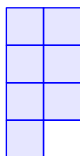
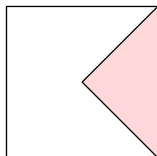


## 0.1 Brøkdeler av helheter

I MB (s. 35-47) har vi sett hvordan brøker er definert ut ifra en inndeling av 1. I hverdagen bruker vi også brøker for å snakke om inndelinger av en helhet:



(a)



(b)

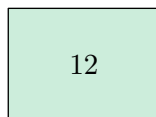


(c)

- (a) Helheten er 8 ruter.  $\frac{7}{8}$  av rutene er blå.  
(b) Helheten er et kvadrat.  $\frac{1}{4}$  av kvadratet er rødt.  
(c) Helheten er 5 kuler.  $\frac{3}{5}$  av kulene er svarte.

### Brøkdeler av tall

Si at rektangelet under har verdien 12.

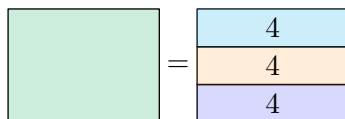


Når vi sier " $\frac{2}{3}$  av 12" mener vi at vi skal

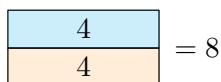
- a) dele 12 inn i 3 like grupper  
b) finne ut hvor mye 2 av disse gruppene utgjør til sammen.

Vi har at

- a) 12 delt inn i 3 grupper er lik  $12 : 3 = 4$ .



- b) 2 grupper som begge har verdi 4 blir til sammen  $2 \cdot 4 = 8$ .



Altså er

$$\frac{2}{3} \text{ av } 12 = 8$$

For å finne  $\frac{2}{3}$  av 12, delte vi 12 med 3, og ganget kvotienten med 2. Dette er det samme som å gange 12 med  $\frac{2}{3}$  (se [MB](#), s. 45 og 50).

### 0.1 Brøkdelen av et tall

For å finne brøkdelen av et tall, ganger vi brøken med tallet.

$$\frac{a}{b} \text{ av } c = \frac{a}{b} \cdot c$$

#### Eksempel 1

Finn  $\frac{2}{5}$  av 15.

**Svar:**

$$\frac{2}{5} \text{ av } 15 = \frac{2}{5} \cdot 15 = 6$$

#### Eksempel 2

Finn  $\frac{7}{9}$  av  $\frac{5}{6}$ .

**Svar:**

$$\frac{7}{9} \text{ av } \frac{5}{6} = \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{54}$$

## 0.2 Prosent

Brøker er ypperlige til å oppgi andeler av en helhet fordi de gir et raskt bilde av hvor mye det er snakk om. For eksempel er lett å se (omtrent) hvor mye  $\frac{3}{5}$  eller  $\frac{7}{12}$  av en kake er. Men ofte er det ønskelig å raskt avgjøre hvilke andeler som utgjør *mest*, og da er det best om brøkene har samme nevner.



Når andeler oppgis i det daglige, er det vanlig å bruke brøker med 100 i nevner. Brøker med denne nevneren er så mye brukt at de har fått sitt eget navn og symbol.

### 0.2 Prosenttall

$$a\% = \frac{a}{100}$$

### Språkboksen

% uttales *prosent*. Ordet kommer av det latinske *per centum*, som betyr *per hundre*.

### Eksempel 1

$$43\% = \frac{43}{100}$$

### Eksempel 2

$$12,7\% = \frac{12,7}{100}$$

*Merk:* Det er kanskje litt uvant, men ikke noe galt med å ha et desimaltall i teller (eller nevner).

### Eksempel 3

Finn verdien til

- a) 12%      b) 19,6%      c) 149%

**Svar:**

(Se de lemed 10100 osv ??)

- a)  $12\% = \frac{12}{100} = 0,12$
- b)  $19,6\% = \frac{19,6}{100} = 0,196$
- c)  $149\% = \frac{149}{100} = 1,49$

### Eksempel 3

Gjør om brøkene til prosenttall.

