## 0.1 Addisjon

### 0.1.1 Oppstilling

Denne metoden baserer seg på plassverdisystemet, der man trinnvis regner ut summen av enerne, tierne, hundrene, o.l.

**Eksempel 1**

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 4 \\ + & 6 & 1 & 2 \\ \hline = & 8 & 4 & 6 \end{array}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{array}{cccc} & \scriptstyle 1 & & \\ & 2 & 7 & 3 \\ + & & 8 & 6 \\ \hline = & 3 & 5 & 9 \end{array}$$

**Eksempel 3**

$$\begin{array}{cccc} & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & \\ & & 8 & 5 \\ + & & 7 & 9 \\ \hline = & 1 & 6 & 4 \end{array}$$

**Eksempel 4**

$$\begin{array}{cccccc} & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & & \\ & 3 & 9 & 7 & , & 2 \\ + & & 8 & 5 & , & 9 \\ \hline = & 4 & 8 & 2 & , & 1 \end{array}$$

**Eksempel 1 (forklaring)**

$$\begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 4 \\ + & 6 & 1 & 2 \\ \hline & & & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 4 \\ + & 6 & 1 & 2 \\ \hline & & 4 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 2 & 3 & 4 \\ + & 6 & 1 & 2 \\ \hline = & 8 & 4 & 6 \end{array}$$

(a) (b) (c)

a) Vi legger sammen enerne: $4 + 2 = 6$

b) Vi legger sammen tierne: $3 + 1 = 4$

c) Vi legger sammen hundrene: $2 + 6 = 8$

**Eksempel 2 (forklaring)**

$$\begin{array}{rccc} & 2 & 7 & 3 \\ + & & 8 & 6 \\ \hline & & & 9 \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{rccc} & \overset{1}{2} & 7 & 3 \\ + & & 8 & 6 \\ \hline & & 5 & 9 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{rccc} & \overset{1}{2} & 7 & 3 \\ + & & 8 & 6 \\ \hline = & 3 & 5 & 9 \end{array}$$

(c)

a) Vi legger sammen enerne: $3 + 6 = 9$

b) Vi legger sammen tierne: $7 + 8 = 15$. Siden 10 tiere er det samme som 100, legger vi til 1 på hundreplassen, og skriver opp de resterende 5 tierne på tierplassen.

c) Vi legger sammen hundrene: $1 + 2 = 3$.

**Språkboksen**

Det å skrive 1 på neste sifferplass kalles "å skrive 1 i mente".

### 0.1.2 Tabellmetoden

Denne metoden tar utgangspunkt i det éne leddet, og summerer fram til det andre leddet er nådd. Det som i starten kan være litt rart med denne metoden, er at du selv velger fritt hvilke tall du skal legge til, så lenge du når det andre leddet til slutt.

**Eksempel 1**

$273 + 86 = 359$

| | | 273 |
|---|---|---|
| 6 | 6 | 279 |
| 30 | 36 | 309 |
| 50 | 86 | 359 |

**Eksempel 2**

$85 + 79 = 164$

| | | 85 |
|---|---|---|
| 5 | 5 | 90 |
| 10 | 15 | 100 |
| 64 | 79 | 164 |

## Eksempel 1 (forklaring)

| | | 273 |
|---|---|---|

(a)

| | | 273 |
|---|---|---|
| 6 | 6 | 279 |

(b)

| | | 273 |
|---|---|---|
| 6 | 6 | 279 |
| 30 | 36 | 309 |

(c)

| | | 273 |
|---|---|---|
| 6 | 6 | 279 |
| 30 | 36 | 309 |
| 50 | 86 | 359 |

(d)

(a) Vi starter med det leddet vi selv ønsker, ofte er det lurt å starte med det største leddet.

(b) Vi legger til 6. Da har vi totalt lagt til 6, og videre er $273 + 6 = 279$.

(c) Vi legger til 30. Da har vi totalt lagt til 36, og videre er $279 + 30 = 309$.

(d) Vi legger til 50. Da har vi totalt lagt til 86, altså har vi nådd det andre leddet, og videre er $309 + 50 = 359$.

## Oppstilling versus tabellmetoden

Ved første øyekast kan kanskje tabellmetoden bare se ut som en innviklet måte å regne addisjon på samenlignet med oppstilling, men med øving vil mange oppdage at tabellmetoden bedrer evnen til hoderegning. Dessuten er metoden å foretrekke når vi regner med tid (se *Seksjon 0.6*).

