

# 0.1 Addisjon

## Oppstilling

I denne boka tar vi bare for oss det som kalles addisjon med *oppstilling*. Denne metoden baserer seg på plassverdisystemet, der man trinvis regner ut summen av enerne, tierne, hundrerne, o.l.

**Eksempel 1**

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ 4 \\ +\ 6\ 1\ 2 \\ \hline =\ 8\ 4\ 6 \end{array}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 7\ 3 \\ +\ 8\ 6 \\ \hline =\ 3\ 5\ 9 \end{array}$$

**Eksempel 3**

$$\begin{array}{r} 1\ 8\ 5 \\ +\ 7\ 9 \\ \hline =\ 1\ 6\ 4 \end{array}$$

**Eksempel 4**

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 3\ 9\ 7,2 \\ +\ 8\ 5,9 \\ \hline =\ 4\ 8\ 2,1 \end{array}$$

### Eksempel 1 (forklaring)

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ 4 \\ +\ 6\ 1\ 2 \\ \hline \phantom{=}\phantom{8}\phantom{4}\phantom{6} \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ 4 \\ +\ 6\ 1\ 2 \\ \hline \phantom{=}\phantom{8}\ 4\ 6 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 2\ 3\ 4 \\ +\ 6\ 1\ 2 \\ \hline =\ 8\ 4\ 6 \end{array}$$

(c)

- a) Vi legger sammen enerne:  $4 + 2 = 6$
- b) Vi legger sammen tierne:  $3 + 1 = 4$
- c) Vi legger sammen hundrerne:  $2 + 6 = 8$

## Eksempel 2 (forklaring)

$$\begin{array}{r} 273 \\ + \quad 86 \\ \hline \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} 1 \phantom{0} 273 \\ + \phantom{0} 86 \\ \hline \phantom{0} 59 \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} 1 \phantom{0} 273 \\ + \phantom{0} 86 \\ \hline = 359 \end{array}$$

(c)

- a) Vi legger sammen enerne:  $3 + 6 = 9$
- b) Vi legger sammen tierne:  $7 + 8 = 15$ . Siden 10 tiere er det samme som 100, legger vi til 1 på hundreplassen, og skriver opp de resterende 5 tierne på tierplassen.
- c) Vi legger sammen hundrerne:  $1 + 2 = 3$ .

## Språkboksen

Det å skrive 1 på neste sifferplass kalles "å skrive 1 i mente".

## 0.2 Subtraksjon

### 0.2.1 Med oppstilling

Subtraksjon med oppstilling baserer seg på plassverdisystemet, der man trinnvis rekner differansen mellom enerne, tierne, hundrerne, o.l. Metoden tar også utgangspunkt i et mengdeperspektiv, og tillater derfor ikke differanser med negativ verdi (se forklaringen til *Eksempel 2*).

**Eksempel 1**

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 6 & 5 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

**Eksempel 2**

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3^{10} \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

**Eksempel 3**

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 8^{10} & 8^{10} & 4 \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 7 & 8 \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 8 & 6 & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

**Eksempel 4**

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2^{10} & 0^{10} & 8^{10} & 1 \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 1 & 7 & \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 7 & 4 & 4 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

**Eksempel 1 (forklaring)**

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & 5 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

(a)

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 6 & 5 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 8 & 9 \\ \hline \end{array} \\ - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 4 \\ \hline \end{array} \\ \hline = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 6 & 5 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

(c)

- a) Vi finner differansen mellom enerne:  $9 - 4 = 5$
- b) Vi finner differansen mellom tierne:  $8 - 2 = 6$ .
- c) Vi finner differansen mellom hundrerne:  $7 - 3 = 4$ .

## Eksempel 2 (forklaring)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 3 \\ \hline \end{array} \\
 - \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 7 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

(a)                      (b)

- a) Vi merker oss at 7 er større enn 3, derfor tar vi 1 tier fra de 8 på tierplassen. Dette markerer vi ved å sette en strek over 8. Så finner vi differansen mellom enerne:  $13 - 7 = 6$
- b) Siden vi tok 1 fra de 8 tierne, er der nå bare 7 tiere. Vi finner differansen mellom tierne:  $7 - 6 = 1$ .

