Innhold

1 Følger

`Regresjonsanalyse` (Regneark)

Analyse av tallfølge skrevet inn i regnearket for å finne en eksplisitt formel.

Eksempel

Finn den eksplisitte formelen til følgen

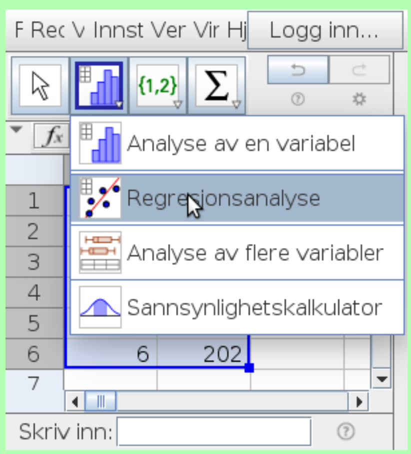
$$2{,}6, 22, 56, 114, 202, \ldots$$

Svar:

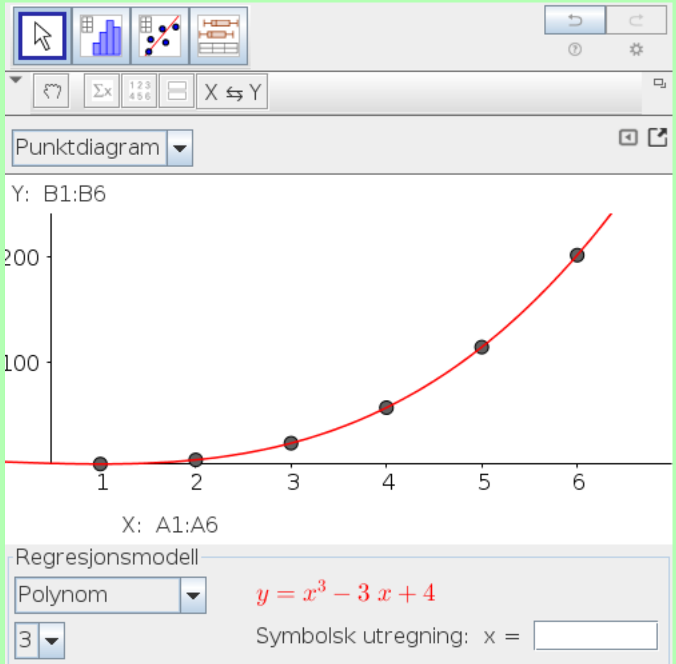
Vi velger `Vis` ▶ `Regneark` og skriver tallene inn i en tabell med leddnummeret i første kolonne og verdien i andre.

	A	B
1	1	2
2	2	6
3	3	22
4	4	56
5	5	114
6	6	202

Vi markerer så hele tabellen og velger `Analyse av en variabel` ▶ `Regresjonsanalyse`.



På vinduet som da kommer velger vi `Analyser` etter å ha dobbeltsjekket at tabellen vår er riktig. I analysevinduet vi da får opp velger vi `Polynom` og endrer graden (tallet under `Polynom`) fram til den høyeste potensen av x i uttrykket i rødt ikke øker. Når vi velger grad 4 observerer vi at x^3 fortsatt er den høyeste potensen, dette betyr at uttrykket vi søker er av grad 3.



Av $y = x^3 - 3x + 4$ i figuren over konkluderer vi med at den eksplisitte formelen til følgen er:

$$a_n = n^3 - 3n + 4$$

`Sum[ <Uttrykk>, <Variabel>, <Start>, <Slutt> ]` (CAS)

Finner summen av en rekke med en løpende variabel på et intervall.

Eksempel

Finn summen av den uendelige rekka ..

$$1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \ldots$$

Svar:

Dette er en geometrisk rekke med $k = \frac{1}{5}$ og eksplisitt formel gitt som:

$$a_n = \frac{1}{5^{(n-1)}}$$

hvor $n \in [1, 2, \ldots]$.

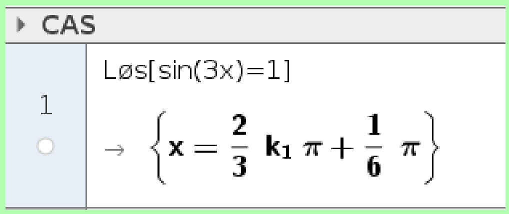
I CAS skriver vi da (∞-tegnet finner du ved å trykke på α-tegnet oppe i høyre hjørne):

2 Trigonometriske uttrykk

`Løs[ <Likning med x> ]` (CAS)

Løser en likning med x som ukjent.

Eksempel



I teoridelen til denne boka brukes $n \in \mathbb{Z}$ som heltallsvariabel. GeoGebra bruker en indeksert k, her $k_1 \in \mathbb{Z}$.

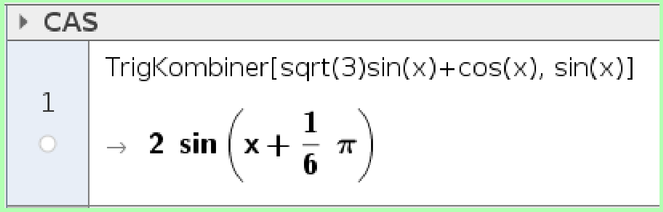
Merk: Du kan også løse ligningen $\sin(3x) = 1$ ved å skrive den inn i en CAS-celle og deretter trykke på `Løs`.

3 Trigonometriske funksjoner

`TrigKombiner[<Funksjon>, sin(x)]`

Skriver om en funksjon på formen $a\sin(kx)+b\cos(kx)$ til et kombinert uttrykk på formen $r\sin(kx+c)$.

Eksempel



RegSin[<Liste>]

Bruker regresjon med en sinusfunksjon for å tilpasse punkt gitt i en liste.