## 0.2 Subtraksjon

### 0.2.1 Oppstilling

Subtraksjon med oppstilling baserer seg på plassverdisystemet, der man trinnvis regner differansen mellom enerne, tierne, hundrene, o.l. Metoden tar også utgangspunkt i et mengdeperspektiv, og tillater derfor ikke differanser med negativ verdi (se forklaringen til *Eksempel 2*).

**Eksempel 1**

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 9 \\ - & 3 & 2 & 4 \\ \hline = & 4 & 6 & 5 \end{array}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{array}{ccc} & & {\scriptstyle 10} \\ & \cancel{8} & 3 \\ - & 6 & 7 \\ \hline = & 1 & 6 \end{array}$$

**Eksempel 3**

$$\begin{array}{cccc} & & {\scriptstyle 10} & {\scriptstyle 10} \\ & \cancel{5} & \cancel{6} & 4 \\ - & 4 & 7 & 8 \\ \hline = & & 8 & 6 \end{array}$$

**Eksempel 4**

$$\begin{array}{ccccc} & & {\scriptstyle \cancel{10}} & {\scriptstyle 10} & {\scriptstyle 10} \\ & \cancel{2} & 0 & \cancel{6} & 1 \\ - & & 3 & 1 & 7 \\ \hline = & 1 & 7 & 4 & 4 \end{array}$$

**Eksempel 1 (forklaring)**

$$\begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 9 \\ - & 3 & 2 & 4 \\ \hline & & & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 9 \\ - & 3 & 2 & 4 \\ \hline & & 6 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & 7 & 8 & 9 \\ - & 3 & 2 & 4 \\ \hline = & 4 & 6 & 5 \end{array}$$

(a) (b) (c)

(a) Vi finner differansen mellom enerne: $9 - 4 = 5$

(b) Vi finner differansen mellom tierne: $8 - 2 = 6$.

(c) Vi finner differansen mellom hundrene: $7 - 3 = 4$.

**Eksempel 2 (forklaring)**

$$
\begin{array}{cc|c}
 & & {\scriptstyle 10} \\
 & \cancel{8} & 3 \\
- & 6 & 7 \\
\hline
 & & 6
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{cc|c}
 & & {\scriptstyle 10} \\
 & \cancel{8} & 3 \\
- & 6 & 7 \\
\hline
= & 1 & 6
\end{array}
$$

(a) (b)

(a) Vi merker oss at 7 er større enn 3, derfor tar vi 1 tier fra de 8 på tierplassen. Dette markerer vi ved å sette en strek over 8. Så finner vi differansen mellom enerne: $13 - 7 = 6$

(b) Siden vi tok 1 fra de 8 tierne, er der nå bare 7 tiere. Vi finner differansen mellom tierne: $7 - 6 = 1$.

### 0.2.2 Tabellmetoden

Tabellmetoden for subtraksjon tar utgangspunkt i at subtraksjon er en omvendt operasjon av addisjon. For eksempel, svaret på spørsmålet "Hva er $789 - 324$?" er det samme som svaret på spørsmålet "Hvor mye må jeg legge til på 324 for å få 789?". Med tabellmetoden følger du ingen spesiell regel underveis, men velger selv tallene du mener passer best for å nå målet.

**Eksempel 1**

$789 - 324 = 465$

| | 324 |
|---|---|
| 6 | 330 |
| 70 | 400 |
| 389 | 789 |
| 465 | |

**Eksempel 2**

$83 - 67 = 16$

| | 67 |
|---|---|
| 3 | 70 |
| 13 | 83 |
| 16 | |

**Eksempel 3**

$564 - 478 = 86$

| | |
|---|---|
| | 478 |
| 2 | 480 |
| 20 | 500 |
| 64 | 564 |
| 86 | |

**Eksempel 4**

$206{,}1 - 31{,}7 = 174{,}4$

| | |
|---|---|
| | 31,7 |
| 0,3 | 32 |
| 70 | 102 |
| 104,1 | 206,1 |
| 174,4 | |

**Eksempel 1 (forklaring)**

$$789 - 324 = 465$$

| | |
|---|---|
| | 324 |
| | |

(a)

| | |
|---|---|
| | 324 |
| 6 | 330 |

(b)

| | |
|---|---|
| | 324 |
| 6 | 330 |
| 70 | 400 |

(c)

| | |
|---|---|
| | 324 |
| 6 | 330 |
| 70 | 400 |
| 389 | 789 |

(d)

| | |
|---|---|
| | 324 |
| 6 | 330 |
| 70 | 400 |
| 389 | 789 |
| 465 | |

(e)

(a) Vi starter med 324.

