0.1 Regnerekkefølge

Prioriteringen av regneartene

Se på følgende regnestykke:

$$2 + 3 \cdot 4$$

Et slikt regnestykke *kunne* man tolket på to måter:

(i) ”2 pluss 3 er 5. 5 ganget med 4 er 20. Svaret er 20.”

(ii) ”3 ganget med 4 er 12. 2 pluss 12 er 14. Svaret er 14.”

Men svarene blir ikke like! Det er altså behov for å ha noen regler om hva vi skal regne ut først. Den ene regelen er at vi må regne ut ganging eller deling *før* vi legger sammen eller trekker ifra, dette betyr at

$$\begin{aligned} 2 + 3 \cdot 4 &= \text{”Regn ut } 3 \cdot 4\text{, og legg sammen med 2”} \\ &= 2 + 12 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Men hva om vi ønsket å legge sammen 2 og 3 først, og så gange summen med 4? Å fortelle at noe skal regnes ut først gjør vi ved hjelp av parenteser:

$$\begin{aligned} (2 + 3) \cdot 4 &= \text{”Legg sammen 2 og 3, og gang med 4 etterpå”} \\ &= 5 \cdot 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

0.1 Regnerekkefølge

1. Uttrykk med parentes
2. Multiplikasjon eller divisjon
3. Addisjon eller subtraksjon

Eksempel 1

Regn ut

$$23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7$$

Svar

$$\begin{aligned} 23 - (3 + 9) + 4 \cdot 7 &= 23 - 12 + 4 \cdot 7 && \text{Parentes} \\ &= 23 - 12 + 28 && \text{Ganging} \\ &= 39 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

Eksempel 2

Regn ut

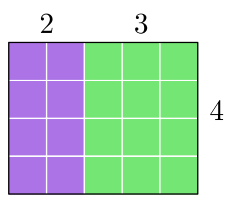
$$18 : (7 - 5) - 3$$

Svar

$$\begin{aligned} 18 : (7 - 5) - 3 &= 18 : 2 - 3 && \text{Parentes} \\ &= 9 - 3 && \text{Deling} \\ &= 6 && \text{Addisjon og subtraksjon} \end{aligned}$$

Ganging med parentes

Hvor mange ruter ser vi i figuren under?



To måter man kan tenke på er disse:

(i) Det er $2 \cdot 4 = 8$ lilla ruter og $3 \cdot 4 = 12$ grønne ruter. Til sammen er det $8 + 12 = 20$ ruter. Dette kan vi skrive som

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20$$

(ii) Det er $2+3=5$ ruter bortover og 4 ruter oppover. Altså er det $5\cdot 4 = 20$ ruter totalt. Dette kan vi skrive som

$$(2+3)\cdot 4 = 20$$

Av disse to utregningene har vi at

$$(2+3)\cdot 4 = 2\cdot 4 + 3\cdot 4$$

0.2 Ganging med parentes (distributiv lov)

Når et parentesuttrykk er en faktor, kan vi gange de andre faktorene med hvert enkelt ledd i parentesuttrykket.

Eksempel 1

$$({\color{orange}4} + {\color{green}7})\cdot{\color{blue}8} = {\color{orange}4}\cdot{\color{blue}8} + {\color{green}7}\cdot{\color{blue}8}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned}(10-7)\cdot 2 &= 10\cdot 2 - 7\cdot 2\\ &= 20 - 14\\ &= 6\end{aligned}$$

Merk: Her vil det selvsagt være raskere å regne slik:

$$(10-7)\cdot 2 = 3\cdot 2 = 6$$

Eksempel 2

Regn ut $12\cdot 3$.

Svar

$$\begin{aligned}12\cdot 3 &= (10+2)\cdot 3\\ &= 10\cdot 3 + 2\cdot 3\\ &= 30 + 6\\ &= 36\end{aligned}$$

Merk

Vi introduserte parenteser som en indikator på hva som skulle regnes ut først, men regel 0.2 gir en alternativ og likeverdig betydning av parenteser.