- a)  $\frac{34}{100}$
- b)  $\frac{203}{100}$

**Svar:**

- a)  $\frac{34}{100} = 34\%$
- b)  $\frac{203}{100} = 203\%$

### Eksempel 4

Finn 50% av 800. Av [Regel 0.1](#) og [Regel 0.2](#) har vi at

**Svar:**

$$50\% \text{ av } 800 = \frac{50}{100} \cdot 800 = 400$$

### Eksempel 5

Finn 2% av 7,4.

**Svar:**

$$2\% \text{ av } 7,4 = \frac{2}{100} \cdot 7,4 = 0,148$$

### **Tips**

Å dele med 100 er såpass enkelt, at vi gjerne kan uttrykke prosenttall som desimaltall når vi foretar utregninger. I *Eksempel 5* over kunne vi har regnet slik:

$$2\% \text{ av } 7,4 = 0,02 \cdot 7,4 = 0,148$$

## Prosentdeler

Hvor mange prosent utgjør 15 av 20?

15 er det samme som  $\frac{15}{20}$  av 20, så svaret på spørsmålet får vi ved å gjøre om  $\frac{15}{20}$  til en brøk med 100 i nevner. Siden  $20 \cdot \frac{100}{20} = 100$ , utvider vi brøken vår med  $\frac{100}{20} = 5$ :

$$\frac{15 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{75}{100}$$

15 utgjør altså 75% av 20. Det er verdt å merke seg at vi kunne fått 75 direkte ved utregningen

$$15 \cdot \frac{100}{20} = 75$$

### 0.3 Antall prosent $a$ utgjør av $b$

$$\text{Antall prosent } a \text{ utgjør av } b = a \cdot \frac{100}{b}$$

#### Eksempel 1

Hvor mange prosent utgjør 340 av 400?

**Svar:**

$$340 \cdot \frac{100}{400} = 85$$

340 utgjør 85% av 400.

#### Eksempel 2

Hvor mange prosent utgjør 119 av 500?

**Svar:**

$$119 \cdot \frac{100}{500} = 23,8$$

119 utgjør 23,8% av 500.

#### Tips

Å gange med 100 er såpass enkelt å ta i hodet at man kan ta det bort fra selve utregningen. *Eksempel 2* over kunne vi da

regnet slik:

$$\frac{119}{500} = 0,238$$

119 utgjør altså 23,8% av 500.

(Her regner man i hodet at  $0,238 \cdot 100 = 23,8$ .)

### 0.2.1 Prosentvis endring; økning eller redusering

#### Økning

Med utsagnet ”200 økt med 30%” menes dette:

- Start med 200, og legg til 30% av 200.

Altså er

$$\begin{aligned} 200 \text{ økt med } 30\% &= 200 + 200 \cdot 30\% \\ &= 200 + 60 \\ &= 260 \end{aligned}$$

I uttrykket over kan vi legge merke til at 200 er å finne i begge ledd, dette kan vi utnytte til å skrive

$$\begin{aligned} 200 \text{ økt med } 30\% &= 200 + 200 \cdot 30\% \\ &= 200 \cdot (1 + 30\%) \\ &= 200 \cdot (100\% + 30\%) \\ &= 200 \cdot 130\% \end{aligned}$$

Dette betyr at

$$200 \text{ økt med } 30\% = 130\% \text{ av } 200$$

#### Redusering

Med utsagnet ”Reduser 200 med 60%” menes dette:

- Start med 200, og trekk ifra 60% av 200

Altså er

$$\begin{aligned} 200 \text{ redusert med } 60\% &= 200 - 200 \cdot 60\% \\ &= 200 - 120 \\ &= 80 \end{aligned}$$

Også her legger vi merke til at 200 opptrer i begge ledd i utregningen:

$$\begin{aligned}200 \text{ økt med } 30\% &= 200 - 200 \cdot 60\% \\&= 200 \cdot (1 - 60\%) \\&= 200 \cdot 40\%\end{aligned}$$

Dette betyr at

$$200 \text{ redusert med } 60\% = 40\% \text{ av } 200$$

## Prosentvis økning eller endring oppsummert

### 0.4 Prosentvis endring

- Når en størrelse synker med  $a\%$ , ender vi opp med  $(100\% - a\%)$  av størrelsen.
- Når en størrelse øker med  $a\%$ , ender vi opp med  $(100\% + a\%)$  av størrelsen.

