Utdanningsdirektoratet

Eksamensrettleiing

– om vurdering av eksamenssvar

2017

Matematikk. Sentralt gitt skriftleg eksamen
Studieførebuande og yrkesfaglege utdanningsprogram
Kunnskapsløftet LK06

Nynorsk

Innhald

1 Vurdering av sentralt gitt skriftleg eksamen i matematikk i vidaregåande opplæring 2017

Denne eksamensrettleiinga gjeld sentralt gitt skriftleg eksamen i matematikk for desse eksamenskodane i vidaregåande opplæring 2017:

Studieførebuande utdanningsprogram

MAT1011 Matematikk 1P
MAT1013 Matematikk 1T

MAT1015 Matematikk 2P
MAT1017 Matematikk 2T

REA3022 Matematikk R1
REA3026 Matematikk S1

REA3024 Matematikk R2
REA3028 Matematikk S2

Yrkesfaglege utdanningsprogram

MAT1005 Matematikk 2P-Y, påbygging til generell studiekompetanse, yrkesfag
MAT1010 Matematikk 2T-Y, påbygging til generell studiekompetanse, yrkesfag

1.1 Eksamensmodell og eksamensordning

1.1.1 Eksamensmodell

Eksamen varer i 5 timar og består av to delar. Denne eksamensmodellen er vald ut frå ei fagleg vurdering av eigenarten til matematikkfaget og kompetansemåla i læreplanen.

1.1.2 Eksamensordning

- Eksamen har ingen førebuingsdel.
- Del 1 og Del 2 av eksamen skal delast ut samtidig til elevane.
- Etter nøyaktig 2 timar eller 3 timar (avhengig av eksamenskode) skal svaret på Del 1 leverast inn. Samtidig kan digitale verktøy og andre hjelpemiddel til bruk i Del 2 takast fram. I enkelte oppgåver i Del 2 skal eleven bruke digitale verktøy.
- Svaret på Del 2 skal leverast inn innan 5 timar etter eksamensstart.
- Eleven kan begynne på Del 2 når som helst (men utan hjelpemiddel fram til det har gått 2 timar eller 3 timar (avhengig av eksamenskode) og svaret på Del 1 er levert inn).

1.1.2.1 Eksamensordning

Vidaregåande opplæring (praktisk matematikk). Elevar og privatistar.

Eksamenskode	Krav til digitale verktøy på datamaskin i Del 2	Del 1 Utan hjelpemiddel	Del 2 Alle hjelpemiddel
MAT1011 Matematikk 1P MAT1015 Matematikk 2P MAT1005 Matematikk 2P-Y	1) Rekneark 2) Grafteiknar	2 timar	3 timar

Vidaregåande opplæring (teoretisk matematikk og matematikk programfag). Elevar og privatistar.

Eksamenskode	Krav til digitale verktøy på datamaskin i Del 2	Del 1 Utan hjelpemiddel	Del 2 Alle hjelpemiddel
MAT1013 Matematikk 1T MAT1017 Matematikk 2T MAT1010 Matematikk 2T-Y REA3022 Matematikk R1 REA3024 Matematikk R2 REA3026 Matematikk S1 REA3028 Matematikk S2	1) CAS* 2) Grafteiknar	3 timar	2 timar

*CAS: Computer Algebra Systems

1.2 Hjelpemiddel, kommunikasjon og særskild tilrettelegging

1.2.1 Hjelpemiddel på Del 1

- På Del 1 er skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar dei einaste tillatne hjelpemidla.
- På Del 1 er det ikkje tillate å bruke datamaskin.
- Merk at ved særskild tilrettelegging av eksamen er det heller ikkje tillate å bruke andre hjelpemiddel enn dei som er spesifiserte ovanfor, jf. kapittel 1.2.4.

1.2.2 Hjelpemiddel på Del 2

- Alle hjelpemiddel er tillatne. Med bruk av nettbaserte hjelpemiddel må IP-adressene være isolerte. Skolane kan velge å la elevene nytte nettbaserte hjelpemiddel under modell 1 og modell 2, del 2. Dette gjeld kun dersom skolane er i stand til å isolere dei aktuelle IP-adressene. Nettbaserte hjelpemiddel vil si førebuingsdelar, læringsressursar, oppslagsverk eller ordbøker. Det er ikkje tillat med samskriving, chat og andre moglegheiter for å kunne utveksle informasjon med andre under eksamen.

- Elevane må på eksamensdagen sjølve velje og bruke formålstenlege hjelpemiddel, jf. kapittel 1.9 Kjenneteikn på måloppnåing nedanfor.

- På enkelte oppgåver skal eleven bruke digitale verktøy.

1.2.3 Kommunikasjon

Under eksamen har elevane ikkje høve til å kommunisere med kvarandre eller utanforståande.

1.2.4 Særskild tilrettelegging av eksamen

Når det gjeld særskild tilrettelegging av eksamen, viser vi til rundskriv *Udir-4-2010*, som er publisert på nettsidene til Utdanningsdirektoratet, www.udir.no.

1.3 Innhaldet i eksamensoppgåvene

Ved utforminga av eksamensoppgåver blir det teke utgangspunkt i kompetansemåla i læreplanen for faget.

Integrerte i kompetansemåla finn vi dei grunnleggjande ferdigheitene

- å kunne uttrykkje seg munnleg i matematikk (ikkje på skriftleg eksamen)
- å kunne uttrykkje seg skriftleg i matematikk
- å kunne lese i matematikk
- å kunne rekne i matematikk
- å kunne bruke digitale verktøy i matematikk

Frå formålet for fellesfaget matematikk:

Matematisk kompetanse inneber å bruke problemløysing og modellering til å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er. Dette har òg språklege aspekt, som det å formidle, samtale om og resonnere omkring idear. I det meste av matematisk aktivitet nyttar ein hjelpemiddel og teknologi.

Tal- og omgrepsforståing og ferdigheitsrekning utgjer fundamentet i matematikkfaget.

Oppgåvesetta er bygde opp slik at svaret skal gi grunnlag for å vurdere den individuelle kompetansen i matematikk hos elevane. Elevane skal få høve til å vise i kva grad dei kan ta i bruk faglege kunnskapar og ferdigheiter i samband med teoretiske problemstillingar og i verkelegheitsnære situasjonar.

Oppgåvene i både Del 1 og Del 2 av eksamen inneheld derfor element av ulik vanskegrad.

Samla sett (Del 1 og Del 2) prøver eksamen elevane i kompetansemål frå alle hovudområda i læreplanen, men ikkje nødvendigvis alle kompetansemåla i læreplanen. Avhengig av tema og kontekst kan eksamen innehalde fleire oppgåver som høyrer til same hovudområde.

1.3.1 Innhald i Del 1

I Del 1 blir elevane prøvde i rekneferdigheiter og grunnleggjande matematikkforståing, omgreps- og talforståing, evne til resonnement og fagkunnskap. Del 1 inneheld oppgåver med ulik vanskegrad.

Det kan vere fleire mindre oppgåver med tema som er spreidde ut over kompetansemåla i læreplanen. I tillegg kan det vere meir samanhengande oppgåver.

Del 1 av eksamen er papirbasert. *Kandidatane skal skrive med blå eller svart penn.* Unntaket er eventuelt konstruksjon av geometriske figurar.

1.3.1.1 Formlar i Del 1

Kapittel 2 i denne eksamensrettleiinga listar opp formlar som skal vere under Del 1 av eksamen.

Lærebøker kan ha ulike måtar å skrive formlar og symbol på, og det er sjølvsagt opp til den enkelte eleven og læraren å bruke den skrivemåten dei er vane med. Hovudsaka er at dei kjenner innhaldet i formlane og kan bruke dei. Dersom elevane er vane med å bruke andre formlar i tillegg til dei som er nemnde i vedlegga, er det sjølvsagt tillate å bruke dei.

Merk:

- Eksamensoppgåvene er laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

- Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

- Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

1.3.2 Innhald i Del 2

Del 2 inneheld oppgåver med ulik vanskegrad.

Nokre oppgåver i Del 2 av oppgåvesettet skal løysast ved hjelp av angitte digitale verktøy. I andre oppgåver i Del 2 står eleven fritt til å velje metode/hjelpemiddel sjølv.

Del 2 inneheld oppgåver som med ulik kompleksitet prøver den matematiske kompetansen hos elevane. I Del 2 kan det vere tema som ikkje alle elevane har førehandskunnskapar om, men problemstillingane og formuleringane i dei enkelte oppgåvene vil anten vere uavhengige av førehandskunnskap om temaet, eller dei vil vere følgde av ei forklaring som kan knyte oppgåva til temaet.

Del 2 består av ein del oppgåver som igjen er delte inn i fleire delspørsmål. Oppgåvene og dei fleste delspørsmåla vil kunne løysast uavhengig av kvarandre. Likevel kan det hende det er oppgåver der svaret på eit delspørsmål skal brukast i det neste, og så vidare. Formålet med samanhengande delspørsmål i ei oppgåve er å hjelpe elevane på veg i problemløysinga.
Del 2 kan også innehalde formlar og liknande som kan framstå som nye utfordringar for elevane. Del 2 vil ofte innehalde meir tekst og illustrasjonar enn Del 1.

Oppgåvene i både Del 1 og Del 2 skal formulerast slik at dei framstår som klare problemstillingar i ein så enkel språkdrakt som mogleg. Det er forventa at elevane kjenner vanlege ord, uttrykk og omgrep frå det norske språket som inngår i samband med matematiske omgrep og problemstillingar og i kommunikasjonen av problemløysinga. I oppgåveformuleringane skal ein helst bruke korte setningar. Faguttrykk skal berre brukast der det er nødvendig. Illustrasjonar, i form av bilete og teikningar, skal støtte opp under lesinga og forståinga av oppgåvene.

***Del 2 av eksamen kan gjennomførast som papirbasert eksamen – i så fall skal det brukast blå eller svart penn og/eller takast utskrifter. Del 2 av eksamen kan også gjennomførast som IKT-basert eksamen*, jf. kapittel 1.8.**

1.4 Språket i eksamensoppgåvene

Ved formuleringar som **"Finn …", "Løys …"** og **"Bestem …"** er det ikkje lagt opp til bestemte framgangsmåtar eller spesielle hjelpemiddel. Eleven kan velje å løyse oppgåva grafisk, ved rekning (algebraisk) eller ved å nytte ulike kommandoar i eit digitalt verktøy. Her har eleven *full* metodefridom.

Dersom eleven bruker grafiske løysingsmetodar, må eleven argumentere for løysinga og forklare figuren.

NB!

Del 2 vil ikkje lenger innehalde oppgåveformuleringar som **"Finn/Løys/Bestem … ved regning"** eller **"Rekne ut …"**.

I enkelte oppgåver i Del 2 vil elevane bli bedt om å bruke «rekneark» eller «grafteiknar» eller «CAS» for å løyse oppgåva. I andre oppgåver i Del 2 kan elevane bruke den metoden / det hjelpemiddelet / det digitale verktøyet som eleven finn formålstenleg.

Mellomrekning og mellomresultat må takast med i rimeleg omfang – også når eleven bruker digitale verktøy.

Dersom det oppstår tvil og ulike oppfatningar av oppgåveteksten, vil sensorane vere opne for rimelege tolkingar.

1.5 Framgangsmåte og forklaring

Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan eleven velje framgangsmåte og hjelpemiddel sjølv.

- **Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.**

- **Verifisering ved innsetjing kan gi noko utteljing, men ikkje full utteljing ved sensuren. I nokre oppgåver vil ein "prøve-og-feile"-metode vere naturleg. For å få full utteljing ved bruk av ein slik metode må eleven argumentere for strategien og vise ei systematisk tilnærming. I andre oppgåver kan verifisering ved innsetjing vere den mest naturlege framgangsmåten. Da vil innsetjinga kunne gi full utteljing.**

- **Framgangsmåte, utrekning og forklaring skal honorerast – også om resultatet ikkje er riktig.** Ved følgjefeil skal sensor likevel gi utteljing dersom den vidare framgangsmåten er riktig og oppgåva ikkje blir urimeleg forenkla.

Nødvendig mellomrekning og forklaring er eit krav for å vise kva som er gjort, både i Del 1 og i Del 2 av eksamen. Evna til å kommunisere matematikk er viktig her. Eleven skal presentere løysingane på ein ryddig, oversiktleg og tydeleg måte. Manglande konklusjon, nemning, bruk av nødvendig notasjon og liknande kan føre til lågare utteljing ved sensuren.

- Dersom eleven ikkje har med framgangsmåten, men berre eit korrekt svar, skal ein gi noko utteljing for dette sjølv om eleven har vist manglande kommunikasjonskompetanse. Ved meir opne oppgåveformuleringar er det spesielt viktig at eleven grunngir tolkinga av oppgåva og valet av løysingsstrategi.

Bruk av digitale verktøy i Del 2 av eksamen skal dokumenterast. Dette kan for eksempel gjerast ved å bruke «skjermdump» (PrintScreen) og kopiere dette inn i eit tekstdokument og deretter skrive ut. Bruk av digitale verktøy kan også dokumenterast gjennom ein IKT-basert eksamen.

- Eksempel på framgangsmåte og grunngiving ved bruk av CAS og andre digitale verktøy:

  Jamfør for eksempel dokumenta «Eksempeloppgåve MAT1011 Matematikk 1P Ny eksamensordning våren 2015» og «Eksempeloppgåve REA3024 Matematikk R2 Ny eksamensordning våren 2015» som er publiserte på heimesida til Utdanningsdirektoratet, http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

- **Dersom ei oppgåve krev bruk av eit digitalt verktøy og eleven ikkje bruker det digitale verktøyet, blir det låg /noko utteljing ved sensuren dersom det elles er gitt eit korrekt svar på oppgåva.**

1.6 Andre kommentarar

1.6.1 Konstruksjon (papirbasert svar Del 1) – for REA3022 Matematikk R1

- Konstruksjonsoppgåver skal i Del 1 løysast med passar, blyant og linjal. Det er generelt ikkje noko krav om hjelpefigur, men eleven skal alltid gi ei konstruksjonsforklaring.

- Svar på konstruksjonsoppgåver i Del 1 bør skje på *blankt papir,* slik at konstruksjonen kjem fram så klart som mogleg.

1.6.2 Grafteikning og skisse (papirbasert svar Del 1)

- Teikning av grafar og skisser kan gjerast for hand på papir. Dette kan gjerast anten med penn eller blyant.

- Det er viktig at elevane fører på skala og namn på aksane når dei teiknar grafar i svaret sitt.

- Det er generelt ikkje noko krav om verditabell over utrekna funksjonsverdiar, med mindre det er spurt spesielt om det i oppgåva.

- Når omgrepet ”skisse” blir brukt i samband med teikningar, grafar og liknande, er det ikkje snakk om ei nøyaktig teikning i riktig målestokk. Eleven kan da *ikkje* utan vidare måle på sjølve skissa for å svare på oppgåva.

- Dersom elevane blir bedt om å skissere ein graf, er det tilstrekkeleg at dei skisserer forma på kurva i svaret. Her blir det ikkje stilt så store krav til å vere nøyaktig som ved teikning av grafar. Ein bør likevel ta med viktige punkt som null-, botn-, topp- og eventuelt vendepunkt. På skissa/teikninga av grafen skal avlesingar markerast tydeleg.

