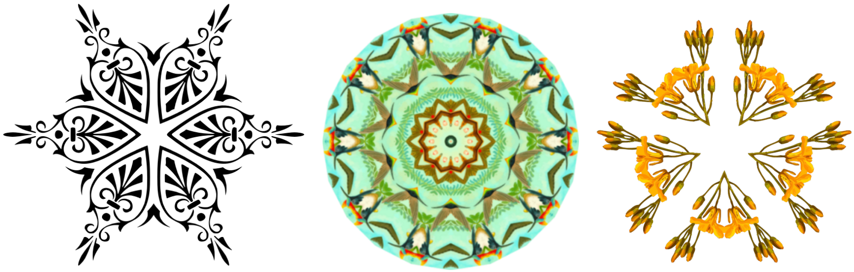
0.1 Symmetri



Bilder henta fra freesvg.org.

Mange figurar kan delast inn i minst to delar der den éine delen berre er ei forskyvd, speilvend eller rotert utgåve av den andre. Dette kallast *symmetri*. Dei tre komande regelboksane definerer dei tre variantene for symmetri, men merk dette: Symmetri blir som regel intuitivt forstått ved å studere figurar, men er omstendeleg å skildre med ord. Her vil det derfor, for mange, vere ein fordel å hoppe rett til eksempla.

0.1 Translasjonssymmetri (parallellforskyvning)

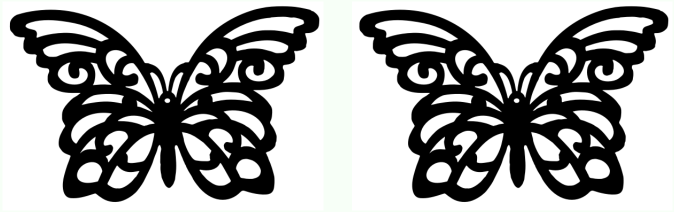
Ein symmetri der minst to deler er forskyvde utgåver av kvarandre kallast en *translasjonssymmetri*.

Når ei form forskyvast, blir kvart punkt på forma flytta langs den samme vektoren[1].

[1] Ein vektor er eit linjestykke med retning.

Eksempel 1

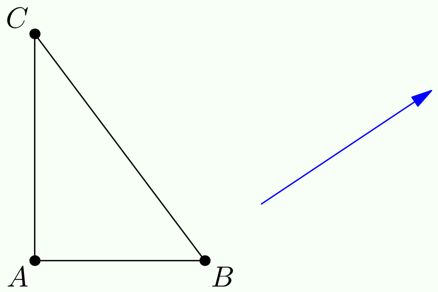
Figuren under viser ein translasjonssymmetri som består av to sommerfuglar.



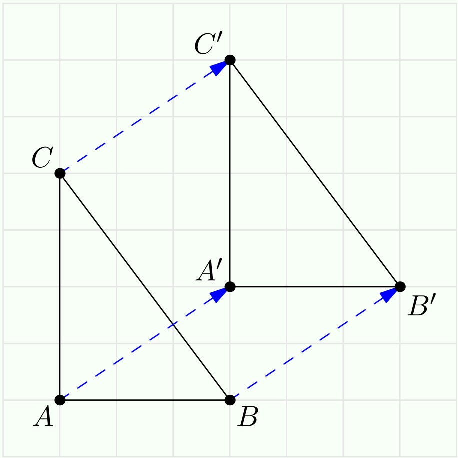
Bilde henta fra freesvg.org.

Eksempel 2

Under visast $\triangle ABC$ og ein blå vektor.



Under visast $\triangle ABC$ forskyvd med den blå vektoren.



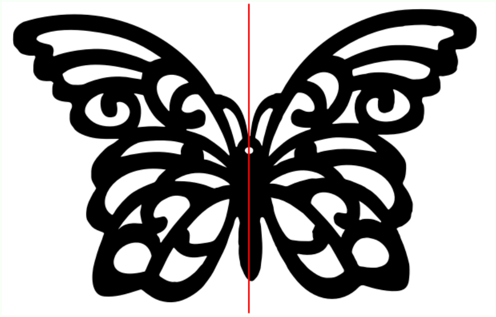
0.2 Speiling

Ein symmetri der minst to delar er vende utgåver av kvarandre kallast ein *speilingssymmetri* og har minst éin *symmetrilinje* (*symmetriakse*).