### Eksempel 1

Hva er 210 redusert med 70%?

**Svar:**

$100\% - 70\% = 30\%$ , altså er

$$\begin{aligned}210 \text{ senket med } 70\% &= 30\% \text{ av } 210 \\&= \frac{30}{100} \cdot 210 \\&= 63\end{aligned}$$

### Eksempel 2

Hva er 208,9 økt med 124,5%?

**Svar:**

$100\% + 124,5\% = 224,5\%$ , altså er

$$\begin{aligned}208,9 \text{ økt med } 124,5\% &= 224,5\% \text{ av } 208,9 \\&= \frac{224,5}{100} \cdot 208,9\end{aligned}$$



## Språkboksen

*Rabatt* er en pengesum som skal trekkes ifra en pris når det gis tilbud. Dette kalles også et *avslag* på prisen. Rabatt oppgis enten i antall kroner eller som prosentdel av prisen.

*Mervardiavgiften* (mva.) er en avgift som legges til prisen på de aller fleste varer som selges. Mervardiavgift oppgis som regel som en prosentdel av prisen.

## Eksempel 3

I en butikk koster en skjorte først 500 kr, men selges nå med 40% *rabatt*. Dette betyr at vi skal trekke ifra 40% av originalprisen.

Hva er den nye prisen på skjorta?



### Svar:

(Vi tar ikke med kr i utregningene)

Skal vi betale full pris, må vi betale 100% av 500. Men får vi 40% i rabatt, skal vi bare betale  $100\% - 40\% = 60\%$  av 500:

$$\begin{aligned} 60\% \text{ av } 500 &= \frac{60}{100} \cdot 500 \\ &= 300 \end{aligned}$$

Med rabatt koster altså skjorta 300 kr.

### Eksempel 4

På øreklokkene på bildet står det at prisen er 999,20 kr *eksludert* mva. og 1 249 *inkludert* mva. For øreklokker er mva. 25% av prisen.

Undersøk om prisen som er oppgitt inkludert mva. er riktig.



#### Svar:

(Vi tar ikke med kr i utregningene)

Når vi inkluderer mva., må vi betale 100% + 25% av 999,20:

$$\begin{aligned} 125\% \text{ av } 999,20 &= \frac{125}{100} \cdot 999,20 \\ &= 1249 \end{aligned}$$

Altså 1249 kr.

## 0.2.2 Vekstfaktor

På side 7 økte vi 200 med 30%, og endte da opp med 130% av 200. Vi sier da at *vekstfaktoren* er 1,3. På side 7 reduserte vi 200 med 60%, og endte da opp med 40% av 200. Da er vekstfaktoren 0,40.

Mange stusser over at ordet vekstfaktor brukes selv om en størrelse *synker*, men slik er det. Kanskje et bedre ord ville være *endringsfaktor*?

### 0.5 Vekstfaktor I

Når en størrelse endres med  $a\%$ , er vekstfaktoren verdien til  $100\% \pm a\%$ .

Ved økning skal + brukes, ved reduisering skal – brukes.

### Eksempel 1

En størrelse skal økes med 15%. Hva er vekstfaktoren?

#### Svar:

$100\% + 15\% = 115\%$ , altså er vekstfaktoren 1,15.

### Eksempel 2

En størrelse skal reduseres med 19,7%. Hva er vekstfaktoren?

**Svar:**

$100\% - 19,7\% = 80,3\%$ , altså er vekstfaktoren 0,803

La oss se tilbake til *Eksempel 1* på side 8, hvor 210 skulle senkes med 70%. Da er vekstfaktoren 0,3. Videre er

$$0,3 \cdot 210 = 63$$

Altså, for å finne ut hvor mye 210 senket med 70% er, kan vi gange 210 med vekstfaktoren (forklar for deg selv hvorfor!).