- Når elevane blir bedt om å bestemme eventuelle topp-, botn- eller vendepunkt på grafen til ein funksjon, *ei drøfting av funksjonen*, kan dei anten bruke forteiknslinjer og drøfte den deriverte eller på annan måte gjere greie for forteiknet til den deriverte, eventuelt bruke den dobbelt deriverte for å avgjere om dei kritiske x-verdiane gir toppunkt (at grafen er konkav ned) eller botnpunkt (at grafen er konveks).

1.6.3 Digitale verktøy på Del 2 av eksamen

Det er ein føresetnad at elevane er kjende med ulike digitale verktøy, og at dei kan bruke dei på ein formålstenleg måte under Del 2 av eksamen. Datamaskin med digitale verktøy er obligatorisk å bruke i ulike eksamenskodar:

Eksamenskode	Datamaskin med digitalt verktøy
MAT0010 Matematikk (grunnskole)	• Rekneark • Grafteiknar
MAT1011 Matematikk 1P MAT1015 Matematikk 2P MAT1005 Matematikk 2P-Y	• Rekneark • Grafteiknar
MAT1013 Matematikk 1T MAT1017 Matematikk 2T MAT1010 Matematikk 2T-Y REA3022 Matematikk R1 REA3024 Matematikk R2 REA3026 Matematikk S1 REA3028 Matematikk S2	• CAS • Grafteiknar

Vi anbefalar mest mogeleg oppdatert programvare installert på datamaskina.

1.6.3.1 Dynamisk geometriprogram (programvare på datamaskin). Ikkje obligatorisk.

- Dynamisk geometriprogram kan brukast til å teikne geometriske figurar. Det er spesielt i eksamenskoden REA3022 Matematikk R1 at dette digitale verktøyet kan vere aktuelt å bruke. Denne programvara er ikkje obligatorisk å bruke.

- Ved *teikning* av geometriske figurar med dynamisk geometriprogram ("Teikn …") under Del 2 av eksamen er det tillate å bruke alle funksjonstastar/kommandoar direkte i programvara. Eksempel på slike er funksjonstastar/kommandoar som teiknar normalar, halverer vinklar, lagar midtnormal, teiknar parallelle linjer, og så vidare.

- Elevane må leggje ved ei oversikt over kva som er gjort i programvara, i svaret sitt.

- Elevane vil bli prøvde i klassisk konstruksjon med passar og linjal under Del 1, jf. kapittel 1.6.1.

- I Del 2 kan det for eksempel stå «teikne eller konstruer». Elevane kan da velje om dei vil bruke dynamisk geometriprogram eller konstruere med passar og linjal. Vi bruker *ikkje* ordet «konstruer» når vi opnar opp for dynamisk geometriprogram. Da føretrekkjer vi «teikne» i staden.

1.6.3.2 Grafteiknar (programvare på datamaskin). Obligatorisk.

- Ein digital grafteiknar finst i mange variantar og skal brukast i alle skriftlege eksamenskodar i matematikk.
- Det skal gå klart fram av den grafiske framstillinga kva skala som er brukt, og kva storleik som kan lesast av, på kvar av aksane.
- Det er ein fordel at funksjonsuttrykket som er tasta inn i grafteiknaren, kjem fram, slik at sensor enklare kan vurdere grafteikninga.
- Dersom elevane bruker ein slik grafteiknar, treng dei ikkje å oppgi verken verditabell eller framgangsmåte (korleis dei har gått fram for å teikne grafen).
- Elevane må derimot forklare *kva kommandoar dei har brukt* for å finne for eksempel skjeringspunkt og ekstremalpunkt.
- Elevane kan leggje ved forklaringar over kva som er gjort i programvara, dersom dei finn det formålstenleg.

Frå Eksamen MAT1013 Matematikk 1T Hausten 2014, Oppgåve 2 i Del 2:

Grete observerer ein bakteriekultur. Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = -0{,}1x^4 + 5{,}5x^3 - 150x^2 + 5\,500x + 200\,000$$

viser talet på bakteriar $B(x)$ i bakteriekulturen x timar etter at ho starta observasjonane.

a) Teikne grafen til B for $x \in [0,\ 60]$.

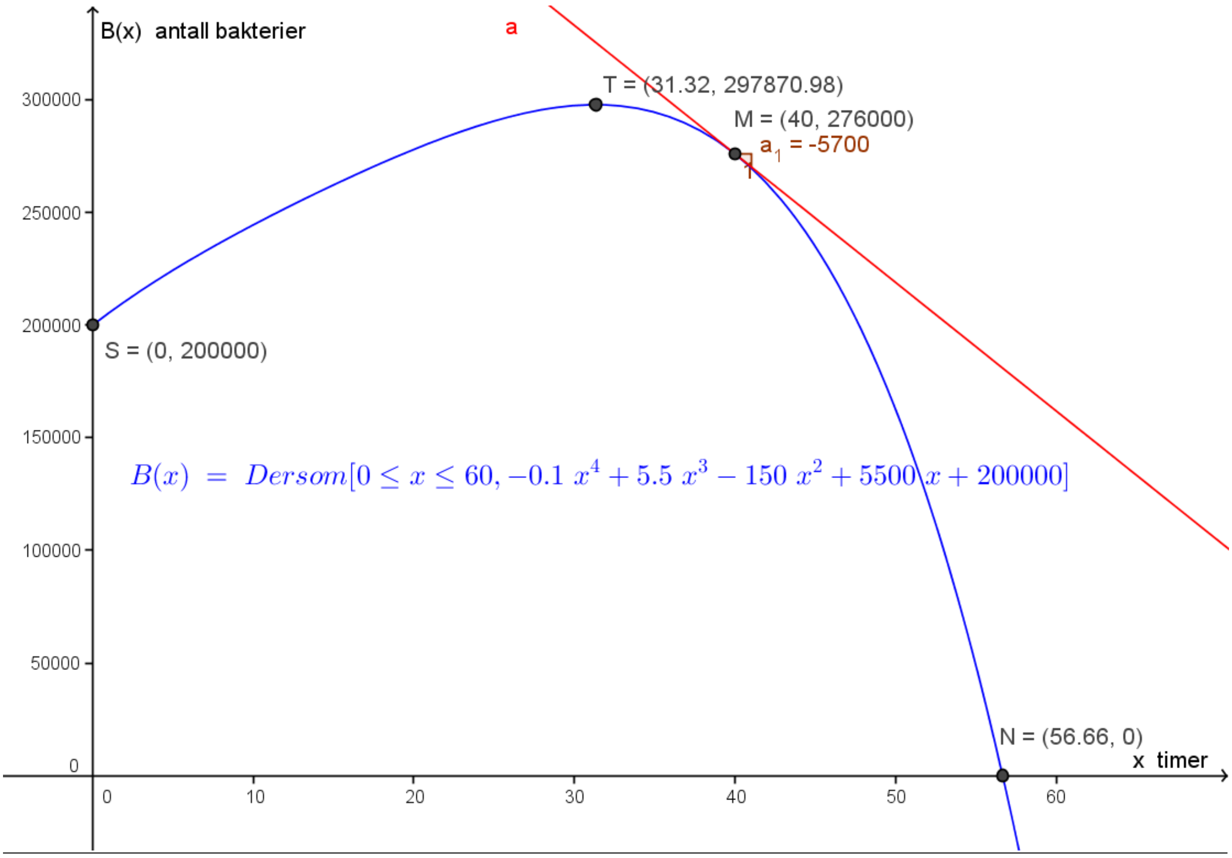
b) Bestem toppunktet på grafen og skjeringspunkta mellom grafen og aksane.

c) Kva fortel svara i oppgåve b) om bakteriekulturen?

d) Bestem den momentane vekstfarten til bakteriekulturen etter 40 timar.

Eksempel på svar med grafteiknar:

a) Grafen til f (innanfor definisjonsområdet). Namn på aksen og skala.



b) Toppunkt: Sjå punkt T. Kommando: Ekstremalpunkt. Skjeringspunkt med y-aksen: Sjå punkt S. Skjeringspunkt med x-aksen: Sjå punkt N. Kommando: Nullpunkt.

c) Det var 200 000 bakteriar i bakteriekulturen da Grete starta observasjonane, sjå punkt S.

Cirka 56,5 h etter at Grete starta observasjonane, var det ingen bakteriar igjen i bakteriekulturen. Sjå punkt N.

d) Momentan vekstfart etter 40 timar: -5700. Stigingstal i punkt M. Talet på bakteriar går da ned med 5700 per time.

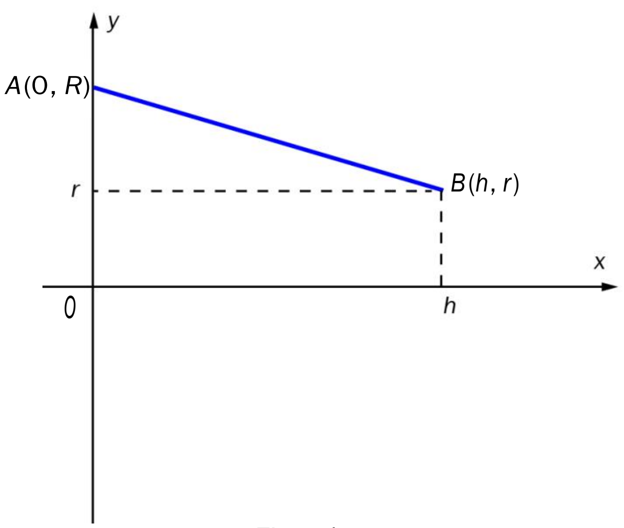
Kandidatane kan kortfatta svare på spørsmåla ved å vise til grafteikninga. Det er ikkje nødvendig å ta med framgangsmåte for å vise korleis grafen har komme fram. Heller ikkje verditabell er eit krav. Det er ein fordel at kandidatane får fram kva funksjonsuttrykk dei har tasta inn i programmet. Dei ulike punkta bør komme fram med koordinatar.

1.6.3.3 CAS – Computer Algebra System – (programvare på datamaskin). Obligatorisk.

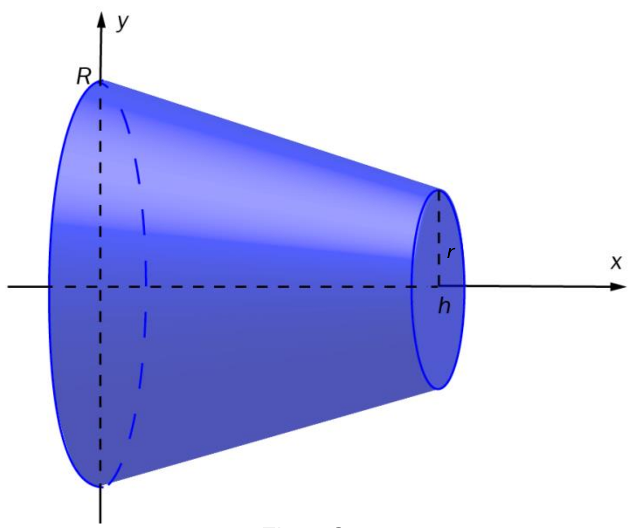
- CAS er å forstå som ein symbolbehandlande (og numerisk) kalkulator. CAS skal brukast i eksamenskodane for 1T, 2T, 2T-Y, R1, R2, S1 og S2.
- Eksamenskandidatane skal dokumentere bruken av CAS. Dei kan for eksempel ta ein «skjermdump» (Print Screen). Dei kan eventuelt knyte kommentarar til CAS og konkludere i forhold til problemstillinga.
- Eksamenskandidatane må sjølve finne for eksempel ei riktig setning, kommando eller stille opp ei riktig likning. Deretter kan CAS brukast direkte.

Frå «Eksempeloppgåve REA3024 Matematikk R2 Ny eksamensordning våren 2015», oppgåve 2 i Del 2:

Ei rett linje går gjennom punkta $A(0, R)$ og $B(h, r)$. Sjå figur 1. Ei rett, avkorta kjegle kjem fram ved å rotere linjestykket AB $360°$ om x-aksen. Sjå figur 2.



Figur 1



Figur 2

a) Vis at linja gjennom A og B har likninga $y = \dfrac{r-R}{h} \cdot x + R$

b) Bruk CAS til å vise at volumet V av den rette, avkorta kjegla er

$$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

c) Forklar kort kva for omdreiingslekam vi får dersom $r = 0$ og dersom $r = R$.

Eksempel på svar med krav til CAS i oppgåve 2 b):

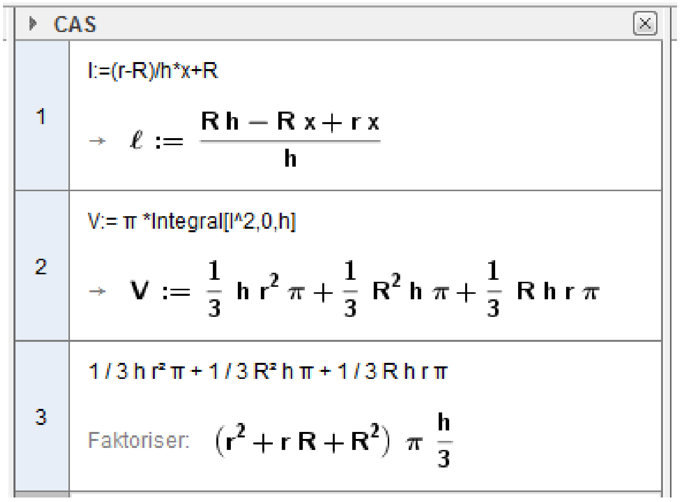
a) Den rette linja har likninga $y = ax + b$.

Skjering med *y*-aksen: $b = R$.

Stigingstal: $a = \dfrac{r-R}{h-0} = \dfrac{r-R}{h}$

Dermed er likninga for den rette linja $y = \dfrac{r-R}{h} \cdot x + R$

b) Bruker CAS til å bestemme volumet av den rette, avkorta kjegla:



Kommentar: I denne oppgåva skal kandidaten bruke CAS. Viss ikkje oppnår eleven låg/noko utteljing ved sensuren. Her krevst det ikkje forklarande tekst utover å dokumentere det som er gjort i CAS. I andre oppgåver og svar kan det vere nødvendig å knyte nokre korte kommentarar til enkelte utrekningar i CAS.

c) Dersom $r = 0$, går linja gjennom $A(0, R)$ og $B(h, 0)$. Omdreiingslekam: Rett kjegle.

Dersom $r = R$, går linja gjennom $A(0, R)$ og $B(h, R)$. Omdreiingslekam: Rett sylinder.

Vi viser elles til publiserte eksempeloppgåver i eksamenskodane for 1T, 2T, 2T-Y, R1, S1, R2 og S2 for fleire eksempel på oppgåver som krev bruk av CAS.
http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

1.6.3.4 Rekneark (programvare på datamaskin). Obligatorisk.

- Det skal brukast rekneark i eksamenskodane for 1P, 2P og 2P-Y. Bruk av rekneark er også obligatorisk ved sentralt gitt skriftleg eksamen i MAT0010 Matematikk, og elevane skal ha fått kjennskap til dette digitale verktøyet på ungdomsskolen.

- Ei reknearkutskrift *skal* ha med rad- og kolonneoverskrifter. Utskrifta *skal* også vere identifiserbar, det vil seie at ho inneheld oppgåvenummer, namn på skolen og kandidatnummer.

- Ved bruk av rekneark bør eleven i størst mogleg grad nytte formlar, slik at løysinga blir dynamisk, det vil seie at løysinga endrar seg dersom tala i ei oppgåve blir endra.

