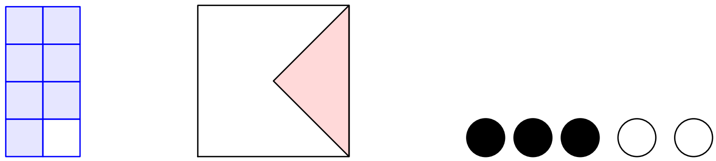
0.1 Brøkdeler av helheter

I MB (s. 35 - 47) har vi sett hvordan brøker er definert ut ifra en inndeling av 1. I hverdagen bruker vi også brøker for å snakke om inndelinger av en helhet:



(a) (b) (c)

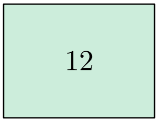
(a) Helheten er 8 ruter. $\frac{7}{8}$ av rutene er blå.

(b) Helheten er et kvadrat. $\frac{1}{4}$ av kvadratet er rødt.

(c) Helheten er 5 kuler. $\frac{3}{5}$ av kulene er svarte.

Brøkdeler av tall

Si at rektangelet under har verdien 12.



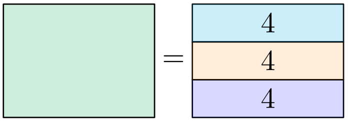
Når vi sier "$\frac{2}{3}$ av 12" mener vi at vi skal

a) dele 12 inn i 3 like grupper

b) finne ut hvor mye 2 av disse gruppene utgjør til sammen.

Vi har at

a) 12 delt inn i 3 grupper er lik $12 : 3 = 4$.



b) 2 grupper som begge har verdi 4 blir til sammen $2 \cdot 4 = 8$.

Altså er

$$\frac{2}{3} \text{ av } 12 = 8$$

For å finne $\frac{2}{3}$ av 12, delte vi 12 med 3, og ganget kvotienten med 2. Dette er det samme som å gange 12 med $\frac{2}{3}$ (se MB, s. 45 og 50).

0.1 Brøkdelen av et tall

For å finne brøkdelen av et tall, ganger vi brøken med tallet.

$$\frac{a}{b} \text{ av } c = \frac{a}{b} \cdot c$$

Eksempel 1

Finn $\frac{2}{5}$ av 15.

Svar:

$$\frac{2}{5} \text{ av } 15 = \frac{2}{5} \cdot 15 = 6$$

Eksempel 2

Finn $\frac{7}{9}$ av $\frac{5}{6}$.

Svar:

$$\frac{7}{9} \text{ av } \frac{5}{6} = \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{54}$$

0.2 Prosent

Brøker er ypperlige til å oppgi andeler av en helhet fordi de gir et raskt bilde av hvor mye det er snakk om. For eksempel er lett å se (omtrent) hvor mye $\frac{3}{5}$ eller $\frac{7}{12}$ av en kake er. Men ofte er det ønskelig å raskt avgjøre hvilke andeler som utgjør *mest*, og da er det best om brøkene har samme nevner.

Når andeler oppgis i det daglige, er det vanlig å bruke brøker med 100 i nevner. Brøker med denne nevneren er så mye brukt at de har fått sitt eget navn og symbol.

0.2 Prosenttall

$$a\% = \frac{a}{100}$$

Språkboksen

% uttales *prosent*. Ordet kommer av det latinske *per centum*, som betyr *per hundre*.

Eksempel 1

$$43\% = \frac{43}{100}$$

Eksempel 2

$$12{,}7\% = \frac{12{,}7}{100}$$

Merk: Det er kanskje litt uvant, men ikke noe galt med å ha et desimaltall i teller (eller nevner).

Eksempel 3

Gjør om brøkene til prosenttall.

a) $\frac{34}{100}$

b) $\frac{203}{100}$

Svar:

a) $\frac{34}{100} = 34\%$

b) $\frac{203}{100} = 203\%$

Eksempel 4

Finn 50% av 800. Av *Regel 0.1* og *Regel 0.2* har vi at

Svar:

$$50\% \text{ av } 800 = \frac{50}{100} \cdot 800 = 400$$

Eksempel 5

Finn 2% av 7,4.