## 0.6 Prosentvis endring med vekstfaktor

endret originalverdi = vekstfaktor · originalverdi

### Eksempel 1

En vare verd 1 000 kr er rabattert med 20%.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Finn den nye prisen.

**Svar:**

a) Siden det er 20% rabatt, må vi betale  $100\% - 20\% = 80\%$  av originalprisen. Vekstfaktoren er derfor 0,8.

b) Vi har at

$$0,8 \cdot 1000 = 800$$

Den nye prisen er altså 800 kr.

### Eksempel 2

En sjokolade koster 9,80 kr, ekskludert mva. På matvarer er det 15% mva.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Hva koster sjokoladen inkludert mva?

**Svar:**

a) Med 15% i tillegg må vi betale  $100\% + 15\% = 115\%$  av prisen ekskludert mva. Vekstfaktoren er derfor 1,15.

b)  $1,15 \cdot 9.90 = 12,25$

Sjokoladen koster 12,25 kr inkludert mva.

Vi kan også omskrive likningen<sup>1</sup> fra [Regel 0.6](#) for å få et uttrykk for vekstfaktoren:

**0.7 Vekstfaktor II**

$$\text{vekstfaktor} = \frac{\text{endret originalverdi}}{\text{originalverdi}}$$

**Å finne den prosentvise endringen**

Når man skal finne en prosentvis endring, er det viktig å være klar over at det er snakk om prosent av en helhet. Denne helheten man har som utgangspunkt er den originale verdien.

La oss som et eksempel si at Jakob tente 10 000 kr i 2019 og 12 000 kr i 2020. Vi kan da stille spørsmålet "Hvor mye endret lønnen til Jakob seg med fra 2019 til 2020 i prosent?"

Spørsmålet tar utgangspunkt i lønnen fra 2019, dette betyr at 10 000 er vår originale verdi. To måter å finne den prosentvise endringen på er disse (vi tar ikke med kr i utregningene):

- Lønnen til Jakob endret seg fra 10 000 til 12 000, en forandring på  $12\,000 - 10\,000 = 2\,000$ . Videre er (se [Regel 0.3](#))

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent } 2\,000 \text{ utgjør av } 10\,000 &= 2\,000 \cdot \frac{100}{10\,000} \\ &= 20\end{aligned}$$

Fra 2019 til 2020 økte altså lønnen til Jakob med 20%.

- Vi har at

$$\frac{12\,000}{10\,000} = 1,2$$

---

<sup>1</sup>Se kapittel ?? for hvordan skrive om likninger.

Fra 2019 til 2020 økte altså lønnen til Jakob med en vekstfaktor lik 1,2 (se [Regel ??](#)). Denne vekstfaktoren tilsvarer en endring lik 20% (se [Regel 0.5](#)). Det betyr at lønnen økte med 20%.

## 0.8 Prosentvis endring I

$$\text{prosentvis endring} = \frac{\text{endret originalverdi} - \text{originalverdi}}{\text{originalverdi}} \cdot 100$$

Hvis 'prosentvis endring' er et positivt/negativt tall, er det snakk om en prosentvis økning/reduksjon.

### Kommentar

[Regel 0.8](#) kan se litt voldsom ut, og er ikke nødvendigvis så lett å huske. Hvis du virkelig har forstått seksjon ??, kan du uten å bruke denne formelen finne prosentvise endringer trinnvis. I påfølgende eksempler viser vi derfor både en trinnvis løsningsmetode og en metode ved bruk av formel.

### Eksempel 1

I 2019 hadde et fotballag 20 medlemmer. I 2020 hadde laget 12 medlemmer. Hvor mange prosent av medlemmene fra 2019 hadde sluttet i 2020?

#### Svar:

Vi starter med å merke oss at det det medlemstallet fra 2019 som er originalverdien vår.