Når eit punkt speilast, blir det forskjyvd vinkelrett på symmetrilinja, fram til det nye og det opprinnelege punktet har samme avstand til symmetrilinja.

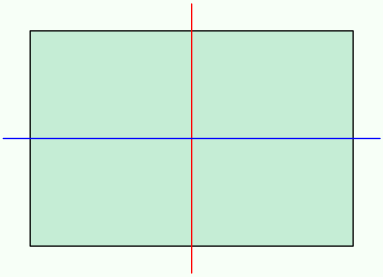
Eksempel 1

Sommerfuglen er ein speilsymmetri, med den raude linja som symmetrilinje.



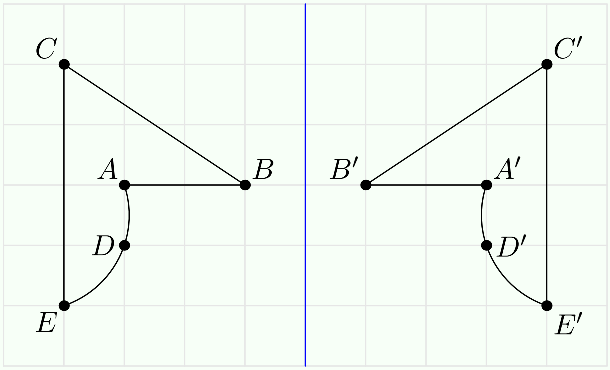
Eksempel 2

Den raude linja og den blå linja er begge symmetrilinjer til det grøne rektangelet.



Eksempel 3

Under visast ei form laga av punkta A, B, C, D, E og F, og denne forma speila om den blå linja.



0.3 Rotasjonssymmetri

Ein symmetri der minst to delar er ei rotert utgåve av kvarandre kallast ein *rotasjonssymmetri* og har alltid eit tilhørande *rotasjonspunkt* og ein *rotasjonsvinkel*.

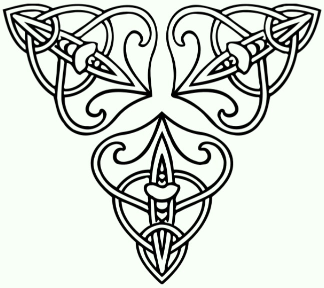
Når eit punkt roterast vil det nye og det opprinnelege punktet

- ligge langs den same sirkelbogen, som har sentrum i rotasjonspunktet.
- med rotasjonspunktet som toppunkt danne rotasjonsvinkelen.

Viss rotasjonsvinkelen er eit positivt tal, vil det nye punktet forflyttast langs sirkelbogen *mot* klokka. Hvis rotasjonsvinkelen er eit negativt tall, vil det nye punktet forflyttast langs sirkelbogen *med* klokka.

Eksempel 1

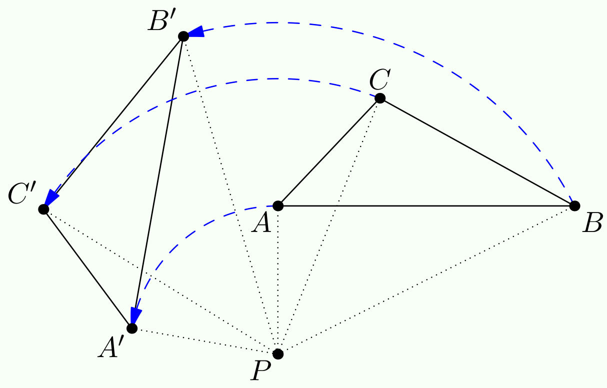
Mønsteret under er rotasjonssymmetrisk. Rotasjonssenteret er i midten av figuren og rotasjonsvinkelen er $120°$



Bilde henta fra freesvg.org.

Eksempel 2

Figuren under viser $\triangle ABC$ rotert $80°$ om rotasjonspunktet P.