Svar:

$$2\% \text{ av } 7{,}4 = \frac{2}{100} \cdot 7{,}4 = 0{,}148$$

Tips

Å dele med 100 er såpass enkelt, at vi gjerne kan uttrykke prosenttall som desimaltall når vi foretar utregninger. I *Eksempel 5* over kunne vi har regnet slik:

$$2\% \text{ av } 7{,}4 = 0{,}02 \cdot 7{,}4 = 0{,}148$$

Prosentdeler

Hvor mange prosent utgjør 15 av 20?

15 er det samme som $\frac{15}{20}$ av 20, så svaret på spørsmålet får vi ved å gjøre om $\frac{15}{20}$ til en brøk med 100 i nevner. Siden $20 \cdot \frac{100}{20} = 100$, utvider vi brøken vår med $\frac{100}{20} = 5$:

$$\frac{15 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{75}{100}$$

15 utgjør altså 75% av 20. Det er verdt å merke seg at vi kunne fått 75 direkte ved utregningen

$$15 \cdot \frac{100}{20} = 75$$

0.3 Antall prosent *a* utgjør av *b*

$$\text{Antall prosent } a \text{ utgjør av } b = a \cdot \frac{100}{b}$$

Eksempel 1

Hvor mange prosent utgjør 340 av 400?

Svar:

$$340 \cdot \frac{100}{400} = 85$$

340 utgjør 85% av 400.

Eksempel 2

Hvor mange prosent utgjør 119 av 500?

Svar:

$$119 \cdot \frac{100}{500} = 23{,}8$$

119 utgjør 23,8% av 500.

Tips

Å gange med 100 er såpass enkelt å ta i hodet at man kan ta det bort fra selve utregningen. *Eksempel 2* over kunne vi da regnet slik:

$$\frac{119}{500} = 0{,}238$$

119 utgjør altså 23,8% av 500.
(Her regner man i hodet at $0{,}238 \cdot 100 = 23{,}8$.)

0.2.1 Prosentvis endring

Minkende størrelse

I mange situasjoner har noe økt eller minket med en viss prosent. I en butikk kan man for eksempel komme over en skjorte som originalt kostet 500 kr, men selges med 40% *rabatt*. Dette betyr at vi skal trekke ifra 40% av originalprisen.

Her er to måter vi kan tenke på for å finne prisen:

- Vi starter med å finne det vi skal trekke ifra:

$$\begin{aligned} 40\% \text{ av } 500 &= \frac{40}{100} \cdot 500 \\ &= 200 \end{aligned}$$

  Videre er

$$500 - 200 = 300$$

  Altså må vi betale 300 kr for skjorten.

- Skal vi betale full pris, må vi betale 100% av 500. Men får vi 40% i rabatt, skal vi bare betale 60% av 500:

$$100\% - 40\% = 60\%$$

$$\begin{aligned} 60\% \text{ av } 500 &= \frac{60}{100} \cdot 500 \\ &= 300 \end{aligned}$$

  Svaret blir selvsagt det samme, vi må betale 300 kr for skjorten.

Økende størrelse

Det er ikke alltid vi er så heldige at vi får rabatt på et produkt, ofte må vi faktisk betale et tillegg. Mervardiavgiften er et slikt tillegg. I Norge må vi betale 25% i merverdiavgift på mange varer. Det betyr at vi må betale et tillegg på 25%, altså 125% av originalprisen.

Merverdiavgift forkortes til mva.

$100\% + 25\% = 125\%$

For eksempel koster øreklokkene på bildet 999,20 kr *ekskludert* mva. Men *inkludert* mva. må vi betale

$$
\begin{aligned}
125\% \text{ av } 999{,}20 &= \frac{125}{100} \cdot 999{,}20 \\
&= 1249
\end{aligned}
$$

Altså 1249 kr.