*Løsningsmetode 1; trinnvis metode*

Fotballaget gikk fra å ha 20 til 12 medlemmer, altså var det  $20 - 12 = 8$  som sluttet. Vi har at

$$\text{Antall prosent} = \frac{8}{20} \cdot 100 = 40$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

*Løsningsmetode 2; formel*

Vi har at

$$\begin{aligned}\text{prosentvis endring} &= \frac{12 - 20}{20} \cdot 100 \\ &= -\frac{8}{20} \cdot 100 \\ &= -40\end{aligned}$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

*Merk:* At medlemmer slutter, innebærer en *reduksjon* i medlemstall. Vi forventet derfor at 'prosentvis endring' skulle være et negativt tall.

## 0.9 Prosentvis endring II

$$\text{prosentvis endring} = 100 (\text{vekstfaktor} - 1)$$

### Merk

*Regel 0.8* og *Regel 0.9* gir begge formler som kan brukes til å finne prosentvise endringer, her er det opp til en selv å velge hvilken man liker best.

### Eksempel 1

I 2019 tjente du 12 000 kr og i 2020 tjente du 10 000 kr. Beskriv endringen din i inntekt, inntekten i 2019 som utgangspunkt.

#### Svar:

Her er 12 000 vår originalverdi. Av *Regel 0.7* har vi da at

$$\begin{aligned}\text{vekstfaktor} &= \frac{10\,000}{12\,000} \\ &= 0,8\end{aligned}$$

Dermed er

$$\begin{aligned}\text{prosentvis endring} &= 100(0,8 - 1) \\ &= 100(-0,2) \\ &= -20\end{aligned}$$

Altså er lønnen *redusert* med 20% i 2020 sammenliknet med lønnen i 2019.

## 0.2.3 Prosentpoeng

Ofte snakker vi om mange størrelser samtidig, og når man da bruker prosent-ordet kan setninger bli veldig lange og knotete hvis man også snakker om forskjellige originalverdier. For å forenkle setningene har vi begrepet *prosentpoeng*.



Tenk at et par solbriller først ble solgt med 30% rabatt av originalprisen, og deretter med 80% rabatt av originalprisen. Da sier vi at rabatten har økt med 50 *prosentpoeng*.

$$80\% - 30\% = 50\%$$

*Hvorfor kan vi ikke si at rabatten har økt med 50%?*

Tenk at solbrillene hadde originalpris 1 000 kr. 30% rabatt på 1 000 kr tilsvarer 300 kr i rabatt. 80% rabatt på 1000 kr tilsvarer 800 kr i rabatt. Men hvis vi øker 300 med 50% får vi  $300 \cdot 1,5 = 450$ , og det er ikke det samme som 800! Saken er at vi har to forskjellige originalverdier som utgangspunkt:

”Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50 prosentpoeng. Da ble rabatten 80%.”

*Forklaring:* ”Rabatten” er en størrelse vi regner ut i fra originalprisen til solbrillene. Når vi sier ”prosentpoeng” viser vi til at **originalprisen fortsatt er utgangspunktet** for den kommende prosentregningen. Når prisen er 1 000 kr, starter vi med  $1\,000\text{ kr} \cdot 0,3 = 300\text{ kr}$  i rabatt. Når vi legger til 50 *prosentpoeng*, legger vi til 50% av originalprisen, altså  $1\,000\text{ kr} \cdot 0,5 = 500\text{ kr}$ . Totalt blir det 800 kr i rabatt, som utgjør 80% av originalprisen.

”Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50%. Da ble rabatten 45%.”

*Forklaring:* ”Rabatten” er en størrelse vi regner ut i fra originalprisen til solbrillene, men her viser vi til at **rabatten er utgangspunktet** for den kommende prosentregningen. Når

prisen er 1 000 kr, starter vi med 300 kr i rabatt. Videre er

$$300 \text{ kr} \text{ økt med } 50\% = 300 \text{ kr} \cdot 1,5 = 450 \text{ kr}$$

og

$$\text{antall prosent } 450 \text{ utgjør av } 1\,000 = \frac{450}{100} = 45$$

Altså er den nye rabatten 45%.