## 0.2.2 Med tabellmetoden

Tabellmetoden for subtraksjon tar utgangspunkt i at subtraksjon er en omvendt operasjon av addisjon. For eksempel, svaret på spørsmålet "Hva er  $789 - 324$ ?" er det samme som svaret på spørsmålet "Hvor mye må jeg legge til på 324 for å få 789?". Med tabellmetoden følger du ingen spesiell regel underveis, men velger selv tallene du mener passer best for å nå målet.

### Eksempel 1

$$789 - 324 = 465$$

	324
6	330
70	400
389	789
465	

### Eksempel 2

$$83 - 67 = 16$$

	67
3	70
13	83
16	

### Eksempel 3

$$564 - 478 = 86$$

	478
2	480
20	500
64	564
86	

### Eksempel 4

$$206,1 - 31,7 = 174,4$$

	31,7
0,3	32
70	102
104,1	206,1
174,4	

### Eksempel 1 (forklaring)

	324

(a)

	324
6	330

(b)

	324
6	330
70	400

(c)

	324
6	330
70	400
389	789

(d)

	324
6	330
70	400
389	789
465	

(e)

(a) Vi starter med 324.

(b) Vi legger til 6, og får  $324 + 6 = 330$

(c) Vi legger til 70, og får  $70 + 330 = 400$

(d) Vi legger til 389, og får  $389 + 400 = 789$ . Da er vi framme på 789.

(e) Vi summerer tallene vi har lagt til:  $6 + 70 + 389 = 465$

## 0.3 Ganging

### 0.3.1 Ganging med 10, 100, 1 000 osv.

#### 0.1 Å gange heltall med 10, 100 osv.

- Når man ganger et heltall med 10, får man svaret ved å legge til sifferet 0 bak heltallet.
- Når man ganger et heltall med 100, får man svaret ved å legge til sifrene 00 bak heltallet.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

#### Eksempel 1

$$6 \cdot 10 = 60$$

$$79 \cdot 10 = 790$$

$$802 \cdot 10 = 8020$$

#### Eksempel 2

$$6 \cdot 100 = 600$$

$$79 \cdot 100 = 7\,900$$

$$802 \cdot 100 = 80\,200$$

#### Eksempel 3

$$6 \cdot 1\,000 = 6\,000$$

$$79 \cdot 10\,000 = 790\,000$$

$$802 \cdot 100\,000 = 80\,200\,000$$

## 0.2 Å gange desimaltall med 10, 100 osv.

- Svaret når man gangar et desimaltall med 10 får man ved å flytte komma en plass til høyre.
- Svaret når man gangar et heltall med 100, får man ved å flytte komma to plasser til høyre.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

### Eksempel 1

$$7,9 \cdot 10 = 79, = 79$$

$$38,02 \cdot 10 = 380,2$$

$$0,57 \cdot 10 = 05,7 = 5,7$$

$$0,194 \cdot 10 = 01,94 = 1,94$$

### Eksempel 2

$$7,9 \cdot 100 = 790, = 790$$

$$38,02 \cdot 100 = 3802, = 3\,802$$

$$0,57 \cdot 100 = 057, = 57$$

$$0,194 \cdot 100 = 019,4 = 19,4$$

### Eksempel 3

$$7,9 \cdot 1\,000 = 7900, = 7\,900$$

$$38,02 \cdot 10\,000 = 38020, = 38\,020$$

$$0,57 \cdot 100\,000 = 057, = 57\,000, = 57\,000$$

### Merk

*Regel 0.1* er bare et spesialtilfelle av *Regel 0.2*. For eksempel, å bruke *Regel 0.1* på reknestykket  $7 \cdot 10$  gir samme resultat som å bruke *Regel 0.2* på reknestykket  $7,0 \cdot 10$ .

### Å gange tall med 10, 100 osv. (forklaring)

Titallsystemet baserer seg på grupper av ti, hundre, tusen osv., og tideler, hundredeler og tusendeler osv (se [MB](#), s. 13). Når man ganger et tall med 10, vil alle enere i tallet bli til tiere, alle tiere bli til hundrere osv. Hvert siffer forskyves altså én plass mot venstre. Tilsvarende forskyves hvert siffer to plasser mot venstre når man ganger med 100, tre plasser når man ganger med 1 000 osv.

## 0.3.2 Ganging på utvidet form

Ganging på utvidet form bruker vi for å rekne multiplikasjon mellom flersifrede tall. Metoden baserer seg på distributiv lov (se [MB](#), s. 30).