Oppsummering

0.4 Prosentvis endring

- Når en størrelse synker med $a\%$, ender vi opp med $(100\% - a\%)$ av størrelsen.
- Når en størrelse øker med $a\%$, ender vi opp med $(100\% + a\%)$ av størrelsen.

Eksempel 1

Hva er 210 senket med 70%?

Svar:

$100\% - 70\% = 30\%$, altså er

$$
\begin{aligned}
210 \text{ senket med } 70\% &= 30\% \text{ av } 210 \\
&= \frac{30}{100} \cdot 210 \\
&= 63
\end{aligned}
$$

Eksempel 2

Hva er 208,9 økt med 124,5%?

Svar:

$100\% + 124{,}5\% = 224{,}5\%$, altså er

$$\begin{aligned} 208{,}9 \text{ økt med } 124{,}5 &= 224{,}5\% \text{ av } 208{,}9 \\ &= \frac{224{,}5}{100} \cdot 208{,}9 \end{aligned}$$

0.2.2 Vekstfaktor

På side 6 ble prisen til en skjorte redusert med 40%, og da endte vi opp med å betale 60% av originalprisen. Vi sier da at *vekstfaktoren* er 0,6. På side 7 måtte vi legge til 25% mva., og da endte vi med å betale 125% av originalprisen. Da er vekstfaktoren 1,25.

Mange stusser over at ordet vekstfaktor brukes selv om en størrelse *synker*, men slik er det. Kanskje et bedre ord ville være *endringsfaktor*?

0.5 Vekstfaktor I

Når en størrelse endres med $a\%$, er vekstfaktoren verdien til $100\% \pm a\%$.

Ved økning skal $+$ brukes, ved redusering skal $-$ brukes.

Eksempel 1

En størrelse skal økes med 15%. Hva er vekstfaktoren?

Svar:

$100\% + 15\% = 115\%$, altså er vekstfaktoren 1,15.

Eksempel 2

En størrelse skal reduseres med 19,7%. Hva er vekstfaktoren?

Svar:

$100\% - 19{,}7\% = 80{,}3\%$, altså er vekstfaktoren 80,3%

La oss se tilbake til *Eksempel 1* på side 7, hvor 210 skulle senkes med 70%. Da er vekstfaktoren 0,3. Videre er

$$0{,}3 \cdot 210 = 63$$

Altså, for å finne ut hvor mye 210 senket med 70% er, kan vi gange 210 med vekstfaktoren (forklar for deg selv hvorfor!).

0.6 Prosentvis endring med vekstfaktor

$$\text{endret originalverdi} = \text{vekstfaktor} \cdot \text{originalverdi}$$

Eksempel 1

En vare verd 1 000 kr er rabattert med 20%.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Finn den nye prisen.

Svar:

a) Siden det er 20% rabbatt, må vi betale

$$100\% - 20\% = 80\%$$

av originalprisen. Vekstfaktoren er derfor 0,8.

b) Vi har at

$$0{,}8 \cdot 1000 = 800$$

Den nye prisen er altså 800 kr.

Eksempel 2

En sjokolade koster 9,80 kr, ekskludert mva. På matvarer er det 15% mva.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Hva koster sjokoladen inkludert mva?

Svar:

a) Med 15% i tillegg må man betale

$$100\% + 15\% = 115\%$$

av prisen ekskludert mva. Vekstfaktoren er derfor 1,15.

b)

$$1{,}15 \cdot 9.90 = 12{,}25$$

Sjokoladen koster 12,25 kr inkludert mva.

Vi kan også omksrive likningen fra *Regel 0.6* for å få et uttrykk for vekstfaktoren:

0.7 Vekstfaktor II

$$\text{vekstfaktor} = \frac{\text{endret originalverdi}}{\text{originalverdi}}$$

Å finne den prosentvise endringen

Når man skal finne en prosentvis endring, er det viktig å være klar over at det er snakk om prosent *av* en helhet. Denne helheten man har som utgangspunkt er den originale verdien.