I de to (gule) tekstboksene over regnet vi ut den økte rabatten via originalprisen på solbrillene (1 000 kr). Dette er streng tatt ikke nødvendig:

- Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50 prosentpoeng. Da ble rabatten

$$30\% + 50\% = 80\%$$

- Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50%. Da ble rabatten

$$30\% \cdot 1,5 = 45\%$$

### 0.10 Prosentpoeng

$a\%$  økt/minket med  $b$  prosentpoeng  $= a\% \pm b\%$ .

$a\%$  økt/minket med  $b\%$   $= a\% \cdot (1 \pm b\%)$

### Merk

Andre linje i [Regel 0.10](#) er egentlig identisk med [Regel 0.6](#).

### Eksempel

En dag var 5% av elevene på en skole borte. Dagen etter var 7,5% av elevene borte.

- Hvor mange prosentpoeng økte fraværet med?
- Hvor mange prosent økte fraværet med?

**Svar:**

- $7,5\% - 5\% = 2,5\%$ , derfor har fraværet økt med 2,5 prosentpoeng.



b) Her må vi svare på hvor mye endringen, altså 2,5%, utgjør av 5%. Dette er det samme som å finne hvor mye 2,5 utgjør av 5. (Se tilbake til ligning (??)). 1% av 5 er 0,05, derfor får vi:

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent } 2,5 \text{ utgjør av } 5 &= \frac{2,5}{0,05} \\ &= 50\end{aligned}$$

Altså har fraværet økt med 50%.

### Merk

Å i *Eksempel 1* over stille spørsmålet ”Hvor mange prosentpoeng økte fraværet med?”, er det samme som å stille spørsmålet ”Hvor mange prosent av det totale elevantallet økte fraværet med?”.

## 0.2.4 Gjentatt prosentvis endring

Hva om vi foretar en prosentvis endring gjentatte ganger? La oss som et eksempel starte med 2000 og utføre 10% økning 3 påfølgende ganger (se regel ??):

$$\begin{aligned}\text{verdi etter 1. endring} &= \overbrace{2000}^{\text{originalverdi}} \cdot 1,10 = 2200 \\ \text{verdi etter 2. endring} &= \overbrace{2000 \cdot 1,10}^{2200} \cdot 1,10 = 2420 \\ \text{verdi etter 3. endring} &= \overbrace{2420 \cdot 1,10}^{2420} \cdot 1,10 = 2662\end{aligned}$$

Mellomregningen vi gjorde over kan kanskje virke unødvendig, men utnytter vi skrivemåten for potenser kommer et flott mønster til syne:

$$\begin{aligned}\text{verdi etter 1. endring} &= 2000 \cdot 1,10^1 = 2200 \\ \text{verdi etter 2. endring} &= 2000 \cdot 1,10^2 = 2420 \\ \text{verdi etter 3. endring} &= 2000 \cdot 1,10^3 = 2662\end{aligned}$$

## 0.11 Gjentatt vekst eller nedgang

$$\text{ny verdi} = \text{originalverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{antall endringer}}$$

### Eksempel 1

Finn den nye verdien når 20% økning utføres 6 påfølgende ganger med 10 000 som originalverdi.

**Svar:**

Vekstfaktoren er 1,2, og da er

$$\begin{aligned}\text{ny verdi} &= 10\,000 \cdot 1,2^6 \\ &= 29\,859,84\end{aligned}$$

### Eksempel 2

Marion har kjøpt seg en ny bil til en verdi av 300 000 kr, og hun forventer at verdien vil synke med 12% hvert år de neste fire årene. Hva er bilen da verd om fire år?

**Svar:**

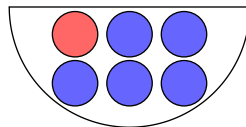
Siden den årlige nedgangen er 12%, blir vekstfaktoren 0,88. Starverdien er 300 000 og tiden er 4:

$$300\,000 \cdot 0,88^4 \approx 179\,908$$

Marion forventer altså at bilen er verdt ca 179 908 kr om fire år.