### Eksempel 1

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 4 & \cdot & 3 & = & 7 & 2 \\ \hline 2 & 0 & \cdot & 3 & = & 6 & 0 \\ 4 & \cdot & 3 & = & 1 & 2 \\ \hline & & & & & 7 & 2 \\ \hline \end{array}$$

### Eksempel 2

$$279 \cdot 34 = 9486$$

$$\begin{array}{rcl} 200 \cdot 30 = 6000 & 200 \cdot 4 = & 800 \\ 70 \cdot 30 = 2100 & 70 \cdot 4 = & 280 \\ 9 \cdot 30 = \underline{270} & 9 \cdot 4 = \underline{36} & \\ \hline 8370 & 1116 & 9486 \end{array}$$

### Eksempel 1 (forklaring)

24 kan skrives som  $20 + 4$ , altså er

$$24 \cdot 3 = (20 + 4) \cdot 3$$

Videre er

$$\begin{aligned} (20 + 4) \cdot 3 &= 20 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \\ &= 60 + 12 \\ &= 72 \end{aligned}$$



### Eksempel 2 (forklaring)

Vi har at

$$279 = 200 + 70 + 9$$

$$34 = 30 + 4$$

Altså er

$$279 \cdot 34 = (200 + 70 + 9) \cdot (30 + 4)$$

Videre er

$$\begin{aligned}(200 + 70 + 9) \cdot (30 + 4) &= 200 \cdot 30 + 70 \cdot 30 + 9 \cdot 30 + 200 \cdot 4 + 70 \cdot 4 + 9 \cdot 4 \\ &= 9486\end{aligned}$$

### 0.3.3 Kompaktmetoden

Kompaktmetoden bygger på de samme prinsippene som gange på utvidet form, men har en skrivemåte som gjør utregningen kortere.

#### Eksempel 1

$$279 \cdot 34 = 9486$$

$$\begin{array}{r} \phantom{2}^2\phantom{7}^3 \\ \phantom{2}886 \\ \phantom{2}^2\phantom{7}^2 \\ \underline{617} \\ 9486 \end{array}$$

#### Eksempel 1 (forklaring)

Vi starter med å gange sifrene i 279 enkeltvis med 4:

- $9 \cdot 4 = 36$ , da skriver vi 6 på enerplassen og 3 i mente.
- $7 \cdot 4 = 28$ , da skriver vi 8 på tierplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 4 = 8$ , da skriver vi 8 på hundreplassen.

Så ganger vi sifrene i 279 enkeltvis med 30. Dette kan forenkles til å gange med 3, så lenge vi plasserer sifrene én plass forskjøvet til venstre i forhold til da vi ganget med 4:

- $9 \cdot 3 = 27$ , da skriver vi 7 på tierplassen og 2 i mente.
- $7 \cdot 3 = 21$ , da skriver vi 1 på hundrerplassen og 2 i mente.
- $2 \cdot 3 = 6$ , da skriver vi 6 på tusenplassen.

## 0.4 Divisjon

Deling med 10, 100, 1 000 osv.

### 0.3 Deling med 10, 100, 1 000 osv.

- Når man deler et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma en plass til venstre.
- Når man deler et desimaltall med 10, får man svaret ved å flytte komma to plasser til venstre.
- Det samme mønsteret gjelder for tallene 1 000, 10 000 osv.

#### Eksempel 1

$$\begin{aligned}200 : 10 &= 200,0 : 10 \\&= 20,00 \\&= 20\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 : 10 &= 45,0 : 10 \\&= 4,50 \\&= 4,5\end{aligned}$$

#### Eksempel 2

$$\begin{aligned}200 : 100 &= 200,0 : 100 \\&= 2,000 \\&= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}45 : 100 &= 45,0 : 100 \\&= 0,450 \\&= 0,45\end{aligned}$$

#### Eksempel 3

$$143,7 : 10 = 14,37$$

$$143,7 : 100 = 1,437$$

$$143,7 : 1\,000 = 0,1437$$

$$93,6 : 10 = 9,36$$

$$93,6 : 100 = 0,936$$

$$93,6 : 1\,000 = 0,0936$$

### Deling med 10, 100, 1 000 osv. (forklaring)

La oss bruke 53,14 som et eksempel. Av definisjonen av titallsystemet (se [MB](#), s. 13) følger det at

$$53,7 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot \frac{1}{10}$$

### Oppstilling

Divisjon med oppstilling baserer seg på divisjon tolket som inndeling av mengder (se [MB](#), s. 23)