La oss som et eksempel si at Jakob tente 10 000 kr i 2019 og 12 000 kr i 2020. Vi kan da stille spørsmålet "Hvor mye endret lønnen til Jakob seg med fra 2019 til 2020 i prosent?". Spørsmålet tar utgangspunkt i lønnen fra 2019, dette betyr at 10 000 er vår originale verdi. To måter å finne den prosentvise endringen på er disse (vi tar ikke med 'kr' i utregningene):

- Lønnen til Jakob endret seg fra 10 000 til 12 000, en forandring på $12\,000 - 10\,000 = 2\,000$. Videre er (se *Regel 0.3*)

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent } 2\,000 \text{ utgjør av } 10\,000 &= 2\,000 \cdot \frac{100}{10\,000} \\ &= 20\end{aligned}$$

  Fra 2019 til 2020 økte altså lønnen til Jakob med 20%.

- Vi har at

$$\frac{12\,000}{10\,000} = 1{,}2$$

  Fra 2019 til 2020 økte altså lønnen til Jakob med en vekstfaktor lik 1,2 (se *Regel 0.7*). Denne vekstfaktoren tilsvarer en endring lik 20% (se *Regel 0.5*). Det betyr at lønnen økte med 20%.

0.8 Prosentvis endring I

$$\text{prosentvis endring} = \frac{\text{endret originalverdi} - \text{originalverdi}}{\text{originalverdi}} \cdot 100$$

Obs! Hvis 'endret originalverdi' er mindre enn 'original verdi', må man i steden regne ut 'originalverdi – endret original'

Kommentar

Regel 0.8 kan se litt voldsom ut, og er ikke nødvendigvis så lett å huske. Hvis du virkelig har forstått seksjon ??, kan du uten å bruke denne formelen finne prosentvise endringer trinnvis. I påfølgende eksempler viser vi derfor både en trinnvis løsningsmetode og en metode ved bruk av formel.

Eksempel 1

I 2019 hadde et fotballag 20 medlemmer. I 2020 hadde laget 12 medlemmer. Hvor mange prosent av medlemmene fra 2019 hadde sluttet i 2020?

Svar:

Vi starter med å merke oss at det det medlemstallet fra 2019 som er originalverdien vår.

Løsningsmetode 1; trinnvis metode

Fotballaget gikk fra å ha 20 til 12 medlemmer, altså var det $20 - 12 = 8$ som sluttet. Vi har at

$$\text{Antall prosent 4 utgjør av 20} = 8 \cdot \frac{100}{20} = 40$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

Løsningsmetode 2; formel

Vi legger merke til at originalverdien er større enn den endrede verdien, da har vi at

$$\begin{aligned}\text{prosentvis endring} &= \frac{20 - 12}{20} \cdot 100 \\ &= \frac{8}{20} \cdot 100 \\ &= 40\end{aligned}$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

0.9 Prosentvis endring II

$$\text{prosentvis endring} = 100\left(\frac{\text{endret originalverdi}}{\text{originalverdi}} - 1\right)$$

Obs! Hvis 'endret originalverdi' er mindre enn 'original verdi', må man "snu" regnestykket inni parantesen til $1 - \dfrac{\text{endret originalverdi}}{\text{originalverdi}}$.

Merk

Regel 0.8 og *Regel 0.9* gir begge formler som kan brukes til å finne prosentvise endringer. Her er det opp til en selv å velge hvilken man liker best. Som allerede nevnt angående *Regel 0.8*, er også *Regel 0.9* en litt kronglete formel, og man trenger den ikke hvis man har forstått seksjonn ?? og ??. Her vil vi også i påfølgende eksempler vise to løsningsmetoder.

Eksempel 1

I 2019 hadde et fotballag 20 medlemmer. I 2020 hadde laget 12 medlemmer. Hvor mange prosent av medlemmene fra 2019 hadde sluttet i 2020?

Svar:

Vi starter med å merke oss at det det medlemstallet fra 2019 som er originalverdien vår.

