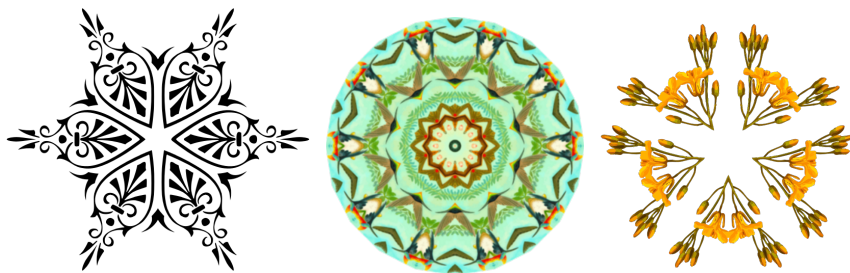


## 0.1 Symmetri



Bilder hentet fra [freessvg.org](https://www.freepress.org/).

Mange figurer kan deles inn i minst to deler hvor den éne delen bare er en forskjøvet, speilvendt eller rotert utgave av den andre. Dette kalles *symmetri*. De tre kommende regelboksene definerer de tre variantene for symmetri, men merk dette: Symmetri blir som regel intuitivt forstått ved å studere figurer, men er omstendelig å beskrive med ord. Her vil det derfor, for mange, være en fordel å hoppe rett til eksemplene.

### 0.1 Translasjonssymmetri (parallellforskyvning)

En symmetri hvor minst to deler er forskjøvne utgaver av hverandre kalles en *translasjonssymmetri*.

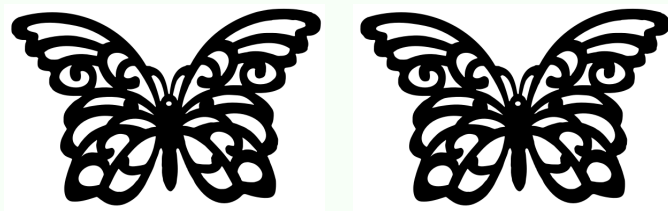
Når en form forskyves, blir hvert punkt på formen flyttet langs den samme vektoren<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>En vektor er et linjestykke med retning.

### Eksempel 1

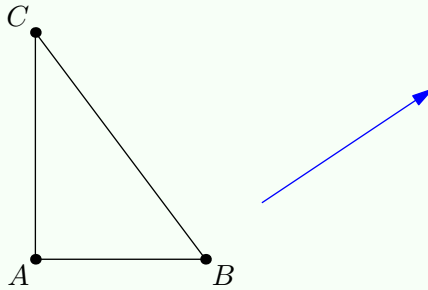
Figuren under viser en translasjonssymmetri som består av to sommerfugler.



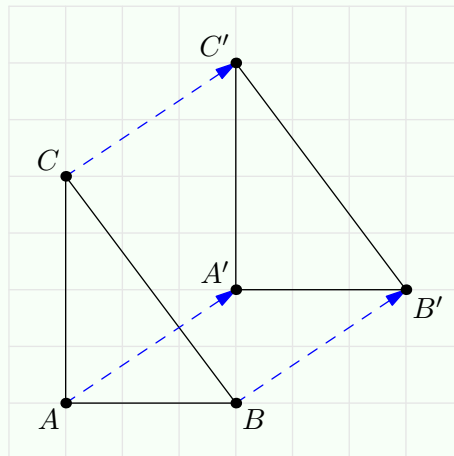
Bilde hentet fra [freessvg.org](https://www.freepress.org/).

## Eksempel 2

Under vises  $\triangle ABC$  og et blått linjestykke.



Under vises  $\triangle ABC$  forskjøvet med den blå vektoren.



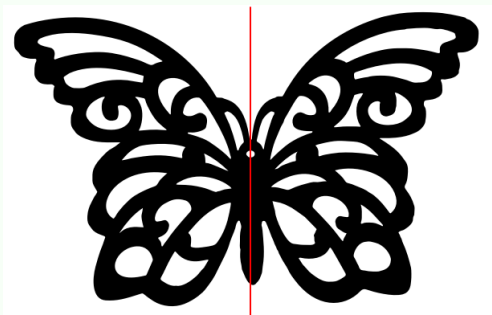
## 0.2 Speiling

En symmetri hvor minst to deler er vendte utgaver av hverandre kalles en *speilingssymmetri* og har minst én *symmetrilinje* (*symmetriakse*).

Når en et punkt speiles, blir det forskjøvet vinkelrett på symmetrilinja fram til det nye og det opprinnelige punktet har samme avstand til symmetrilinja.