(b) Vi legger til 6, og får $324 + 6 = 330$

(c) Vi legger til 70, og får $70 + 330 = 400$

(d) Vi legger til 389, og får $389 + 400 = 789$. Da er vi framme på 789.

(e) Vi summerer tallene vi har lagt til: $6 + 70 + 389 = 465$

## 0.3 Ganging

### 0.3.1 Ganging med 10, 100, 1 000 osv.

**0.1 Å gange heltall med 10, 100 osv.**

- Når man ganger et heltall med 10, får man svaret ved å legge til sifferet 0 bak heltallet.
- Når man ganger et heltall med 100, får man svaret ved å legge til sifrene 00 bak heltallet.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

**Eksempel 1**

$$6 \cdot 10 = 60$$

$$79 \cdot 10 = 790$$

$$802 \cdot 10 = 8020$$

**Eksempel 2**

$$6 \cdot 100 = 600$$

$$79 \cdot 100 = 7\,900$$

$$802 \cdot 100 = 80\,200$$

**Eksempel 3**

$$6 \cdot 1\,000 = 6\,000$$

$$79 \cdot 10\,000 = 790\,000$$

$$802 \cdot 100\,000 = 80\,200\,000$$

### 0.2 Å gange desimaltall med 10, 100 osv.

- Når man ganger et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma en plass til høgre.
- Når man ganger et heltall med 100, får man svaret ved å flytte komma to plasser til høgre.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

**Eksempel 1**

$$7{,}9 \cdot 10 = 79{,} = 79$$

$$38{,}02 \cdot 10 = 380{,}2$$

$$0{,}57 \cdot 10 = 05{,}7 = 5{,}7$$

$$0{,}194 \cdot 10 = 01{,}94 = 1{,}94$$

**Eksempel 2**

$$7{,}9 \cdot 100 = 790{,} = 790$$

$$38{,}02 \cdot 100 = 3802{,} = 3\,802$$

$$0{,}57 \cdot 100 = 057{,} = 57$$

$$0{,}194 \cdot 100 = 019{,}4 = 19{,}4$$

**Eksempel 3**

$$7{,}9 \cdot 1\,000 = 7900{,} = 7\,900$$

$$38{,}02 \cdot 10\,000 = 38020{,} = 38\,020$$

$$0{,}57 \cdot 100\,000 = 05{,}7 = 57000{,} = 57\,000$$

**Merk**

*Regel 0.1* er bare et spesialtilfelle av *Regel 0.2*. For eksempel, å bruke *Regel 0.1* på regnestykket $7 \cdot 10$ gir samme resultat som å bruke *Regel 0.2* på regnestykket $7{,}0 \cdot 10$.

**Å gange tall med 10, 100 osv. (forklaring)**

Titallsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tideler, hundredeler og tusendeler osv (se MB, s. 13). Når man ganger et tall med 10, vil alle enere i tallet bli til tiere, alle tiere bli til hundrere osv. Hvert siffer forskyves altså én plass mot venstre. Tilsvarende forskyves hvert siffer to plasser mot venstre når man ganger med 100, tre plasser når man ganger med 1 000 osv.

### 0.3.2 Utvidet form og kompaktmetoden

#### Utvidet form

Ganging på utvidet form bruker vi for å regne multiplikasjon mellom flersifrede tall. Metoden baserer seg på distributiv lov (se MB , s. 30).