Løsningsmetode 1; trinnvis metode

Fotballaget gikk fra å ha 20 til 12 medlemmer, da har vi at (se *Regel 0.7*)

$$\text{vekstfaktor} = \frac{12}{20} = 0{,}6$$

En vekstfaktor lik 0,6 tilsvarer en endring på 40% (se *Regel 0.5*). I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

Løsningsmetode 2; formel

Vi legger merke til at originalverdien er større enn den endrede verdien, da har vi at

$$\begin{aligned}\text{prosentvis endring} &= 100\left(1 - \frac{12}{20}\right)\\ &= 100\,(1 - 0{,}6)\\ &= 100 \cdot 0.4\\ &= 40\end{aligned}$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

0.2.3 Prosentpoeng

Ofte snakker vi om mange størrelser samtidig, og når man da bruker prosent-ordet kan setninger bli veldig lange og knotete hvis man også snakker om forskjellige originalverdier. For å forenkle setningene har vi begrepet *prosentpoeng.*

Tenk at et par solbriller først ble solgt med 30% rabatt av originalprisen, og deretter med 80% rabatt av originalprisen. Da sier vi at rabatten har økt med 50 *prosentpoeng.*

$80\% - 30\% = 50\%$

Hvorfor kan vi ikke si at rabatten har økt med 50%?

Si at solbrillene hadde originalpris 1 000 kr. 30% rabatt på 1 000 kr tilsvarer 300 kr i rabatt. 80% rabatt på 1000 kr tilsvarer 800 kr i rabatt. Men hvis vi øker 300 med 50% får vi $300 \cdot 1{,}5 = 450$, og det er ikke det samme som 800! Saken er at vi har to forskjellige originalverdier som utgangspunkt:

"Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50 prosentpoeng. Da ble rabatten 80%."

Forklaring: "Rabatten" er en størrelse vi regner ut i fra orignalprisen til solbrillene. Når vi sier "prosentpoeng" viser vi til at **originalprisen fortsatt er utgangspunktet** for den kommende prosentregningen. Når prisen er 1 000 kr, starter vi med $1\,000\,\text{kr} \cdot 0{,}3 = 300\,\text{kr}$ i rabatt. Når vi legger til 50 *prosentpoeng*, legger vi til 50% av originalprisen, altså 1 000 kr · 0,5 = 500 kr. Totalt blir det 800 kr i rabatt, som utgjør 80% av originalprisen.

”Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50%. Da ble rabatten 45%.”

Forklaring: ”Rabatten” er en størrelse vi regner ut i fra orignalprisen til solbrillene, men her viser vi til at **rabatten er utgangspunktet** for den kommende prosentregningen. Når prisen er 1 000 kr, starter vi med 300 kr i rabatt. Videre er

$$300\,\text{kr økt med } 50\% = 300\,\text{kr} \cdot 1{,}5 = 450\,\text{kr}$$

og

$$\text{Antall prosent 450 utgjør av } 1\,000 = \frac{450}{100} = 45$$

Altså er den nye rabatten 45%.

I de to (gule) tekstboksene over regnet vi ut den økte rabatten via originalprisen på solbrillene (1 000 kr). Dette er streng tatt ikke nødvendig:

- Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50 prosentpoeng. Da ble rabatten
$$30\% + 50\% = 80\%$$

- Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50%. Da ble rabatten
$$30\% \cdot 1.5 = 45\%$$

0.10 Prosentpoeng

$a\%$ økt/minket med b prosentpoeng $= a\% \pm b\%$.

$a\%$ økt/minket med $b\% = a\% \cdot (1 \pm b\%)$

Merk

Andre linje i *Regel 0.10* er egentlig identisk med *Regel 0.6*.

Eksempel

En dag var 5% av elevene på en skole borte. Dagen etter var

7,5% av elevene borte.

a) Hvor mye økte fraværet i prosentpoeng?

b) Hvor mye økte fraværet i prosent?