- Når eit rekneark blir skrive ut, skal rad- og kolonneoverskrifter vere med på utskrifta.

- Eleven skal anten ta ei formelutskrift av reknearket eller skrive formlane som er brukte, i ein tekstboks.

- Eleven bør tilpasse løysinga på reknearket til eitt eller to utskriftsark ved bruk av førehandsvising før utskrift.

- Sjølv om det er det faglege innhaldet som primært skal vurderast, vil også presentasjonen av løysinga bli vurdert (kommunikasjonskompetanse).

Vi viser til «Eksempeloppgåve MAT1011 Matematikk 1P Ny eksamensordning våren 2015» for eksempel på bruk av rekneark.

Elevane bør lage reknearkmodellane sjølve, og bruken av formlar blir vurdert i forhold til om reknearket er blitt «dynamisk», det vil seie, dersom vi endrar inndata, blir også utdata endra automatisk, slik at det blir enkelt å bruke same rekneark om igjen til liknande oppgåver.

Det er derfor ikkje alltid formålstenleg eller ein fordel å bruke ferdigmodellar.

1.6.4 Digitale verktøy og matematisk symbolbruk

I digitale verktøy kan matematisk symbolbruk avvike noko frå den klassiske symbolnotasjonen. Eksempel på dette er /, *, ^ , 4.5E06 og så vidare. Dette er godkjend notasjon, og elevane må ikkje trekkjast for dette under sensuren. Meir klassisk (og korrekt) notasjon, og symbol- og formalismekompetanse blir prøvd i Del 1 av eksamen.

1.7 Papirbasert eksamen

Del 1 av eksamen i matematikk er papirbasert. Når Del 2 skal leverast som ein papirbasert eksamen, kan kandidatane svare på Del 2 på papir og ta utskrifter frå programvare på datamaskin.

Papirbasert eksamen betyr også at det må vere mogleg for kandidatane å ta utskrifter. Vi presiserer at ein papirbasert eksamen også inkluderer bruk av datamaskin med påkravd programvare. Kandidatane svarer da utelukkande på papir / utskrifter frå programvare.

Del 1 og Del 2 skal sendast som svar på papir til sensor med «ekspress over natta», slik at svaret kjem raskast mogleg fram til sensor.

1.8 IKT-basert eksamen

I vidaregåande opplæring og i grunnskolen står skolane fritt til å arrangere "IKT-basert eksamen" for Del 2 av den todelte eksamenen i matematikk. Medan Del 1 av todelt eksamen skal svarast på med papir og sendast per vanleg post til sensor, vil IKT-basert eksamen av Del 2 måtte svarast på ved hjelp av datamaskin og eit datadokument som blir sendt elektronisk til sensor.

Dersom ein vil arrangere IKT-basert eksamen, er det viktig å setje seg grundig inn i korleis dette skal gjerast, og kva systemkrav og krav til format som gjeld. Informasjon om IKT-basert eksamen finn du her: http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

IKT-basert eksamen skal gjennomførast slik:

1) Eksamenskandidaten loggar seg inn på Utdanningsdirektoratets prøvegjennomføringssystem (PGS) med tildelt brukarnamn og passord.

2) Eksamenskandidaten lastar ned eksamensoppgåva frå Utdanningsdirektoratets prøvegjennomføringssystem PGS-A når Del 2 kan begynne.

3) Eksamenskandidaten svarer på eksamensoppgåva ved hjelp av datamaskin og diverse digitale verktøy, og lagrar svaret.

4) Eksamenskandidaten lastar opp svaret til PGS-A.

5) Sensor hentar svaret i prøveadministrasjonssystemet PAS, der også karakterane blir sette ved fellessensuren.

På http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/ finn du diverse oppdaterte brukarrettleiingar for skolen, for eksamenskandidatane og for sensur.

Gode råd for korleis ein går fram, og kva filformat som er tillatne for eksamenskandidatar som skal svare på Del 2 av todelt, sentralt gitt eksamen i matematikk som IKT-basert eksamen:

- Avhengig av kva fagkode i matematikk du skal ta eksamen i, er det viktig at du har ei datamaskin og dei digitale verktøya du treng for å svare på eksamen i denne fagkoden.

- Som basisdokument bør du ha eit tekstbehandlingsprogram (for eksempel Word).

- Hugs å lage topp- eller botntekst i tekstbehandlingsdokumentet, der du skriv namnet på skolen og kandidatnummeret ditt. For meir informasjon om identifisering av svaret ditt kan du lese brukarrettleiinga for kandidatar her:
  http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

- Hugs også løpande oppgåvenummerering, der du kopierer inn for eksempel ein del av eit rekneark eller eit diagram i ei oppgåve, medan du kopierer inn ei digital grafteikning eller ei utrekning frå CAS til neste oppgåve, og så vidare. Skriv elles utfyllande kommentarar til kvar oppgåve, slik at du svarer best mogleg på oppgåva.

Når du er ferdig med Del 2 av todelt eksamen i matematikk, må du hugse å lagre og laste opp svaret ditt i PGS-A. Sjå brukarrettleiinga for kandidatar:

http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

- Det finst svært mange typar digitale verktøy i matematikk, noko som inneber at det finst mange filformat. PGS godtek ikkje alle typar filformat. Derfor kan det vere mest praktisk å bruke eit tekstbehandlingsdokument og deretter kopiere frå dei andre digitale verktøya og inn i tekstbehandlingsdokumentet. PGS godtek for eksempel filformatet ”-.doc” (tekstbehandlingsdokument).

- Desse filformata kan nyttast i samband med IKT-basert eksamen: doc, pdf, rtf, xls, ods, odt, xlsx, docx, sxc, sxw, html, txt.

- Det er lagt inn ein kontroll i PGS-A som gjer at andre typar filformat blir avviste.

- Maksimal filstorleik på svaret er 10 MB. Dersom fila er større enn det, må ho først pakkast (”zippast”). Desse formata kan nyttast til slik pakking: 7z, z, gz, rar, tar, zip

Ved IKT-basert eksamen i matematikk må HEILE svaret på Del 2 samlast i éi fil og leverast digitalt til sensor, ikkje berre delvis. Elevane/privatistane kan altså ikkje levere Del 2 delvis på papir og delvis som IKT-basert eksamen eller levere fleire filer.

NB! Dersom skolen skannar Del 1 og leverer elektronisk til sensor, står skolen ansvarleg for at lesekvaliteten på svaret er tilstrekkeleg god.

1.9 Kommentarar til kjenneteikn på måloppnåing

Bakgrunnen for kjenneteikn på måloppnåing er St.meld. nr. 30 (2003–2004), som slår fast at når det blir innført nye læreplanar med mål for kompetansen hos elevane (Kunnskapsløftet), vil ei standardbasert (kriteriebasert) vurdering leggjast til grunn for eksamenskarakterane.

Kjenneteikna på måloppnåing uttrykkjer i kva grad eleven har nådd kompetansemåla i læreplanen. Matematikkompetansen som kjenneteikna beskriv, er delt inn i tre kategoriar:

- omgrep, forståing og ferdigheiter
- problemløysing
- kommunikasjon

Innhaldet i desse kategoriane beskriv matematikkompetanse på tvers av kompetansemåla i læreplanen og er meint å vere til hjelp for det faglege skjønnet til sensor når prestasjonen til eleven blir vurdert. Dei tre kategoriane kan ikkje forståast kvar for seg, men er angitt slik for å gi ei oversikt, slik at sensor lettare skal få eit heilskapsinntrykk av svaret. Kjenneteikna for alle tre kategoriane gjeld for både Del 1 og Del 2 av eksamen.

Omgrep, forståing og ferdigheiter
Denne kategorien er ein viktig og grunnleggjande del av matematikkompetansen. God kunnskap her er avgjerande for å kunne takle større og meir samansette utfordringar. Kjenneteikna i denne kategorien beskriv i kva grad eleven kjenner, forstår og handterer matematiske omgrep. Vidare ventar ein at eleven kan avkode, omsetje og behandle mellom anna symbol og formlar. Det er ikkje berre snakk om bokstavrekning og løysing av likningar, men også talsymbol, matematiske teikn og formelle sider ved elementær rekning. For eksempel er det ikkje lov å skrive $6+\cdot 5$ eller $6--3$. Vidare er $2\cdot(3+4)$ ikkje det same som $2\cdot 3+4$, og -2^2 er ikkje det same som $(-2)^2$. I denne kategorien inngår også det å forstå og handtere ulike representasjonar av omgrep. For eksempel kan π (pi) representerast ved hjelp av symbolet π eller som ein uendeleg desimalbrøk 3,141592265... eller som ei rasjonal tilnærming (for eksempel brøkane $\frac{22}{7}$ eller $\frac{223}{71}$) eller geometrisk som omkretsen av ein sirkel med diameter 1, og så vidare. Eit anna eksempel er omgrepet «lineær funksjon», som kan representerast som eit funksjonsuttrykk eller ein regel $y=f(x)=2x-1$, som ein teikna graf i eit koordinatsystem, som ein verditabell med verdiar for x og y, som eit geometrisk objekt, for eksempel den rette linja som går gjennom punkta $(0,-1)$ og $(2,3)$, eller algebraisk som løysingsmengda til ei likning, for eksempel $3y-6x+3=0$.

Problemløysing
Denne kategorien seier noko om evna eleven har til å løyse ulike problemstillingar. "Problem" må ein her forstå vidt – frå enkle, rutinemessige oppgåver til større, meir samansette problem. Det er altså snakk om korleis eleven bruker kunnskapar og ferdigheiter på ulike matematiske problemstillingar og ser samanhengar i faget og mellom hovudområda i læreplanen. "Problem" kan ein også forstå relativt. Det som er eit problem for éin elev, kan opplevast som elementært for andre elevar, avhengig av nivået eleven er på. Denne kategorien vil også beskrive kompetansen hos eleven når det gjeld modellering – i kva grad eleven kan lage, ta i bruk og vurdere modellar. Det kan for eksempel dreie seg om å betrakte ein vekstfunksjon eller undersøkje kostnadene ved å bruke mobiltelefon. I denne kategorien er det også naturleg å vurdere i kva grad eleven er kjend med ulike hjelpemiddel og kan bruke dei på ein

formålstenleg måte under eksamen. Vidare er det naturleg å vurdere i kva grad eleven viser matematisk tankegang, og om eleven har evne til å vurdere svar i samband med ulike matematiske problemstillingar.

Kommunikasjon
Denne kategorien beskriv mellom anna i kva grad eleven klarer å setje seg inn i ein matematisk tekst, og i kva grad eleven kan uttrykkje seg i matematikk ved hjelp av det matematiske symbolspråket. Det er viktig at eleven viser framgangsmåtar, argumenterer og forklarer den matematiske løysinga. Dette er spesielt viktig i samband med bruk av digitale verktøy.

*** *** ***

Kategorien ”problemløysing” er den mest sentrale kategorien for vurderingsgrunnlaget til sensor, men det er også viktig at kjenneteikna på måloppnåing i alle tre kategoriar blir sett i samanheng og ikkje kvar for seg. Det er ikkje vasstette skott mellom kategoriane, men flytande overgangar.

Kjenneteikna på måloppnåing skal gi informasjon om kva det blir lagt vekt på i vurderinga av prestasjonen til eleven. Dei skal vidare beskrive kvaliteten på den kompetansen elevane viser (kva dei beherskar), ikkje mangel på kompetanse.

Kjenneteikna beskriv kvaliteten på den matematiske kompetansen til elevane på tvers av hovudområda og kompetansemåla i læreplanen.

Ved å bruke kjenneteikn på måloppnåing og eventuelt poeng kan sensor danne seg eit bilete av eller lage ein profil over den matematiske kompetansen eleven har vist. Kategoriane av matematikkompetanse inneheld kjenneteikn knytte til tre ulike karakternivå:

- ”låg” kompetanse (karakteren 2)
- ”nokså god” / ”god” kompetanse (karakterane 3 og 4)
- ”mykje god” / ”framifrå” kompetanse (karakterane 5 og 6)

Målet med kjenneteikna er å gi ein peikepinn, ei retning for korleis sensor skal vurdere prestasjonen, og er ikkje nødvendigvis ei ”millimeterpresis” beskriving av ulike kompetansenivå.

Kjenneteikn på måloppnåing

Matematikk fellesfag og programfag i vidaregåande opplæring

Kompetanse	Karakteren 2	Karakterane 3 og 4	Karakterane 5 og 6
Omgrep, forståing og ferdigheiter	*Eleven* – forstår ein del grunnleggjande omgrep – beherskar ein del enkle, standardiserte framgangsmåtar	*Eleven* – forstår dei fleste grunnleggjande omgrep og viser eksempel på forståing av samanhengar i faget – beherskar dei fleste enkle, standardiserte framgangsmåtar, har middels god rekneteknikk og bruk av matematisk formspråk, viser eksempel på logiske resonnement og bruk av ulike matematiske representasjonar	*Eleven* – forstår alle grunnleggjande omgrep, kombinerer omgrep frå ulike område på ein sikker måte og har god forståing av djupare samanhengar i faget – er sikker i rekneteknikk, logiske resonnement, bruk av matematisk formspråk og bruk av ulike matematiske representasjonar
Problemløysing	*Eleven* – viser eksempel på å kunne løyse enkle problemstillingar med utgangspunkt i tekstar, figurar og praktiske og enkle situasjonar – klarer iblant å planleggje enkle løysingsmetodar eller utsnitt av meir kompliserte metodar – kan avgjere om svar er rimelege, i ein del enkle situasjonar – viser eksempel på bruk av hjelpemiddel knytte til enkle problemstillingar – kan bruke hjelpemiddel til å sjå ein del enkle mønster	*Eleven* – løyser dei fleste enkle og ein del middels kompliserte problemstillingar med utgangspunkt i tekstar, figurar og praktiske situasjonar, og viser eksempel på bruk av fagkunnskap i nye situasjonar – klarer delvis å planleggje løysingsmetodar i fleire steg og å lage seg fornuftige hypotesar – kan ofte vurdere om svar er rimelege – bruker hjelpemiddel på ein formålstenleg måte i ein del ulike samanhengar – klarer delvis å bruke digitale verktøy til å finne matematiske samanhengar	*Eleven* – utforskar problemstillingar, stiller opp matematiske modellar og løyser oppgåver med utgangspunkt i tekstar, figurar og nye og komplekse situasjonar – er sikker i planlegging av løysingsmetodar i fleire steg og formulering av hypotesar knytte til løysinga, viser kreativitet og originalitet – er sikker i vurdering av svar, kan reflektere over om metodar er formålstenlege – er sikker i vurderinga av kva moglegheiter og avgrensingar hjelpemidla har, og i val mellom hjelpemiddel – kan bruke digitale verktøy til å finne matematiske samanhengar, og kan setje opp hypotesar ut frå det
Kommunikasjon	*Eleven* – presenterer løysingar på ein enkel måte, for det meste med uformelle uttrykksformer	*Eleven* – presenterer løysingar på ein relativt samanhengande måte med forklarande tekst i eit delvis matematisk formspråk	*Eleven* – presenterer løysingar på ein oversiktleg, systematisk og overtydande måte med forklarande tekst i eit matematisk formspråk

Karakteren 1 uttrykkjer at eleven har svært låg kompetanse i faget.