**Eksempel 1**

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c}
2 & 4 & \cdot & 3 & = & 7 & 2 \\
 & & & & & & \\
2 & 0 & \cdot & 3 & = & 6 & 0 \\
 & 4 & \cdot & 3 & = & 1 & 2 \\
\cline{6-7}
 & & & & & 7 & 2
\end{array}$$

**Eksempel 2**

$$279 \cdot 34 = 9486$$

$$\begin{array}{rr}
200 \cdot 30 = & 6000 \\
70 \cdot 30 = & 2100 \\
9 \cdot 30 = & 270 \\
\hline
 & 8370
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rr}
200 \cdot 4 = & 800 \\
70 \cdot 4 = & 280 \\
9 \cdot 4 = & 36 \\
\hline
 & 1116
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
8370 \\
1116 \\
\hline
9486
\end{array}$$

**Eksempel 1 (forklaring)**

24 kan skrives som $20 + 4$, altså er

$$24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3$$

Videre er

$$\begin{aligned}
(20 + 4) \cdot 3 &= 20 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \\
&= 60 + 12 \\
&= 72
\end{aligned}$$

### Eksempel 2 (forklaring)

Vi har at

$$\begin{aligned} 279 &= 200 + 70 + 9 \\ 34 &= 30 + 4 \end{aligned}$$

Altså er

$$279 \cdot 34 = (200 + 70 + 9) \cdot (30 + 4)$$

Videre er

$$\begin{aligned} (200 + 70 + 9) \cdot (30 + 4) &= 200 \cdot 30 + 70 \cdot 30 + 9 \cdot 30 + 200 \cdot 4 + 70 \cdot 4 + 9 \cdot 4 \\ &= 9486 \end{aligned}$$

## Kompaktmetoden

Kompaktmetoden bygger på de samme prinsippene som ganging på utvidet form, men har en skrivemåte som gjør utregningen korterere.

### Eksempel 1

$$279 \cdot 34 = 9486$$

$$\begin{array}{cccc} & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 3} & \\ & 8 & 8 & 6 \\ {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 2} & & \\ 6 & 1 & 7 & \\ \hline 9 & 4 & 8 & 6 \end{array}$$

**Eksempel 1 (forklaring)**

Vi starter med å gange sifrene i 279 enkeltvis med 4:

- $9 \cdot 6 = 36$, da skriver vi 6 på enerplassen og 3 i mente.
- $7 \cdot 4 = 28$, da skriver vi 8 på tierplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 4 = 8$, da skriver vi 8 på hundrerplassen.

Så ganger vi sifrene i 279 enkeltvis med 30. Dette kan forenkles til å gange med 3, så lenge vi plasserer sifrene én plass forskjøvet til venstre i forhold til da vi ganget med 4:

- $9 \cdot 3 = 27$, da skriver vi 7 på tierplassen og 2 i mente.
- $7 \cdot 3 = 21$, da skriver vi 1 på hundrerplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 3 = 6$, da skriver vi 6 på tusenplassen.

## 0.4 Divisjon

### 0.4.1 Deling med 10, 100, 1 000 osv.

**0.3 Deling med 10, 100, 1 000 osv.**

- Når man deler et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma en plass til venstre.
- Når man deler et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma to plasser til venstre.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

**Eksempel 1**

$$\begin{aligned} 200 : 10 &= 200{,}0 : 10 \\ &= 20{,}00 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45 : 10 &= 45{,}0 : 10 \\ &= 4{,}50 \\ &= 4{,}5 \end{aligned}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{aligned} 200 : 100 &= 200{,}0 : 100 \\ &= 2{,}000 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 45 : 100 &= 45{,}0 : 100 \\ &= 0{,}450 \\ &= 0{,}45 \end{aligned}$$

**Eksempel 3**

$$143{,}7 : 10 = 14{,}37$$

$$143{,}7 : 100 = 1{,}437$$

$$143{,}7 : 1\,000 = 0{,}1437$$

$$93{,}6 : 10 = 9{,}36$$

$$93{,}6 : 100 = 0{,}936$$

$$93{,}6 : 1\,000 = 0{,}0936$$

**Deling med 10, 100, 1 000 osv. (forklaring)**

Titallsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tideler, hundredeler og tusendeler osv (se MB, s. 13). Når man deler et tall med 10, vil alle enere i tallet bli til tideler, alle tiere bli til enere osv. Hvert siffer forskyves altså én plass mot høgre. Tilsvarende forskyves hvert siffer to plasser mot høgre når man deler med 100, tre plasser når man deler med 1 000 osv.