Svar:

a) 7,5% − 5% = 2,5%, derfor har fraværet økt med 2,5 prosentpoeng.

b) Her må vi svare på hvor mye endringen, altså 2,5%, utgjør av 5%. Dette er det samme som å finne hvor mye 2,5 utgjør av 5. (Se tilbake til ligning (**??**)). 1% av 5 er 0,05, derfor får vi:

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent 2,5 utgjør av 5} &= \frac{2{,}5}{0{,}05}\\ &= 50\end{aligned}$$

Altså har fraværet økt med 50%.

0.2.4 Gjentatt prosentvis endring

Hva om vi foretar en prosentvis endring gjentatte ganger? La oss som et eksempel starte med 2000 og utføre 10% økning 3 påfølgende ganger (se regel ??):

$$\begin{aligned}\text{verdi etter 1. endring} &= \overbrace{2000}^{\text{originalverdi}} \cdot 1{,}10 = 2\,200\\ \text{verdi etter 2. endring} &= \overbrace{2\,000 \cdot 1{,}10}^{2\,200} \cdot 1{,}10 = 2\,420\\ \text{verdi etter 3. endring} &= \overbrace{2\,420 \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}10}^{2\,420} \cdot 1{,}10 = 2\,662\end{aligned}$$

Mellomregningen vi gjorde over kan kanskje virke unødvendig, men utnytter vi skrivemåten for potenser kommer et flott mønster til syne:

$$\begin{aligned}\text{verdi etter 1. endring} &= 2\,000 \cdot 1{,}10^1 = 2\,200\\ \text{verdi etter 2. endring} &= 2\,000 \cdot 1{,}10^2 = 2\,420\\ \text{verdi etter 3. endring} &= 2\,000 \cdot 1{,}10^3 = 2\,662\end{aligned}$$

0.11 Gjentatt vekst eller nedgang

$$\text{ny verdi} = \text{originalverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{antall endringer}}$$

Eksempel 1

Finn den nye verdien når 20% økning utføres 6 påfølgende ganger med 10 000 som origialverdi.

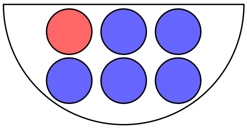
Svar:

Vekstfaktoren er 1,2, og da er

$$\begin{aligned} \text{ny verdi} &= 10\,000 \cdot 1{,}2^6 \\ &= 29\,859{,}84 \end{aligned}$$

0.3 Forhold

Med *forholdet* mellom to størrelser mener vi den éne størrelsen delt på den andre. Har vi for eksempel 1 rød kule og 5 blå kuler i en bolle, sier vi at



$$\text{forholdet mellom antall røde kuler og blå kuler} = \frac{1}{5}$$

Forholdet kan vi også skrive som $1 : 5$. Verdien til dette regnestykket er

$$1 : 5 = 0{,}2$$

I denne sammenhengen kalles 0,2 *forholdstallet*.

Om vi skriver forholdet som brøk eller som delestykke vil avhenge litt av oppgavene vi skal løse.

0.12 Forhold

$$\text{forholdet mellom } a \text{ og } b = \frac{a}{b}$$

Verdien til brøken over kalles forholdstallet $a : b$.

Eksempel 1

I en klasse er det 10 handballspillere og 5 fotballspillere.

a) Hva er forholdet mellom antall handballspillere og fotballspillere?

b) Hva er forholdet mellom antall fotballspillere og handballspillere?

Svar:

a)

$$\frac{10}{5} = 2$$

Forholdet mellom antall fotballspillere og handballspillere er 2.

b)

$$\frac{5}{10} = 0{,}5$$

Forholdet mellom antall handballspillere og fotballspillere er 0,5.

Eksempel 2

Du skal lage et lotteri der forholdet mellom antall vinnerlodd og taperlodd er $\frac{1}{8}$. Hvor mange taperlodd må du lage hvis du skal ha 160 vinnerlodd?

Svar:

Vi vet at:

$$\frac{\text{antall vinnerlodd}}{\text{antall taperlodd}} = \frac{1}{8}$$

Siden "antall vinnerlodd" er ukjent, kaller vi størrelsen for x, og får da at

$$\frac{x}{160} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{x}{\cancel{160}} \cdot \cancel{160} = \frac{1}{8} \cdot 160$$

$$x = 20$$

Vi må altså lage 20 vinnerlodd.

0.3.1 Målestokk

I MB (s.145 - 149) har vi sett på formlike trekantar. Prinsippet om at forholdet mellom samsvarande sider er det samme kan utvides til å gjelde de fleste andre former, som f. eks. firkanter, sirkler, prismer, kuler osv. Dette er et fantastisk prinsipp som gjør at små tegninger eller figurer (modeller) kan gi oss informasjon om størrelsene til virkelige gjenstander.

0.13 Målestokk

En målestokk er forholdet mellom en lengde på en modell av en gjenstand og den samsvarende lengden på den virkelige gjenstand.

$$\text{målestokk} = \frac{\text{en lengde i en modell}}{\text{den samsvarende lengde i virkeligheten}}$$

Eksempel 1

Kartet under har målestokk 1 : 25 000.

a) Luftlinjen (den blå) mellom Helland og Vike er 10,4 cm på kartet. Hvor langt er det mellom Helland og Vike i virkeligheten?

b) Tresfjordbrua er ca 1300 m i virkeligheten. Hvor lang er Tresfjordbrua på kartet?

Svar:

a) Avstanden mellom Helland og Vike på kartet samsvarer med avstanden mellom Helland og Vike. Vi setter

$$x = \text{avstanden mellom Helland og Vike i virkeligheten}$$

Da har vi at

$$\begin{aligned}\frac{10{,}4\,\text{cm}}{x} &= \frac{1}{25\,000}\\ x &= 10{,}4\,\text{cm} \cdot 25\,000\\ &= 260\,000\,\text{cm}\end{aligned}$$

Altså er det 2,6 km mellom Helland og Vike.

b) Vi setter¨

$$x = \text{lengden til Tresfjordbrua på kartet}$$

Da har vi at

$$\frac{x}{1\,300\,\text{m}} = \frac{1}{25\,000}$$
$$x = \frac{1\,300\,\text{m}}{25\,000}$$
$$= 0{,}052\,\text{m}$$

Altså er Tresfjordbrua 5,2 cm lang på kartet.

Tips

Målestokk er omtrent alltid gitt som en brøk med teller lik 1. Dette gjør at man kan lage seg disse reglene:

$$\text{lengde i virkelighet} = \text{lengde på kart} \cdot \text{nevner til målestokk}$$

$$\text{lengde i virkelighet} = \frac{\text{lengde på kart}}{\text{nevner til målestokk}}$$

Oppgavene fra *Eksempel 1* kunne vi da løst slik:

a) $\text{Virkelig avstand mellom Helland og Vike} = 10{,}4\,\text{cm} \cdot 25\,000$
$= 260\,000\,\text{cm}$

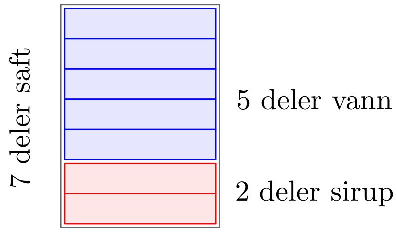
b) Lengde til Tresfjordbrua på kart $= \frac{1\,300\,\text{m}}{25\,000} = 0{,}0052\,\text{m}$

0.3.2 Blandingsforhold

I mange sammenhenger skal vi blande to sorter i riktig forhold. På en flaske med solbærsirup kan du for eksempel lese symbolet "2 +5", som betyr at man skal blande sirup og vann i forholdet 2 : 5. Så heller vi 2 dL sirup i en kanne, må vi fylle på med 5 dL vann for å lage saften i riktig forhold.