Å gange med 0

Vi har tidligere sett at 0 kan skrives som en differanse mellom to tall, og dette kan vi nå utnytte til å finne produktet når vi ganger med 0. La oss se på regnestykket

$$(2-2)\cdot 3$$

Av regel 0.2 har vi at

$$\begin{aligned}(2-2)\cdot 3 &= 2\cdot 3 - 2\cdot 3\\ &= 6-6\\ &= 0\end{aligned}$$

Siden $0 = 2-2$, må dette bety at

$$0\cdot 3 = 0$$

> **0.3 Gonging med 0**
>
> Viss 0 er en faktor, er produktet lik 0.

> **Eksempel 1**
>
> $$7\cdot 0 = 0$$
>
> $$0\cdot 219 = 0$$

Assosiative lover

> **0.4 Assosiativ lov ved addisjon**
>
> Plasseringen av parenteser mellom ledd har ingen påvirkning på summen.

> **Eksempel**
>
> $$(2+3)+4 = 5+3 = 9$$
>
> $$2+(3+4) = 2+7 = 9$$
>
> 

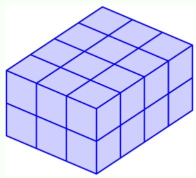
0.5 Assosiativ lov ved multiplikasjon

Plasseringen av parenteser mellom faktorer har ingen påvirkning på produktet.

Eksempel

$$(2 \cdot 3) \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = 2 \cdot 12 = 24$$



I motsetning til addisjon og multiplikasjon, er hverken subtraksjon eller divisjon assosiative:

$$(12 - 5) - 4 = 7 - 4 = 3$$

$$12 - (5 - 4) = 12 - 1 = 11$$

$$(80 : 10) : 2 = 8 : 2 = 4$$

$$80 : (10 : 2) = 80 : 5 = 16$$

Vi har sett at parentesene hjelper oss med å si noe om *prioriteringen* av regneartene, men det at subtraksjon og divisjon ikke er assosiative fører til at vi også må ha en regel for hvilken *retning* vi skal regne i.

0.6 Retning på utregninger

Regnearter som ut ifra regel 0.1 har lik prioritet, skal regnes fra venstre mot høyre.

Eksempel 1

$$\begin{aligned} 12-5-4 &= (12-5)-4 \\ &= 7-4 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Eksempel 2

$$\begin{aligned} 80:10:2 &= (80:10):2 \\ &= 8:2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Eksempel 3

$$\begin{aligned} 6:3\cdot 4 &= (6:3)\cdot 4 \\ &= 2\cdot 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

0.2 Faktorisering

Når en heltalls dividend og en heltalls divisor resulterer i en heltalls kvotient, sier vi at dividenden er **delelig** med divisoren. For eksempel er 6 delelig med 3 fordi $6 : 3 = 2$, og 40 er delelig med 10 fordi $40 : 10 = 4$. Begrepet delelig er med på å definere **primtall**:

0.7 Primtall

Et naturlig tall som er større enn 1, og som bare er delelig med seg selv og 1, er et primtall.

Eksempel

De fem første primtallene er $2, 3, 5, 7$ og 11.

0.8 Faktorisering

Faktorisering innebærer å skrive et tall som et produkt av andre tall.

Eksempel

Faktoriser 24 på tre forskjellige måter.

Svar

$$24 = 2 \cdot 12$$
$$24 = 3 \cdot 8$$
$$24 = 2 \cdot 3 \cdot 4$$

Språkboksen

Da 12 er delelig med 4, sier vi at 4 er en faktor i 12.

0.9 Primtallsfaktorisering

Faktorisering med bare primtall som faktorer kalles **primtallsfaktorisering**.

Eksempel

Skriv 12 på primtallsfaktorisert form.

Svar

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Primtallene mellom 1-100

91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10