\%$

b) $\frac{203}{100} = 203\%$

Eksempel 4

Finn 50% av 800. Av [Regel 0.1](#) og [Regel 0.2](#) har vi at

Svar:

$$50\% \text{ av } 800 = \frac{50}{100} \cdot 800 = 400$$

Eksempel 5

Finn 2% av 7,4.

Svar:

$$2\% \text{ av } 7,4 = \frac{2}{100} \cdot 7,4 = 0,148$$

Tips

Å dele med 100 er såpass enkelt, at vi gjerne kan uttrykke prosenttall som desimaltall når vi foretar utregninger. I *Eksempel 5* over kunne vi har reknet slik:

$$2\% \text{ av } 7,4 = 0,02 \cdot 7,4 = 0,148$$

Prosentdeler

Hvor mange prosent utgjør 15 av 20?

15 er det samme som $\frac{15}{20}$ av 20, så svaret på spørsmålet får vi ved å gjøre om $\frac{15}{20}$ til en brøk med 100 i nevner. Siden $20 \cdot \frac{100}{20} = 100$, utvider vi brøken vår med $\frac{100}{20} = 5$:

$$\frac{15 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{75}{100}$$

15 utgjør altså 75% av 20. Det er verdt å merke seg at vi kunne fått 75 direkte ved utrekningen

$$15 \cdot \frac{100}{20} = 75$$

0.3 Antall prosent a utgjør av b

$$\text{Antall prosent } a \text{ utgjør av } b = a \cdot \frac{100}{b}$$

Eksempel 1

Hvor mange prosent utgjør 340 av 400?

Svar:

$$340 \cdot \frac{100}{400} = 85$$

340 utgjør 85% av 400.

Eksempel 2

Hvor mange prosent utgjør 119 av 500?

Svar:

$$119 \cdot \frac{100}{500} = 23,8$$

119 utgjør 23,8% av 500.

Tips

Å gange med 100 er såpass enkelt å ta i hodet at man kan ta det bort fra selve utrekningen. *Eksempel 2* over kunne vi da reknet slik:

$$\frac{119}{500} = 0,238$$

119 utgjør altså 23,8% av 500.
(Her rekner man i hodet at $0,238 \cdot 100 = 23,8$.)

0.3 Vekstfaktor

Minkende størrelse

I mange situasjoner har noe økt eller minket med en viss prosent. I en butikk kan man for eksempel komme over en skjorte som originalt kostet 500 kr, men selges med 40% rabatt. Dette betyr at vi skal trekke ifra 40% av originalprisen når vi skal betale.



Her er to måter vi kan tenke på for å finne prisen:

- Vi starter med å finne fratrekket:

$$\begin{aligned}40\% \text{ av } 500 &= \frac{40}{100} \cdot 500 \\ &= 200\end{aligned}$$

Videre er $500 - 200 = 300$, altså må vi betale 300 kr for skjorten.

- Skal vi betale full pris, må vi betale 100% av 500. Men får vi 40% i rabatt, skal vi bare betale 60% av 500:

$$100\% - 40\% = 60\%$$

$$\begin{aligned}60\% \text{ av } 500 &= \frac{60}{100} \cdot 500 \\ &= 300\end{aligned}$$

Svaret blir selvsagt det samme, vi må betale 300 kr for skjorten.

Økende størrelse

Det er ikke alltid vi er så heldige at vi får rabatt på et produkt, ofte må vi faktisk betale et tillegg. [Mervardiavgiften](#) er et slikt tillegg. I Norge må vi betale 25% i mervardiavgift på mange varer. Det betyr at vi må betale et tillegg på 25%, altså 125% av originalprisen.

Mervardiavgift
forkortes til mva.

$$100\% + 25\% = 125\%$$

For eksempel koster øreklokkene på bildet 999,20 kr *eksludert* mva. Men *inkludert* mva. må vi betale

$$125\% \text{ av } 999,20 = \frac{125}{100} \cdot 999,20 \\ = 1249$$

Altså 1249 kr.



Oppsummering

Vi har nå sett på to eksempler. I det ene sank prisen på en vare, mens i det andre økte den. Når prisen sank med 40%, endte vi opp med å betale 60% av originalprisen. Vi sier da at *vekstfaktoren* er 0,6. Når prisen økte med 25%, endte vi opp med å betale 125% av originalprisen. Da er vekstfaktoren 1,25.

Mange stusser over at ordet vekstfaktor brukes selv om en størrelse *synker*, men slik er det. Kanskje et bedre ord ville være *endringsfaktor*?

0.4 Vekstfaktor

- Når en størrelse synker med $a\%$, ender vi opp med $100\% - a\%$ av størrelsen.
- Når en størrelse øker med $a\%$, ender vi opp med $100\% + a\%$ av størrelsen.
- Verdien til $100\% - a\%$ eller $100\% + a\%$ kalles vekstfaktoren.

