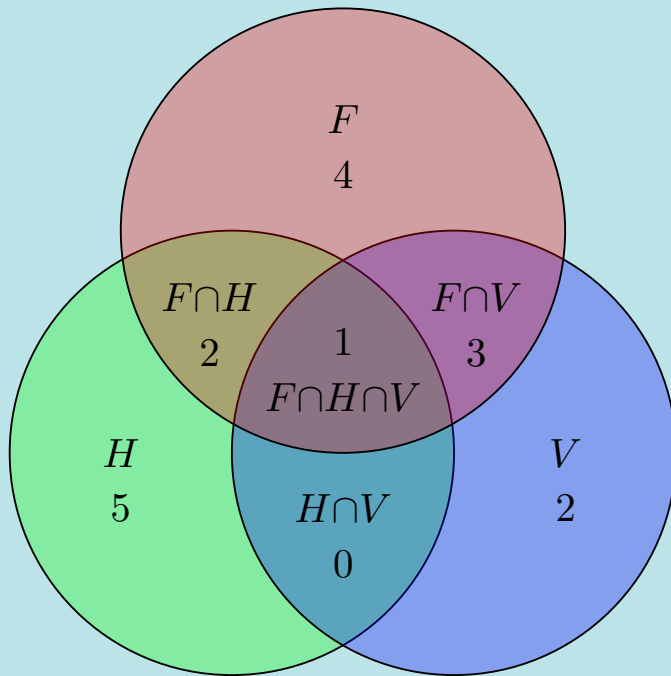


Matematikk 1P



*"Wahrlich es ist nicht das Wissen, sondern das Lernen,
nicht das Besitzen, sondern das Erwerben, nicht das Da-
Seyn, sondern das Hinkommen, was den grössten Genuss
gewährt"*

*"Det er ikke kunnskapen, men læringen, ikke besittelsen,
men ervervelsen, ikke oppholdet, men ankomsten, som gir
den største gleden."*

— Carl Friedrich Gauss

Alt innhold er laget av Sindre Sogge Heggen. Teksten er skrevet i L^AT_EX og figurene er lagd vha. L^AT_EX, GeoGebra og Asymptote.

Dokumentet er beskyttet av åndsverkloven, videreformidling må godkjennes av forfatter.

28.08.2017

Innhold

2	Prosentregning	3
2.1	Hva er prosent?	4
2.2	Antall prosent a utgjør av b	6
2.3	Prosentfaktor	8
2.4	Vekstfaktor	10
	Oppgaver	13

Kapittel 2

Prosentregning

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

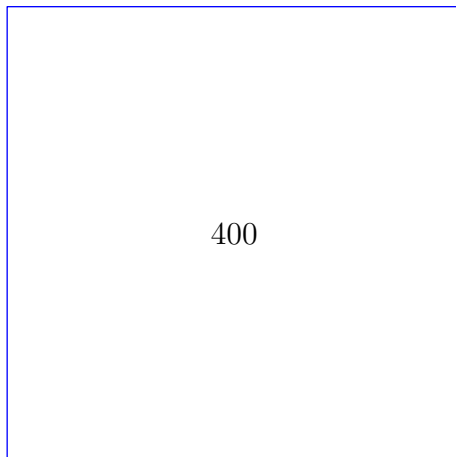
- rekne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor

2.1 Hva er prosent?

Ordet *prosent* betyr rett og slett *av hundre*. Når vi for eksempel sier 30 prosent, er dette derfor det samme som brøken $\frac{30}{100}$. Og istedenfor å skrive prosent, skriver vi som oftest tegnet %.

Som et første eksempel skal vi finne 1% av 400. Dette betyr at vi skal dele 400 inn i 100 like store biter, og ta én av dem.

Som et bilde på dette kan vi se for oss en boks som har verdien 400:



Denne boksen deler vi inn i 100 like store bokser. Hver boks må da ha verdien $\frac{400}{100} = 4$.

4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Fordi vi har 100 bokser, er én boks det samme som 1%. Og da må verdien av én boks være det samme som verdien av 1% av 400:

$$1\% \text{ av } 400 = \frac{400}{100} = 4$$

1% av et tall

1% av et tall finner vi ved å dele tallet med 100.

Eksempel 1

Hva er 1% av 900?

Svar:

$$1\% \text{ av } 900 = \frac{900}{100} = 9$$

Eksempel 2

Hva er 1% av 57,8?

Svar:

$$1\% \text{ av } 57,8 = \frac{57,8}{100} = 0,578$$

La oss gå videre til å finne 20% av 400. Dette betyr at vi skal ha 20 ganger mer enn 1% av 400:

$$\begin{aligned} 20\% \text{ av } 400 &= 20 \cdot 1\% \text{ av } 400 \\ &= 20 \cdot 4 \\ &= 80 \end{aligned}$$

4	4	4	4	4
4	4	4	4	4
4	4	4	4	4
4	4	4	4	4

$$20 \cdot \boxed{4} = 80$$

Vi kunne også regnet ut dette direkte ved å skrive 20% som et brøkuttrykk istedenfor:

$$\begin{aligned} 20\% \text{ av } 400 &= \frac{20}{100} \cdot 400 \\ &= \frac{20 \cdot \cancel{400}}{\cancel{100}} \\ &= 20 \cdot 4 \\ &= 80 \end{aligned}$$

$a\%$ av b

$$a\% \text{ av } b = \frac{a \cdot b}{100}$$

Eksempel 1

Finn 50% av 800.

Svar:

$$\frac{50 \cdot 800}{100} = 400$$

Eksempel 2

Finn 2% av 7,4.

Svar:

$$\frac{2 \cdot 7,4}{100} = 0,148$$

2.2 Antall prosent a utgjør av b

Hva nå om vi har tallet 240 og ønsker å finne ut hvor mange prosent dette utgjør av 400?

Vi vet at 1% av 400 har verdien 4. For hver firer som går på 240 har vi derfor 1%. Til sammen går det 60 firere på 240, dette betyr at 240 utgjør 60% av 400.

$$\frac{240}{4} = 60.$$

4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

$$\boxed{4} \cdot 60 = 240$$

En direkte utregning kan vi skrive slik:

$$\begin{aligned}\text{Antall prosent 240 utgjør av 400} &= \frac{240}{\text{Verdien til 1\% av 400}} \\ &= \frac{240}{4} \\ &= 60\end{aligned}$$

Antall prosent a utgjør av b

$$\text{Antall prosent } a \text{ utgjør av } b = \frac{a}{1\% \text{ av } b}$$

Eksempel 1

Hvor mange prosent utgjør 60 av 200?

Svar:

1% av 200 er $\frac{200}{100} = 2$. Antall prosent 60 utgjør av 200 er derfor:

$$\frac{60}{2} = 30$$

60 er 30% av 200.

Eksempel 2

Hvor mange prosent utgjør 13,1 av 12,5?

Svar:

1% av 12,5 er $\frac{12,5}{100} = 0,125$. Antall prosent 13,1 utgjør av 12,5 er derfor:

$$\frac{13,1}{0,125} = 104,8$$

13,1 er 104% av 12,5.

Eksempel 3

En vare kostet opprinnelig 500 kr, men prisen er satt ned til 400 kr. Hvor mange prosent avslag er gitt?

Svar:

Det er gitt $500 \text{ kr} - 400 \text{ kr} = 100 \text{ kr}$ i avslag og 1% av 500 er $\frac{500}{100} = 5$. Antall prosent 100 utgjør av 500 er:

$$\frac{100}{5} = 20$$

Avslaget er derfor 20%.

2.3 Prosentfaktor

Vi har sett at når vi snakker om prosent, snakker vi egentlig om brøker med 100 som nevner. Disse brøkene har, som alle andre brøker, en verdi. Og for å finne verdien til en brøk, deler vi tallet over brøkstreken med tallet under.

Når vi deler på 100, flytter vi komma to plasser til venstre.

Skal vi for eksempel finne verdien av 37,9%, får vi:

$$\begin{aligned} 37,9\% &= \frac{37,9}{100} \\ &= 0,379 \end{aligned}$$

Vi sier da at 37,9% er skrevet som *prosentfaktor*.

Prosentfaktor

Verdien av et tall gitt som prosent, kalles prosentfaktoren.

Eksempel 1

Finn prosentfaktoren til 50%.

Svar:

$$50\% = 0,5$$

Prosentfaktoren er 0,5.

Eksempel 2

Finn prosentfaktoren til 3,4%.

Svar:

$$3,4\% = 0,34$$

Prosentfaktoren er 0,34.

Eksempel 3

Finn prosentfaktoren til 123%.

Svar:

$$123\% = 1,23$$

Prosentfaktoren er 1,23.

Når vi bruker prosentfaktorer sparer vi oss for å dele med 100 når vi skal finne procenter av et tall. La oss se tilbake på regnestykket fra side 5, hvor vi fant 20% av 400. Da ganget vi 20 med 400 og delte på 100. Prosentfaktoren til 20% er $\frac{20}{100} = 0,2$. Ganger vi denne med 400, får vi akkurat samme resultatet som på side 5:

$$\begin{aligned}\frac{20}{100} \cdot 400 &= 0,2 \cdot 400 \\ &= 80\end{aligned}$$

$a\%$ av b

$$a\% \text{ av } b = (\text{prosentfaktoren til } a) \cdot b$$

Eksempel 1

Finn 30% av 90.

Svar:

Prosentfaktoren til 30% er 0,3, altså får vi:

$$\begin{aligned}30\% \text{ av } 90 &= 0,3 \cdot 90 \\ &= 27\end{aligned}$$

Eksempel 2

Finn 24,6% av 189,5.

Svar:

Prosentfaktoren til 124,6% er 1,246, altså får vi:

$$\begin{aligned}124,6\% \text{ av } 189,5 &= 1,246 \cdot 189,5 \\ &= 236.117\end{aligned}$$

Eksempel 3

Finn 100% av 80.

