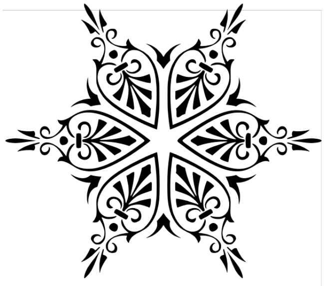
0.1 Symmetri

Mange figurer[1] kan deles inn i minst to deler hvor den éne delen bare er en rotert (vridd), vendt eller forskjøvet utgave av den andre. Dette kalles *symmetri*.



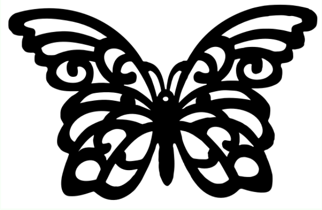
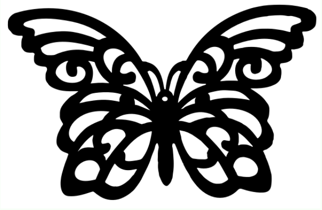
0.1 Translasjonssymmetri (parallellforskyvning)

En symmetri hvor minst to deler er forskjøvne utgaver av hverandre kalles en *translasjonssymmetri*.

Når en form forskyves, blir hvert punkt på formen flyttet langs det samme linjestykket.

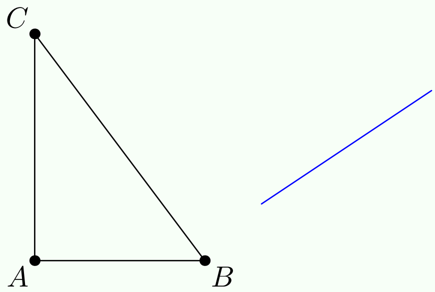
Eksempel 1

Figuren under viser en translasjonssymmetri som består av to sommerfugler.

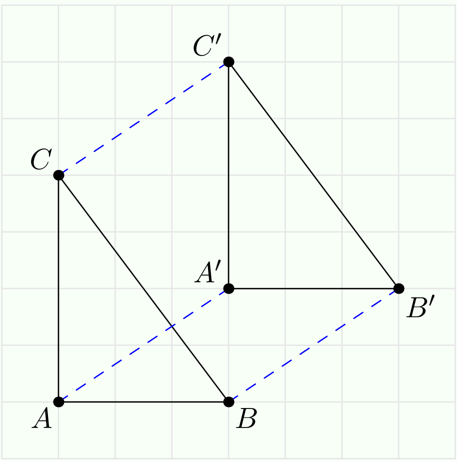
 

Eksempel 2

Under vises $\triangle ABC$ og et blått linjestykke.



Under vises $\triangle ABC$ (og $\triangle A'B'C'$) forskjøvet med det blå linjestykket.



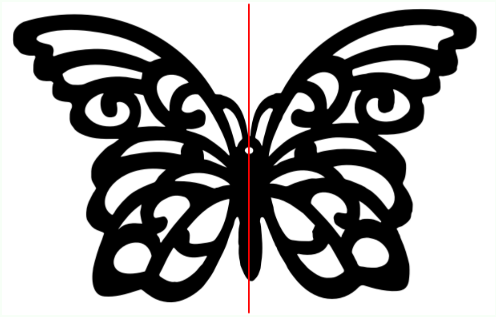
0.2 Speiling

En symmetri hvor minst to deler er vendte utgaver av hverandre kalles en *speilingssymmetri* og har minst én *symmetrilinje* (*symmetriakse*).

Når en et punkt speiles, blir det forskjøvet vinkelrett på symmetrilinja fram til det nye og det opprinnelige punktet har samme avstand til symmetrilinja.

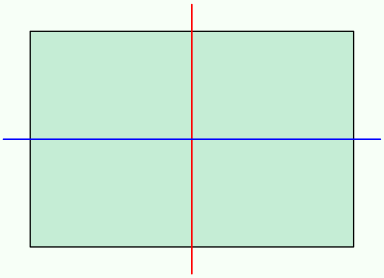
Eksempel 1

Den røde linja er symmetrilinja til sommerfuglen.