1.10 Vurdering av oppnådd kompetanse

1.10.1 Vurdering i matematikk

Læreplanane og *forskrift til opplæringslova* er grunndokument for vurderingsarbeidet. *Forskrift til opplæringslova* §§ 3-25 og 4-18 slår fast:

> *Eksamen skal organiserast slik at eleven/deltakaren eller privatisten kan få vist kompetansen sin i faget. Eksamenskarakteren skal fastsetjast på individuelt grunnlag og gi uttrykk for kompetansen til eleven/deltakaren eller privatisten slik den kjem fram på eksamen.*

Kompetanse er i denne samanhengen definert som evna til å møte ei kompleks utfordring eller utføre ein kompleks aktivitet eller oppgåve.[1] Eksamensoppgåvene blir utforma slik at dei prøver denne kompetansen. Grunnlaget for å vurdere kompetansen elevane viser i eksamenssvaret, er kompetansemåla i læreplanen for fag.[2]

Dei grunnleggjande ferdigheitene er integrerte i kompetansemåla i alle læreplanane for fag. Grunnleggjande ferdigheiter vil derfor kunne prøvast indirekte til sentralt gitt eksamen. Grunnleggjande ferdigheiter utgjer ikkje eit sjølvstendig vurderingsgrunnlag.

Forskrift til opplæringslova §§ 3-4 og 4-4 har generelle karakterbeskrivingar for grunnopplæringa:

a) *Karakteren 6 uttrykkjer at eleven har framifrå kompetanse i faget.*
b) *Karakteren 5 uttrykkjer at eleven har mykje god kompetanse i faget.*
c) *Karakteren 4 uttrykkjer at eleven har god kompetanse i faget.*
d) *Karakteren 3 uttrykkjer at eleven har nokså god kompetanse i faget.*
e) *Karakteren 2 uttrykkjer at eleven har låg kompetanse i faget.*
f) *Karakteren 1 uttrykkjer at eleven har svært låg kompetanse i faget.*

Sensuren av eksamensoppgåvene er kriteriebasert. Sensorane skal vurdere kva eleven *kan*, framfor å finne ut kva eleven *ikkje kan*. Når sensor bruker poeng, skal ein gi utteljing for det eleven har prestert, *ikkje* poengtrekk for det eleven ikkje har fått til.

Det er sjeldan utan verdi at eleven løyser oppgåva på ein annan måte enn den det i utgangspunktet blir bedt om i oppgåveteksten, sjølv om ein da ikkje kan sjå på svaret som fullgodt.

Dersom det oppstår tvil om ulike oppfatningar av oppgåveteksten, vil sensorane vere opne for rimelege tolkingar.

---

[1] St.meld. nr. 30 (2003–2004) *Kultur for læring*.
[2] *Forskrift til opplæringslova* §§ 3-3 og 4-3.

Den endelege karakteren skal byggje på det faglege skjønnet til sensor og på ei samla vurdering av prestasjonen til eleven basert på kjenneteikn på måloppnåing. Karakterfastsetjinga kan derfor ikkje utelukkande vere basert på ein poengsum eller på feil og manglar ved prestasjonen. Poenggrenser ved sensuren er rettleiande og må stå i eit rimeleg forhold til kjenneteikna på måloppnåing.

Bruk av poeng og poenggrenser er, som tidlegare nemnt, berre rettleiande i vurderinga. Sensor må sjå nærmare på kva oppgåver eleven oppnår poeng på, og ikkje berre på ein poengsum. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering av Del 1 og Del 2.

Sensor vurderer derfor, med utgangspunkt i kjenneteikna på måloppnåing, i kva grad eleven

- viser rekneferdigheiter og matematisk forståing
- gjennomfører logiske resonnement
- ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar
- kan bruke formålstenlege hjelpemiddel
- vurderer om svar er rimelege
- forklarer framgangsmåtar og grunngir svar
- skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

1.10.2 Sensorrettleiing og vurderingsskjema

Utdanningsdirektoratet publiserer sensorrettleiingar på eksamensdagen i alle eksamenskodar i matematikk. Saman med sensorrettleiingane blir det publisert vurderingsskjema som sensorane skal bruke. Formålet med desse publikasjonane er å støtte opp om den sentrale sensuren og sikre ein rettferdig sensur.

Sensorrettleiing og vurderingsskjema blir publiserte på eksamensdagen, etter at eksamen i den aktuelle fagkoden er halden. Desse dokumenta blir lagde ut på nettsidene til Utdanningsdirektoratet:

http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

Sensorrettleiinga inneheld kommentarar til oppgåvene og retningslinjer til sensor om vurderinga. Vi føreset at alle sensorar følgjer rettleiinga. Sensorrettleiinga og vurderingsskjemaet inneheld poengfordeling for kvar fagkode. Alle sensorar må følgje denne poengfordelinga i sensuren sin. *NB! Bruk av poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett ut frå ei heilskapsvurdering av svaret, bruk av kjenneteikn på måloppnåing og det faglege skjønnet til sensor i samsvar med rapporten om førehandssensur.*

1.10.3 Førehandssensur og rapport om førehandssensur

Som tidlegare blir det ved våreksamen halde førehandssensur på bakgrunn av førsteinntrykka frå sensorane nokre få dagar etter eksamen i faget. På bakgrunn av dette blir det utarbeidd ein rapport om førehandssensuren, som blir publisert på nettsidene til Utdanningsdirektoratet på same stad som sensorrettleiinga. Desse rapportane er til sensorane og er ikkje eit endeleg resultat av sensuren.

http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/

Rapporten om førehandssensur kan innehalde justeringar av sensorrettleiingane som blir publiserte på eksamensdagen. Vi føreset at alle sensorar følgjer rettleiinga i rapporten. Rapporten vil vanlegvis innehalde poengfordeling og poenggrenser. Alle sensorane må følgje denne poengfordelinga i sensuren sin. *NB! Bruk av poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett på bakgrunn av ei samla vurdering av svaret, bruk av kjenneteikn på måloppnåing og det faglege skjønnet til sensor i samsvar med rapporten om førehandssensuren.*

Alle sensorar er forplikta til å følgje all rettleiing frå Utdanningsdirektoratet, det vil seie

- eksamensrettleiinga inkludert kjenneteikn på måloppnåing
- sensorrettleiinga og vurderingsskjema
- rapporten om førehandssensur

2 Formelark. Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i MAT1011 Matematikk 1P (Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)	
Rektangel	$A = g \cdot h$
Trekant	$A = \dfrac{g \cdot h}{2}$
Parallellogram	$A = g \cdot h$
Trapes	$A = \dfrac{(a+b) \cdot h}{2}$
Sirkel	$A = \pi \cdot r^2$ $\quad O = 2\pi r$
Prisme	$V = G \cdot h$
Sylinder	$V = \pi r^2 h$
Geometri	Formlikskap Målestokk Pytagoras' setning
Proporsjonalitet	Proporsjonale storleikar Omvendt proporsjonale storleikar
Rette linjer	$y = ax + b$
Vekstfaktor	$1 + \dfrac{p}{100}$ $1 - \dfrac{p}{100}$
Økonomi	Prisindeks Kroneverdi Reallønn
Sannsyn	Sannsyn ved systematiske oppteljingar $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i MAT1015 Matematikk 2P (Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)	
Potensar	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $\quad$ $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$ $\quad$ $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
Standardform	$a = \pm k \cdot 10^n \qquad 1 \le k < 10$ og n er et helt tall
Vekstfaktor	$1 + \frac{p}{100}$ $1 - \frac{p}{100}$
Statistikk	Gjennomsnitt Median

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i MAT1005 Matematikk 2P – Yrkesfag Påbygging til generell studiekompetanse

(Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)

Standardform	$a = \pm k \cdot 10^n \qquad 1 \le k < 10$ og n er et helt tall
Potensar	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $\qquad (a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$ $\qquad a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
Vekstfaktor	$1 + \frac{p}{100}$ $1 - \frac{p}{100}$
Rette linjer	$y = ax + b$
Sannsyn	Sannsyn ved systematiske oppteljingar $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige
Statistikk	Gjennomsnitt Median

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i MAT1013 Matematikk 1T

(Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)

Standardform	$a = \pm k \cdot 10^n \quad 1 \le k < 10$ og n er et helt tall
Vekstfaktor	$1 + \dfrac{p}{100}$ $1 - \dfrac{p}{100}$
Rette linjer	$y = ax + b$ $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $y - y_1 = a(x - x_1)$
Potensar	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$ $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
Kvadratsetningane og konjugatsetninga	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Likning av andre grad	$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Logaritmar	$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\lg b}{\lg a}$ $\lg x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^c$
Vekst og derivasjon	Gjennomsnittleg vekstfart Momentan vekstfart Definisjon av den deriverte $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsregel for polynomfunksjonar
Trigonometri i rettvinkla trekantar	$\sin v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenus}}$ $\cos v = \dfrac{\text{hosliggende katet}}{\text{hypotenus}}$ $\tan v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggende katet}}$

Geometri	$\text{Areal} = \frac{1}{2} b c \sin A$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
Sannsyn	Sannsyn ved systematiske oppstillingar $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i MAT1017 Matematikk 2T (Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)	
Vektorrekning	$[x, y] = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$ $t[x, y] = [tx, ty]$ $[x_1, y_1] \pm [x_2, y_2] = [x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2]$ $[x_1, y_1] \cdot [x_2, y_2] = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ $\lvert [x, y] \rvert = \sqrt{x^2 + y^2}$ $[x_1, y_1] = [x_2, y_2] \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = x_2$ og $y_1 = y_2$ $\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ frå $A(x_1, y_1)$ til $B(x_2, y_2)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert \cdot \cos u$ u er vinkel mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ $\lvert \vec{a} \rvert = \sqrt{\vec{a}^2}$ $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = t\vec{b}$ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (x_0, y_0) er et punkt på linja, $\vec{v} = [a, b]$ er parallell med linja
Sannsyn	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A) \cdot P(B \mid A)}{P(B)}$
Kombinatorikk	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ $n\,P\,r = n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ $n\,C\,r = \dbinom{n}{r} = \dfrac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$

Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Dersom binomisk eller hypergeometrisk fordeling inngår i Del 1 av eksamen, vil formlane bli oppgitt slik:

Binomisk fordeling: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

Talet på uavhengige forsøk er *n*. X er talet på gonger A inntreffer.
$P(A) = p$ i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n-m$ element i $\overline{D}$. r element blir trekte tilfeldig.
X er talet på element som blir trekte frå *D*.

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i MAT1010 Matematikk 2T – Yrkesfag Påbygging til generell studiekompetanse **(Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)**	
Vekstfaktor	$1+\frac{p}{100}$ $1-\frac{p}{100}$
Rette linjer	$y = ax + b$ $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $y - y_1 = a(x - x_1)$
Logaritmar	$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\lg b}{\lg a}$ $\lg x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^c$
Vekst og derivasjon	Gjennomsnittleg vekstfart Momentan vekstfart Definisjon av den deriverte $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsregel for polynomfunksjonar
Kombinatorikk	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ $nPr = n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$ $nCr = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$
Sannsyn	Sannsyn ved systematiske oppstillingar $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ når A og B er uavhengige $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B \mid A)}{P(B)}$
Vektorrekning	$[x, y] = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$ $t[x, y] = [tx, ty]$ $[x_1, y_1] \pm [x_2, y_2] = [x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2]$ $[x_1, y_1] \cdot [x_2, y_2] = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ $\lvert [x, y] \rvert = \sqrt{x^2 + y^2}$ $[x_1, y_1] = [x_2, y_2] \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = x_2$ og $y_1 = y_2$ $\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ frå $A(x_1, y_1)$ til $B(x_2, y_2)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert \cdot \cos u$ u er vinkel mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ $\lvert \vec{a} \rvert = \sqrt{\vec{a}^2}$ $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = t\vec{b}$

	$\vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (x_0, y_0) er et punkt på linja $\vec{v} = [a, b]$ er parallell med linja

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i REA3022 Matematikk R1 **(Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)**	
Likning av andre grad	$ax^2+bx+c=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
Faktorisering av andregradsuttrykk	$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
Polynom	Nullpunkt og polynomdivisjon
Logaritmar	$10^{\lg x}=x$ $\lg a^x = x\cdot\lg a$ $\lg(ab)=\lg a+\lg b$ $\lg\dfrac{a}{b}=\lg a-\lg b$ $a^x=b \quad \Leftrightarrow \quad x=\dfrac{\lg b}{\lg a}$ $10^x=b \quad \Leftrightarrow \quad x=\lg b$ $\lg x=c \quad \Leftrightarrow \quad x=10^c$ $e^{\ln x}=x$ $\ln a^x=x\cdot\ln a$ $\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\ln\dfrac{a}{b}=\ln a-\ln b$ $a^x=b \quad \Leftrightarrow \quad x=\dfrac{\ln b}{\ln a}$ $e^x=b \quad \Leftrightarrow \quad x=\ln b$ $\ln x=c \quad \Leftrightarrow \quad x=e^c$
Grenseverdiar	Utrekning av grenseverdiar Horisontale og vertikale asymptotar
Derivasjon	Definisjon av den deriverte $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsreglar for potens-, kvadratrot-, eksponential- og logaritmefunksjonar Derivasjonsreglar for sum, differanse, produkt og kvotient Kjerneregel
Kombinatorikk	$n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n$ $n\,P\,r=n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-r+1)=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ $n\,C\,r=\dbinom{n}{r}=\dfrac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$
Sannsyn	Sannsyn ved systematiske oppstillingar $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)$ $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ når A og B er uavhengige $P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A)\cdot P(B\mid A)}{P(B)}$
Vektorrekning	Rekning med vektorar geometrisk som piler i planet $[x,y]=x\vec{e}_x+y\vec{e}_y$ $t[x,y]=[tx,ty]$ $[x_1,y_1]\pm[x_2,y_2]=[x_1\pm x_2,y_1\pm y_2]$ $[x_1,y_1]\cdot[x_2,y_2]=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$ $\lvert[x,y]\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$

	$[x_1, y_1] = [x_2, y_2] \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = x_2$ og $y_1 = y_2$ $\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ frå $A(x_1, y_1)$ til $B(x_2, y_2)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos u$ u er vinkel mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{\vec{a}^2}$ $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = t\vec{b}$ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ (x_0, y_0) er et punkt på linja, $\vec{v} = [a, b]$ er parallell med linja
Vektorfunksjon	$\vec{r}(t) = [x(t), y(t)]$ Vektorfunksjon $\vec{v}(t) = \vec{r}\,'(t) = [x'(t), y'(t)]$ Fartsvektor $\lvert\vec{v}(t)\rvert$ Fart $\vec{a}(t) = \vec{v}\,'(t) = [x''(t), y''(t)]$ Akselerasjonsvektor $\lvert\vec{a}(t)\rvert$ Akselerasjon
Geometri	Pytagoras' setning Formlikskap Periferivinklar Skjeringssetningar for høgdene, halveringslinjene, midtnormalane og medianane i ein trekant Sirkellikning: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ $S(x_0, y_0)$ er sentrum i sirkelen, r er radius i sirkelen Sirkellikninga må kunne utleiast ved hjelp av vektorrekning på koordinatform og omformast ved hjelp av metoden med fullstendige kvadrat. Sirkelen må også kunne teiknast som to grafar, jf. kapittel 5.