Da er

$$PA =' PA \quad , \quad PB = PB' \quad , \quad PC = PC'$$

og

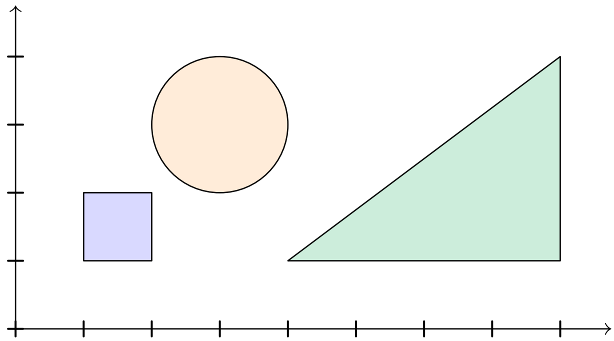
$$\angle APA' = \angle BPB' = \angle CPC' = 80°$$

Språkboksen

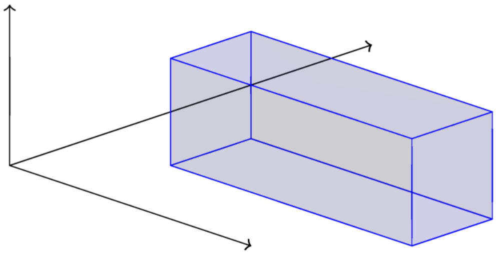
Ei form som er ei forskyvd, speilvend eller rotert utgåve av ei anna form, kallast ei *kongruensavbilding*.

0.2 Tredimensjonal geometri

I MB har vi sett på todimensjonale figurar som trekantar, firkantar, sirklar o.l. Alle todimensjonale figurar kan teiknast inn i et koordinatsystem med to akser.



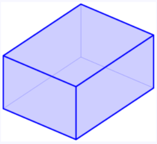
For å teikne *tredimensjonale* figurar trengs derimot tre aksar:



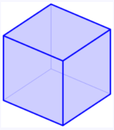
Mens eit rektangel seiast å ha ei breidde og ei høgde, kan vi seie at boksen over har ei bredde, ei høgde *og* ei lengde (dybde).

Området som "ligg utanpå" ein tredimensjonal figur kallar vi *overflata*. Overflata til boksen over består av 6 rektangel. Mangekantar som er delar av ei overflate kallast *sideflater*.

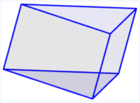
0.4 Tredimensjonale figurer



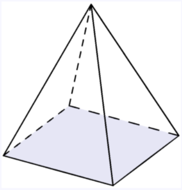
Firkanta prisme
Har to like og fire like rektangel som sideflater. Alle sideflatene som er i kontakt, står vinkelrette på kvarandre.



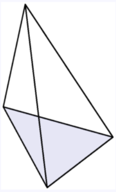
Kube
Firkanta prisme med kvadrat som sideflater.



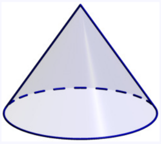
Trekanta prisme
To av sideflatene er like trekanter som er parallelle. Har tre sideflater som er trekantar.



Firkanta pyramide
Har ett rektangel og fire trekanter som sideflater.



Trekanta pyramide
Har fire trekanter som sideflater.



Kjegle
Ein del av overflata er ein sirkel, den resterende delen er ein samanbretta sektor.

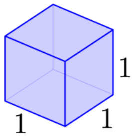
Tips

Det er ikkje så lett å se for seg hva en *sammenbretta sektor* er, men prøv dette:

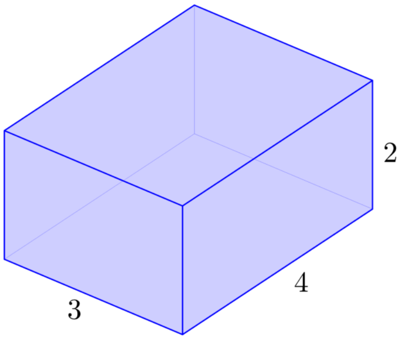
1. Teikn ein sektor på eit ark. Klipp ut sektoren, og føy saman dei to kantene på sektoren. Da har du ei kjegle utan bunn.