## 0.3 Forhold

Med *forholdet* mellom to størrelser mener vi den éne størrelsen delt på den andre. Har vi for eksempel 1 rød kule og 5 blå kuler i en bolle, sier vi at



$$\text{forholdet mellom antall røde kuler og antall blå kuler} = \frac{1}{5}$$

Forholdet kan vi også skrive som  $1 : 5$ . Verdien til dette regnestykket er

$$1 : 5 = 0,2$$

I denne sammenhengen kalles 0,2 *forholdstallet*.

Om vi skriver forholdet som brøk eller som delestykke vil avhenge litt av oppgavene vi skal løse.

### 0.12 Forhold

$$\text{forholdet mellom } a \text{ og } b = \frac{a}{b}$$

Verdien til brøken over kalles forholdstallet.

#### Eksempel 1

I en klasse er det 10 handballspillere og 5 fotballspillere.

a) Hva er forholdet mellom antall handballspillere og fotballspillere?

b) Hva er forholdet mellom antall fotballspillere og handballspillere?

**Svar:**

a)

$$\frac{10}{5} = 2$$

Forholdet mellom antall fotballspillere og handballspillere er 2.

b)

$$\frac{5}{10} = 0,5$$

Forholdet mellom antall handballspillere og fotballspillere er 0,5.

### 0.3.1 Målestokk

I MB (s.145 - 149) har vi sett på formlike trekantar. Prinsippet om at forholdet mellom samsvarande sider er det samme kan utvides til å gjelde de fleste andre former, som f. eks. firkanter, sirkler, prismer, kuler osv. Dette er et fantastisk prinsipp som gjør at små tegninger eller figurer (modeller) kan gi oss informasjon om størrelsene til virkelige gjenstander.

#### 0.13 Målestokk

En målestokk er forholdet mellom en lengde på en modell av en gjenstand og den samsvarende lengden på den virkelige gjenstanden.

$$\text{målestokk} = \frac{\text{en lengde i en modell}}{\text{den samsvarende lengden i virkeligheten}}$$

#### Eksempel 1

På en tegning av et hus er en vegg 6 cm. I virkeligheten er denne veggen 12 m.

Hva er målestokken på tegningen?

**Svar:**

Først må vi passe på at lengdene har samme benevning<sup>1</sup>. Vi gjør om 12 m til antall cm:

$$12 \text{ m} = 1200 \text{ cm}$$

Nå har vi at

$$\begin{aligned}\text{målestokk} &= \frac{6 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} \\ &= \frac{6}{12}\end{aligned}$$

Vi bør også prøve å forkorte brøken så mye som mulig:

$$\text{målestokk} = \frac{1}{6}$$

---

<sup>1</sup>Se seksjon ??

## Tips

Målestokk på kart er omtrent alltid gitt som en brøk med teller lik 1. Dette gjør at man kan lage seg disse reglene:

$$\text{lengde i virkelighet} = \text{lengde på kart} \cdot \text{nevner til målestokk}$$

$$\text{lengde i virkelighet} = \frac{\text{lengde på kart}}{\text{nevner til målestokk}}$$

## Eksempel 2

Kartet under har målestokk 1 : 25 000.

- Luftlinjen (den blå) mellom Helland og Vike er 10,4 cm på kartet. Hvor langt er det mellom Helland og Vike i virkeligheten?
- Tresfjordbrua er ca 1300 m i virkeligheten. Hvor lang er Tresfjordbrua på kartet?



Svar:

- Virkelig avstand mellom Helland og Vike = 10,4 cm · 25 000

$$= 260\,000 \text{ cm}$$

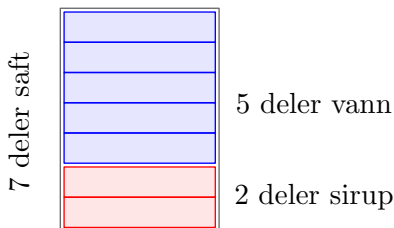
$$\text{b) Lengde til Tresfjordbrua på kart} = \frac{1\,300 \text{ m}}{25\,000} = 0,0052 \text{ m}$$

### 0.3.2 Blandingsforhold

I mange sammenhenger skal vi blande to sorter i riktig forhold. På en flaske med solb rsirup kan du for eksempel lese symbolet "2 + 5", som betyr at man skal blande sirup og vann i forholdet 2 : 5. Så heller vi 2 dL sirup i en k ne, må vi fylle på med 5 dL vann for   lage saften i riktig forhold.