### 0.4.2 Oppstilling

Divisjon med oppstilling baserer seg på divisjon tolket som inndeling av mengder (se MB ,s. 23)

**Eksempel 1**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 6 | : | 4 | = | 1 | 9 |
| 4 | | | | | | |
| 3 | 6 | | | | | |
| 3 | 6 | | | | | |
| | 0 | | | | | |

**Eksempel 1**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 9 | 4 | : | 3 | = | 2 | 9 | 8 |
| 6 | | | | | | | | |
| 2 | 9 | | | | | | | |
| 2 | 7 | | | | | | | |
| | 2 | 4 | | | | | | |
| | 2 | 4 | | | | | | |
| | | 0 | | | | | | |

### 0.4.3 Tabellmetoden

Tabellmetoden baserer seg på divisjon som omvendt operasjon av ganging. For eksempel er svaret på spørsmålet "Hva er $76 : 4$" det samme som svaret på spørsmålet "Hvilket tall må jeg gange 4 med for å få 76?". På samme vis som for tabellmetoden ved subtraksjon er det opp til en selv å velge passende tall for å nå målet.

**Eksempel 1**

$76 : 4 = 19$

| $\cdot 4$ | | |
|---|---|---|
| 10 | 40 | 40 |
| 9 | 36 | 76 |
| 19 | | |

**Eksempel 2**

$894 : 3 = 298$

| $\cdot 3$ | | |
|---|---|---|
| 200 | 600 | 600 |
| 60 | 120 | 720 |
| 60 | 120 | 840 |
| 10 | 30 | 870 |
| 8 | 24 | 894 |
| 298 | | |

**Eksempel 3**

$894 : 3 = 298$

| $\cdot 3$ | | |
|---|---|---|
| 300 | 900 | 900 |
| $-2$ | $-6$ | 894 |
| 298 | | |

*Merk*: Samme regnestykke som i *Eksempel 2*, men en annen utrekning.

## 0.5 Standardform

Vi kan utnytte *Regel 0.2* og *Regel 0.3*, og det vi kan om potenser[1], til å skrive tall på *standardform*.

La oss se på tallet 6 700. Av *Regel 0.2* vet vi at

$$6\,700 = 6{,}7 \cdot 1\,000$$

Og siden $1000 = 10^3$, er

$$6\,700 = 6{,}7 \cdot 1\,000 = 6{,}7 \cdot 10^3$$

$6{,}7 \cdot 10^3$ er 6 700 skrevet på standardform fordi

- 6,7 er større enn 0 og mindre enn 10.
- $10^3$ er en potens med grunntall 10 og eksponent 3, som er et heltall.
- 6,7 og $10^3$ er ganget sammen.

---

La oss også se på tallet 0,093. Av *Regel 0.3* har vi at

$$0{,}093 = 9{,}3 : 100$$

Men å dele med 100 er det samme som å gange med $10^{-2}$, altså er

$$0{,}093 = 9{,}3 : 100 = 9{,}3 \cdot 10^{-2}$$

$9{,}3 \cdot 10^{-2}$ er 0,093 skrevet på standardform fordi

- 9,3 er større enn 0 og mindre enn 10.
- $10^{-2}$ er en potens med grunntall 10 og eksponent $-2$, som er et heltall.
- 9,3 og $10^{-2}$ er ganget sammen.

[1]se MB s 101-106.

## 0.4 Standardform

Et tall skrevet som

$$a \cdot 10^n$$

hvor $0 < a < 10$ og $n$ er et heltall, er et tall skrevet på standardform.

### Eksempel 1

Skriv 980 på standardform.

**Svar:**

$$980 = 9{,}8 \cdot 10^2$$

### Eksempel 2

Skriv 0,00671 på standardform.

**Svar:**

$$0{,}00671 = 6{,}71 \cdot 10^{-3}$$

### Tips

For å skrive om tall på standardform kan du gjøre følgende:

1. Flytt komma slik at du får et tall som ligger mellom 0 og 10.
2. Gang dette tallet med en tierpotens som har eksponent med tallverdi lik antallet plasser du flyttet komma. Flyttet du komma mot venstre/høgre, er eksponenten positiv/negativ.

### Eksempel 3

Skriv 9 761 432 på standardform.

**Svar:**

1. Vi flytter komma 6 plasser til venstre, og får 9,761432
2. Vi ganger dette tallet med $10^6$, og får at

$$9\,761\,432 = 9{,}761432 \cdot 10^6$$

**Eksempel 4**

Skriv 0,00039 på standardform.

**Svar:**

1. Vi flytter komma 4 plasser til høgre, og får 3,9.

2. Vi ganger dette tallet med $10^{-4}$, og får at

$$0{,}00039 = 3{,}9 \cdot 10^{-4}$$

## 0.6 Regning med tid

Sekunder, minutter og timer er organisert i grupper på 60:

$$1 \text{ minutt} = 60 \text{ sekund}$$
$$1 \text{ time} = 60 \text{ minutt}$$

Dette betyr at *overganger* oppstår i utregninger når vi når 60.