0.3 Volum

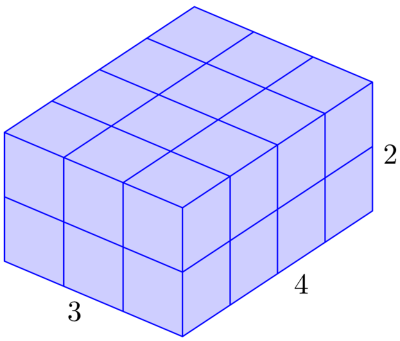
Når vi ønsker å seie noko om kor mykje det er plass til inni ein gjenstand, snakkar vi om *volumet* til den. Som eit mål på volum tenker vi oss ei kube med sidelengde 1.



Ei slik kube kan vi kalle ’einarkuba’. Sei vi har ei firkanta prisme med breidde 3, lengde 4 og høgde 2.



I denne er det plass til akkurat 24 einarkuber.



Dette kunne vi ha rekna slik:

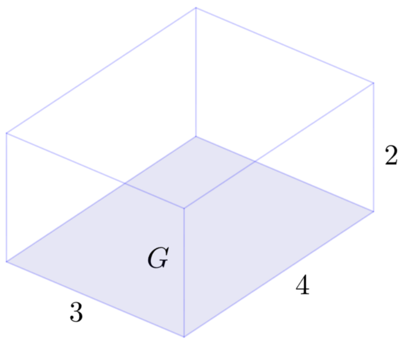
$$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$$

Altså

$$\text{breidde} \cdot \text{lengde} \cdot \text{høgde}$$

Grunnflate

For å rekne ut volumet til dei mest elementære figurane vi har, kan det være lurt å bruke omgrepet *grunnflate*. Slik som for ei grunnlinje[1], er det vårt valg av grunnflate som avgjer korleis vi skal rekne ut høgda. For prisma fra førre side, er det naturleg å velge flata som ligg horisontalt til å vere grunnflata, og for å indikere dette skriv ein ofte bokstaven G:



Grunnflata har arealet $3 \cdot 4 = 12$, mens høgda er 2. Volumet til heile prisma er grunnflata sitt areal gonga med høgda:

$$\begin{aligned} V &= 3 \cdot 4 \cdot 2 \\ &= G \cdot 2 \\ &= 24 \end{aligned}$$

Grunnflata eller grunnflatearealet?

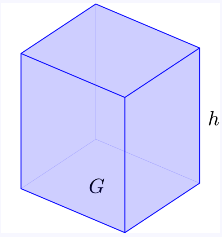
I teksten over har vi først kalla sjølve grunnflata for G, og så brukt G for *grunnflatearealet*. I denne boka er omgrepet *grunnflate* så sterkt knytt til *grunnflatearealet* at vi ikkje skiller mellom desse to.

[1]sjå MB, s. 81.

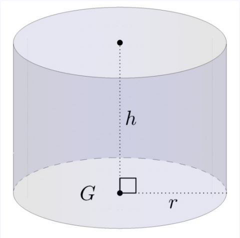
0.5 Volum

Volumet V til ei firkanta prisme eller ein sylinder med grunnflate G og høgde h er

$$V = G \cdot h$$



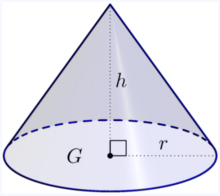
Firkanta prisme



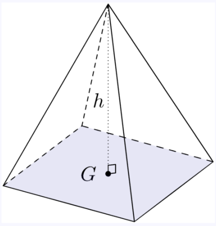
Sylinder

Volumet V til ei kjegle eller ei pyramide med grunnflate G og høgde h er

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



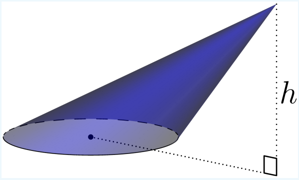
Kjegle



Firkanta pyramide

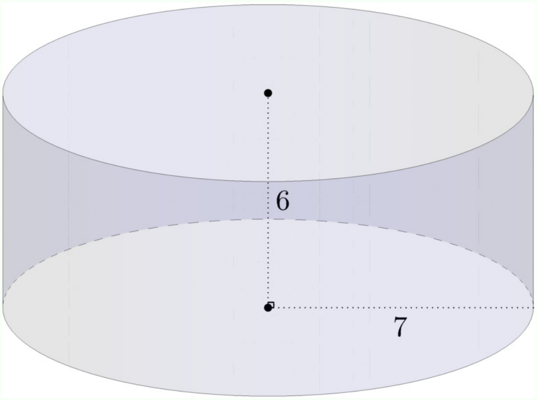
Merk

Formlane frå *Regel 0.5* gjeld også for prismer, sylindrar, kjegler og pyramider som heller (er skeive). Vis grunnflata er plassert horisontalt, er høgda den vertikale avstanden mellom grunnflata og toppen til figuren.