Blander du solbærsirup og vann, får du solbærsaft :)

Noen ganger bryr vi oss ikke om *hvor mye* vi blander, så lenge forholdet er rikitig. For eksempel kan vi blande én bøtte med solbærsirup med fem bøtter vann, og fortsatt være sikker på at forholdet er riktig – selv om vi ikke vet hvor mange liter bøtta rommer! Når vi bare bryr oss om forholdet, bruker vi ordet *del*. Symbolet "2+5" på sirupflasken leser vi da som "2 deler sirup på 5 deler vann". Dette betyr at saften vår i alt inneholder $2 + 5 = 7$ deler:



Dette betyr én del utgjør $\frac{1}{7}$ av blandingen, sirupen utgjør $\frac{2}{7}$ av blandingen og vann utgjør $\frac{5}{7}$ av blandingen.

0.14 Deler i et forhold

En blanding med forholdet $a : b$ har til sammen $a + b$ deler.

- én del utgjør $\frac{1}{a+b}$ av blandingen.
- a utgjør $\frac{a}{a+b}$ av blandingen.
- b utgjør $\frac{b}{a+b}$ av blandingen.

Eksempel 1

I et malerspann er grønn og rød maling blandet i forholdet $3 : 7$, og det er $5\,\mathrm{L}$ av denne blandingen. Du ønsker å gjøre om forholdet til $3 : 11$.

Hvor mye rød maling må du helle oppi spannet?

Svar:

I spannet har vi $3 + 7 = 10$ deler. Siden det er $5\,\mathrm{L}$ i alt, må vi ha at:

$$\begin{aligned} \text{én del} &= \frac{1}{10} \text{ av } 5\,\mathrm{L} \\ &= \frac{1 \cdot 5}{10}\,\mathrm{L} \\ &= 0{,}5\,\mathrm{L} \end{aligned}$$

Når vi har 7 deler rødmaling, men ønsker 11, må vi blande oppi 4 deler til. Da trenger vi:

$$4 \cdot 0{,}5\,\mathrm{L} = 2\,\mathrm{L}$$

Vi må helle oppi $2\,\mathrm{L}$ rødmaling for å få forholdet $3 : 11$.

Eksempel 2

En kanne som rommer 21 dL er fylt med en saft der sirup og vann er blandet i forholdet 2 : 5.

a) Hvor mye vann er det kannen?

b) Hvor mye sirup er det i kannen?

Svar:

a) Til sammen består saften av $2 + 5 = 7$ deler. Fordi 5 av disse er vann, må vi ha at:

$$\begin{aligned} \text{mengde vann} &= \frac{5}{7} \text{ av } 21\,\text{dL} \\ &= \frac{5 \cdot 21}{7}\,\text{dL} \\ &= 15\,\text{dL} \end{aligned}$$

b) Vi kan løse denne oppgaven på samme måte som i oppgave a), men det er raskere å merke oss at hvis vi har 15 dL vann av i alt 21 dL, må vi ha $(21 - 15)\,\text{dL} = 6\,\text{dL}$ sirup.

Eksempel 3

I en ferdig blandet saft er forholdet mellom sirup og vann lik 3 : 5.

Hvor mange deler saft og/eller vann må du legge til for at forholdet skal bli 1 : 4?

Svar:

Løsningsmetode 1

Brøken vi ønsker, $\frac{1}{4}$, kan vi skrive om til en brøk med samme teller som brøken vi har (altså $\frac{3}{5}$):

$$\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

3 : 12 er altså det samme forholdet som 1 : 4. Og 3 : 12 kan vi få hvis vi legger til 7 deler vann i blandingen med forholdet 3 : 5:

$$\frac{3}{5 + 7} = \frac{3}{12}$$

Løsningsmetode 2

Vi krever at x ganger $\frac{3}{5}$ skal gi oss det samme forholdet som $\frac{1}{4}$:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \cdot x &= \frac{1}{4} \\ x &= \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} \\ &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

Forholdet vi søker er derfor:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{3}{12}$$

Som vi får hvis vi legger til 7 deler vann i blandingen med forholdet $3 : 5$.