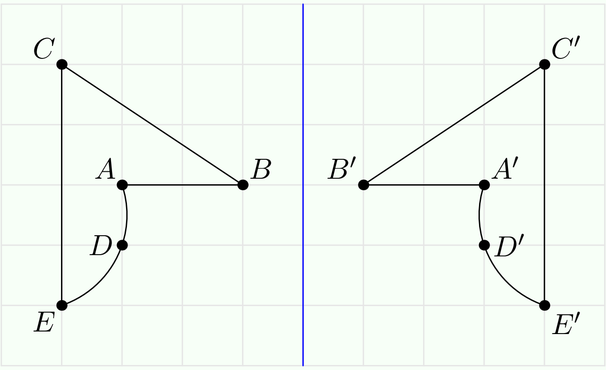
Eksempel 2

Den røde linja og den blå linja er begge symmetrilinjer til det grønne rektangelet.



Eksempel 3

Under vises en form laget av punktene A, B, C, D, E og F, og denne formen speilet om den blå linja.



0.3 Rotasjonssymmetri

En symmetri hvor minst to deler er en rotert utgave av hverandre kalles en *rotasjonssymmetri* og har alltid et tilhørende *rotasjonspunkt* og en *rotasjonsvinkel*.

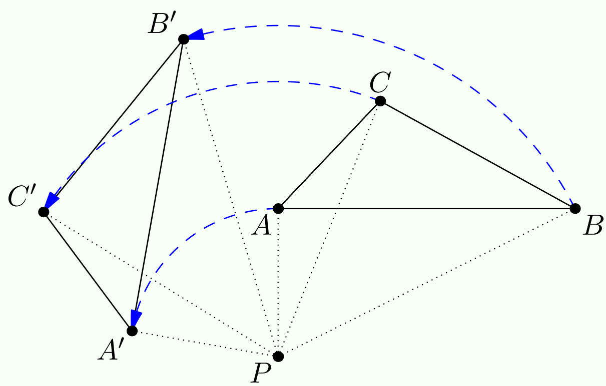
Når et punkt roteres vil det nye og det opprinnelige punktet

- ligge langs den samme sirkelbuen med sentrum i rotasjonspunktet.
- med rotasjonspunktet som toppunkt danne rotasjonsvinkelen.

Hvis rotasjonsvinkelen er et positivt tall, vil det nye punktet forflyttes langs sirkelbuen *mot* klokka. Hvis rotasjonsvinkelen er et negativt tall, vil det nye punktet forflyttes langs sirkelbuen *med* klokka.

Eksempel 1

Figuren under viser $\triangle ABC$ rotert 80° om rotasjonspunktet P.



Da er

$$PA =' PA \quad , \quad PB = PB' \quad , \quad PC = PC'$$

og

$$\angle APA' = \angle BPB' = \angle CPC' = 80^\circ$$

0.2 Størrelser, enheter og prefikser

Det vi kan måle og uttrykke med tall, kaller vi *størrelser*. Videre har vi *størrelser med dimensjoner* og *dimensjonsløse størrelser*.

Et eksempel på en størrelse med dimensjon er ”2 meter”. Dimensjonen er da 'lengde', som vi gjerne måler i meter. Vi sier at meter er en *enhet* for dimensjonen lengde.

Et eksempel på en størrelse uten dimensjon er ”to hester”. Mens det bare finnes én lengde som er ”2 meter”, ”to hester” se veldig forskjellig ut, avhengig av hvile to hester det er snakk om.

Regning med dimensjoner

Når vi regner med størrelser med dimensjoner må vi passe på at alle enhetene er like, hvis ikke gir ikke regnestykkene våre mening. I denne boka skal vi se på disse enhetene:

Enhet	**Forkortelse**
meter	m
gram	g
liter	L

Noen ganger har vi veldig store eller veldig små størrelser, for eksempel er det ca 40 075 000 m rundt ekvator! For så store tall er det vanlig å bruke en *prefiks*, da kan vi si at det er ca 40 075 km rundt ekvator. Her står 'km' for 'kilometer' og 'kilo' betyr '1 000'. Så 1 000 meter er altså 1 kilometer. Her er de viktigste prefiksene:

Prefiks	**Forkortelse**	**Betydning**
kilo	k	1 000
hekto	h	100
deka	da	10
desi	d	0,1
centi	c	0,01
milli	m	0,001