**Eksempel 1**

$2\,\text{t}\ 25\,\text{min}\ + 10\,\text{t}\ 45\,\text{min} = 13\,\text{t}\ 10\,\text{min}$

*Utrekningsmetode 1*

| | | 10 t 45 min |
|---|---|---|
| 15 min | 15 min | 11 t 00 min |
| 10 min | 25 min | 11 t 10 min |
| 2 t | 2 t 25 min | 13 t 10 min |

*Utrekningsmetode 2*

| | | 10:45 |
|---|---|---|
| 00:15 | 00:15 | 11:00 |
| 00:10 | 00:25 | 11:10 |
| 02:00 | 02:25 | 13:10 |

**Eksempel 2**

$14\,\text{t}\ 18\,\text{min}\ - 9\,\text{t}\ 34\,\text{min} = 4\,\text{t}\ 44\,\text{min}$

*Utrekningsmetode 1*

| | |
|---|---|
| | 9 t 34 min |
| 26 min | 10 t 00 min |
| 18 min | 10 t 18 min |
| 4 t | 14 t 00 min |
| 4 t 44 min | |

*Utrekningsmetode 1*

| | |
|---|---|
| | 09:34 |
| 00:26 | 10:00 |
| 00:18 | 10:18 |
| 04:00 | 14:18 |
| 04:44 | |

## 0.7 Avrunding og overslagsregning

### 0.7.1 Avrunding

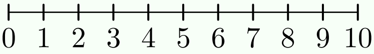
Ved *avrunding* av et tall minker vi antall siffer forskjellige fra 0 i et tall. Videre kan man runde av til *nærmeste ener*, *nærmeste tier* eller lignende.

**Eksempel 1**

Ved avrunding til *nærmeste ener* avrundes

- 1, 2, 3 og 4 *ned* til 0 fordi de er nærmere 0 enn 10.
- 6, 7, 8 og 9 *opp* til 10 fordi de er nærmere 10 enn 0.

5 avrundes også opp til 10.




**Eksempel 2**

- **63 avrundet til nærmeste tier = 60**

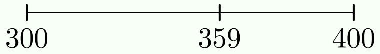
  Dette fordi 63 er nærmere 60 enn 70.


- **78 avrundet til nærmeste tier = 80**

  Dette fordi 78 er nærmere 80 enn 70.


- **359 avrundet til nærmeste hundrer = 400**

  Dette fordi 359 er nærmere 400 enn 300.




- **11,8 avrundet til nærmeste ener = 12**

  Dette fordi 11,8 er nærmere 12 enn 11.

### 0.7.2 Overslagsregning

Det er ikke alltid vi trenger å vite svaret på regnestykker helt nøyaktig, noen ganger er det viktigere at vi fort kan avgjøre hva svaret *omtrent* er det samme som, aller helst ved hoderegning. Når vi finner svar som omtrent er riktige, sier vi at vi gjør et *overslag*. *Et overslag innebærer at vi avrunder tallene som inngår i et regnestykke slik at utregningen blir enklere.*

*Obs!* Avrunding ved overslag trenger ikke å innebære avrunding til nærmeste tier o.l.

> **Språkboksen**
>
> At noe er ”omtrent det samme som” skriver vi ofte som ”cirka” (ca.). Symbolet for ”cirka” er $\approx$.

**Overslag ved addisjon og ganging**

La oss gjøre et overslag på regnestykket

$$98{,}2 + 24{,}6$$

Vi ser at $98{,}2 \approx 100$. Skriver vi 100 istedenfor 98,2 i regnestykket vårt, får vi noe som er litt mer enn det nøyaktige svaret. Skal vi endre på 24,6 bør vi derfor gjøre det til et tall som er litt mindre. 24,6 er ganske nærme 20, så vi kan skrive

$$98{,}2 + 24{,}6 \approx 100 + 20 = 120$$

Når vi gjør overslag på tall som legges sammen, bør vi altså prøve å gjøre det ene tallet større (runde opp) og et tall mindre (runde ned).