Eksempel

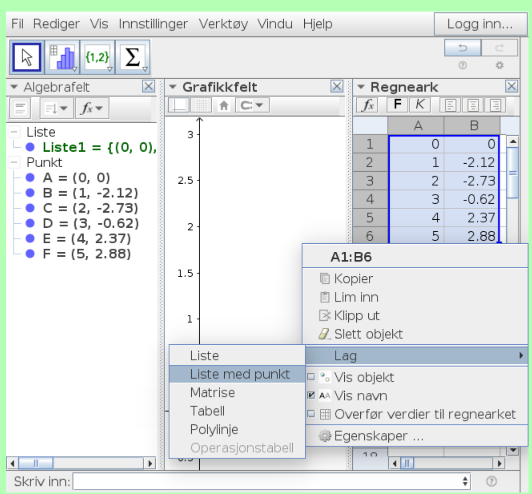
Gitt tabellen

x	$f(x)$
1	-2.12
2	-2.73
3	-0.62
4	2.37
5	2.88

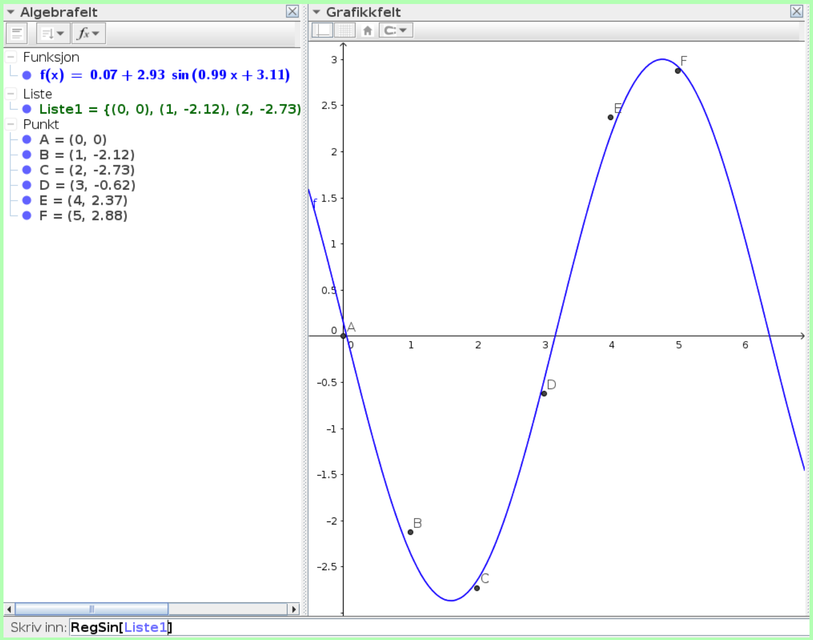
Bruk regresjon for å finne en tilnærming til $f(x)$ uttrykt som en sinusfunksjon.

Svar:

Vi velger `Vis` ▶ `Regneark` og skriver inn tabellen. Vi markerer så begge kolonner, høyreklikker innenfor markeringsfeltet og velger `Lag` ▶ `Liste med punkt`:



Om vi ønsker at alle punktene skal vises i grafikkfeltet, høyreklikker vi på grafikken og velger `Vis alle objekt`. Deretter skriver vi `RegSin[Liste1]` i kommandolinjen, og får funksjonen `f(x)` i algebrafeltet og grafen til `f` i grafikkfeltet. Denne funksjonen er en tilnærming til $f(x)$ gitt i oppgaven.



4 Vektorer i rommet

`Punkt[ <Liste> ]`

Lager et punkt med koordinater gitt som liste. (Merk: For å lage punktet (x, y, z) kan man liksågodt skrive `(x,y,z)` i inntastingsfeltet. Skriver man `(x,y,z)` i CAS lager man vektoren $[x, y, z]$)

`Vektor[ <Punkt> ]`

Lager vektoren fra origo til et gitt punkt. (Merk: I CAS kan man lage vektoren $[x, y, z]$ ved å skrive `(x,y,z)`, dette anbefales).

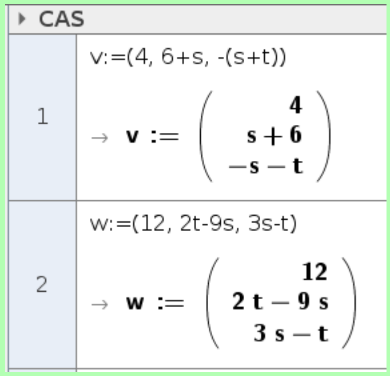
Eksempel

Gitt vektorene $\vec{u} = [-4, 2, 7]$, $\vec{v} = [4, 6 + s, -(s + t)]$ og $\vec{w} = [12, 2t - 9s, 3s - t]$.

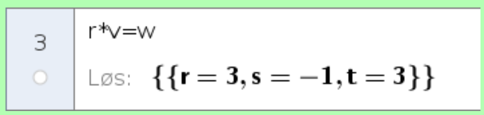
a) Finn s og t slik at $\vec{v} || \vec{w}$.
b) Bestem s slik at $\vec{u} \perp \vec{v}$ når $t = -2$.

Svar:

a) Det er en litt spesiell sak i CAS at en vektor $[x, y, z]$ definert ved å skrive `(x, y, z)` vil ha en bedre funksjonalitet enn hvis den defineres ved `Vektor`-kommandoen. Vi starter derfor med å definere $\vec{v}$ og $\vec{w}$ på følgende måte:

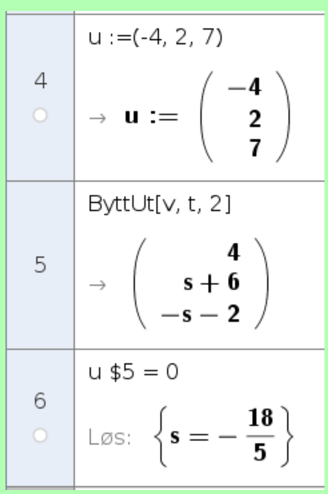


Vi utnytter videre at $\vec{v}||\vec{w}$ hvis $r\vec{v} = \vec{w}$, for en konstant r. Vi skriver denne ligningen inn i CAS og trykker så på `Løs`:



Vi har altså at $s = -1$ og $t = 3$.

b) Skal $\vec{u} \perp \vec{v}$ må vi ha at $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. Vi definerer $\vec{u}$ og bruker `ByttUt`-kommandoen for å sette $t = 2$ i uttrykket til $\vec{v}$. Med det endrede uttrykket løser vi ligningen for skalarprduktet (se kommandoen `Skalarprodukt` på s. 28. CAS fjerner `*` når vi skriver `u*$5`).



Skalarprodukt[<Vektor>, <Vektor>]

Finner skalarproduktet av to vektorer. (Merk: For to vektorer u og v kan man like gjerne skrive u*v).

Vektorprodukt[<Vektor>, <Vektor>] (CAS)

Finner vektorproduktet av to vektorer. (Merk: For to vektorer u og v kan man like gjerne skrive u⊗v. Hurtigtast for ⊗ er alt+shift+8).

Determinant[<Matrise>]

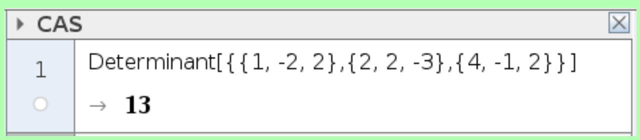
Finner determinanten til en matrise.

Eksempel

Regn ut:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Svar:



5 Romgeometrier

Pyramide[<Punkt>, <Punkt>, ...]

Framstiller en pyramide i Grafikkfelt 3D. Pyramide[A,B,C,D] lager en pyramide med grunnflate A, B, C og toppunkt D, mens Pyramide[A,B,C,D, E] har grunnflate A, B, C, D og toppunkt E. Under kategorien *Pyramide* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

`Høyde[ <Objekt> ]`

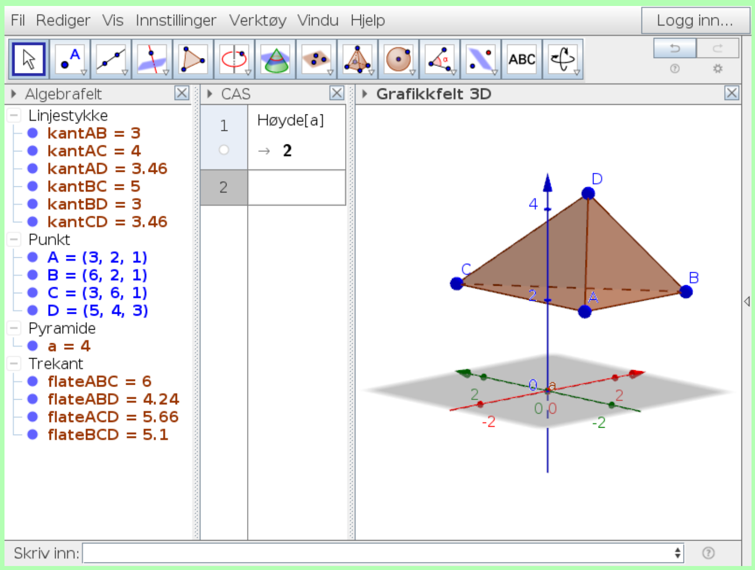
Gir avstanden fra toppunkt til grunnflate i et objekt. (Merk: Avstanden har retning, og derfor kan den noen ganger være negativ. Tallverdien er den geometriske høyden.)