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i REA3026 Matematikk S1 **(Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)**	
Potensar	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $\left(a^p\right)^q = a^{p\cdot q}$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$ $(a\cdot b)^p = a^p \cdot b^p$ $a^0 = 1$ $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
Kvadratsetningane og konjugatsetninga	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Likning av andre grad	$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Logaritmar	$10^{\lg a} = a$ $a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{\lg b}{\lg a}$ $\lg a^x = x \cdot \lg a$ $\lg(ab) = \lg a + \lg b$ $\lg x = c \quad \Leftrightarrow \quad x = 10^c$ $\lg \dfrac{a}{b} = \lg a - \lg b$
Vekst og derivasjon	Gjennomsnittleg vekstfart Momentan vekst Definisjon av den deriverte $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Derivasjonsreglar for polynomfunksjonar
Kombinatorikk	Pascals trekant $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n$ $n\,P\,r = n(n-1)\cdot \ldots \cdot (n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ $n\,C\,r = \dbinom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!\cdot(n-r)!}$
Sannsyn	Sannsyn ved systematiske oppteljingar

Binomisk og hypergeometrisk fordeling

Dersom binomisk eller hypergeometrisk fordeling inngår i Del 1 av eksamen, vil formlane bli oppgitt slik:

Binomisk fordeling: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

Talet på uavhengige forsøk er *n*. *X* er talet på gonger *A* inntreffer.
P(A) = p i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n-m$ element i $\overline{D}$. *r* element blir trekte tilfeldig.
X er talet på element som blir trekte frå *D.*

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i REA3024 Matematikk R2 **(Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)**	
Aritmetiske rekkjer	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $s_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$
Geometriske rekkjer	$a_n = a_1 k^{n-1}$ $s_n = \frac{a_1(k^n - 1)}{k-1}$ når $k \neq 1$
Uendelege geometriske rekkjer	$s = \frac{a_1}{1-k}$ når $-1 < k < 1$ Bestemme konvergensområdet for rekkjer med variable kvotientar
Induksjonsbevis	Gjennomføre og gjere greie for induksjonsbevis
Derivasjon	Kunne derivere polynomfunksjonar, potensfunksjonar, rasjonale funksjonar, logaritmefunksjonar og eksponentialfunksjonar og bruke $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ Kunne derivere samansetningar av funksjonar
Ubestemt integral	$F(x) = \int f(x)\,dx$ betyr at $F'(x) = f(x)$ $\int x^r\,dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C$ når $r \neq -1$ $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + C$ $\int e^x\,dx = e^x + C$ $\int a^x\,dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + C$ $\left.\begin{array}{l} \int \cos x\,dx = \sin x + C \\ \int \sin x\,dx = -\cos x + C \\ \int (1 + \tan^2 x)\,dx = \tan x + C \\ \int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \tan x + C \end{array}\right\\}$ x i absolutt vinkelmål
Integrasjonsmetodar	$\int (u(x) \pm v(x))\,dx = \int u(x)\,dx \pm \int v(x)\,dx$ $\int k \cdot u(x)\,dx = k\int u(x)\,dx$, k er ein konstant Integrasjon ved variabelskifte, substitusjon Delvis integrasjon Integrasjon ved delbrøkoppspalting med lineære nemnarar
Bestemt integral	$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ der $F'(x) = f(x)$ Tolke det bestemte integralet i praktiske situasjonar Formel for volum av omdreiingslekamar
Vektorrekning	Rekning med vektorar geometrisk som piler i rommet

	$[x,\ y,\ z] = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$ $t[x,\ y,\ z] = [tx,\ ty,\ tz]$ $[x_1,\ y_1,\ z_1] \pm [x_2,\ y_2,\ z_2] = [x_1 \pm x_2,\ y_1 \pm y_2,\ z_1 \pm z_2]$ $[x_1,\ y_1,\ z_1] \cdot [x_2,\ y_2,\ z_2] = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$ $\lvert [x,\ y,\ z] \rvert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $[x_1,\ y_1,\ z_1] = [x_2,\ y_2,\ z_2] \Leftrightarrow x_1 = x_2$ og $y_1 = y_2$ og $z_1 = z_2$ $\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1,\ y_2 - y_1,\ z_2 - z_1]$ frå $A(x_1, y_1, z_1)$ til $B(x_2, y_2, z_2)$ Definisjonen av vektorproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$ Kunne rekne ut vektorproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$ på koordinatform Arealet av trekant: $\frac{1}{2} \cdot \lvert \vec{a} \times \vec{b} \rvert$ Volum av tetraeder: $\frac{1}{6} \cdot \lvert (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} \rvert$
Linjer, plan og kuleflater	$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ (x_0, y_0, z_0) er et punkt på linja $\vec{v} = [a, b, c]$ er retningsvektor $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$ $P_0(x_0,\ y_0,\ z_0)$ er punkt i planet, $\vec{n} = [a,\ b,\ c]$ er normalvektor $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$ $S(x_0, y_0, z_0)$ er sentrum i kula, r er radius i kula Avstand frå punkt til linje Avstand frå punkt til plan
Differensiallikningar	Kunne løyse differensiallikningar av første orden Kunne løyse separable differensiallikningar Kunne løyse homogene differensiallikningar av andre orden med konstante koeffisientar
Trigonometri	Definisjonen av absolutt vinkelmål Kunne rekne om mellom grader og absolutt vinkelmål Kunne den generelle definisjonen av sinus, cosinus og tangens Kunne omforme trigonometriske uttrykk av typen $a\sin kx + b\cos kx$, og bruke det til å modellere periodiske fenomen Kunne løyse trigonometriske likningar

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

Formlar som skal vere kjende ved Del 1 av eksamen i REA3028 Matematikk S2 (Formelarket kan *ikkje* brukast på Del 1 av eksamen.)	
Aritmetiske rekkjer	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $s_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} n$
Geometriske rekkjer	$a_n = a_1 k^{n-1}$ $s_n = \dfrac{a_1(k^n - 1)}{k-1}$, når $k \neq 1$
Uendelege geometriske rekkjer	$s = \dfrac{a_1}{1-k}$, når $-1 < k < 1$
Faktorisering av andregradsuttrykk	$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$
Polynom	Nullpunkt, polynomdivisjon og faktorisering
Likningar og likningssett	Kunne løyse likningar med polynom og rasjonale funksjonar Kunne løyse lineære likningssett med fleire ukjende
Logaritmar	$e^{\ln x} = x$ og $\ln e^x = x$ $\ln a^x = x \cdot \ln a$ $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$ $a^x = b \Leftrightarrow x = \dfrac{\ln b}{\ln a}$ $e^x = b \Leftrightarrow x = \ln b$ $\ln x = c \Leftrightarrow x = e^c$
Derivasjon	Derivasjonsreglar for potens-, eksponential- og logaritmefunksjonar Derivasjonsreglar for summar, differansar, produkt og kvotientar Kjerneregel
Areal under grafar	Kunne tolke arealet under grafar i praktiske situasjonar
Økonomi	Grensekostnad: $K'(x)$ Grenseinntekt: $I'(x)$
Sannsynsfordeling	Utrekning av forventningsverdi, varians og standardavvik For ei binomisk fordeling X med n forsøk og sannsyn p er $\mu = E(x) = n \cdot p$ og $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ Summen av n uavhengige stokastiske variablar har forventningsverdi $n\mu$ og standardavvik $\sqrt{n}\,\sigma$ Kunne rekne ut sannsyn knytte til normalfordelingar (Aktuelle delar av tabell over standard normalfordeling vil bli oppgitt i Del 1 av eksamen.)

Eksamensoppgåvene blir laga ut frå kompetansemåla i læreplanen, og utvalet av formlar ovanfor angir derfor ikkje avgrensingar av kompetansemål som kan prøvast i Del 1.

Dersom oppgåvetemaet krev det, kan meir kompliserte formlar bli oppgitt som ein del av oppgåveteksten i Del 1.

Det er ein føresetnad at eleven beherskar grunnleggjande formlar og framgangsmåtar frå tidlegare kurs og skolegang.

3 Måleiningar. SI-standard.[3]

Måleiningane under er aktuelle i varierande grad for dei ulike eksamenskodane ved sentralt gitt skriftleg eksamen i matematikk.

Nokre utvalde SI-grunneiningar [4]

Storleik	Grunneining	
	Namn	Symbol
Lengd	meter	m
Masse	kilogram	kg
Tid	sekund	s
Elektrisk straum	ampere	A

Nokre avleidde SI-einingar uttrykte ved grunneiningane og supplementeiningane

Storleik	SI-eining	
	Namn	Symbol
Areal	kvadratmeter	m^2
Volum	kubikkmeter	m^3
Fart	meter per sekund	m/s
Massekonsentrasjon (massetettleik)	kilogram per kubikkmeter	kg/m^3
Akselerasjon	meter per sekund i andre	m/s^2
Vinkelfart	radian per sekund	rad/s
Densitet	kilogram per kubikkmeter	kg/m^3

Nokre avleidde SI-einingar som har eige namn og symbol

Storleik	SI-eining		Uttrykt i	
	Namn	Symbol	avleidde einingar	grunneiningar og supplementeiningar
Plan vinkel	radian	rad		$m \cdot m^{-1}$
Frekvens	hertz	Hz		s^{-1}
Kraft	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Trykk, spenning	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energi, arbeid, varme	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Effekt	watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

[3] I samsvar med *lov om målenheter, måling og normaltid* og *forskrift om målenheter og måling* kapittel 2, § 2-1 til § 2-10 (Justervesenet). Kjelde: www.lovdata.no (2010).

[4] SI = Système International d'Unités (1960), i Noreg frå 1977.

Nokre utvalde desimale multiplar av SI-einingar (prefiks)

Faktorar	Prefiks	
	Namn	Symbol
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
1000	kilo	k
100	hekto	h
10	deka	da
0,1	deci	d
0,01	centi	c
0,001	milli	m
10^{-6}	mikro	µ
10^{-9}	nano	n

Namn og symbol for multiplar av grunneininga for masse lagar vi ved å føye prefiksa til nemninga gram (g), for eksempel milligram (mg), hektogram (hg), etc.

Spesielle namn på visse desimale multiplar av SI-einingar

Storleik	Eining		
	Namn	Symbol	Uttrykt i SI-einingar
Volum	liter	L	$1\text{ L} = 1\text{ dm}^3 = 0{,}001\text{ m}^3$
Masse	tonn	t	$1\text{ t} = 1\text{ Mg} = 1000\text{ kg}$
Flatemål	ar	a	$1\text{ a} = 100\text{ m}^2$

mL (milliliter), cL (centiliter), dL (desiliter) etc.

$10\text{ a} = 1000\text{ m}^2$ kallar vi dekar (daa)

$100\text{ a} = 10\,000\text{ m}^2$ kallar vi hektar (ha)

Nokre einingar som er definerte ut frå SI-einingane, men som ikkje er desimale multiplar

Storleik	Eining		
	Namn	Symbol	Uttrykt i SI-einingar
Tid	minutt	min	$1\ \text{min} = 60\ \text{s}$
	time	h	$1\ \text{h} = 60\ \text{min} = 3600\ \text{s}$
	døgn	d	$1\ \text{d} = 24\ \text{h} = 86400\ \text{s}$
Vinkel	grad	deg	$1\ \text{deg} = \pi / 180\ \text{rad}$
	minutt	'	$1' = 1\ \text{deg} / 60 = \pi / 10800\ \text{rad}$
	sekund	"	$1'' = 1' / 60 = \pi / 648000\ \text{rad}$

$1\ \text{km/h} = \dfrac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \dfrac{1}{3{,}6}\ \text{m/s}$ $\qquad 3{,}6\ \text{km/h} = 1\ \text{m/s}$

Andre utvalde einingar

Storleik	Eining	
	Namn	Symbol, verdi
Elektrisk straum	ampere	A
Termodynamisk temperatur	kelvin	K
Celsiustemperatur	celsiusgrad	°C
Effekt	watt	W
Elektrisk spenning	volt	V
Resistans	ohm	Ω
Lengd	nautisk mil	1 nautisk mil = 1852 m
Fart	knop	1 knop = 1 nautisk mil per time

Elles viser vi til *forskrift om måleeiningar og måling* kapittel 2, § 2-1 til § 2-10 (Justervesenet).

4 Symbol- og terminologiliste[5]

Under følgjer ei oversikt over kva for matematiske symbol og kva for terminologi som kan brukast ved sentralt gitt skriftleg eksamen i matematikk. Dei ulike symbola og terminologien kan variere for dei ulike eksamenskodane. Vi føreset elles at kandidatane er kjende med symbol og terminologi frå grunnskolen, jf. eksamensrettleiinga for MAT0010 Matematikk 10. årstrinn.

Mengder

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Mengde	$\{\ldots\}$	Mengda av …	Mengd på listeform
	$\{\ldots \mid \ldots\}$	Mengd av dei … som er slik at …	Mengdbyggjar, f.eks.: Bestem $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2+5x+6=0\}$
Løysingsmengd	L		$x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow x=-7 \vee x=2$ $L=\{-7,\ 2\}$
Elementteikn	$\in$	Er element i …	
	$\notin$	Er ikkje element i …	
Tom mengd	$\varnothing$	Den tomme mengda	Mengda har ingen element. $L=\varnothing$
Mengdlikskap	$=$	… er lik …	$A=B$ betyr at mengdene har akkurat dei same elementa. $A=B \Leftrightarrow (\forall x)(x\in A \Leftrightarrow x \in B)$
Inklusjon	$\subset$	… er delmengd av …	$A\subset B$ betyr at alle elementa i *A* også er element i *B.*
Union	$\cup$	… union …	$A\cup B$ inneheld dei elementa som anten er i A eller i *B* eller i begge.
Snitt	$\cap$	… snitt …	$A\cap B$ inneheld dei elementa som er i både *A* og *B.*
Mengdedifferanse	$\setminus$	… minus …	$A\setminus B$ inneheld dei elementa som er i *A* og ligg utanfor *B.*
Mengda av dei naturlege tala	$\mathbb{N}$		$\mathbb{N}=\{1,\ 2,\ 3,\ \ldots\}$ Vi kan i tillegg bruke $\mathbb{N}_0=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\}$
Mengda av dei heile tala	$\mathbb{Z}$		$\mathbb{Z}=\{\ldots -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\}$
Mengda av dei rasjonale tala	$\mathbb{Q}$		Eit rasjonalt tal er av forma $\frac{a}{b}$, $a\in\mathbb{Z},\ b\in\mathbb{N}$.
Mengda av dei reelle tala	$\mathbb{R}$		Alle tal på tallinja. $\mathbb{R}^+$: Alle positive, reelle tal
Mengda av dei	$\mathbb{C}$		$\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$

[5]Grunnlaget for denne lista er tidlegare symbol- og terminologiliste publisert av Rådet for vidaregåande opplæring og Gyldendal Norsk Forlag 1989 og James Stewart, *Calculus Early Transcendentals 7th Edition Stewart Metric Internation Version*, Brooks/Cole, 2011.

komplekse tala			

Intervall

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Lukka intervall	$[a,\ b]$	Det lukka intervallet frå og med a til og med b	$[a,\ b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$
Ope intervall	$\langle a,\ b\rangle$	Det opne intervallet frå a til b	$\langle a,\ b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ Dessutan blir brukt: $\langle \leftarrow,\ b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$ $\langle a,\ \rightarrow\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ $\langle \leftarrow,\ \rightarrow\rangle = \mathbb{R}$
Halvope intervall	$[a,\ b\rangle$	Det halvopne intervallet frå og med a til b	$[a,\ b\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$ Dessutan blir brukt: $[a,\ \rightarrow\rangle = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$
Halvope intervall	$\langle a,\ b]$	Det halvopne intervallet frå a til og med b	$\langle a,\ b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$ Dessutan blir brukt: $\langle \leftarrow,\ b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\}$