#### Eksempel 1

$$\begin{array}{r|l} 76 : 4 = 19 \\ \underline{4} \phantom{00} \\ 36 \\ \underline{36} \\ 0 \end{array}$$

#### Eksempel 1

$$\begin{array}{r|l} 894 : 3 = 298 \\ \underline{6} \phantom{00} \\ 29 \\ \underline{27} \phantom{00} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

## Tabellmetoden

Tabellmetoden baserer seg på divisjon som omvendt operasjon av ganging. For eksempel er svaret på spørsmålet "Hva er  $76 : 4$ " det samme som svaret på spørsmålet "Hvilket tall må jeg gange 4 med for å få 76?". På samme vis som for tabellmetoden ved subtraksjon er det opp til en selv å velge passende tall for å nå målet.

### Eksempel 1

$$76 : 4 = 19$$

· 4		
10	40	40
9	36	76
19		

### Eksempel 2

$$894 : 3 = 298$$

· 3		
200	600	600
60	120	720
60	120	840
10	30	870
8	24	894
298		

### Eksempel 3

$$894 : 3 = 298$$

· 3		
300	900	900
−2	−6	894
298		

*Merk:* Samme reknestykke som i *Eksempel 2*, men en annen utrekning.

## 0.5 Standardform

Vi kan utnytte [Regel 0.2](#) og [Regel 0.3](#), og det vi kan om potenser (se [MBs ??](#)), til å skrive tall på *standardform*.

La oss først se på tallet 6 700 . Av [Regel ??](#) vet vi at

$$6\,700 = 6,7 \cdot 1\,000$$

Og siden  $1000 = 10^3$ , er

$$6\,700 = 6,7 \cdot 1\,000 = 6,7 \cdot 10^3$$

$6,7 \cdot 10^3$  er 6 700 skrevet på standardform fordi

- 6,7 er større enn 0 og mindre enn 10.
- $10^3$  er en potens med grunntall 10 og eksponent 3, som er et heltall.
- 6,7 og  $10^3$  er ganget sammen.

La oss også se på tallet 0,093. Av [Regel ??](#) har vi at

$$0,093 = 9,3 : 100$$

Men å dele med 100 er det samme som å gange med  $10^{-2}$ , altså er

$$0,093 = 9,3 : 100 = 9,3 \cdot 10^{-2}$$

$9,3 \cdot 10^{-2}$  er 0,093 skrevet på standardform fordi

- 9,3 er større enn 0 og mindre enn 10.
- $10^{-2}$  er en potens med grunntall 10 og eksponent  $-2$ , som er et heltall.
- 9,3 og  $10^{-2}$  er ganget sammen.

### 0.4 Standardform

Et tall skrevet som

$$a \cdot 10^n$$

hvor  $0 < a < 10$  og  $n$  er et heltall, er et tall skrevet på standardform.

### Eksempel 1

Skriv 9800 på standardform.

**Svar:**

$$9\,800 = 9,8 \cdot 10^3$$

### Eksempel 2

Skriv 678,4 på standardform.

**Svar:**

$$0,00671 = 6,71 \cdot 10^{-3}$$

### Tips

For å skrive om tall på standardform kan du gjøre følgende:

1. Flytt komma slik at du får et tall som ligger mellom 0 og 10.
2. Gang dette tallet med en tierpotens som har eksponent med tallverdi lik antallet plasser du flyttet komma. Flyttet du komma mot venstre/høgre, er eksponenten positiv/negativ.

### Eksempel 3

Skriv 9 761 432 på standardform

**Svar:**

1. Vi flytter komma 6 plasser til venstre, og får 9,761432
2. Vi ganger dette tallet med  $10^6$ , og får at

$$9\,761\,432 = 9,761432 \cdot 10^6$$

#### **Eksempel 4**

Skriv 0,00039 på standardform.

**Svar:**

1. Vi flytter komma 4 plasser til høyre, og får 3,9.
2. Vi ganger dette tallet med  $10^{-4}$ , og får at

$$0,00039 = 3,9 \cdot 10^{-4}$$