Blander du solb rsirup og vann, f r du solbærsaft :)

Noen ganger bryr vi oss ikke om *hvor mye* vi blander, så lenge forholdet er riktig. For eksempel kan vi blande to fulle bøtter med solb rsirup med fem fulle bøtter vann, og fortsatt være sikre på at forholdet er riktig, selv om vi ikke vet hvor mange liter bøtta rommer! Når vi bare bryr oss om forholdet, bruker vi ordet *del*. Symbolet "2+5" på sirupflasken leser vi da som "2 deler sirup på 5 deler vann". Dette betyr at saften v r i alt inneholder  $2 + 5 = 7$  deler:



Dette betyr 1 del utgjør  $\frac{1}{7}$  av blandingen, sirupen utgjør  $\frac{2}{7}$  av blandingen og vannet utgjør  $\frac{5}{7}$  av blandingen.

### 0.14 Deler i et forhold

En blanding med forholdet  $a : b$  har til sammen  $a + b$  deler.

- 1 del utgjør  $\frac{1}{a+b}$  av blandingen.
- $a$  utgjør  $\frac{a}{a+b}$  av blandingen.
- $b$  utgjør  $\frac{b}{a+b}$  av blandingen.

### Eksempel 1

En kanne som rommer 21 dL er fylt med en saft der sirup og vann er blandet i forholdet 2 : 5.

- a) Hvor mye vann er det kannen?
- b) Hvor mye sirup er det i kannen?

**Svar:**

a) Til sammen består saften av  $2 + 5 = 7$  deler. Fordi 5 av disse er vann, må vi ha at:

$$\begin{aligned}\text{mengde vann} &= \frac{5}{7} \text{ av } 21 \text{ dL} \\ &= \frac{5 \cdot 21}{7} \text{ dL} \\ &= 15 \text{ dL}\end{aligned}$$

b) Vi kan løse denne oppgaven på samme måte som i oppgave a), men det er raskere å merke oss at hvis vi har 15 dL vann av i alt 21 dL, må vi ha  $(21 - 15) \text{ dL} = 6 \text{ dL}$  sirup.

### Eksempel 2

I et malerspann er grønn og rød maling blandet i forholdet 3 : 7, og det er 5 L av denne blandingen. Du ønsker å gjøre om forholdet til 3 : 11.

Hvor mye rød maling må du helle oppi spannet?

**Svar:**

I spannet har vi  $3 + 7 = 10$  deler. Siden det er 5 L i alt, må vi ha at:

$$\begin{aligned}1 \text{ del} &= \frac{1}{10} \text{ av } 5 \text{ L} \\ &= \frac{1 \cdot 5}{10} \text{ L} \\ &= 0,5 \text{ L}\end{aligned}$$

Når vi har 7 deler rødmaling, men ønsker 11, må vi blande oppi 4 deler til. Da trenger vi

$$4 \cdot 0,5 \text{ L} = 2 \text{ L}$$

Vi må helle oppi 2 L rødmaling for å få forholdet 3 : 11.

### Eksempel 3

I en ferdig blandet saft er forholdet mellom sirup og vann lik 3 : 5.

Hvor mange deler saft og/eller vann må du legge til for at forholdet skal bli 1 : 4?

#### Svar:

Brøken vi ønsker,  $\frac{1}{4}$ , kan vi skrive om til en brøk med samme teller som brøken vi har (altså  $\frac{3}{5}$ ):

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

I vårt opprinnelige forhold har vi 3 deler sirup og 5 deler vann. Skal dette gjøres om til 3 deler sirup og 12 deler vann, må vi legge til 7 deler vann.