Bruker vi denne tabellen i kombinasjon med enhetene kan vi for eksempel se at:

$$1000\,\text{g} = 1\,\text{kg}$$
$$0{,}1\,\text{m} = 1\,\text{dm}$$
$$0{,}01\,\text{L} = 1\,\text{cL}$$

Enda ryddigere kan vi få det hvis vi lager en vannrett tabell, med meter, gram eller liter lagt til i midten:

kilo	hekto	deka	m/g/L	desi	centi	milli

Vi har sett hvordan prefiksene egentlig bare betyr et tall, og m, g eller L kan vi si har et 1-tall foran seg ($4 \cdot 1\,\text{m}$ er jo det samme som $4\,\text{m}$). Vi kan da legge merke til at for å komme fra én rute til en annen i tabellen, er det bare snakk om å flytte komma:

0.4 Omgjøring av prefiks

Når vi skal endre prefikser kan vi bruke denne tabellen:

kilo	hekto	deka	m/g/L	desi	centi	milli

Komma må flyttes like mange ganger som antall bokser vi må flytte oss fra opprinnelig prefiks til ny prefiks.

Obs! For lengde brukes også enheten 'mil' (1 mil er $10\,000\,\text{m}$). Denne kan legges på til venstre for 'kilo'.

Eksempel 1

Gjør om $23{,}4\,\text{mL}$ til L.

Svar:

Vi skriver tabellen vår med L i midten og legger merke til at vi må *tre bokser til venstre* for å komme oss fra mL til L:

kilo	hekto	deka	L	desi	centi	milli

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt tre plasser til venstre for å gjøre om mL til L:

$$23{,}4\,\text{mL} = 0{,}0234\,\text{L}$$

Eksempel 2

Gjør om $30\,\text{hg}$ til cg.

Svar:

Vi skriver tabellen vår med g i midten og legger merke til at vi må *fire bokser til høyre* for å komme oss fra hg til cg:

kilo	hekto	deka	g	desi	centi	milli

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt fire plasser til høyre for å gjøre om hg til cg:

$$30\,\text{mg} = 300\,000\,\text{cg}$$

Eksempel 3

Gjør om $12\,500\,\text{dm}$ til mil.

Svar:

Vi skriver tabellen vår med m i midten, legger til 'mil', og merker oss at vi må *fem bokser til høyre* for å komme oss fra hg til cg:

mil	kilo	hekto	deka	m	desi	centi	milli

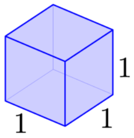
Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt fem plasser til høyre for å gjøre om mil til cg:

$$30\,\text{dm} = 3\,000\,000\,\text{mil}$$

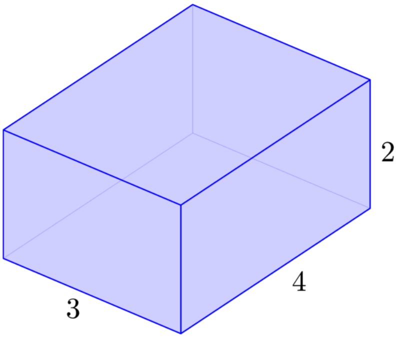
Merk: 'mil' er en egen enhet, ikke en prefiks. Vi skriver derfor ikke 'milm', men bare 'mil'.

0.3 Volum

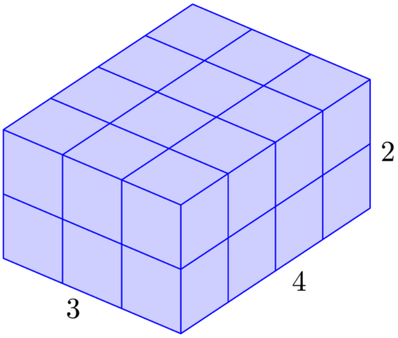
Når vi ønsker å si noe om hvor mye det er plass til inni en gjenstand, snakker vi om *volumet* av den. Som et mål på volum tenker vi oss *en kube* som har 1 som både bredde, lengde og høyde:



En slik kube kan vi kalle"enhetskuben". Si vi har en firkantet boks med bredde 3, lengde 4 og høyde 2:



Vi kan må merke oss at vi har plass til akkurat 24 enhetskuber i denne boksen:



Og dette kunne vi ha regnet ut slik:

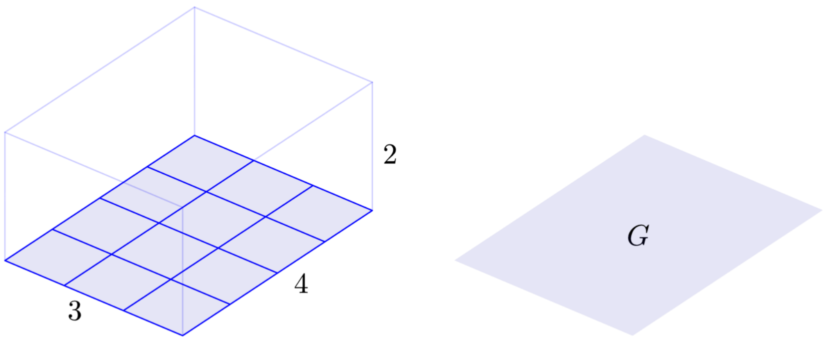
$$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$$

Altså:

$$\text{bredde} \cdot \text{lengde} \cdot \text{høyde}$$

Grunnflate

For å regne ut volumet av de mest elementære figurene vi har, kan det være lurt å bruke begrepet *grunnflate*. Slik som for en grunnlinje, er det vårt valg av grunnflate som bestemer hvordan vi skal regne ut høyden. For en slik boks som vi akkurat så på, er det naturlig å velge flaten som ”ligger ned” til å være grunnflaten, og for å indikere dette brukes ofte G:



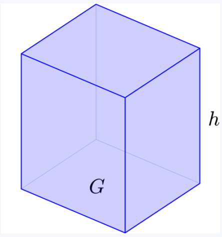
Grunnflaten har arealet $3 \cdot 4 = 12$, mens høyden er 2. Volumet av hele boksen er grunnflaten ganger høyden:

$$\begin{aligned} V &= G \cdot h \\ &= 12 \cdot h \\ &= 24 \end{aligned}$$

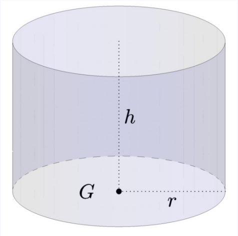
0.5 Volum

Volumet V av en firkantet boks eller en sylinder med grunnflate G og høyde h er:

$$V = G \cdot h$$



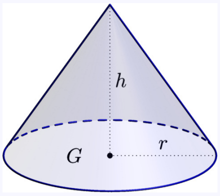
Boks



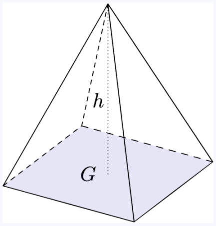
Sylinder

Volumet V av en kjegle eller en pyramide med grunnflate G og høyde h er:

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



Kjegle



Pyramide

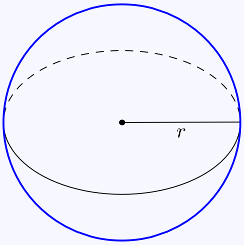
Volumet av ei kule

Som vanlig skiller ting seg ut når vi snakker om renit sirkelformede figurer, og ei *kule* er ikke noe unntak. For den spesielt interesserte kan et bevis for volumformelen leses her, men det er altså helt lov til å bykse rett på formelen:

0.6 Volumet av ei kule

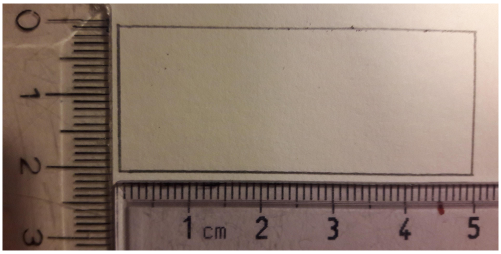
Volumet V av ei kule med radius r er:

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



0.4 Omkrets, areal og volum med enheter

Når me måler lengder med linjal eller liknande må me passe på å ta med eininga i svaret vårt:



$$\begin{aligned}\text{Omkretsen til rektangelet} &= 5\,\text{cm} + 2\,\text{cm} + 5\,\text{cm} + 2\,\text{cm} \\ &= 14\,\text{cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Arealet til rektangelet} &= 2\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} \\ &= 2 \cdot 5\,\text{cm}^2 \\ &= 10\,\text{cm}^2\end{aligned}$$

Vi skriv cm^2 fordi vi har ganga saman 2 lengder som vi har målt i cm.