---

Det samme gjelder også hvis vi har ganging, for eksempel

$$1689 \cdot 12$$

Her avrunder vi 12 til 10. For å ”veie opp” for at svaret da blir litt mindre enn det egentlige, avrunder vi 1689 opp til 1700. Da får vi

$$1689 \cdot 12 \approx 1700 \cdot 10 = 17\,000$$

### Overslag ved subtraksjon og deling

Skal et tall trekkes fra et annet, blir det litt annerledes. La oss gjøre et overslag på

$$186{,}4 - 28{,}9$$

Hvis vi runder 186,4 opp til 190 får vi et svar som er større enn det egentlige, derfor bør vi også trekke ifra noe. Det kan vi gjøre ved også å runde 28,9 oppover (til 30):

$$\begin{aligned} 186{,}4 - 28{,}9 &\approx 190 - 30 \\ &= 160 \end{aligned}$$

Samme prinsippet gjelder for deling:

$$145 : 17$$

Vi avrunder 17 opp til 20. Deler vi noe med 20 istedenfor 17, blir svaret mindre. Derfor bør vi også runde 145 oppover (til 150):

$$145 : 17 \approx 150 : 20 = 75$$

### Overslagsregning oppsummert

**0.5 Overslagsregning**

- Ved addisjon eller multiplikasjon mellom to tall, avrund gjerne et tall opp og et tall ned.
- Ved subtraksjon eller deling mellom to tall, avrund gjerne begge tall ned eller begge tall opp.

**Eksempel**

Rund av og finn omtrentlig svar for regnestykkene.

a) $23{,}1 + 174{,}7$ b) $11{,}8 \cdot 107{,}2$

c) $37{,}4 - 18{,}9$ d) $1054 : 209$

**Svar:**

a) $32{,}1 + 174{,}7 \approx 30 + 170 = 200$

b) $11{,}8 \cdot 107{,}2 \approx 10 \cdot 110 = 1100$

c) $37{,}4 - 18{,}9 \approx 40 - 20 = 20$

d) $1054 : 209 \approx 1000 : 200 = 5$

**Kommentar**

Det finnes ingen konkrete regler for hva man *kan* eller ikke *kan* tillate seg av forenklinger når man gjør et overslag, det som er kalt *Regel 0.5* er strengt tatt ikke en regel, men et nyttig tips.

Man kan også spørre seg hvor langt unna det faktiske svaret man kan tillate seg å være ved overslagsregning. Heller ikke dette er det noe fasitsvar på, men en grei føring er at overslaget og det faktiske svaret skal være av samme *størrelsesorden*. Litt enkelt sagt betyr dette at hvis det faktiske svaret har med tusener å gjøre, bør også overslaget ha med tusener å gjøre. Mer nøyaktig sagt betyr det av det faktiske svaret og ditt overslag bør ha samme tierpotens når de er skrevet på standardform.

## 0.8 Brøkrekning

**Eksempel 1**

Rekn ut $\frac{3}{4} \cdot 8$.

**Svar:**

Vi undersøker om 4 er ein faktor i 8. Det er det, sidan $8 = 2 \cdot 4$. Dermed er

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \cdot 8 &= \frac{3}{\cancel{4}} \cdot 2 \cdot \cancel{4} \\ &= 3 \cdot 2 \\ &= 6\end{aligned}$$

**Eksempel 2**

Rekn ut $\frac{4}{3} \cdot 9$.

**Svar:**

Vi undersøker om 3 er ein faktor i 9. Det er det, sidan $9 = 3 \cdot 3$. Dermed er

$$\begin{aligned}9 \cdot \frac{4}{3} &= \cancel{3} \cdot 3 \cdot \frac{4}{\cancel{3}} \\ &= 4 \cdot 3 \\ &= 12\end{aligned}$$

**Eksempel 3**

Rekn ut $\frac{5}{12} \cdot 18$.

**Svar:**

12 er openbart ikkje ein faktor i 18, men vi kan finne felles faktorar ved å primtalsfaktorisere tala:

$$\begin{aligned}\frac{5}{12} \cdot 18 &= \frac{5}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3}} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \\ &= \frac{5 \cdot 3}{2} \\ &= \frac{15}{2}\end{aligned}$$

*Merk*: Det hadde vore enda betre å skrive 12 som $2 \cdot 6$ og 18 som $3 \cdot 6$, men vi ønska her å framheve primtalsfaktorisering da dette alltid vil vise om felles faktorar er til stades.