Eksempel

Finn volumet og høyden til tetraetedet med grunnflate gitt ved punktene $A = (3, 2, 1)$, $B = (6, 2, 1)$, $C = (3, 6, 1)$ og toppunkt $D = (5, 4, 3)$.

Svar:

Vi skriver inn punktene og bruker deretter kommandoen `Pyramide[A, B, C, D]` for å lage tetraedet a. Algebrafeltet gir oss da at volumet til a er 4. I CAS-celle 1 finner vi høyden, som er 2.



`Prisme[<Punkt>, <Punkt>, ...]`

Framstiller en prisme i Grafikkfelt 3D. `Prisme[A,B,C,D]` lager en prisme med grunnflate ABC og tak DEF, `Prisme[A,B,C,D, E]` har grunnflate $ABCD$ og tak EFG. F, G og eventelt E blir konstruert av GeoGebra slik at hver sideflate er et parallellogram. Under kategorien *Prisme* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

Kurve[<Uttrykk>, <Uttrykk>, <Uttrykk>, <Parametervariabel>, <Start>, <Slutt>]

Viser parameteriseringen av en kurve i Grafikkfelt 3D på et gitt intervall. Uttrykkene er henholdsvis uttrykkene for x, y og z-koordinatene, bestemt av en gitt parametervariabel. (Merk: Med mindre et bestemt intervall av kurven er ønsket, er det bedre å skrive parameteriseringen direkte inn i inntastingsfeltet som `A+t*u`, hvor A er et punkt på linja og u er en retningsvektor.

Linje[<Punkt>, <Punkt>]

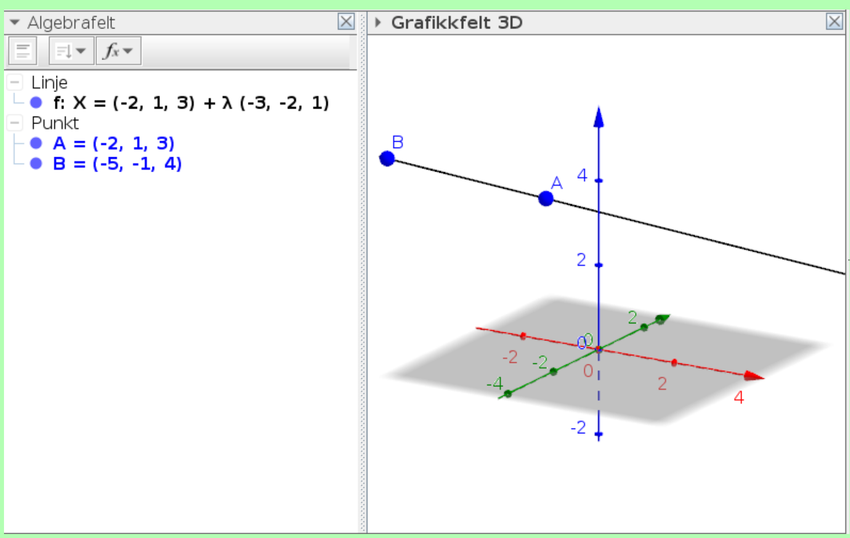
Gir uttrykket til en linje mellom to punkt. Hvis punktene har tre koordinater besår uttrykket av et punkt på linja og en fri variabel λ mulitplisert med en retningsvektor.

Eksempel

Finn parameteriseringen til linja som går mellom punktet $(-2, 1, 3)$ og $(-5, -1, 4)$.

Svar:

Vi skriver punktene i inntastingsfeltet og får punktene A og B. Etterpå skriver vi `Linje[A, B]` og får da linjen f.



Av dette finner vi at parameteriseringen til linja er gitt som:

$$f : \begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

`Kule[ <Punkt>, <Radius>]`

Viser en kule i Grafikkfelt 3D med sentrum i et gitt punkt og med en gitt radius.

Eksempel

En linje l med parameteriseringen

$$l : \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$$

skjærer en kule med med sentrum i $(-1, 2, 6)$ og radius lik 3.

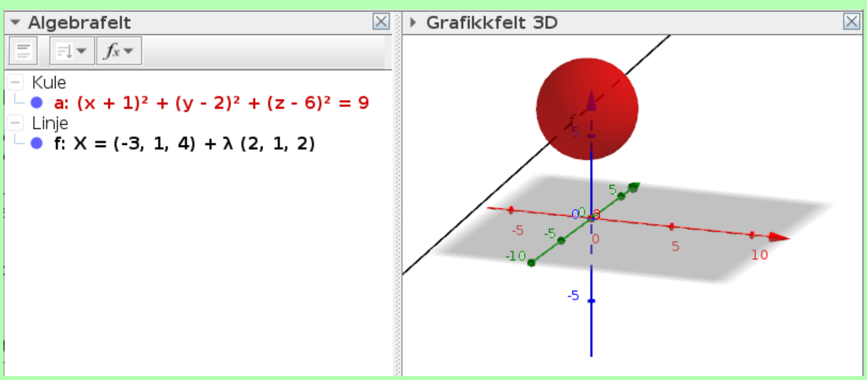
a) Tegn kula og linja.
b) Finn skjæringspunktet mellom kula og linja.

Svar:

Vi skal her se på to løsningsmetoder. Den første metoden er helt klart den raskeste, men den andre metoden er tatt med for å illustrere bruken av `Kurve`-kommandoen, i tillegg til å presentere en metode som vil sikre oss eksaktverdier.

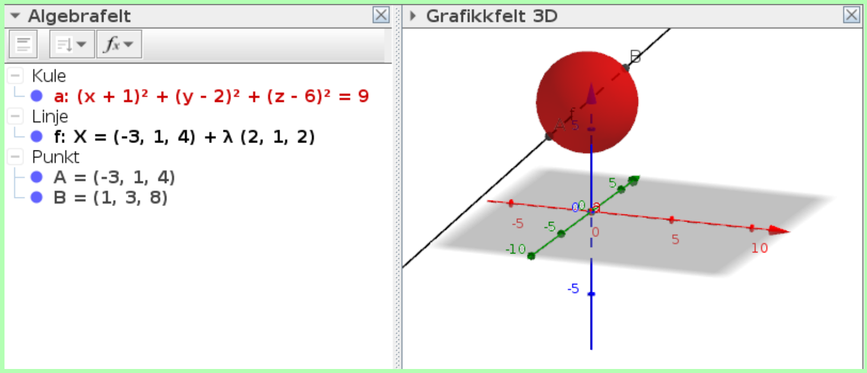
Løsningsmetode 1

a)



Vi starter med å tegne kula. I inntastingsfeltet skriver vi `Kule[(-1, 2, 6), 3]` og får kula a i algebrafelt og grafikkfelt 3D. For å tegne linja skriver vi `(-3, 1, 4)+t*(2,1,2)` i inntastingsfeltet, resultatet er kurven f.