Eksempel 1

En vare verd 1000 kr er rabattert med 20%.

- Hva er vekstfaktoren?
- Finn den nye prisen.

Svar:

- Siden det er 20% rabatt må vi betale $100\% - 20\% = 80\%$ av originalprisen. Vekstfaktoren er derfor 0,8.

b) Den nye prisen finner vi ved å gange vekstfaktoren med originalprisen:

$$0,8 \cdot 1000 = 800$$

Den nye prisen er altså 800 kr.

Eksempel 2

En sjokolade koster 9,80 kr, ekskludert mva. På matvarer er det 15% mva.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Hva koster sjokoladen inkludert mva?

Svar:

a) Med 15% i tillegg må man betale $100\% + 15\% = 115\%$ av prisen ekskludert mva. Vekstfaktoren er derfor 1,15.

b) $1,15 \cdot 9.90 = 12,25$

Sjokoladen koster 12,25 kr inkludert mva.

0.4 Prosentpoeng

Vi har akkurat sett på størrelser som økte eller minket med en viss prosent. Men hvis størrelsen selv er oppgitt i prosent, må vi holde tunga rett i munnen. La oss bruke størrelsen 10% som et eksempel.

Hvis 10% øker med 5%, får vi:

$$\begin{aligned}10\% \text{ økt med } 5\% &= 10\% \cdot 1,05 \\ &= 10,5\%\end{aligned}$$

I forrige seksjon fant vi at å øke en størrelse med 5% er det samme som å gange størrelsen med 1,05

Men hvis 10% istedenfor øker med 5 *prosentpoeng*, ender vi med:

$$\begin{aligned}10\% \text{ økt med } 5 \text{ prosentpoeng} &= 10\% + 5\% \\ &= 15\%\end{aligned}$$

10,5% og 15% er to helt forskjellige størrelser!

0.5 Prosentpoeng

$$a\% \text{ økt med } b \text{ prosentpoeng} = a\% + b\%$$

$$a\% \text{ minket med } b \text{ prosentpoeng} = a\% - b\%$$

Eksempel

En dag var 5% av elevene på en skole borte. Dagen etter var 7,5% av elevene borte.

a) Hvor mye økte fraværet i prosentpoeng?

b) Hvor mye økte fraværet i prosent?

Svar:

a) $7,5\% - 5\% = 2,5\%$, derfor har fraværet økt med 2,5 prosentpoeng.

b) Her må vi svare på hvor mye endringen, altså 2,5%, utgjør av 5%. Dette er det samme som å finne hvor mye 2,5 utgjør av 5. (Se tilbake til ligning (??)). 1% av 5 er 0,05, derfor får vi:

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent } 2,5 \text{ utgjør av } 5 &= \frac{2,5}{0,05} \\ &= 50\end{aligned}$$

Altså har fraværet økt med 50%.

Hva er egentlig forskjellen mellom prosent og prosentfaktor?

Tenk på en skjorte som koster 200 kr. Tenk så at det er gitt 20% rabatt på den skjorten, altså får man $200 \text{ kr} \cdot 0,2 = 40 \text{ kr}$ i avslag. Men si at rabatten blir endret til 50% av originalprisen, da blir avslaget $200 \text{ kr} \cdot 0,5 = 100 \text{ kr}$.

Rabatten har da gått opp fra 20% til 50% av originalprisen, fra 40 kr til 100 kr. En økning på 60 kr. Og nå kommer poenget: Istedenfor å spørre *hvor mange prosent av originalprisen har rabatten økt?*, bruker vi ordet prosentpoeng. Det samme spørsmålet blir da *hvor mange prosentpoeng har rabatten økt?* Svaret blir $50\% - 20\% = 30\%$, altså 30 prosentpoeng. (60 utgjør 30% av 200).

Når vi isteden spør *hvor mye har rabatten økt i prosent?*, mener vi *hvor mange prosent av originalrabatten har rabatten økt?* Dette kan vi finne på to måter:

Metode 1: Originalrabatten var på 40 kr og økte med 60 kr. Hvor mange prosent 60 kr utgjør av 40 kr kan vi regne ut slik:

$$\frac{60}{40} = 1,5 \quad \text{1\% av 40 er 0,4}$$

Rabatten økte altså med 150%.

Metode 2:

Økningen i prosentpoeng er 30, og startrabatten var 20%. Hvor mange prosent 30 utgjør av 20 er:

$$\begin{aligned} \frac{30}{20} &= 1,5 \\ &= 150\% \end{aligned} \quad \text{Se tipset på s ??}$$

Rabatten økte med 150%.