Logikk

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Disjunksjon (Veljunksjon)	$p \vee q$	… eller …	p eller q eller begge er sanne
Konjunksjon	$p \wedge q$	… og samtidig …	p og q er begge sanne
Implikasjon	$p \Rightarrow q$	… impliserer … … medfører … … dersom … så … av … følgjer …	Tilsvarande for $q \Rightarrow p$ «premiss medfører konklusjon»
Ekvivalens	$p \Leftrightarrow q$	… dersom og berre dersom; er ekvivalent med; betyr det same som; biimpliserer	$p \Rightarrow q \ \wedge \ p \Leftarrow q$ Implikasjon begge vegar
Negasjon	$\neg p$	ikkje …	$p \Rightarrow q \quad \Leftrightarrow \quad \neg q \Leftarrow \neg p$
Allkvantor	$\forall$	… for alle … … for kvart …	
Eksistenskvantor	$\exists$ $\nexists$	… det finst … … det eksisterer … … eksisterer ikkje …	

Vektorar

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Vektor	$\vec{a}$ $\overrightarrow{AB}$	*a*-vektor *AB*-vektor	Ein storleik som har både lengd og retning
Nullvektor	$\vec{0}$	Nullvektor	
Lengd eller absoluttverdi av ein vektor	$\lvert\vec{a}\rvert$ $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	Lengda av ... Absoluttverdien av ...	
Vinkel mellom vektorar	$\angle(\vec{a}, \vec{b})$	(Minste) vinkel mellom ...	Dessutan blir brukt: $\angle(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
Motsette vektorar	$-\vec{a}$	Den motsette til $\vec{a}$	
Normalvektor	$\vec{n}$	Normalvektor til ...	
Einingsvektor	$\vec{e}$		Vektor med lengd 1
Ortonormert basis	$\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$ $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$ og $\overrightarrow{e_3}$		Einingsvektorane langs høvesvis første-, andre- og tredjeaksen
Vektor på koordinatform i planet	$[x, y]$		Til kvart punkt $P(x, y)$ i planet svarer ein vektor $\overrightarrow{OP} = [x, y]$, der O er origo.
Vektor på koordinatform i rommet	$[x, y, z]$		Til kvart punkt $P(x, y, z)$ i rommet svarer ein vektor $\overrightarrow{OP} = [x, y, z]$, der O er origo.
Skalarprodukt (Prikkprodukt)	$\vec{a} \cdot \vec{b}$	*a*-vektor prikk *b*-vektor	Skalarproduktet er eit tal.
Vektorprodukt (Kryssprodukt)	$\vec{a} \times \vec{b}$	*a*-vektor kryss *b*-vektor	Vektorproduktet er ein vektor.

Geometri

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Vinkel	$u, v, \alpha, \beta, \ldots$ $\angle(a, b)$ $\angle A$ $\angle ABC$	Vinkel u, ... Vinkel mellom strålane a og b Vinkel A Vinkel ABC	Sjå også vinkel mellom vektorar. Dessutan blir brukt: $\angle u$, $\angle v$, ... Blir gjerne brukt om vinkelen ved hjørnet A i ein mangekant Vinkel med toppunkt B og vinkelbein BA og BC
Positiv dreieretning			Mot dreieretninga for visarane på ei klokke
Negativ dreieretning			Med dreieretninga for visarane på ei klokke
Komplement-vinklar	$u+v=90°$		To vinklar med sum $90°$
Supplement-vinklar	$u+v=180°$		To vinklar med sum $180°$
Eksplement-vinklar			To vinklar med sum $360°$
Sinus Cosinus Tangens	sin cos tan	Sinus Cosinus Tangens	Det blir ikkje brukt tg for tan
Vinkelrett Normalt Ortogonalt Perpendikulært	$AB \perp DE$	Linjestykket AB står vinkelrett på linjestykket DE.	
Parallellitet	$AB \parallel DE$	Linjestykket AB er parallelt med linjestykket DE.	
Trekant	ΔABC $T_{\Delta ABC}$, $F_{\Delta ABC}$	Trekant ABC Areal av trekant ABC	A kan også brukast om areal.
Firkant	$\square ABCD$	Firkant $ABCD$	
Formlikskap	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$	Trekant ABC er formlik trekant DEF	Vinklane i dei to formlike trekantane er parvis like store.
Kongruens	$\Delta ABC \cong \Delta DEF$	Trekant ABC er kongruent med trekant DEF	Vinklane og sidene i dei to kongruente trekantane er parvis like store.
Sirkelboge	ABC, AC	Bogen ABC, bogen AC	

Funksjonslære

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Ortonormert koordinatsystem			Også kalla kartesisk koordinatsystem. Rettvinkla koordinat-system med same skalering på aksane
Førsteakse			Også kalla argumentakse eller x-akse
Andreakse			Også kalla funksjonsakse eller y-akse
Førstekoordinat	x		
Andrekoordinat	$y = f(x)$		
Funksjonsverdi	$f(x)$, $g(x)$, ...	f av x	
Argument eller fri variabel	x		Anna namn for uavhengig variabel
Definisjonsmengd	D_f , D_g , ...	Definisjonsmengda til f, g, ...	
Verdimengd	V_f , V_g , ...	Verdimengda til f, g, ...	$V_f = \{f(x) \mid x \in D_f\}$
Graf til funksjon			Mengda av punkt (x, y) der $x \in D_f$ og $y = f(x)$
Diagram eller grafisk bilete			Koordinatsystem med grafen til éin eller fleire funksjonar innteikna
Samansett funksjon	$f(g(x))$	f av g av x	Også kalla funksjons-funksjon. f er ytre funksjon, og g er indre funksjon. $g(x)$ kallar vi kjernen.
Strengt veksande			Også kalla strengt opptil monoton. Blir brukt om funksjonar og talfølgjer. Ein funksjon er strengt veksande når $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$
Strengt minkande			Blir også kalla strengt ned til monoton $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$
Asymptote			Vertikal, horisontal eller skrå asymptote
Symmetrisk funksjon			Grafen til funksjonen er symmetrisk om ei linje eller eit punkt.
Invers funksjon Omvend funksjon	arcsin, asin, $\sin^{-1}$ arccos, acos, $\cos^{-1}$ arctan, atan, $\tan^{-1}$		Eks.: $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$

Spesielle funksjonstypar

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Konstantfunksjon	$f(x)=a$		$a\in\mathbb{R}$
Lineær funksjon	$f(x)=ax+b$		Eit anna namn er førstegradsfunksjon. a er stigingstalet til førstegradsfunksjonen.
Andregradsfunksjon	$f(x)=ax^2+bx+c$		
Polynomfunksjon av n-te grad	$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+$ $\ldots+a_1x+a_0$		
Rasjonal funksjon	$f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$		p og q er polynom.
Potensfunksjon	$f(x)=x^r$		$r\in\mathbb{R}$
Generell eksponentialfunksjon	$f(x)=a^x$	a i x-te	$a>0$
Spesiell eksponentialfunksjon	$f(x)=\mathrm{e}^x$		$\mathrm{e}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n\approx 2{,}718$
Logaritmefunksjon	$f(x)=\log_g x$	log-g-x	$y=\log_g x \overset{\text{def}}{\Leftrightarrow} g^y=x$ g er grunntalet.
Briggsk logaritme	$\lg a$		Grunntalet er 10. $\log a$ kan også brukast.
Naturleg logaritme	$\ln a$		Grunntalet er e.
Trigonometrisk funksjon (eksempel)	$f(x)=\sin x$ $f(x)=\sin(2x)$ $g(x)=\cos x$ $g(x)=\cos(2x-1)$ $h(x)=\tan x$ $h(x)=\tan(4x)$		
Trigonometrisk funksjon	$f(x)=\sin^n x$	Sinus i n-te x	$n\in\mathbb{N}$ $\sin^n x=(\sin x)^n$
Standardform for tal	$a\cdot 10^n$		$1\le a<10,\ n\in\mathbb{Z}$
Absoluttverdifunksjon	$f(x)=\lvert x\rvert$		
Nullpunkt til ein funksjon Rot/røter i ei likning			Løysing av likninga $f(x)=0$. Løysinga blir også kalla rot i likninga $f(x)=0$.
Dobbelt nullpunkt til ein funksjon			$x=a$ er eit dobbelt nullpunkt til ein funksjon f dersom $f(x)=(x-a)^2\cdot g(x)$ der $g(a)\neq 0$. $x=a$ er tangerings-punkt med x-aksen.

Grenseverdi

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Grenseverdi	$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot a.	«lim» kjem av «limes», som betyr grenseverdi.
	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot uendeleg.	Tilsvarande når x går mot minus uendeleg.
Høgresidig grenseverdi	$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot a frå høgre.	
Venstresidig grenseverdi	$\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$	Grenseverdien for $f(x)$ når x går mot a frå venstre.	
Einsidig grenseverdi			Anten høgresidig eller venstresidig grenseverdi.

Kontinuitet

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Kontinuitet i eit punkt			Grafen er samanhengande i punktet.
Kontinuitet i eit intervall			Funksjonen er kontinuerleg i kvart punkt i intervallet.
Diskontinuitet			

Derivert

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Argumentdifferens	Δx, ...	delta x, ...	Eller argumenttilvekst
Funksjonsdifferens	Δy, ... $\Delta f(x)$	delta y, ... delta f av x	$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x)$ $\Delta f(x)$ blir også kalla funksjonstilvekst.
Gjennomsnittleg stigingstal, gjennomsnittleg vekstfart	$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$		Gjennomsnittleg vekstfart for f mellom argument-verdiane a og $a+\Delta x$ er $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \dfrac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$
Deriverbarheit i eit punkt			
Deriverbarheit i eit intervall			Funksjonen er deriverbar i kvart punkt i intervallet.
Den deriverte	$f'(x)$ $\dfrac{df(x)}{dx}$, $\dfrac{d}{dx}f(x)$ y', $\dfrac{dy}{dx}$	f derivert av x f av x derivert	$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ $= \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ Førstederivert av $f(x)$
Veksthastigheit Vekstfart	$f'(x)$		
Kjerneregelen			Regel for å finne den deriverte av ein samansett funksjon (funksjonsfunksjon)
Differensial	dx, dy, df df		$df(x) = f'(x)dx$ $dy = y'dx$
Differensial av høgare orden	$d''y$, $d''f$ eller $f''(x)$ $f'''(x)$, $f^{(4)}(x)$, $f^{(5)}(x)$, ... $f^{(n)}(x)$, $n \in \mathbb{N}$		Den fullstendige nemninga er $d''f(x)$.
Differensialkvotient	$\dfrac{dy}{dx}$		Er lik y'

Derivert. Framhald.

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Maksimalverdi Lokal maksimalverdi	$f(x)_{\text{maks}}$		
Minimalverdi Lokal minimalverdi	$f(x)_{\text{min}}$		
Ekstremalverdiar			Maksimal- eller minimal-verdiar
Ekstremalpunkt			Maksimal- eller minimal-punkt (argumentet til ein ekstremalverdi)
Absolutt maksimum	y_{maks}		Den største verdien som funksjonen kan få i definisjonsmengda
Absolutt minimum	y_{min}		Den minste verdien som funksjonen kan få i definisjonsmengda
Kritisk *x*-verdi (kritisk punkt)		Ein kritisk *x*-verdi til ein funksjon $f(x)$ er eit tal $c \in D_f$ slik at anten er $f'(c) = 0$ eller så er $f'(c)$ ikkje definert. Dersom f har eit lokalt maksimum eller eit lokalt minimum i c, er c ein kritisk x-verdi til f.	
Toppunkt			Eit punkt på grafen med maksimalpunkt og maksimalverdi.
Botnpunkt			Eit punkt på grafen med minimalpunkt og minimalverdi.
Knekkpunkt			Eit punkt på grafen der funksjonen er kontinuerleg, men ikkje deriverbar
Vendepunkt			Eit punkt på grafen der funksjonen er kontinuerleg, og som skil mellom to delar av grafen som vender den hole sida opp og den hole sida ned.
Infleksjonspunkt			Argumentet (*x*-verdien) til eit vendepunkt
Konkav ned	$f''(x) < 0$		Grafen har «hol side ned».
Konkav opp (konveks)	$f''(x) > 0$		Grafen har «hol side opp». Ei anna nemning er «konveks».
Stasjonært punkt		I eit stasjonært punkt er $f'(x) = 0$. Eit stasjonært punkt er eit toppunkt eller eit botn-punkt dersom $f'(x)$ skiftar forteikn i punktet.	
Terrassepunkt		Eit terrassepunkt er eit stasjonært punkt der funksjonen ikkje endrar seg frå veksande til minkande eller frå minkande til veksande.	

Absolutt maksimum og absolutt minimum:
Ein funksjon f har absolutt maksimum i c dersom $f(c) \geq f(x) \quad \forall x \in D_f$. $f(c)$ kallar vi maksimumsverdien til f i D_f . Ein funksjon f har absolutt minimum i c dersom $f(c) \leq f(x)$ $\forall x \in D_f$. $f(c)$ er minimumsverdien til f i D_f . Her kallar vi $f(c)$ ekstremalverdiar til f.

Lokalt maksimum og lokalt minimum:
Ein funksjon f har eit lokalt maksimum i c dersom det finst eit ope intervall I om c slik at $f(c) \geq f(x) \quad \forall x \in I$. Dersom f har eit lokalt maksimum i c, kallar vi $f(c)$ for lokal maksimumsverdi.

Ein funksjon f har eit lokalt minimum i c dersom det finst eit ope intervall I om c slik at $f(c) \leq f(x) \quad \forall x \in I$. Dersom f har eit lokalt minimum i c, kallar vi $f(c)$ for lokal minimumsverdi.

Fellesnemninga for lokale maksimums- og minimumsverdiar til ein funksjon f er lokale ekstremalverdiar for f.

Merk!
Med denne definisjonen kan ein funksjon f ikkje ha eit lokalt maksimum eller eit lokalt minimum i nokon av endepunkta i D_f ettersom det ikkje finst eit ope intervall om eit endepunkt.

Lukka intervall-metode:
For å finne absolutte maksimums- og minimumsverdiar til ein kontinuerleg funksjon f på eit lukka intervall $\left[a, b \right]$:

1. Finn $f(x)$-verdiar for kritiske x-verdiar til f i $\left\langle a, b \right\rangle$.
2. Finn $f(x)$-verdiar i endepunkta a og b.
3. Dei største $f(x)$-verdiane frå trinn 1 og 2 er absolutte maksimumsverdiar. Dei minste $f(x)$-verdiane frå trinn 1 og 2 er absolutte minimumsverdiar.

Førstederivert-test:
Gå ut frå at c er ein kritisk x-verdi til ein kontinuerleg funksjon f.

a) Dersom $f'(x) > 0$ før c og $f'(x) < 0$ etter c, har f eit lokalt maksimum i c.
b) Dersom $f'(x) < 0$ før c og $f'(x) > 0$ etter c, har f eit lokalt minimum i c.
c) Dersom $f'(x)$ ikkje skiftar forteikn (dersom $f'(x) > 0$ på begge sider av c, eller dersom $f'(x) < 0$ på begge sider av c), har f ikkje lokalt maksimum eller lokalt minimum i c.