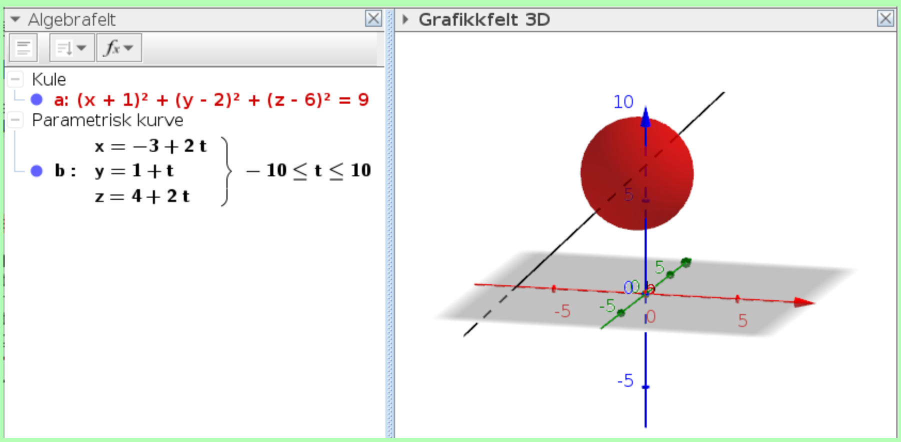
b)



I inntastingsfeltet skriver vi `Skjæring[a, f]` og får de to punktene A og B. (Merk: Hadde vi tegnet linja ved hjelp av `Kurve`-kommandoen, ville ikke dette funket. `Skjæring` er ikke kompatibel med `Kurve`, og i dette tilfellet heller ikke med CAS)

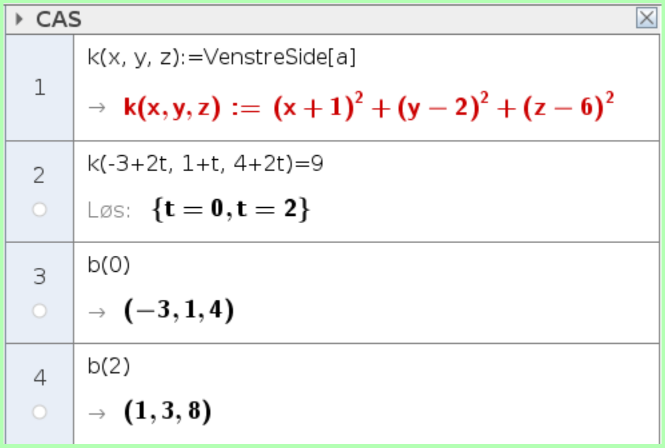
Løsningsmetode 2

a)



For å tegne linja skriver vi her `Kurve[-3 + 2t, 1 + t, 4 + 2t, t, -10, 10]` i inntastingsfeltet. At $t \in [-10, 10]$ velger vi ut ifra inspeksjon i grafikkfelt 3D, det gjelder å velge et intervall som viser begge skjæringspunktene mellom kula og linja (man kan velge $t \in [-\infty, \infty]$, men da blir ikke kurven vist grafikkfeltet). Resultatet er kurven b.

b)



I CAS-celle 1 lager vi oss en ny funksjon $k(x, y, z)$ med et uttrykk tilsvarende venstresiden til kuleligningen. For at linja skal skjære kula, må parameteriseringen til linja oppfylle kuleligningen. I CAS-celle 2 setter vi derfor uttrykkene for x, y og z fra parameteriseringen inn i k, og krever at dette uttrykket skal bli lik 3^2. Vi trykker så på `Løs`-knappen og får to svar for t. I CAS-celle 3 og 4 finner vi punktene for dissse valgene av t.

`Plan[ <Punkt>, <Punkt>, <Punkt> ]`

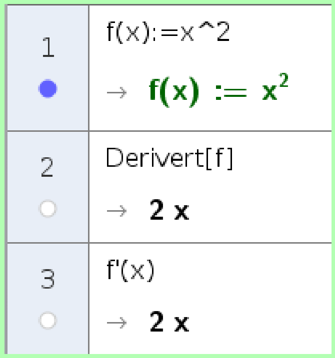
Viser et plan i Grafikkfelt 3D, utspent av to av vektorene mellom tre gitte punkt.

6 Derivasjon og funksjonsdrøfting

`Deriverte[ <Funksjon> ]`

Gir den deriverte av en funksjon. (Merk: For en definert funksjon $f(x)$, kan man like gjerne skrive `f'(x)`)

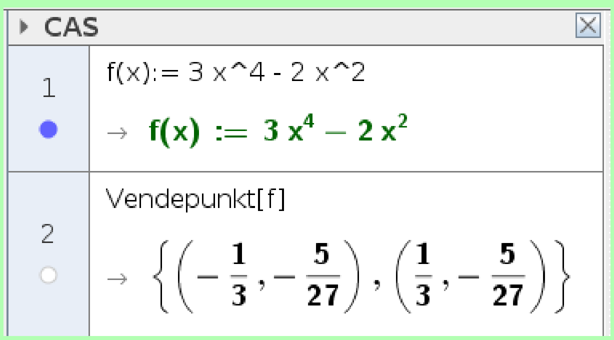
Eksempel



`Vendepunkt[<Polynom> ]`

Finner vendepunktene til et polynom.

Eksempel

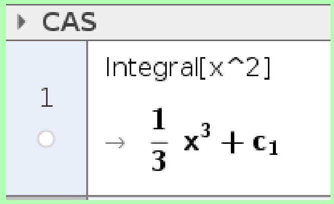


7 Integrasjon

`Integral[ <Funksjon> ]`

Gir uttrykket til det ubestemte integralet av en funksjon. (Merk: Hvis kommandoen skrives i inntastingsfeltet, blir konstantleddet utelatt).

Eksempel

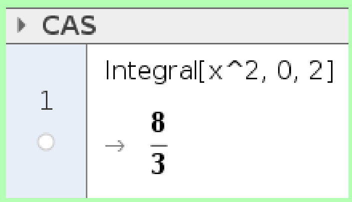


c_1 er en vilkårlig konstant.

`Integral[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]`

Gir det bestemte integralet av en funksjon på et intervall.

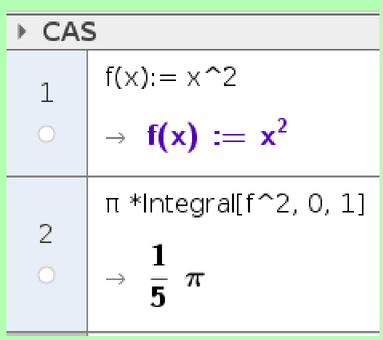
Eksempel 1



Eksempel 2

Finn volumet av omdreiningslegemet til $f(x) = x^2$ på intervallet $[0, 1]$.

Svar:



I CAS-celle 1 definerer vi $f(x)$ (huske å skrive `:=`). Volumet er gitt som $\pi \int_0^1 (f(x))^2\, dx$, som vi finner i celle 2.

8 Differensialligninger

LøsODE[<Likning>] (CAS)

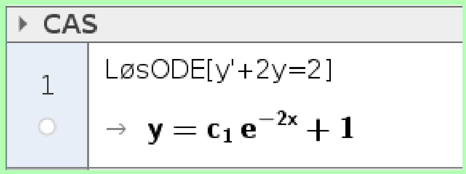
Finner generell løsning av en gitt differensialligning av første eller andre orden.

Eksempel 1

Løs ligningen:

$$y' + 2y = 2$$

Svar:



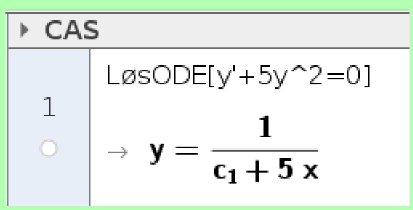
c_1 er en vilkårlig konstant.

Eksempel 2

Løs ligningen:

$$y' + 5y^2 = 0$$

Svar:



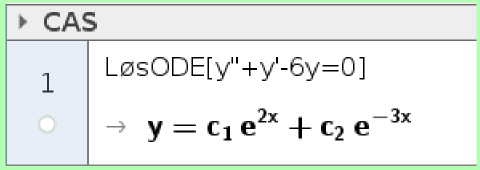
c_1 er en vilkårlig konstant.

Eksempel 3

Løs ligningen:

$$y'' + y' - 6y = 0$$

Svar:



c_1 og c_2 er en vilkårlige konstanter.

`LøsODE[<Likning>, (x0,y(x0)), (x1,y'(x1))]` (CAS)

Finner løsningen av en gitt differensialligning av første eller andre orden, for randverdier gitt som punkter.

Eksempel 1

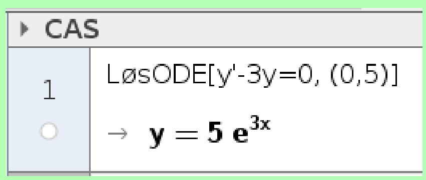
Finn løsningnen av ligningen

$$y' - 3y = 0$$

med randbetingelsen $y(0) = 5$.

Svar:

Randbetingelsen gir oss punktet $(x_0, y(x_0)) = (0, 5)$:



Eksempel 2

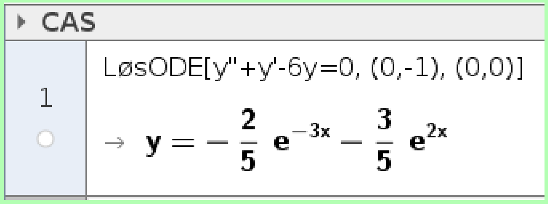
Finn løsningnen av ligningen

$$y'' + y - 6 = 0$$

med randbetingelsene $y(0) = -1$ og $y'(0) = 0$

Svar:

Randbetingelsen gir oss punktene $(x_0, y(x_0)) = (0, -1)$ og $(x_1, y'(x_1)) = (0, 0)$:



`Retningsdiagram[f(x,y)]` (Inntastingsfelt)

Lager et retningsdiagram for en differensialligning hvor $f(x,y) = y'$.

Eksempel

Gitt differensialligningen

$$y' + xy = x$$

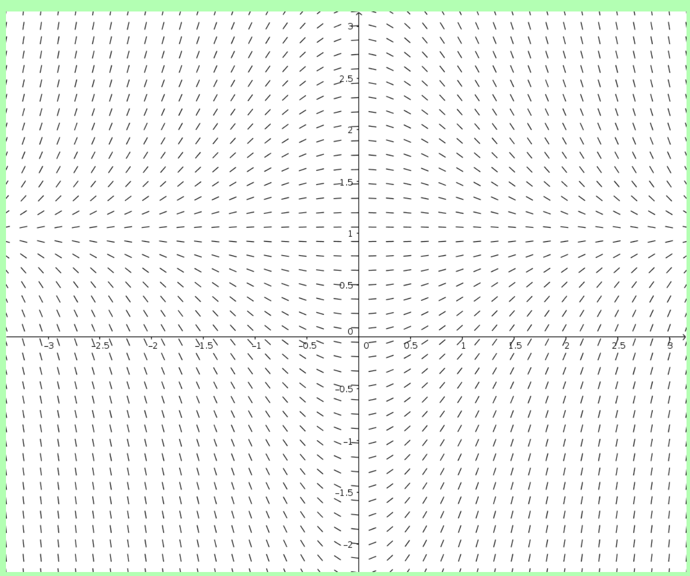
a) Tegn et retningsdiagram for løsningene av ligningen.
b) Tegn integralkurven for løsningen som krysser vertikalaksen når $y = 2$.

Svar:

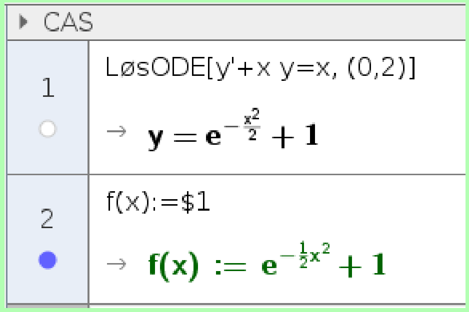
a) Vi starter med å finne y':

$$y' = x - xy$$

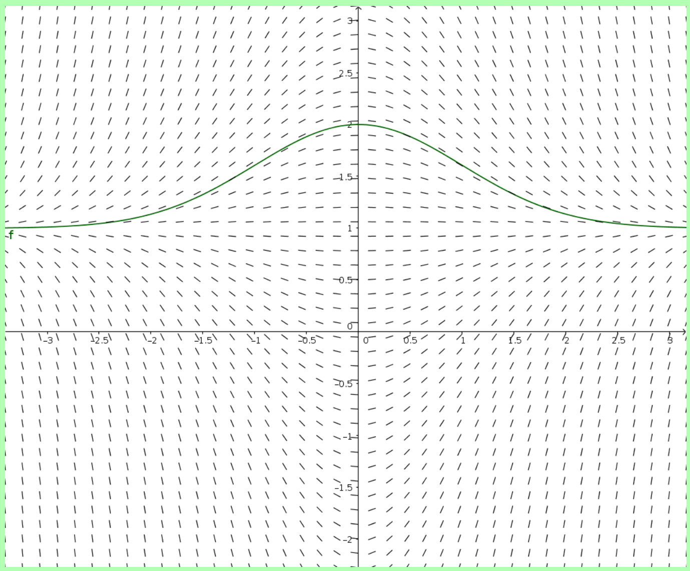
I inntastingsfeltet skvriver vi så `Retnigsdiagram[x-x y]` og får dette bildet i grafikkfeltet:



b) Vi starter med å løse ligningen for punktet $(0, 2)$, og gir deretter løsningen navnet $f(x)$:



Vi får da grafen:



Grafikkfeltet

Funksjoner på et gitt intervall

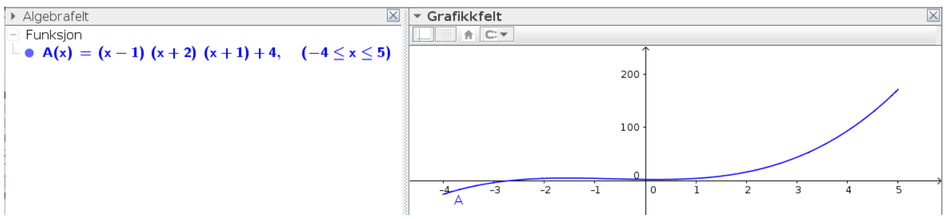
I mange oppgaver jobber vi med funksjoner som er definert på et gitt intervall. Når vi på eksamen skal levere grafen til en slik funksjon, er det krav om at vi tegner grafen bare på intervallet som er oppgitt.

La oss bruke funksjonenen

$$A(x) = (x-1)(x+2)(x+3)+4 \quad , \quad x \in [-4, 5]$$

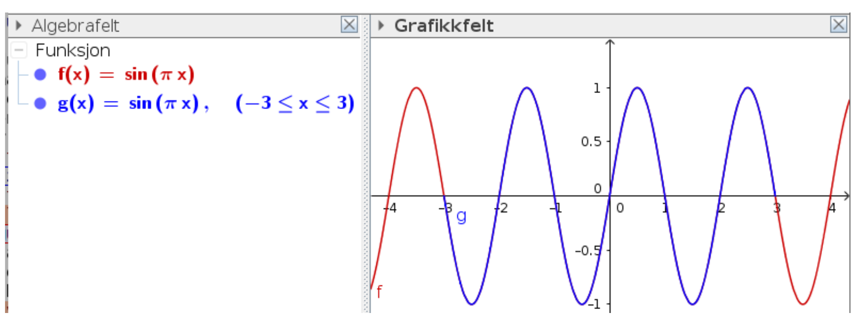
som eksempel. For å tegne grafen til A på intervallet $-4 \leq x \leq 5$, bruker vi kommandoen `Funksjon[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]`. Vi skriver da:

```
A =Funksjon[ (x-1)(x+2)(x+3)+4, -4, 5]
```



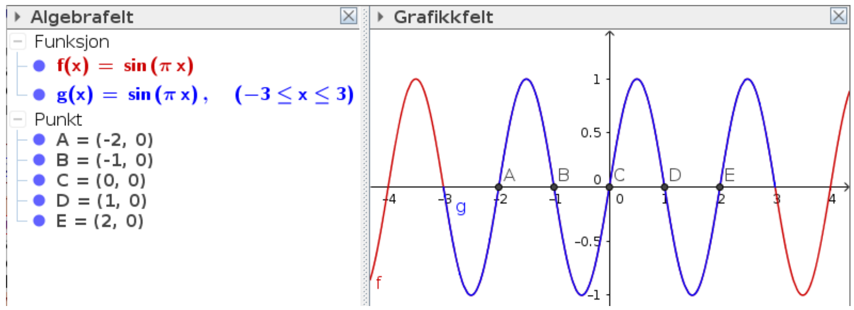
Nullpunkter og ekstremalpunkter gå gitt intervall

Når vi må definere funksjoner på et bestemt intervall blir vi stilt ovenfor et lite problem når vi skal finne nullpunter og ekstremalpunkter. I figuren under har vi først definert funksjonen $f(x) = \sin(\pi x)$, og deretter g som f for $x \in [-3, 3]$. (Merk: Vi fikk g ved å skrive `g = Funksjon[ f, -3, 3 ]`).

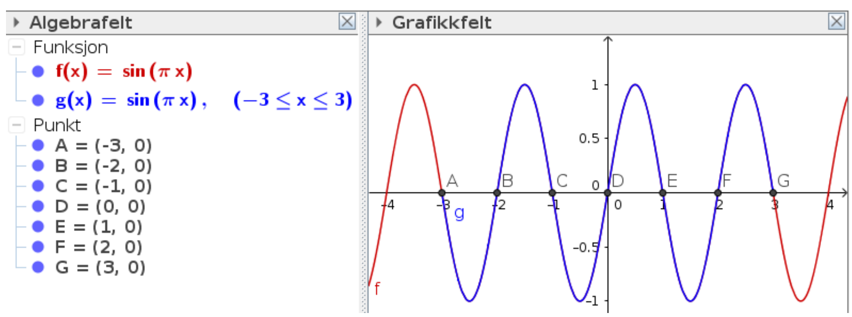


Tenk nå at vi vi GeoGebra ønsker å finne alle nullpunktene til g. For funksjoner som ikke består av polynomuttrykk må vi bruke kommandoen `NullpunktIntervall[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt>]`. Vi skriver derfor:

`NullpunktIntervall[ g, -3, 3]`



Men g har åpenbart nullpunkt for $x \in \{-3, 3\}$ også, vi mangler altså to nullpunkter! Dette er rett og slett en svakhet i GeoGebra som gjelder for alle funskjoner gitt på et intervall. Viss endepunktene er nullpunkt, vil ikke `NullPunktIntervall`-kommandoen markere disse. Fordelen med å først definere f og deretter g er at hvis vi skriver `NullpunktIntervall[ f, -3, 3]`, får vi det vi ønsker (de gamle punktene `A-E` er først slettet):

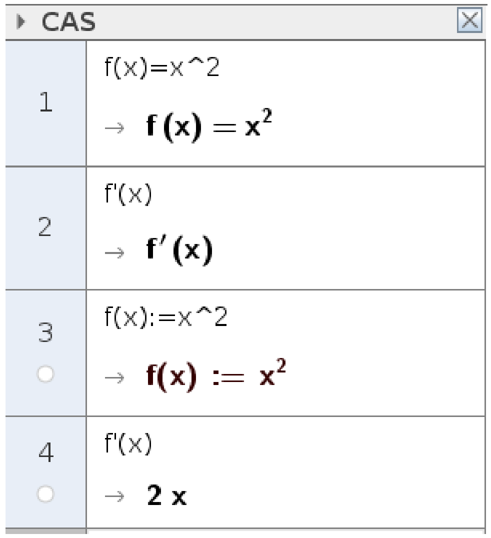


Problemet og løsningen av det vil være akkurat de samme når vi skal finne ekstremalpunkter. Man bruker da kommandoen `Ekstremalpunkt[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]`

CAS

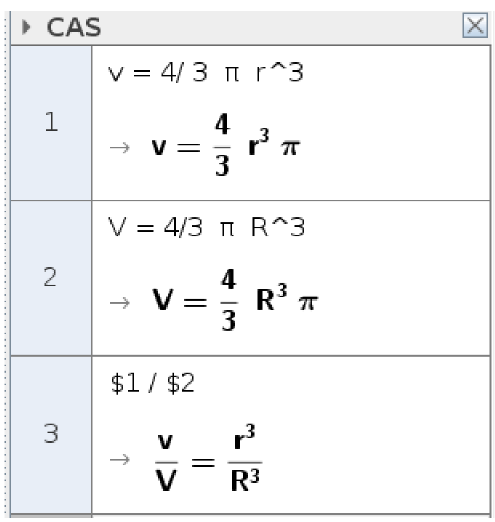
Definere variabler

Hvis vi ønsker å definere variabler som vi skal bruke i andre celler, må vi skrive `:=` . I figuren under er forskjellen mellom `=` og `:=` demonstrert med et forsøk på å finne $f'(x)$ til funksjonen $f(x) = x^2$:



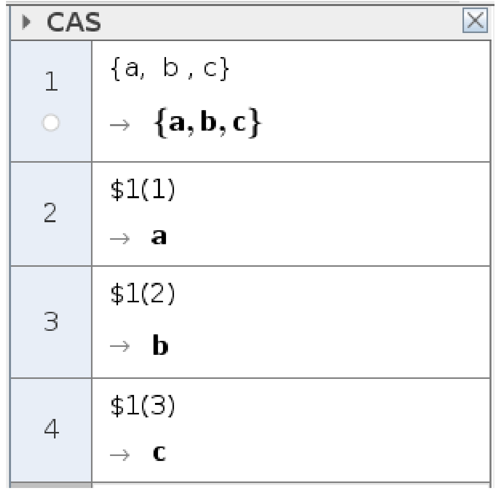
Celle-referanser

Ofte kommer vi ut for situasjoner der vi ønsker å bruke uttrykket vi har funnet i tidligere celler. Som eksempel har vi i CAS-celle 1 skrevet inn volumet v av en kule med radius r, mens i CAS-celle 2 har vi volumet V av en kule med radius R. Ønsker vi å finne forholdet mellom disse, kan vi bruke cellereferanser som hjelpemiddel. For å referere til celle 1 skriver vi `$1` og for celle 2 skriver vi `$2`. Forholdet $\frac{v}{V}$ kan vi da skriver som `$1/$2`:

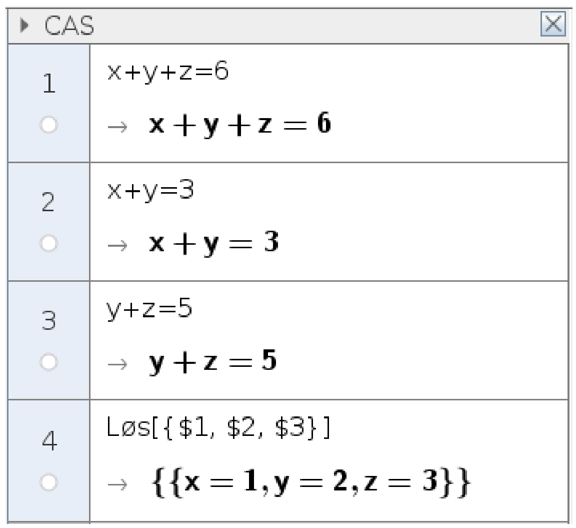


Lister

Når et uttrykk står inni sløyfeparanteser {} betyr det at det er laget en liste. En liste inneholder flere elementer som vi kan hente ut. Dette gjør vi ved å skrive paranteser bak listen, hvor vi angir nummeret til elementet i listen.

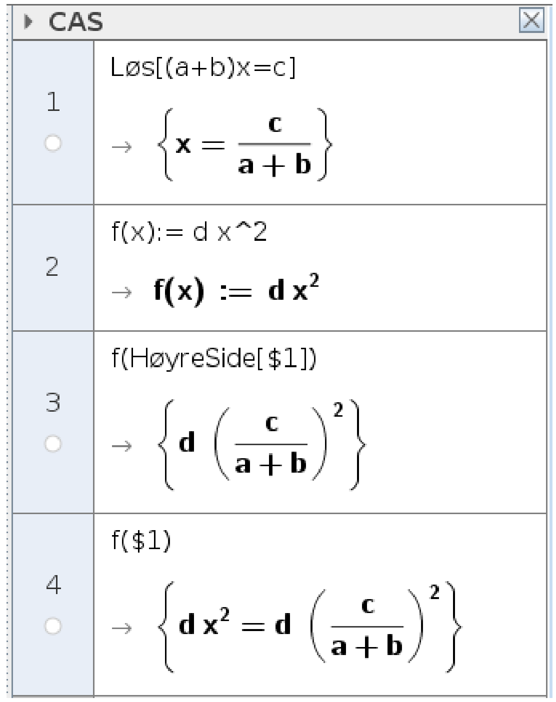


Lister bruker vi også når vi skal løse liginger med flere ukjente:



Høyresiden

De fleste uttrykkene vi jobber med i CAS inneholder et = tegn. Disse uttrykkene er en ligning med en venstre- og høyreside. Ofte ønsker vi å bruke uttrykket på bare én av disse sidene, og oftest høyresiden. Som eksempel har vi løst ligningen $(a + b)x = c$ og definert funksjonen $f(x) = dx^2$. Vi ønsker nå å sette løsnignen av ligningen inn i funksjonen. Dette gjør vi ved hjelp av `HøyreSide`-kommandoen (resulatet uten bruken av denne er vist i celle 4).

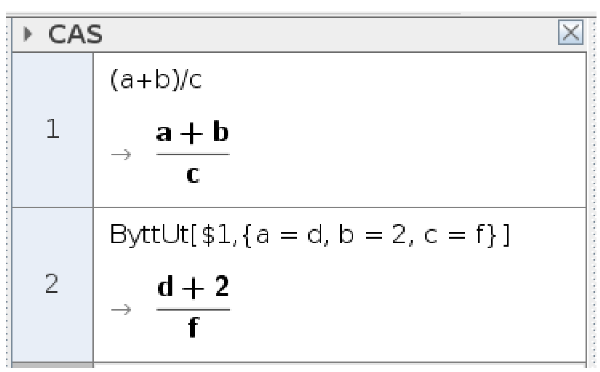


ByttUt

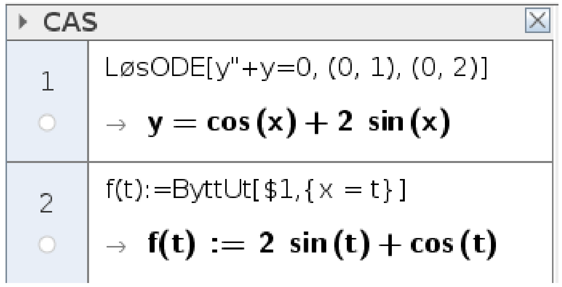
Noen ganger ønsker vi å endre en variabel i et utrykk. For å gjøre dette kan vi anvende `ByttUt[ <Uttrykk>, <Liste med forandringer> ]`. La oss se på uttrykket

$$\frac{a+b}{c}$$

Vi ønsker nå å sette $a = d$, $b = 2$ og $c = f$. Dette kan vi gjør ved å skrive følgende:



En typisk oppgave i R2 kan være å løse en differensialligning av andre orden med initialbetingelser, og deretter bruke denne løsningen videre i oppgaven. Oppgaven handler ofte om noe som endrer seg med tiden. Når CAS løser differensialligninger, blir resultatet en funksjon $y(x)$. Vi kan da bruke `ByttUt`-kommandoen for å definere en ny funksjon $f(t)$.



Hurtigtaster

Gir eksaktløsningen av en ligning

Gir tilnærmet løsning av en ligning som desimaltall.

Gir tilnærmet verdi av et uttrykk som desimaltall.

	Beskrivelse	PC	Mac
$\surd$	kvadratrot	`alt + r`	`alt + r`
π	pi	`alt + p`	`alt + p`
∞	uendelig	`alt + u`	`alt + ,`
$\otimes$	kryssprodukt	`alt + shift + 8`	
e	eulers tall	`alt + e`	`alt + e`
$\circ$	gradtegnet ($\frac{\pi}{180}$)	`alt + o`	`alt + o`

Kommandoliste

`abs[<x>]`
Finner lengden til et objekt x. (Merk: kan brukes til å finne lengden av en vektor).

`Asymptote[<Funksjon>]`
Finner asymptotene til en funksjon.

`Avstand[<Punkt>, <Objekt>]`
Gir avstanden fra et punkt til et objekt (som gjerne kan være et annet punkt).

`ByttUt[ <Uttrykk>, <Liste med forandringer> ]` (CAS)
Viser et gitt uttrykk etter endring av variabler, gitt i en liste.

Deriverte[<Funksjon>]
Gir den deriverte av en funksjon. (Merk: For en definert funksjon $f(x)$, kan man like gjerne skrive f'(x))

Determinant[<Matrise>]
Finner determinanten til en matrise.

Ekstremalpunkt[<Polynom>]
Finner alle ekstremalpunkter (altså lokale og globale topp/bunnpunkter) til et polynom.

Ekstremalpunkt[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]
Finner alle ekstremalpunkter (altså lokale og globale topp/bunnpunkter) på et gitt intervall til en hvilken som helst funksjon.

Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]
Tegner en funksjon på et gitt intervall.

HøyreSide[<Likning>] (CAS)
Gir høyresiden til en likning.

HøyreSide[<Liste med likninger>] (CAS)
Gir en liste med høyresidene i en liste med ligninger.

Integral[<Funksjon>]
Gir uttrykket til det ubestemte integralet av en funksjon. (Merk: Hvis kommandoen skrives i inntastingsfeltet, blir konstantleddet utelatt).

Integral[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]
Gir det bestemte integralet av en funksjon på et intervall.

Integral[<Funksjon>], <Variabel> (CAS)
Gir uttrykket til det ubestemte integralet til en funksjon av gitt variabel. (Brukes dersom man ønsker å integrere funksjoner avhengig av en annen variabel enn x).

Kurve[<Uttrykk>, <Uttrykk>, <Uttrykk>, <Parametervariabel>, <Start>, <Slutt>]
Viser parameteriseringen av en kurve i Grafikkfelt 3D på et gitt intervall. Uttrykkene er henholdsvis uttrykkene for x, y og z-koordinatene, bestemt av en gitt parametervariabel. (Merk: Med mindre et bestemt intervall av kurven er ønsket, er det bedre å skrive parameteriseringen direkte inn i inntastingsfeltet som A+t*u, hvor A er et punkt på linja og u er en retningsvektor.

Kule[<Punkt>, <Radius>]
Viser en kule i Grafikkfelt 3D med sentrum i et gitt punkt og med en gitt radius.

Løs[<Likning med x>] (CAS)
Løser en likning med x som ukjent.

Løs[<Liste med likninger>, <Liste med variabler>] (CAS)
Finner alle løsninger av en liste med ligninger med gitte variabel som ukjente.

Løs[<Likning>, <Variabel>] (CAS)
Finner alle løsninger av en gitt likning med en gitt variabel som ukjent.

LøsODE[<Likning>] (CAS)
Finner generell løsning av en gitt differensialligning av første eller andre orden. **LøsODE[<Likning>, $(x_0, y(x_0))$, $(x_1, y'(x_1))$]** (CAS)
Finner løsningen av en gitt differensialligning av første eller andre orden, for randverdier gitt som punkter.

Nullpunkt[<Polynom>]
Finner alle nullpunkter til et polynom.

NullpunktIntervall[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]
Finner alle nullpunkter på et gitt intervall til en hvilken som helst funksjon.

Plan[<Punkt>, <Punkt>, <Punkt>]
Viser et plan i Grafikkfelt 3D, utspent av to av vektorene mellom tre gitte punkt.

Prisme[<Punkt>, <Punkt>, ...]
Framstiller en prisme i Grafikkfelt 3D. Prisme[A,B,C,D] lager en prisme med grunnflate ABC og tak DEF, Prisme[A,B,C,D, E] har grunnflate $ABCD$ og tak EFG. F, G og eventelt E blir konstruert av GeoGebra slik at hver sideflate er et parallellogram. Under kategorien *Prisme* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

Punkt[<Liste>]
Lager et punkt med koordinater gitt som liste. (Merk: For å lage punktet (x, y, z) kan man likságodt skrive (x,y,z) i inntastingsfeltet. Skriver man (x,y,z) i CAS lager man vektoren $[x, y, z]$)

Pyramide[<Punkt>, <Punkt>, ...]
Framstiller en pyramide i Grafikkfelt 3D. Pyramide[A,B,C,D] lager en pyramide med grunnflate A, B, C og toppunkt D, mens Pyramide[A,B,C,D, E] har grunnflate A, B, C, D og toppunkt E. Under kategorien *Pyramide* i algebrafaltet finner man en konstant som oppgir volumet til pyramiden.

RegLin[<Liste>]
Bruker regresjon med en rett linje for å tilpasse punkt gitt i en liste.

RegEksp[<Liste>]
Bruker regresjon med en eksponentialfunksjon for å tilpasse punkt gitt i en

liste.

`RegPoly[<Liste>, <Grad>]`
Bruker regresjon med et polynom av gitt grad for å tilpasse punkt gitt i en liste.

`RegPot[<Liste>]`
Bruker regresjon med en potensfunksjon for å tilpasse punkt gitt i en liste.

`RegSin[ <Liste> ]`
Bruker regresjon med en sinusfunksjon for å tilpasse punkt gitt i en liste.

`Retningsdiagram[f(x,y)]` (Inntastingsfelt)
Lager et retningsdiagram for en differensialligning hvor $f(x,y) = y'$.

`Skalarprodukt[<Vektor>, <Vektor>]`
Finner skalarproduktet av to vektorer. (Merk: For to vektorer u og v kan man like gjerne skrive `u*v`).

`Skjæring[<Objekt>, <Objekt>]`
Finner skjæringspunktene mellom to objekter. (Merk: fungerer ikke for vektorer, og gir bare ett av punktene dersom funksjonene har flere skjæringspunkt).

`Skjæring[<Funksjon>, <Funksjon>, <Start>, <Slutt>]`
Finner skjæringspunktene mellom to funksjoner på et gitt intervall.

`Sum[ <Uttrykk>, <Variabel>, <Start>, <Slutt> ]` (CAS)
Finner summen av en rekke med en løpende variabel på et intervall.

`TrigKombiner[<Funksjon>]`
Skriver om et uttrykk på formen $a\sin(kx)+b\cos(kx)$ til et kombinert uttrykk på formen $R\cos(kx-\phi)$

`TrigKombiner[<Funksjon>, sin(x)]`
Skriver om en funksjon på formen $a\sin(kx) + b\cos(kx)$ til et kombinert uttrykk på formen $r\sin(kx + c)$.

`Vektor[ <Punkt> ]`
Lager vektoren fra origo til et gitt punkt. (Merk: I CAS kan man lage vektoren $[x, y, z]$ ved å skrive `(x,y,z)`, dette anbefales).

`Vektorprodukt[ <Vektor>, <Vektor> ]` (CAS)
Finner vektorproduktet av to vektorer. (Merk: For to vektorer u og v kan man like gjerne skrive `u⊗v`. Hurtigtast for ⊗ er `alt+shift+8`).

`Vendepunkt[<Polynom> ]`
Finner vendepunktene til et polynom.