(For spisse gjenstandar som kjegler og pyramider finst det sjølvsagt bare eitt valg av grunnflate.)

Eksempel 1



Ein sylinder har radius 7 og høgde 5.

a) Finn grunnflata til sylinderen.

b) Finn volumet til sylinderen.

Svar:

a) Vi har at[1]:

$$\begin{aligned} \text{grunnflate} &= \pi \cdot 7^2 \\ &= 49\pi \end{aligned}$$

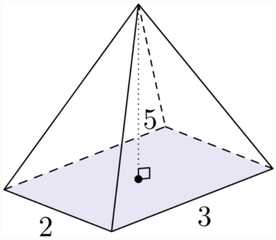
b) Dermed er

$$\begin{aligned} \text{volumet til sylinderen} &= 49\pi \cdot 6 \\ &= 294\pi \end{aligned}$$

[1]se MB, s. 140.

Eksempel 2

Ei firkanta pyramide har lengde 2, bredde 3 og høgde 5.



a) Finn grunnflata til pyramiden.

b) Finn volumet til pyramiden.

Svar:

a) Vi har at[1]

$$\begin{aligned} \text{grunnflate} &= 2 \cdot 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

b) Dermed er

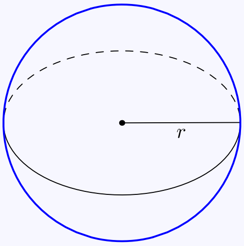
$$\begin{aligned} \text{volumet til pyramiden} &= 6 \cdot 5 \\ &= 30 \end{aligned}$$

[1] se MB, s. 140.

0.6 Volumet til ei kule

Volumet V til ei kule med radius r er:

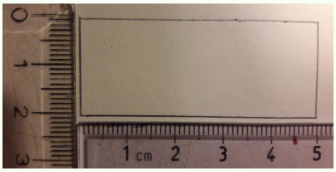
$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



0.4 Omkrets, areal og volum med enheter

Når vi måler lengder med linjal eller liknande, må vi passe på å ta med nemningane i svaret vårt.

Eksempel 1



$$\begin{aligned}\text{omkretsen til rektangelet} &= 5\,\text{cm} + 2\,\text{cm} + 5\,\text{cm} + 2\,\text{cm} \\ &= 14\,\text{cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{arealet til rektangelet} &= 2\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} \\ &= 2 \cdot 5\,\text{cm}^2 \\ &= 10\,\text{cm}^2\end{aligned}$$

Vi skriv ’cm^2’ fordi vi har gonga sammen 2 lengder som vi har målt i ’cm’.

Eksempel 2

Ein sylinder har radius $4\,\text{m}$ og høgde $2\,\text{m}$. Finn volumet til sylinderen.

Svar:

Så lenge vi er sikre på at størrelsane vår har same nemning (i dette tilfellet ’m’), kan vi først rekne uten størrelser:

$$\begin{aligned}\text{grunnflate til sylinderen} &= \pi \cdot 4^2 \\ &= 16\pi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{volumet til sylinderen} &= 16\pi \cdot 2 \\ &= 32\pi\end{aligned}$$

Vi har her ganget sammen tre lengder (to faktorer lik $4\,\text{m}$ og én faktor lik $2\,\text{m}$) med meter som enhet, altså er volumet til sylinderen $32\pi\,\text{m}^3$.

Merk

Når vi finn volumet til gjenstandar, måler vi gjerne lengder som høgde, breidde, radius og liknande. Desse lengdene har eininga 'meter'. Men i det daglege oppgir vi gjerne volum med eininga 'liter'. Da er det verd å ha med seg at

$$1\,\mathrm{L} = 1\,\mathrm{dm}^3$$