Fermats teorem:
Dersom funksjonen f har eit lokalt minimum eller maksimum i c, og dersom $f'(c)$ eksisterer, så er $f'(c) = 0$.
NB! Sjølv om $f'(c) = 0$, treng ikkje f ha lokalt minimum eller lokalt maksimum i c.
Eksempel: Dersom $f(x) = x^3$, da er $f'(0) = 0$. Men f har ikkje noko maksimum eller minimum.

Andrederivert-test:
Gå ut frå at f'' er kontinuerleg nær c.

a) Dersom $f'(c)=0$ og $f''(c)>0$, har f eit lokalt minimum i c.
b) Dersom $f'(c)=0$ og $f''(c)<0$, har f eit lokalt maksimum i c.

Konkavitetstest:

a) Dersom $f''(x)>0 \;\; \forall x \in \langle a, b \rangle$, er grafen til f **konkav opp** på $\langle a, b \rangle$.
b) Dersom $f''(x)<0 \;\; \forall x \in \langle a, b \rangle$, er grafen til f **konkav ned** på $\langle a, b \rangle$.

Dersom grafen til f ligg over alle sine tangentar på $\langle a, b \rangle$, kallar vi grafen konkav opp på $\langle a, b \rangle$.
Dersom grafen til f ligg under alle sine tangentar på $\langle a, b \rangle$, kallar vi grafen konkav ned på $\langle a, b \rangle$.

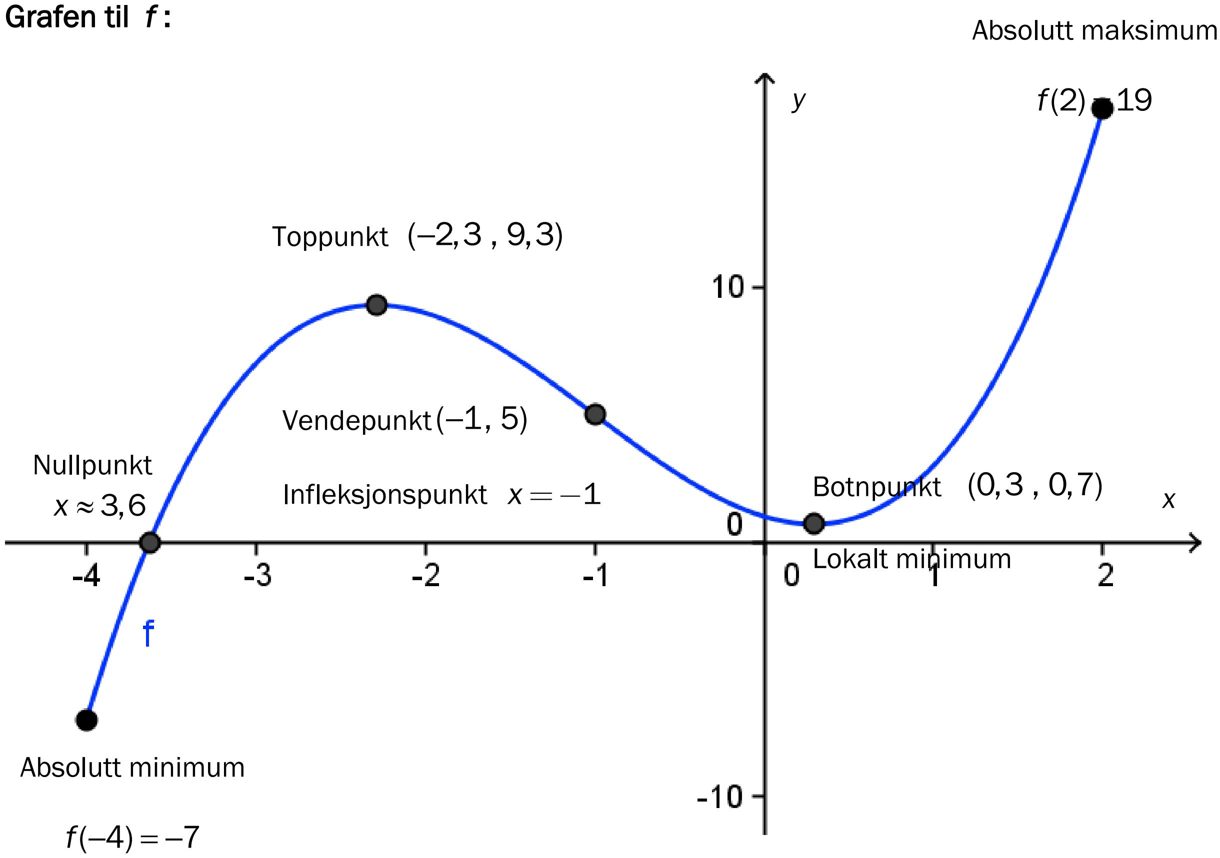
Vendepunkt:
Eit punkt P på grafen til f kallar vi eit vendepunkt dersom f er kontinuerleg der og grafen endrar seg frå konkav opp til konkav ned eller frå konkav ned til konkav opp i P.
NB! Sjølv om $f''(c)=0$ treng ikkje f ha eit vendepunkt for $x=c$.

Eksempel 1

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 1 \ , \quad D_f = [-4, 2]$$

Grafen til f:



Kommentarar til eksempel 1:

1. **Nullpunkt til f:**

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx 3{,}6$ (eit nullpunkt er løysinga av likninga $f(x) = 0$)

Når nullpunktet er 3,6, er skjeringspunktet mellom grafen og *x*-aksen $(3{,}6 \ , \ 0)$.

2. **Botnpunkt:** $(0{,}3 \ , \ 0{,}7)$ Eit punkt på grafen til *f*.

Botnpunkt består av ein lokal minimalverdi ($f(x)$-verdi), og ein kritisk *x*- verdi.

3. **Toppunkt:** $(-2{,}3 \ , \ 9{,}3)$ Eit punkt på grafen til *f*.

Toppunkt består av ein lokal maksimalverdi ($f(x)$-verdi), og ein kritisk *x*-verdi.

4. Ekstremalpunkt:

Argumentet (x-verdien) til toppunkt og/eller botnpunkt. Jamfør punkt 2 og 3.

5. Vendepunkt: $(-1, 5)$ Eit punkt på grafen til *f*.

6. Infleksjonspunkt: $x = -1$

7. Absolutt maksimum

$f(2) = 19$ Største verdi som funksjonen kan få i $D_f = [-4, 2]$

8. Absolutt minimum

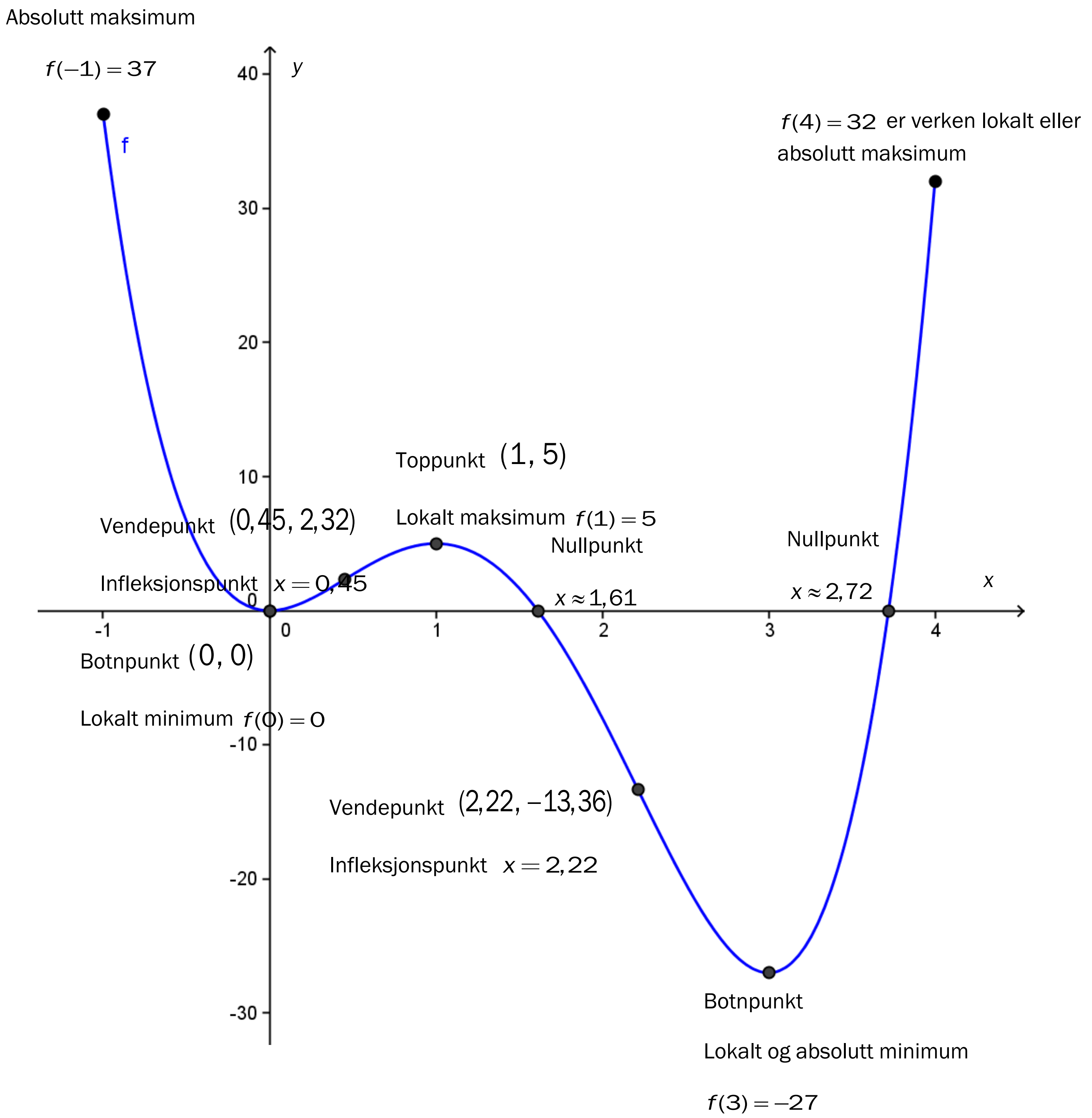
$f(-4) = -7$ Minste verdi som funksjonen kan få i $D_f = [-4, 2]$

Eksempel 2

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2 \quad , \quad D_f = [-1, 4]$$

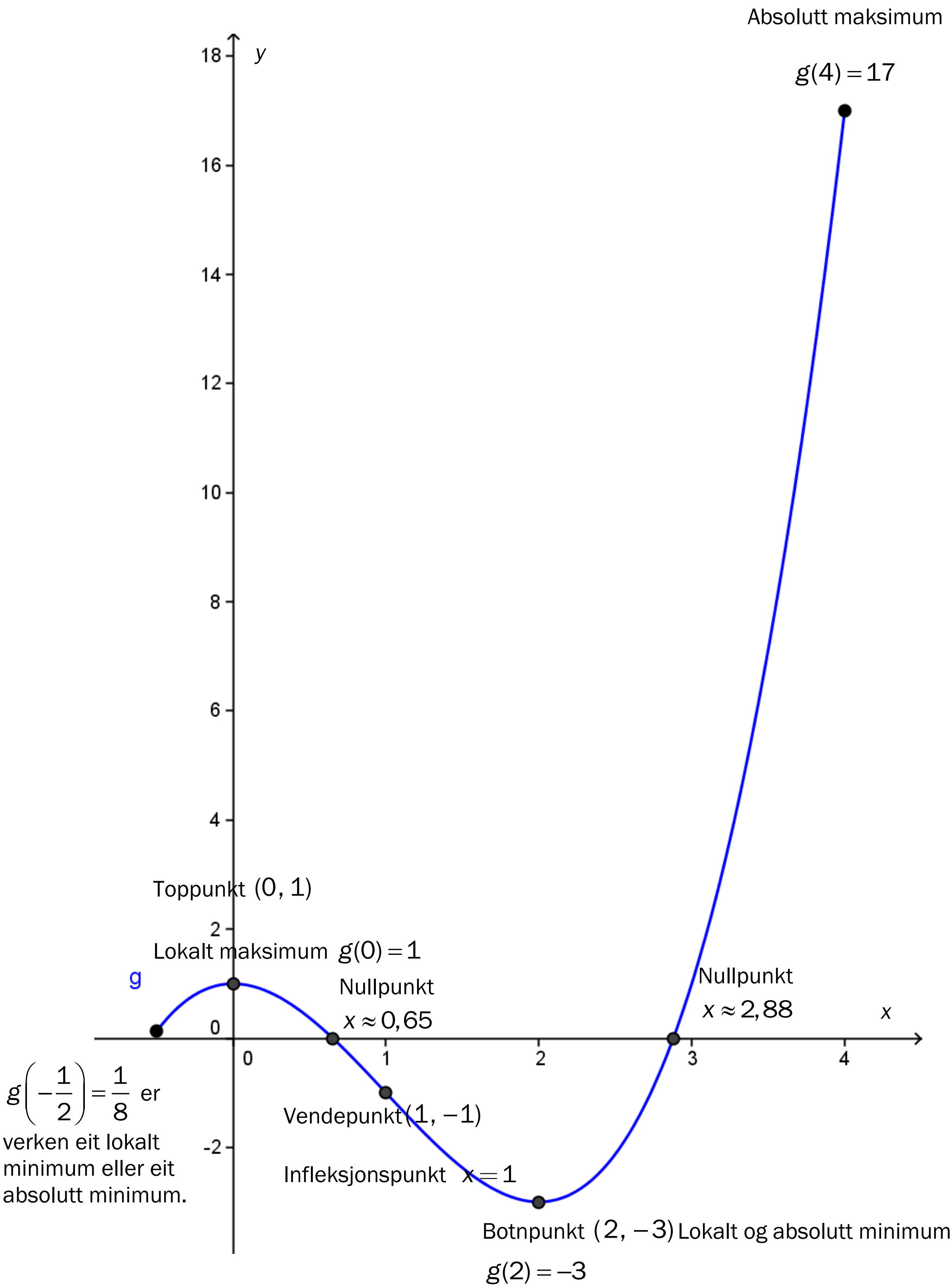
Grafen til f:



Eksempel 3

Ein funksjon g er gitt ved

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 1 \ , \ \ D_f = \left[-\frac{1}{2}, 4\right]$$



Integral

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Det ubestemte integralet eller den antideriverte	$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	Integralet til f (integralet av f)	Betyr alle dei funksjonane som har $f(x)$ til derivert. Ei anna nemning er primitiv funksjon.
Integrand			I $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ er $f(x)$ integrand og x er integrasjonsvariabel.
Det bestemte integralet	$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	Integralet frå a til b av f	
Integrasjonsgrenser			I $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ kallar vi b øvre og a nedre grense. Med $\int_a^{\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$ meiner vi $\lim\limits_{b\to\infty} \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ dersom denne grenseverdien eksisterer. Tilsvarande for $\int_{-\infty}^b f(x)\,\mathrm{d}x$

Talfølgjer. Rekkjer.