Svar:

Prosentverdien til 100% er 1, altså får vi:

$$\begin{aligned}100\% \text{ av } 80 &= 1 \cdot 80 \\ &= 27\end{aligned}$$

Merk: 100% av et tall er alltid tallet selv!

2.4 Vekstfaktor

I mange dagligdagse situasjoner har noe økt eller minket med en viss prosent. I en butikk kan man for eksempel komme over en skjorte som originalt koster 500 kr, men som er rabbatert med 40%. Dette betyr at vi skal trekke ifra 40% av originalprisen når vi skal betale.

En måte å regne ut hva vi må betale, er å starte med å finne fratrekket:

$$\begin{aligned}40\% \text{ av } 500 &= 0.4 \cdot 500 \\ &= 200\end{aligned}$$

$500 - 200 = 300$, altså må vi betale 300 kr for skjorten.

Et litt annet regnestykke får vi om vi tenker på denne måten: Skal vi betale full pris, må vi betale 100% av 500. Men får vi 40% i rabatt, skal vi bare betale $100\% - 40\% = 60\%$ av 500:

$$\begin{aligned}60\% \text{ av } 500 &= 0.6 \cdot 500 \\ &= 300\end{aligned}$$

Svaret blir selvsagt det samme, vi må betale 300 kr for skjorten.

Det er ikke alltid vi er så heldige at vi får rabatt på et produkt, ofte må vi faktisk betale et tillegg. *Merverdiavgiften* er et slikt tillegg. I Norge må vi betale 25% i merverdiavgift på mange varer.

Det betyr at vi må betale et tillegg på 25%, altså $100\% + 25\% = 125\%$ av originalprisen.

Merverdiavgift forkortes til mva.

Eksempel: Øreklokkene på bildet til høyre koster 999,20 kr *ekskludert* mva. Men *inkludert* mva. må vi betale:

$$\begin{aligned} 125\% \text{ av } 999,20 &= 1,25 \cdot 999,20 \\ &= 1249 \end{aligned}$$

Altså 1249 kr.

Mer om merverdiavgiften finner du på skatteetaten.no.



Vi har nå sett på to eksempler; i det ene sank prisen på en vare, mens i det andre økte den. Når prisen sank med 40%, endte vi opp med å betale 60% av originalprisen. Vi sier da at *vekstfaktoren* er 0,6. Når prisen økte med 25%, endte vi opp med å betale 125% av originalprisen. Da er vekstfaktoren 1,25.

Vekstfaktor

- Når en størrelse synker med $a\%$, ender vi opp med $100\% - a\%$ av størrelsen.
- Når en størrelse øker med $a\%$, ender vi opp med $100\% + a\%$ av størrelsen.
- Verdien til $100\% - a\%$ eller $100\% + a\%$ kalles vekstfaktoren.

Eksempel 1

En vare verd 1000 kr er rabattert med 20%.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Finn den nye prisen.

Svar:

a) Siden det er 20% rabatt må vi betale $100\% - 20\% = 80\%$ av originalprisen. Vekstfaktoren er derfor 0,8.

b) Den nye prisen finner vi ved å gange vekstfaktoren med originalprisen:

$$0,8 \cdot 1000 = 800$$

Den nye prisen er altså 800 kr.

Eksempel 2

En sjokolade koster 9,80 kr, ekskludert mva. På matvarer er det 15% mva.

a) Hva er vekstfaktoren?

b) Hva koster sjokoladen inkludert mva?

Svar:

a) Med 15% i tillegg må man betale $100\% + 15\% = 115\%$ av prisen ekskludert mva. Vekstfaktoren er derfor 1,15.

b) $1,15 \cdot 9,90 = 12,25$

Sjokoladen koster 12,25 kr inkludert mva.

Oppgaver for kapittel 2

2.1.1

Finn 1% av:

- a) 600 b) 623,4 c) 1,34

2.2.1

Hvor mange prosent utgjør:

- a) 40 av 200? b) 213,6 av 890? c) 1.95 av 1.3?

2.2.2

En vare er satt ned fra 800 kr til 600 kr. Hvor mange prosent avslag er gitt på varen?

2.3.1

Finn prosentfaktoren til:

- a) 60% b) 470,1% c) 2,3%

2.3.2

Bruk prosentfaktoren til å finne:

- a) 60% av 300 b) 470,1% av 58,9 c) 2,3% av 0,3

2.4.1

Finn prisen når en vare som originalt koster 1200 er:

- a) Satt ned med 50% b) Satt ned med 25% c) Satt ned med 15%

2.4.2

Under er prisen til tre varer, ekskludert mva. Bruk informasjonen fra skatteetaten.no og finn prisen inkludert mva:

- a) T-skjorte: 180 kr
b) Kinobillett til filmen *Annabelle 2*: 118 kr
c) Yoghurt: 11,10 kr