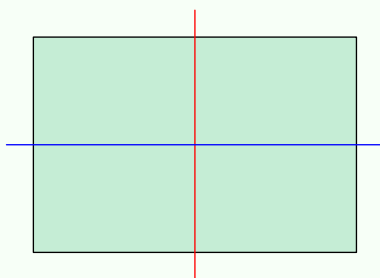
### Eksempel 1

Sommerfuglen er en speilsymmetri, med den røde linja som symmetrilinje.



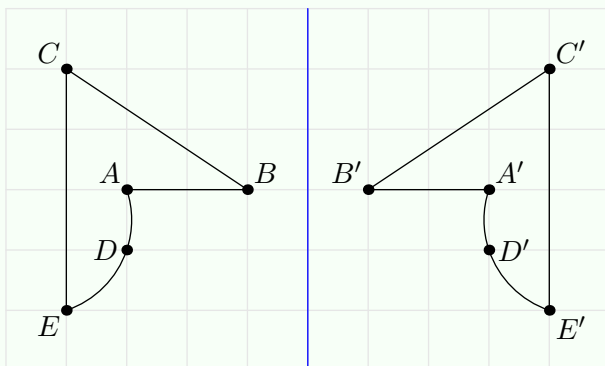
### Eksempel 2

Den røde linja og den blå linja er begge symmetrilinjer til det grønne rektangelet.



### Eksempel 3

Under vises en form laget av punktene  $A, B, C, D, E$  og  $F$ , og denne formen speilet om den blå linja.



### 0.3 Rotasjonssymmetri

En symmetri hvor minst to deler er en rotert utgave av hverandre kalles en *rotasjonssymmetri* og har alltid et tilhørende *rotasjonspunkt* og en *rotasjonsvinkel*.

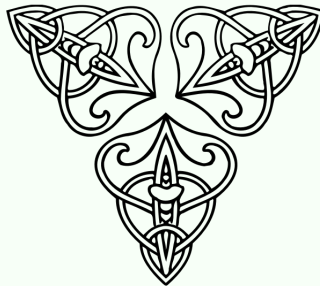
Når et punkt roteres vil det nye og det opprinnelige punktet

- ligge langs den samme sirkelbuen med sentrum i rotasjonspunktet.
- med rotasjonspunktet som toppunkt danne rotasjonsvinkelen.

Hvis rotasjonsvinkelen er et positivt tall, vil det nye punktet forflyttes langs sirkelbuen *mot* klokka. Hvis rotasjonsvinkelen er et negativt tall, vil det nye punktet forflyttes langs sirkelbuen *med* klokka.

#### Eksempel 1

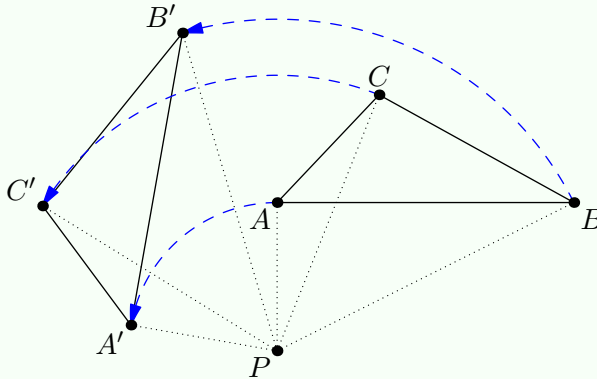
Mønsteret under er rotasjonssymmetrisk. Rotasjonssenteret er i midten av figuren og rotasjonsvinkelen er  $120^\circ$



Bilder hentet fra [freesvg.org](https://freesvg.org).

## Eksempel 2

Figuren under viser  $\triangle ABC$  rotert  $80^\circ$  om rotasjonspunktet  $P$ .



Da er

$$PA = PA' \quad , \quad PB = PB' \quad , \quad PC = PC'$$

og

$$\angle APA' = \angle BPB' = \angle CPC' = 80^\circ$$

## Språkboksen

En form som er en forskjøvet, speilvendt eller rotert utgave av en annen form, kalles en *kongruensavbildning*.

## 0.2 Størrelser, enheter og prefikser

Det vi kan måle og uttrykke med tall, kaller vi *størrelser*. En størrelse består gjerne av både en verdi og en *enhet*, og i denne seksjonen skal vi se på disse tre enhetene:

Enhet	Forkortelse	Enhet for
meter	m	lengde
gram	g	masse
liter	L	volum

Noen ganger har vi veldig store eller veldig små størrelser, for eksempel er det ca 40 075 000 m rundt ekvator! For så store tall er det vanlig å bruke en *prefiks*, da kan vi si at det er ca 40 075 km rundt ekvator. Her står 'km' for 'kilometer' og 'kilo' betyr '1 000'. Så 1 000 meter er altså 1 kilometer. Her er prefiksene man oftest<sup>1</sup> møter på i hverdagen:

Prefiks	Forkortelse	Betydning
kilo	k	1 000
hekto	h	100
deka	da	10
desi	d	0,1
centi	c	0,01
milli	m	0,001

---

<sup>1</sup>Unntaket er 'deka', som er en veldig lite brukt prefiks, men vi har tatt den med fordi den kompletterer tallmønsteret.

Bruker vi denne tabellen i kombinasjon med enhetene kan vi for eksempel se at:

$$1000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$$

$$0,1 \text{ m} = 1 \text{ dm}$$

$$0,01 \text{ L} = 1 \text{ cL}$$

Enda ryddigere kan vi få det hvis vi lager en vannrett tabell, med meter, gram eller liter lagt til i midten<sup>1</sup>:

#### 0.4 Omgjøring av prefikser

Når vi skal endre prefikser kan vi bruke denne tabellen:

	kilo		hekto		deka		m/g/L		desi		centi		milli	
--	------	--	-------	--	------	--	-------	--	------	--	-------	--	-------	--

Komma må flyttes like mange ganger som antall ruter vi må flytte oss fra opprinnelig prefiks til ny prefiks.

For lengde brukes også enheten 'mil' (1 mil = 10 000 m). Denne kan legges på til venstre for 'kilo'.

#### Eksempel 1

Skriv om 23,4 mL til antall L.

**Svar:**

Vi skriver tabellen vår med L i midten, og legger merke til at vi må *tre ruter til venstre* for å komme oss fra mL til L:

	kilo		hekto		deka		L		desi		centi		milli	
--	------	--	-------	--	------	--	---	--	------	--	-------	--	-------	--

Det betyr at vi må flytte kommaet vårt tre plasser til venstre for å gjøre om mL til L:

$$23,4 \text{ mL} = 0,0234 \text{ L}$$

#### Eksempel 2

Skriv om 30 hg til antall cg.

**Svar:**

<sup>1</sup>Legg merke til at meter, gram og liter er *enheter*, mens kilo, hekto osv. er *tall*. Det kan derfor virke litt rart å sette dem opp i samme tabell, men for dette formålet fungerer det helt fint.

Vi skriver tabellen vår med g i midten og legger merke til at vi må *fire ruter til høyre* for å komme oss fra hg til cg:

| kilo | **hekto** | deka | g | desi | **centi** | milli |

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt fire plasser til høyre for å gjøre om hg til cg:

$$30 \text{ mg} = 300\,000 \text{ cg}$$

### Eksempel 3

Gjør om 12 500 dm til antall mil.

#### Svar:

Vi skriver tabellen vår med m i midten, legger til 'mil', og merker oss at vi må *fem ruter til høyre* for å komme oss fra hg til cg:

| **mil** | kilo | hekto | deka | m | **desi** | centi | milli |

Dét betyr at vi må flytte kommaet vårt fem plasser til høyre for å gjøre om mil til cg:

$$12\,500 \text{ dm} = 0,125 \text{ mil}$$

### Omgjøring av prefikser (forklaring)

Omgjøring av prefikser handler om å gange/dele med 10, 100 osv. (se seksjon ??)

La oss som første eksempel skrive om 3,452 km til antall meter. Vi har at

$$\begin{aligned} 3,452 \text{ km} &= 3,452 \cdot 1000 \text{ m} \\ &= 3\,452 \text{ m} \end{aligned}$$

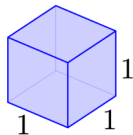
La oss som andre eksempel skrive om 47 mm til antall meter. Vi har at

$$\begin{aligned} 47 \text{ mm} &= 47 \cdot \frac{1}{1000} \text{ m} \\ &= (47 : 1000) \text{ m} \\ &= 0,047 \text{ m} \end{aligned}$$

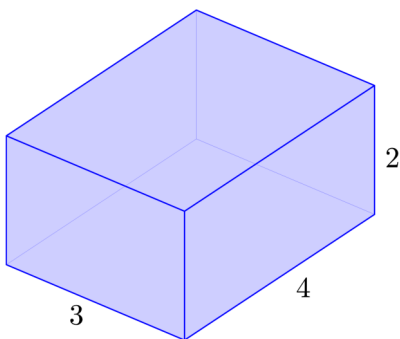


### 0.3 Volum

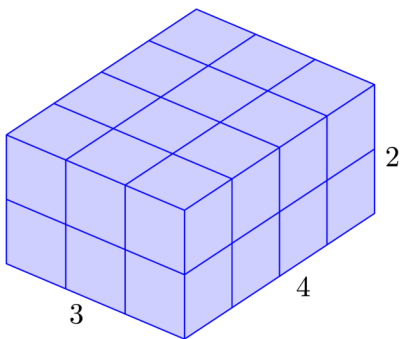
Når vi ønsker å si noe om hvor mye det er plass til inni en gjenstand, snakker vi om *volumet* av den. Som et mål på volum tenker vi oss *en kube* som har 1 som både bredde, lengde og høyde:



En slik kube kan vi kalle "enhetskuben". Si vi har en firkantet boks med bredde 3, lengde 4 og høyde 2:



Vi kan må merke oss at vi har plass til akkurat 24 enhetskuber i denne boksen:



Og dette kunne vi ha regnet ut slik:

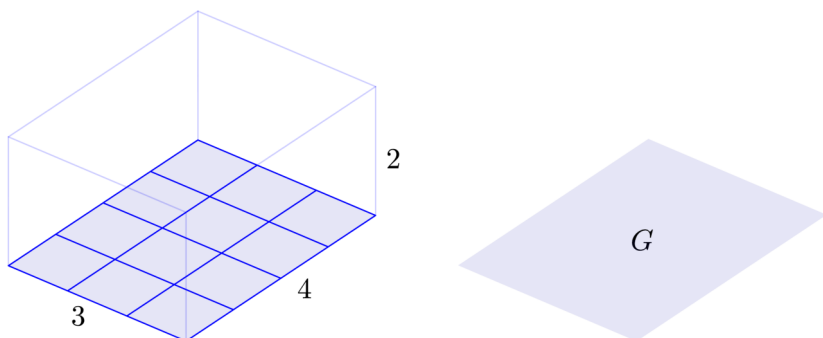
$$3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$$

Altså:

$$\text{bredde} \cdot \text{lengde} \cdot \text{høyde}$$

## Grunnflate

For å regne ut volumet av de mest elementære figurene vi har, kan det være lurt å bruke begrepet *grunnflate*. Slik som for en grunnlinje, er det vårt valg av grunnflate som bestemmer hvordan vi skal regne ut høyden. For en slik boks som vi akkurat så på, er det naturlig å velge flaten som "ligger ned" til å være grunnflaten, og for å indikere dette brukes ofte  $G$ :



Grunnflaten har arealet  $3 \cdot 4 = 12$ , mens høyden er 2. Volumet av hele boksen er grunnflatens areal ganger høyden:

$$\begin{aligned} V &= 3 \cdot 4 \cdot 2 \\ &= G \cdot 2 \\ &= 24 \end{aligned}$$

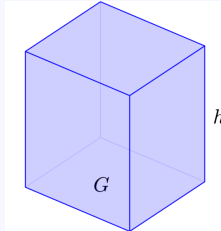
### Grunnflaten eller grunnflatearealet?

I teksten over har vi først kalt selve grunnflaten for  $G$ , og deretter brukt  $G$  for *grunnflatearealet*. I denne boka er begrepet grunnflate så sterkt knyttet til grunnflatearealet at vi ikke kommer til å skille mellom disse to begrepene.

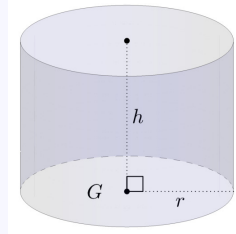
## 0.5 Volum

Volumet  $V$  til en firkantet prisme eller en sylinder med grunnflate  $G$  og høyde  $h$  er

$$V = G \cdot h$$



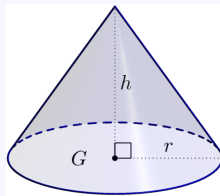
Firkantet prisme



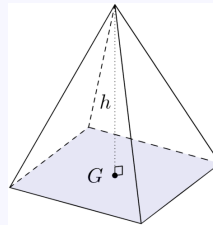
Sylinder

Volumet  $V$  til en kjegle eller en pyramide med grunnflate  $G$  og høyde  $h$  er

$$V = \frac{G \cdot h}{3}$$



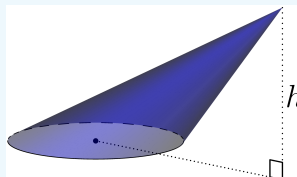
Kjegle



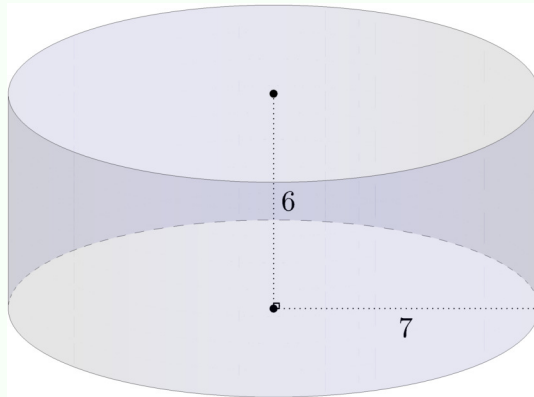
Firkantet pyramide

## Obs!

Formlene fra [Regel 0.5](#) gjelder også for prizmer, sylindre, kjegler og pyramider som heller (er skjeve). Hvis grunnflaten er plassert horisontalt, er høyden den vertikale avstanden mellom grunnflaten og toppen til figuren.



### Eksempel 1



En sylinder har radius 7 og høgde 5. Finn volumet til sylind-  
deren.

- a) Finn grunnflaten til sylindringen.
- b) Finn volumet til sylindringen.

**Svar:**

- a) Vi har at (se regel ?? i [MB](#)):

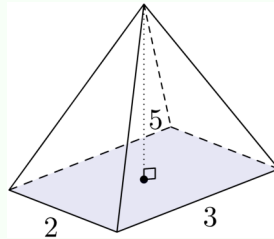
$$\begin{aligned}\text{grunnflate} &= \pi \cdot 7^2 \\ &= 49\pi\end{aligned}$$

- b) Dermed er

$$\begin{aligned}\text{volumet til sylindringen} &= 49\pi \cdot 6 \\ &= 294\pi\end{aligned}$$

## Eksempel 2

En firkantet pyramide har lengde 2, bredde 3 og høyde 5.



- a) Finn grunnflaten til pyramiden.
- b) Finn volumet til pyramiden.

**Svar:**

- a) Vi har at (se regel ?? i [MB](#))

$$\begin{aligned}\text{grunnflate} &= 2 \cdot 3 \\ &= 6\end{aligned}$$

- b) Dermed er

$$\begin{aligned}\text{volumet til pyramiden} &= 6 \cdot 5 \\ &= 30\end{aligned}$$

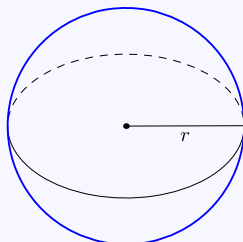
## Volumet av ei kule

Som vanlig skiller ting seg ut når vi snakker om renit sirkelformede figurer, og ei *kule* er ikke noe unntak. For den spesielt interesserte kan et bevis for volumformelen leses [her](#), men det er altså helt lov til å bykse rett på formelen:

## 0.6 Volumet av ei kule

Volumet  $V$  av ei kule med radius  $r$  er:

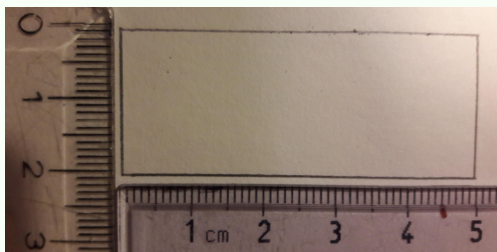
$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$



## 0.4 Omkrets, areal og volum med enheter

Når vi måler lengder med linjal eller lignende, må vi passe på å ta med enhetene i svaret vårt.

### Eksempel 1



$$\begin{aligned}\text{Omkretsen til rektangelet} &= 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 2 \text{ cm} \\ &= 14 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Arealet til rektangelet} &= 2 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \\ &= 2 \cdot 5 \text{ cm}^2 \\ &= 10 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Vi skriver  $\text{cm}^2$  fordi vi har ganget sammen 2 lengder som vi har målt i cm.

### Eksempel 2

En sylinder har radius 4 m og høyde 2 m. Finn volumet til sylindren.

#### Svar:

Så lenge vi er sikre på at størrelsene vår har samme enhet (i dette tilfellet meter), kan vi først rekne uten størrelser:

$$\begin{aligned}\text{grunnflate til sylindren} &= \pi \cdot 4^2 \\ &= 16\pi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{volumet til sylindren} &= 16\pi \cdot 2 \\ &= 32\pi\end{aligned}$$

Vi har her ganget sammen tre lengder (to faktorer lik 4 m og én faktor lik 2 m) med meter som enhet, altså er volumet til

syndleren  $32\pi \text{ m}^3$

### **Merk**

Når vi skal finne volumet til gjenstander, måler vi lengder som høyde, bredde, radius osv., men i det daglige oppgir vi gjerne volum i liter. Da er det verdt å ha med seg at

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$