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Talfølgje	$a_1, a_2, a_3, \dots a_n, \dots$ $\{a_n\}$		Ei talfølgje kjem fram ved at det til kvart naturleg tal n er tilordna eit tal a_n. Dette kallar vi også ei uendeleg talfølgje. Dersom vi tek n frå ei endeleg delmengd av $\mathbb{N}$, får vi ei endeleg talfølgje.
Ledd			Kvart enkelt tal i talfølgja er eit ledd.
Generelt ledd i ei talfølgje eller rekkje	a_n	Det n-te leddet i talfølgja eller rekkja	
Aritmetisk talfølgje			Ei talfølgje der kvart ledd er lik det føregåande pluss eit konstant tal, differensen d. $a_n = a_{n-1} + d$
Geometrisk talfølgje			Ei talfølgje der kvart tal er lik det føregåande multiplisert med eit konstant tal, kvotienten k. $a_n = a_{n-1} \cdot k$
Rekkje Uendeleg rekkje	$a_1 + a_2 + a_3$ $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$		Kjem fram av ei talfølgje ved å setje addisjonsteikn mellom ledda.
Summasjonssymbol	$\sum$	Sigma eller summen (av) ...	Anna namn: summeteikn
Sum av n ledd	$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$		Summen av dei n første ledda i rekkja
Konvergent rekkje			$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ $S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ $\lim_{n\to\infty} S_n = S$

Induksjonsbevis

Induksjonsbevis	Vi skal bevise ein påstand $P(n)$ der $n \in \mathbb{N}$. 1. Vis at påstanden er sann når $n = 1$. 2. Gå ut frå at påstanden er rett for $n = k$, og vis at han da er rett for $n = k + 1$. 3. Påstanden er da sann $\forall\ n \in \mathbb{N}$.

Statistikk, sannsyn og kombinatorikk

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Forventningsverdi	μ eller $\mathrm{E}(X)$		X er stokastisk variabel
Varians	σ^2 eller $\mathrm{Var}(X)$		
Standardavvik	σ eller $\mathrm{SD}(X)$		
Nullhypotese	H_0		
Alternativ hypotese	H_1 eller H_A		
Hendingar	$A, B, \ldots$		
Utfallsrom			
Komplementær hending	$\overline{A}$	Ikkje A	$P(\overline{A}) + P(A) = 1$
Sannsyn	$P(A)$	Sannsynet av hendinga A	
Snitt	$A \cap B$	A snitt B	Hendinga at både A og B inntreffer
Union	$A \cup B$	A union B	Hendinga at A eller B eller både A og B inntreffer
Fakultet	$n!$	n fakultet	$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$
Tal på permutasjonar	nPr	$nPr = n(n-1) \cdot \ldots \cdot (n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$	
Binomialkoeffisient	nCr	$nCr = \dbinom{n}{r} = \dfrac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$	

Økonomi

Terminologi	Symbol	Lesemåte	Kommentar
Inntektsfunksjon	$I(x)$		x: talet på produserte (og selde) einingar
Kostnadsfunksjon	$K(x)$		x: talet på produserte (og selde) einingar
Overskotsfunksjon	$O(x)$		$O(x) = I(x) - K(x)$
Grenseinntekt for inntekt $I(x)$	$I'(x)$		
Grensekostnad for kostnad $K(x)$	$K'(x)$		
Einingskostnad	$E(x) = \dfrac{K(x)}{x}$		Blir også kalla gjennomsnittskostnad, $G(x)$
Vinningsoptimal produksjonsmengd			Produksjonsmengd som gir størst overskot, $O(x)_{\text{maks}}$ Bestem $O'(x) = 0$ der $O'(x) = I'(x) - K'(x)$
Etterspørselsfunksjon	$E(p)$		p er pris per eining $x = E(p)$
Vinningsoptimal pris			Pris som gir størst overskot, $O(p)_{\text{maks}}$ Bestem $O'(p) = 0$ der $O'(p) = I'(p) - K'(p)$
Kostnadsoptimal produksjonsmengd			$E(x) = K'(x)$ $E(x)_{\text{min}}$

5 Om REA3022 Matematikk R1. Sirkelen som ein geometrisk stad

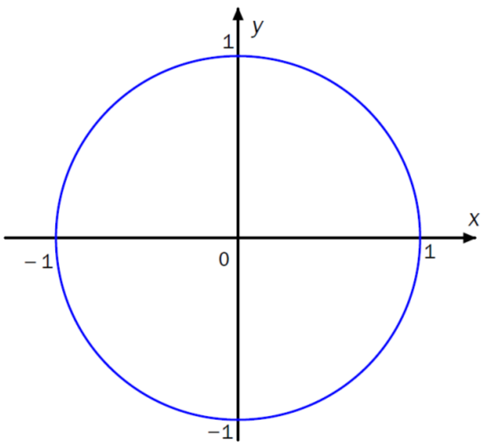
Ved sentralt gitt skriftleg eksamen i REA3022 Matematikk R1 hausten 2011 var det nokon som sette spørsmålsteikn ved at sirkellikning i planet var gitt i oppgåve 1 d) 3) i Del 1 og i oppgåve 4 i Del 2. I læreplanen for faget[6] heiter det at eleven skal kunne

- bruke linjer og *sirkler som geometriske steder* sammen med formlikhet og setningen om periferivinkler i geometriske resonnementer og beregninger
- utføre og analysere konstruksjoner definert av rette linjer, trekanter og *sirkler i planet*, med og uten bruk av dynamisk programvare
- *regne med vektorer i planet*, både geometrisk som piler og *analytisk på koordinatform*
- *omforme* og forenkle sammensatte rasjonale funksjoner og *andre symbolske uttrykk* med og uten bruk av digitale hjelpemidler
- tegne grafer til funksjoner med og uten digitale hjelpemidler, og tolke grunnleggende egenskaper til en funksjon ved hjelp av grafen
- *bruke vektorfunksjoner med parameterframstilling for en kurve i planet*, tegne kurven og derivere vektorfunksjonen for å finne fart og akselerasjon

Ifølgje *forskrift til opplæringslova* § 3-25 skal eksamen vere i samsvar med kompetansemåla i læreplanen. I tillegg står det under hovudområdet Geometri for R1 at dette «handler om måling, regning og analyse av figurer i planet». Ein skal bruke «geometriske steder» og «overføre geometriske problemer til algebra».

Sensuren av oppgåve 1 c) i Del 1 for REA3024 Matematikk R2 våren 2011 avdekte at sirkellikninga var for dårleg kjend for kandidatane. Vi gir att oppgåva her:

Figuren nedenfor viser en sirkel med sentrum i origo og radius lik 1.



Bruk et geometrisk resonnement til å bestemme $\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx$

Forklar korleis du har tenkt.

[6]http://www.udir.no/Lareplaner/Finn-lareplan/#matematikk (31.11.2011)

Evalueringa av sentralt gitt skriftleg eksamen i REA3024 Matematikk R2 våren 2011 viste at berre 2,9 % av eksamenskandidatane fekk full utteljing på denne oppgåva, noko som må karakteriserast som relativt svakt. Det tyder på at kunnskapen om dei ulike representasjonane til sirkelen er svakt utvikla frå Matematikk R1 der geometrien omhandlar planet.

I lys av kompetansemåla for Matematikk R1 ovanfor og erfaringane frå sensuren i 2011 vil Utdanningsdirektoratet her avklare kva det er forventa at eksamenskandidatar skal kunne beherske når det gjeld sirkellikninga, ved framtidige eksamenar i REA3022 Matematikk R1.

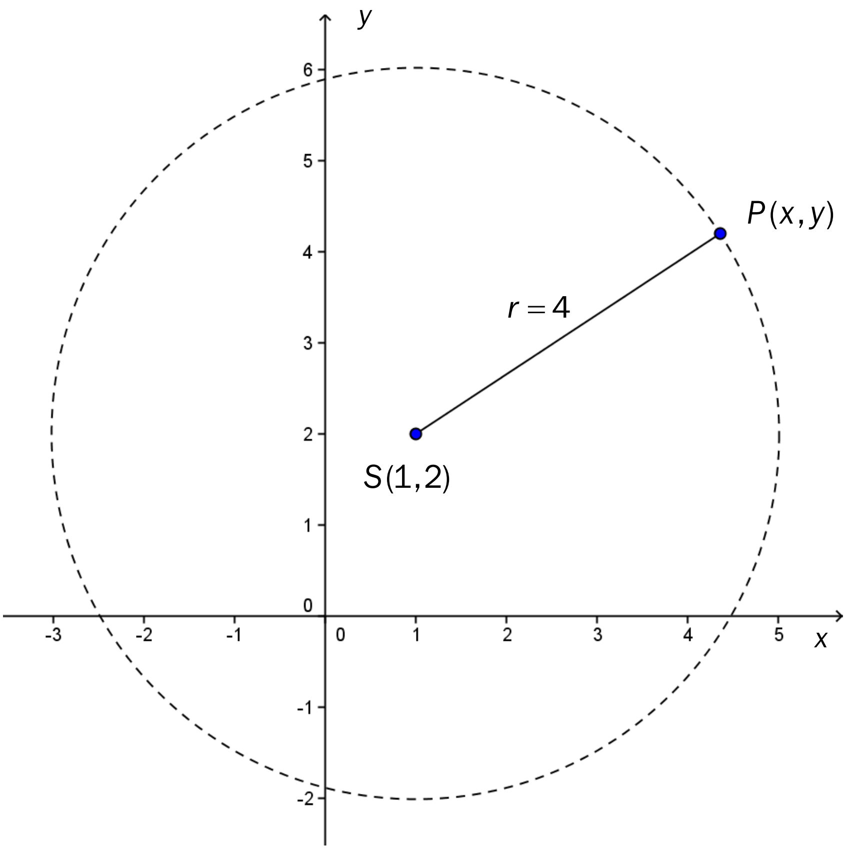
Formålet vårt er å påpeike at dei ulike representasjonane av sirkelen kan behandlast kortfatta innanfor dei fleste av hovudområda i R1 i læreplanen. Sirkelen og dei ulike representasjonane han kan ha, bør ikkje tolkast som eit eige «tema» innanfor R1, men snarare som naturlege eksempel på plangeometri innanfor dei fleste av hovudområda i matematikk R1 i læreplanen.

5.1 Sirkellikning og vektorrekning

Eksamenskandidatane må kunne utleie sirkellikninga gjennom vektorrekning på koordinatform.

Eksempel 1

$$\overrightarrow{SP} = \left[x-1, y-2\right]$$
$$\Downarrow$$
$$r = \left|\overrightarrow{SP}\right| = 4$$
$$\Updownarrow$$
$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2} = 4$$
$$\Updownarrow$$
$$\left(\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}\right)^2 = 4^2$$
$$\Updownarrow$$
$$(x-1)^2+(y-2)^2 = 4^2$$



Dette er ein sirkel med sentrum i $S(1, 2)$ og med radius $r = 4$

Her blir geometri, sirkelen som ein geometrisk stad, knytt til algebra, etter intensjonen i læreplanen. I dette eksempelet kan dette gjerast ved å ta utgangspunkt i lengda av ein vektor mellom to punkt. Vi har no likninga for ein sirkel på implisitt form. Det kan også vere naturleg å knyte Pytagoras-setninga til teikninga ovanfor.

5.2 Sirkellikning og omforming

Omforming av symbolske uttrykk inneber at kandidatane også må kunne omforme sirkellikninga:

Eksempel 2

$$(x+3)^2+(y+2)^2=5^2$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2+6x+9+y^2+4y+4=25$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2+6x+y^2+4y=25-9-4$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2+6x+y^2+4y=12$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2+y^2+6x+4y-12=0$$

Sirkellikninga på denne forma kan også omformast ved å gå den andre vegen og nytte seg av at ein kan kvadratsetningane frå Matematikk 1T. Elevane bør også vere kjende med utleiinga av andregradsformelen i Matematikk 1T.

Eksamenskandidatane må altså kunne omforme ei sirkellikning som er gitt på forma

$$x^2+y^2+6x+4y-12=0$$

ved å bruke metoden med fullstendige kvadrat. Det er her snakk om å omforme sirkellikninga, eit eksempel på omforming av symbolske uttrykk.

Eksempel 3

1. kvadratsetning seier at

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

Dersom vi skal lage eit fullstendig kvadrat med utgangspunkt i uttrykket x^2+6x, ser vi at

$$2b=6 \Leftrightarrow b=\frac{6}{2}$$

Vi lagar altså eit fullstendig kvadrat ved å addere $b^2=\left(\frac{6}{2}\right)^2$:

$$x^2+6x+\left(\frac{6}{2}\right)^2=x^2+6x+9=(x+3)^2$$

Eksempel 4

$$x^2 + y^2 + 6x + 4y - 12 = 0$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 + y^2 + 4y + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 12 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$
$$\Updownarrow$$
$$x^2 + 6x + 3^2 + y^2 + 4y + 2^2 = 12 + 3^2 + 2^2$$
$$\Updownarrow$$
$$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 25$$
$$\Updownarrow$$
$$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 5^2$$

Dette er ein sirkel med sentrum i $S(-3, -2)$ og radius $r = 5$.

5.3 Sirkellikning og funksjon / graf

Eksamenskandidaten må med utgangspunkt i sirkellikninga kunne beskrive sirkelen som grafen til to funksjonar ved å omforme sirkellikninga frå implisitt form.

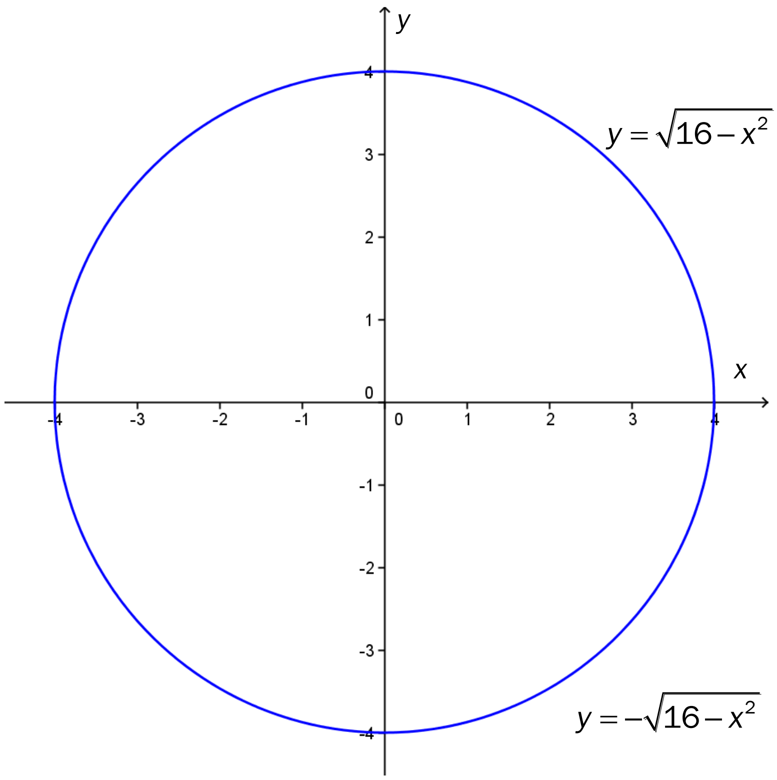
Eksempel 5

Ein sirkel er gitt på forma

$$x^2 + y^2 = 4^2$$

Vi vil her omforme sirkellikninga ved å uttrykkje y eksplisitt:

$$x^2 + y^2 = 4^2$$
$$\Updownarrow$$
$$y^2 = 16 - x^2$$
$$\Updownarrow$$
$$y = \pm\sqrt{16 - x^2} \quad , \quad x \in [-4, 4]$$



Vi kan altså teikne sirkelen som to grafar, ein øvre del og ein nedre del.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet