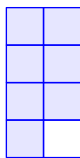
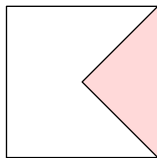


0.1 Brøkdeler av helheter

I MB (s. 35-47) har vi sett hvordan brøker er definert ut ifra en inndeling av 1. I hverdagen bruker vi også brøker for å snakke om inndelinger av en helhet:



(a)



(b)

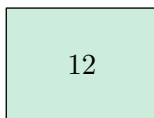


(c)

- (a) Helheten er 8 ruter. $\frac{7}{8}$ av rutene er blå.
- (b) Helheten er et kvadrat. $\frac{1}{4}$ av kvadratet er rødt.
- (c) Helheten er 5 kuler. $\frac{3}{5}$ av kulene er svarte.

Brøkdeler av tall

Si at rektangelet under har verdien 12.

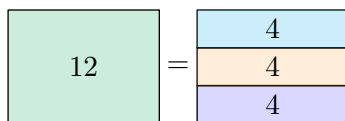


Når vi sier " $\frac{2}{3}$ av 12" mener vi at vi skal

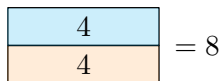
- a) dele 12 inn i 3 like grupper.
- b) finne ut hvor mye 2 av disse gruppene utgjør til sammen.

Vi har at

- a) 12 delt inn i 3 grupper er lik $12 : 3 = 4$.



- b) 2 grupper som begge har verdi 4 blir til sammen $2 \cdot 4 = 8$.



Altså er

$$\frac{2}{3} \text{ av } 12 = 8$$

For å finne $\frac{2}{3}$ av 12, delte vi 12 med 3, og ganget kvotienten med 2. Dette er det samme som å gange 12 med $\frac{2}{3}$ (se MB, s. 45 og 50).

0.1 Brøkdelen av et tall

For å finne brøkdelen av et tall, ganger vi brøken med tallet.

$$\frac{a}{b} \text{ av } c = \frac{a}{b} \cdot c$$

Eksempel 1

Finn $\frac{2}{5}$ av 15.

Svar

$$\frac{2}{5} \text{ av } 15 = \frac{2}{5} \cdot 15 = 6$$

Eksempel 2

Finn $\frac{7}{9}$ av $\frac{5}{6}$.

Svar

$$\frac{7}{9} \text{ av } \frac{5}{6} = \frac{7}{9} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{54}$$

Språkboksen

Deler av en helhet blir også kalt *andeler*.

0.2 Prosent

Brøker er ypperlige til å oppgi andeler av en helhet fordi de gir et raskt bilde av hvor mye det er snakk om. For eksempel er det lett å se (omtrent) hvor mye $\frac{3}{5}$ eller $\frac{7}{12}$ av en kake er. Men ofte er det ønskelig å raskt avgjøre hvilke andeler som utgjør *mest*, og da er det best om brøkene har samme nevner.



Når andeler oppgis i det daglige, er det vanlig å bruke brøker med 100 i nevner. Brøker med denne nevneren er så mye brukt at de har fått sitt eget navn og symbol.

0.2 Prosenttall

$$a\% = \frac{a}{100}$$

Språkboksen

% uttales *prosent*. Ordet kommer av det latinske *per centum*, som betyr *per hundre*.

Eksempel 1

$$43\% = \frac{43}{100}$$

Eksempel 2

$$12,7\% = \frac{12,7}{100}$$

Merk: Det er kanskje litt uvant, men ikke noe galt med å ha et desimaltall i teller (eller nevner).

Eksempel 3

Finn verdien til

- a) 12% b) 19,6% c) 149%

Svar

(Se [MB](#) for utregning som innebærer å dele med 100.)

$$\text{a) } 12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

$$\text{b) } 19,6\% = \frac{19,6}{100} = 0,196$$

$$\text{c) } 149\% = \frac{149}{100} = 1,49$$

Eksempel 4

Gjør om brøkene til prosenttall.

$$\text{a) } \frac{34}{100}$$

$$\text{b) } \frac{203}{100}$$

Svar

$$\text{a) } \frac{34}{100} = 34\%$$

$$\text{b) } \frac{203}{100} = 203\%$$

Eksempel 5

Finn 50% av 800.

Svar

Av [regel 0.1](#) og [regel 0.2](#) har vi at

$$50\% \text{ av } 800 = \frac{50}{100} \cdot 800 = 400$$

Eksempel 6

Finn 2% av 7,4.

Svar

$$2\% \text{ av } 7,4 = \frac{2}{100} \cdot 7,4 = 0,148$$

Tips

Å dele med 100 er såpass enkelt, at vi gjerne kan uttrykke prosenttall som desimaltall når vi gjør utregninger. I *Eksempel 6* over kunne vi har regnet slik:

$$2\% \text{ av } 7,4 = 0,02 \cdot 7,4 = 0,148$$

Promille

Noen ganger er det bedre å bruke brøker med 1000 i nevner for å oppgi andeler. Da brukes symbolet ‰, som uttales *promille*.

$$a‰ = \frac{a}{1000}$$

Alle regler om prosentregning kan også brukes ved promilleregning så lenge man erstatter 100 med 1000.

Prosentdeler

Hvor mange prosent utgjør 15 av 20?

15 er det samme som $\frac{15}{20}$ av 20, så svaret på spørsmålet får vi ved å gjøre om $\frac{15}{20}$ til en brøk med 100 i nevner. Siden $20 \cdot \frac{100}{20} = 100$, utvider vi brøken vår med $\frac{100}{20} = 5$:

$$\frac{15 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{75}{100}$$

15 utgjør altså 75% av 20. Vi kunne fått 75 direkte ved utregningen

$$15 \cdot \frac{100}{20} = 75$$

0.3 Antall prosent a utgjør av b

$$\text{Antall prosent } a \text{ utgjør av } b = a \cdot \frac{100}{b} \quad (1)$$

Eksempel 1

Hvor mange prosent utgjør 340 av 400?

Svar

$$340 \cdot \frac{100}{400} = 85$$

340 utgjør 85% av 400.

Eksempel 2

Hvor mange prosent utgjør 119 av 500?

Svar

$$119 \cdot \frac{100}{500} = 23,8$$

119 utgjør 23,8% av 500.

Tips

Å gange med 100 er såpass enkelt å ta i hodet at man kan ta det bort fra selve utregningen. *Eksempel 2* over kunne vi da regnet slik:

$$\frac{119}{500} = 0,238$$

119 utgjør altså 23,8% av 500. (Her regner man i hodet at $0,238 \cdot 100 = 23,8$.)

0.2.1 Prosentvis endring; økning eller reduksjon

Økning

Med utsagnet "200 økt med 30%" menes dette:

200 addert med 30% av 200.

Altså er

$$\begin{aligned} 200 \text{ økt med } 30\% &= 200 + 200 \cdot 30\% \\ &= 200 + 60 \\ &= 260 \end{aligned}$$

I uttrykket over kan vi legge merke til at 200 er å finne i begge ledd, dette kan vi utnytte til å skrive

$$\begin{aligned} 200 \text{ økt med } 30\% &= 200 + 200 \cdot 30\% \\ &= 200 \cdot (1 + 30\%) \\ &= 200 \cdot (100\% + 30\%) \\ &= 200 \cdot 130\% \end{aligned}$$

Dette betyr at

$$200 \text{ økt med } 30\% = 130\% \text{ av } 200$$

Reduksjon

Med utsagnet "200 redusert med 60%" menes dette:

200 fratrukt 60% av 200

Altså er

$$\begin{aligned} 200 \text{ redusert med } 60\% &= 200 - 200 \cdot 60\% \\ &= 200 - 120 \\ &= 80 \end{aligned}$$

Også her legger vi merke til at 200 opptrer i begge ledd i utregningen:

$$\begin{aligned}200 \text{ redusert med } 30\% &= 200 - 200 \cdot 60\% \\&= 200 \cdot (1 - 60\%) \\&= 200 \cdot 40\%\end{aligned}$$

Dette betyr at

$$200 \text{ redusert med } 60\% = 40\% \text{ av } 200$$

Prosentvis endring oppsummert

0.4 Prosentvis endring

- Når en størrelse reduseres med $a\%$, ender vi opp med $(100\% - a\%)$ av størrelsen.
- Når en størrelse øker med $a\%$, ender vi opp med $(100\% + a\%)$ av størrelsen.

Eksempel 1

Hva er 210 redusert med 70%?

Svar

$100\% - 70\% = 30\%$, altså er

$$\begin{aligned}210 \text{ redusert med } 70\% &= 30\% \text{ av } 210 \\&= \frac{30}{100} \cdot 210 \\&= 63\end{aligned}$$

Eksempel 2

Hva er 208,9 økt med 124,5%?

Svar

$100\% + 124,5\% = 224,5\%$, altså er

$$\begin{aligned}208,9 \text{ økt med } 124,5 &= 224,5\% \text{ av } 208,9 \\&= \frac{224,5}{100} \cdot 208,9\end{aligned}$$

Språkboksen

Rabatt er en pengesum som skal trekkes ifra en pris når det gis tilbud. Dette kalles også et *avslag* på prisen. Rabatt oppgis enten i antall kroner eller som prosentdel av prisen.

Merverdiavgiften (mva.) er en avgift som legges til prisen på de aller fleste varer som selges. Merverdiavgift oppgis som regel som prosentdel av prisen.

Eksempel 3

I en butikk kostet en skjorte først 500 kr, men selges nå med 40% rabatt.

Hva er den nye prisen på skjorta?



Svar

(Vi tar ikke med kr i utregningene)

Skal vi betale full pris, må vi betale 100% av 500. Men får vi 40% i rabatt, skal vi bare betale $100\% - 40\% = 60\%$ av 500:

$$\begin{aligned} 60\% \text{ av } 500 &= \frac{60}{100} \cdot 500 \\ &= 300 \end{aligned}$$

Med rabatt koster altså skjorta 300 kr.

Eksempel 4

På bildet står det at prisen på øreklokkene er 999,20 kr *ekskludert* mva. og 1 249 *inkludert* mva. For øreklokker er mva. 25% av prisen.

Undersøk om prisen der mva. er inkludert er rett.



Svar

(Vi tar ikke med 'kr' i utregningene)

Når vi inkluderer mva., må vi betale $100\% + 25\%$ av 999,20:

$$\begin{aligned} 125\% \text{ av } 999,20 &= \frac{125}{100} \cdot 999,20 \\ &= 1249 \end{aligned}$$

Altså 1249 kr, som også er opplyst på bildet.

0.2.2 Vekstfaktor

På side 7 økte vi 200 med 30%, og endte da opp med 130% av 200. Vi sier da at *vekstfaktoren* er 1,3. På side 7 reduserte vi 200 med 60%, og endte da opp med 40% av 200. Da er vekstfaktoren 0,40.

Mange stusser over at ordet vekstfaktor brukes selv om en størrelse *synker*, men slik er det. Kanskje et bedre ord ville være *endringsfaktor*?

0.5 Vekstfaktor I

Når en størrelse endres med $a\%$, er vekstfaktoren verdien til $100\% \pm a\%$.

Ved økning skal **+** brukes, ved reduisering skal **-** brukes.

Eksempel 1

En størrelse økes med 15%. Hva er vekstfaktoren?

Svar

$100\% + 15\% = 115\%$, altså er vekstfaktoren 1,15.

Eksempel 2

En størrelse reduseres med 19,7%. Hva er vekstfaktoren?

Svar

$100\% - 19,7\% = 80,3\%$, altså er vekstfaktoren 0,803

La oss se tilbake til *Eksempel 1* på side 8, hvor 210 ble redusert med 70%. Da er vekstfaktoren 0,3. Videre er

$$0,3 \cdot 210 = 63$$

Altså, for å finne ut hvor mye 210 redusert med 70% er, kan vi gange 210 med vekstfaktoren (forklar for deg selv hvorfor!).

0.6 Prosentvis endring med vekstfaktor

$$\text{endret originalverdi} = \text{vekstfaktor} \cdot \text{originalverdi}$$

Eksempel 1

En vare verd 1 000 kr er rabattert med 20%.

- a) Hva er vekstfaktoren?
- b) Finn den nye prisen.

Svar

- a) Siden det er 20% rabatt, må vi betale $100\% - 20\% = 80\%$ av originalprisen. Vekstfaktoren er derfor 0,8.
- b) Vi har at

$$0,8 \cdot 1000 = 800$$

Den nye prisen er altså 800 kr .

..

Eksempel 2

En sjokolade koster 9,80 kr , ekskludert mva. På matvarer er det 15% mva.

- a) Hva er vekstfaktoren for prisen på sjokoladen med mva. inkludert?
- b) Hva koster sjokoladen inkludert mva.?

Svar

- a) Med 15% i tillegg må vi betale $100\% + 15\% = 115\%$ av prisen ekskludert mva. Vekstfaktoren er derfor 1,15.

- b)

$$1,15 \cdot 9,90 = 12,25$$

Sjokoladen koster 12,25 kr inkludert mva.

Vi kan også omskrive likningen¹ fra [regel 0.6](#) for å få et uttrykk for vekstfaktoren:

0.7 Vekstfaktor II

$$\text{vekstfaktor} = \frac{\text{endret originalverdi}}{\text{originalverdi}}$$

Å finne den prosentvise endringen

Når man skal finne en prosentvis endring, er det viktig å være klar over at det er snakk om prosent *av en helhet*, som er selve utgangspunktet for utregningene. Denne helheten er den originale verdien.

La oss som et eksempel si at Jakob tjente 10 000 kr i 2019, og 12 000 kr i 2020. Vi kan da stille spørsmålet ”Hvor mye endret lønnen til Jakob seg med fra 2019 til 2020, i prosent?”.

Spørsmålet tar utgangspunkt i lønnen fra 2019, dette betyr at 10 000 er vår originale verdi. To måter å finne den prosentvise endringen på er disse (vi tar ikke med ’kr’ i utregningene):

¹Se [kapittel ??](#) for hvordan skrive om likninger.

- Lønnen til Jakob endret seg fra 10 000 til 12 000, en forandring på $12\,000 - 10\,000 = 2\,000$. Videre er (se [regel 0.3](#))

$$\begin{aligned}\text{antall prosent } 2\,000 \text{ utgjør av } 10\,000 &= 2\,000 \cdot \frac{100}{10\,000} \\ &= 20\end{aligned}$$

Fra 2019 til 2020 økte altså lønnen til Jakob med 20%.

- Vi har at

$$\frac{12\,000}{10\,000} = 1,2$$

Fra 2019 til 2020 økte altså lønnen til Jakob med en vekstfaktor lik 1,2 (se [regel 0.6](#)). Denne vekstfaktoren tilsvarer en endring lik 20% (se [regel 0.5](#)). Det betyr at lønnen økte med 20%.

0.8 Prosentvis endring I

$$\text{prosentvis endring} = \frac{\text{endret originalverdi} - \text{originalverdi}}{\text{originalverdi}} \cdot 100$$

Hvis 'prosentvis endring' er et positivt/negativt tall, er det snakk om en prosentvis økning/reduksjon.

Kommentar

[regel 0.8](#) kan se litt voldsom ut, og er ikke nødvendigvis så lett å huske. Hvis du virkelig har forstått [delseksjon 0.2.1](#), kan du uten å bruke [regel 0.8](#) finne prosentvise endringer trinnvis. I påfølgende eksempel viser vi både en trinnvis løsningsmetode og en metode ved bruk av formel.

Eksempel 1

I 2019 hadde et fotballag 20 medlemmer. I 2020 hadde laget 12 medlemmer. Hvor mange prosent av medlemmene fra 2019 hadde sluttet i 2020?

Svar

Vi starter med å merke oss at det er medlemstallet fra 2019 som er originalverdien vår.

Metode 1; trinnvis metode

Fotballaget gikk fra å ha 20 til 12 medlemmer, altså var det $20 - 12 = 8$ som sluttet. Vi har at

$$\text{antall prosent} = 8 \cdot \frac{100}{20} = 40$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

Metode 2; formel

Vi har at

$$\begin{aligned}\text{prosentvis endring} &= \frac{12 - 20}{20} \cdot 100 \\ &= -\frac{8}{20} \cdot 100 \\ &= -40\end{aligned}$$

I 2020 hadde altså 40% av medlemmene fra 2019 sluttet.

Merk: At medlemmer slutter, innebærer en *reduksjon* i medlemstall. Vi forventet derfor at 'prosentvis endring' skulle være et negativt tall.

0.9 Prosentvis endring II

$$\text{prosentvis endring} = 100 (\text{vekstfaktor} - 1)$$

Eksempel 1

I 2019 tjente du 12 000 kr og i 2020 tjente du 10 000 kr. Finn den prosentvise endringen i din inntekt, med inntekten i 2019 som utgangspunkt.

Svar

Her er 12 000 vår originalverdi. Av [regel 0.7](#) har vi da at

$$\begin{aligned}\text{vekstfaktor} &= \frac{10\,000}{12\,000} \\ &= 0,8\end{aligned}$$

Dermed er

$$\begin{aligned}\text{prosentvis endring} &= 100(0,8 - 1) \\ &= 100(-0,2) \\ &= -20\end{aligned}$$

Altså er lønnen *redusert* med 20% i 2020 sammenliknet med lønnen i 2019.

Merk

[regel 0.8](#) og [regel 0.9](#) gir begge formler som kan brukes til å finne prosentvise endringer. Her er det opp til en selv å velge hvilken man liker best.

0.2.3 Prosentpoeng

Ofte snakker vi om mange størrelser samtidig, og når man da bruker prosent-ordet kan setninger bli veldig lange og knotete hvis man også snakker om forskjellige originalverdier (utgangspunkt). For å forenkle setningene, har vi begrepet *prosentpoeng*.



Tenk at et par solbriller først ble solgt med 30% rabatt av originalprisen, og etter det med 80% rabatt av originalprisen. Da sier vi at rabatten har økt med 50 *prosentpoeng*.

$$80\% - 30\% = 50\%$$

Hvorfor kan vi ikke si at rabatten har økt med 50%?

Tenk at solbrillene hadde originalpris 1 000 kr. 30% rabatt på 1 000 kr tilsvarer 300 kr i rabatt. 80% rabatt på 1000 kr tilsvarer 800 kr i rabatt. Men hvis vi øker 300 med 50%, får vi $300 \cdot 1,5 = 450$, og det er ikke det samme som 800! Saken er at vi har to forskjellige originalverdier som utgangspunkt:

"Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50 prosentpoeng. Da ble rabatten 80%."

Forklaring: 'Rabatten' er en størrelse vi regner ut ifra originalprisen til solbrillene. Når vi sier "prosentpoeng", viser vi til at **originalprisen fortsatt er utgangspunktet** for den kommende prosentregningen. Når prisen er 1 000 kr, starter vi med $1\,000 \text{ kr} \cdot 0,3 = 300 \text{ kr}$ i rabatt. Når vi legger til 50 *prosentpoeng*, legger vi til 50% av originalprisen, altså $1\,000 \text{ kr} \cdot 0,5 = 500 \text{ kr}$. Totalt blir det 800 kr i rabatt, som utgjør 80% av originalprisen.

"Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50%. Da ble rabatten 45%."

Forklaring: 'Rabatten' er en størrelse vi regner ut ifra originalprisen til solbrillene, men her viser vi til at **rabatten er utgangspunktet** for den kommende prosentregningen. Når prisen er 1 000 kr, starter vi med 300 kr i rabatt. Videre er

$$300 \text{ kr} \text{ økt med } 50\% = 300 \text{ kr} \cdot 1,5 = 450 \text{ kr}$$

og

$$\text{antall prosent } 450 \text{ utgjør av } 1\,000 = \frac{450}{100} = 45$$

Altså er den nye rabatten 45%.

I de to (gule) tekstboksene over regnet vi ut den økte rabatten via originalprisen på solbrillene (1 000 kr). Dette er strengt tatt ikke nødvendig:

- Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50 prosentpoeng. Da ble rabatten

$$30\% + 50\% = 80\%$$

- Rabatten var først 30%, så økte rabatten med 50%. Da ble rabatten

$$30\% \cdot 1,5 = 45\%$$

0.10 Prosentpoeng

$a\%$ økt/redusert med b prosentpoeng $= a\% \pm b\%$.

$a\%$ økt/redusert med $b\% = a\% \cdot (1 \pm b\%)$

Merk

Andre linje i [regel 0.10](#) er egentlig identisk med [regel 0.6](#).

Eksempel

I skole- og jobbsammenheng viser *fraværet* til hvor mange elever/ansatte som ikke er til stede.

En dag var 5% av elevene på en skole ikke til stede. Dagen etter var 7,5% av elevene ikke til stede.

- Hvor mange prosentpoeng økte fraværet med?
- Hvor mange prosent økte fraværet med?

Svar

- $7,5\% - 5\% = 2,5\%$, derfor har fraværet økt med 2,5 prosentpoeng.
- Her må vi svare på hvor mye endringen, altså 2,5%, utgjør av 5%. Av [regel 0.3](#) har vi at

$$\begin{aligned} \text{antall prosent } 2,5\% \text{ utgjør av } 5\% &= 2,5\% \cdot \frac{100}{5\%} \\ &= 50 \end{aligned}$$

Altså har fraværet økt med 50%.

Merk

Å i *Eksempel 1* over stille spørsmålet "Hvor mange prosentpoeng økte fraværet med?", er det samme som å stille spørsmålet

”Hvor mange prosent av det totale elevantalet økte fraværet med?”.

0.2.4 Gjentatt prosentvis endring

Hva om vi foretar en prosentvis endring gjentatte ganger? La oss som et eksempel starte med 2000, og utføre 10% økning 3 påfølgende ganger (se [regel 0.6](#)):

$$\text{verdi etter 1. endring} = \overbrace{2000}^{\text{originalverdi}} \cdot 1,10 = 2\,200$$

$$\text{verdi etter 2. endring} = \overbrace{2\,200}^{2\,200} \cdot 1,10 = 2\,420$$

$$\text{verdi etter 3. endring} = \overbrace{2\,420}^{2\,420} \cdot 1,10 = 2\,662$$

Mellomregningen vi gjorde over kan kanskje virke unødvendig, men utnytter vi skrivemåten for potenser¹ kommer et mønster til syne:

$$\text{verdi etter 1. endring} = 2\,000 \cdot 1,10^1 = 2\,200$$

$$\text{verdi etter 2. endring} = 2\,000 \cdot 1,10^2 = 2\,420$$

$$\text{verdi etter 3. endring} = 2\,000 \cdot 1,10^3 = 2\,662$$

0.11 Gjentatt vekst eller nedgang

$$\text{ny verdi} = \text{originalverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{antall endringer}}$$

Eksempel 1

Finn den nye verdien når 20% økning utføres 6 påfølgende ganger med 10 000 som originalverdi.

Svar

Vekstfaktoren er 1,2, og da er

$$\begin{aligned}\text{ny verdi} &= 10\,000 \cdot 1,2^6 \\ &= 29\,859,84\end{aligned}$$

¹Se [MB](#), s.101

Eksempel 2

Marion har kjøpt seg en ny bil til en verdi av 300 000 kr, og hun forventer at verdien vil synke med 12% hvert år de neste fire årene. Hva er bilen da verd om fire år?

Svar

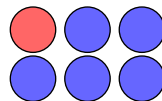
Siden den årlige nedgangen er 12%, blir vekstfaktoren 0,88. Starverdien er 300 000, og tiden er 4:

$$300\,000 \cdot 0,88^4 \approx 179\,908$$

Marion forventer altså at bilen er verdt ca. 179 908 kr om fire år.

0.3 Forhold

Med *forholdet* mellom to størrelser mener vi den ene størrelsen delt på den andre. Har vi for eksempel 1 rød kule og 5 blå kuler, sier vi at



$$\text{forholdet mellom antall røde kuler og antall blå kuler} = \frac{1}{5}$$

Forholdet kan vi også skrive som $1 : 5$. Verdien til dette regnestykket er

$$1 : 5 = 0,2$$

Om vi skriver forholdet som brøk eller som delestykke vil avhenge litt av oppgavene vi skal løse.

I denne sammenhengen kalles 0,2 *forholdstallet*.

0.12 Forhold

$$\text{forholdet mellom } a \text{ og } b = \frac{a}{b}$$

Verdien til brøken kalles forholdstallet.

Eksempel 1

I en klasse er det 10 handballspillere og 5 fotballspillere.

- Hva er forholdet mellom antall handballspillere og fotballspillere?
- Hva er forholdet mellom antall fotballspillere og handballspillere?

Svar

- a) Forholdet mellom antall handballspillere og fotballspillere er

$$\frac{5}{10} = 0,5$$

- b) Forholdet mellom antall fotballspillere og handballspillere er

$$\frac{10}{5} = 2$$

0.3.1 Målestokk

I MB (s.145 - 149) har vi sett på formlike trekantar. Prinsippet om at forholdet mellom samsvarende sider er det samme, kan utvides til å gjelde de fleste andre former, som f. eks. firkanter, sirkler, prismer, kuler osv. Dette er et fantastisk prinsipp som gjør at små tegninger eller figurer (modeller) kan gi oss informasjon om størrelsene til virkelige gjenstander. Tallet som gir oss denne informasjonen kalles **målestokken**.

0.13 Målestokk

$$\text{målestokk} = \frac{\text{en lengde i en modell}}{\text{den samsvarende lengden i virkeligheten}}$$

Eksempel 1

På en tegning av et hus er en vegg 6 cm. I virkeligheten er denne veggen 12 m.

Hva er målestokken på tegningen?

Svar

Først må vi passe på at lengdene har samme benevning¹. Vi gjør om 12 m til antall cm:

$$12 \text{ m} = 1200 \text{ cm}$$

Nå har vi at

$$\begin{aligned}\text{målestokk} &= \frac{6 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} \\ &= \frac{6}{12}\end{aligned}$$

Vi bør også prøve å forkorte brøken så mye som mulig:

$$\text{målestokk} = \frac{1}{6}$$

¹Se [seksjon ??](#).

Tips

Målestokk på kart er omtrent alltid gitt som en brøk med teller lik 1. Dette gjør at man kan lage seg disse reglene:

$$\text{lengde i virkelighet} = \text{lengde på kart} \cdot \text{nevner til målestokk}$$

$$\text{lengde på kart} = \frac{\text{lengde i virkelighet}}{\text{nevner til målestokk}}$$

Eksempel 2

Kartet under har målestokk 1 : 25 000.

- a) Luftlinjen (den blå) mellom Helland og Vike er 10,4 cm på kartet. Hvor langt er det mellom Helland og Vike i virkeligheten?
- b) Tresfjordbrua er ca. 1300 m i virkeligheten. Hvor lang er Tresfjordbrua på kartet?



Svar

- a) Virkelig avstand mellom Helland og Vike = $10,4 \text{ cm} \cdot 25\,000$
 $= 260\,000 \text{ cm}$
- b) Lengde til Tresfjordbrua på kart = $\frac{1\,300 \text{ m}}{25\,000} = 0,052 \text{ m}$

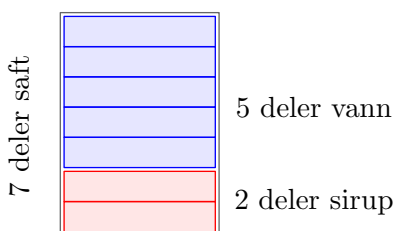
0.3.2 Blandingsforhold

I mange sammenhenger skal vi blande to sorter i riktig forhold.

På en flaske med solbærsirup kan du for eksempel lese symbolet "2 + 5", som betyr at man skal blande sirup og vann i forholdet 2 : 5. Heller vi 2 dL sirup i en kanne, må vi fylle på med 5 dL vann for å lage saften i rett forhold.

Blander du solbærsirup og vann, får du solbærsaft :-)

Noen ganger bryr vi oss ikke om *hvor mye* vi blander, så lenge forholdet er riktig. For eksempel kan vi blande to fulle bøtter med solbærsirup med fem fulle bøtter vann, og fortsatt være sikre på at forholdet er riktig, selv om vi ikke vet hvor mange liter bøtta rommer. Når vi bare bryr oss om forholdet, bruker vi ordet *del*. "2 + 5" på sirupflasken leser vi da som "2 deler sirup på 5 deler vann". Dette betyr at saften vår i alt inneholder $2 + 5 = 7$ deler:



Dette betyr at 1 del utgjør $\frac{1}{7}$ av blandingen, sirupen utgjør $\frac{2}{7}$ av blandingen, og vannet utgjør $\frac{5}{7}$ av blandingen.

0.14 Deler i et forhold

En blanding med forholdet $a : b$ har til sammen $a + b$ deler.

- 1 del utgjør $\frac{1}{a+b}$ av blandingen.
- a utgjør $\frac{a}{a+b}$ av blandingen.
- b utgjør $\frac{b}{a+b}$ av blandingen.

Eksempel 1

Ei kanne som rommer 21 dL er fylt med en saft der sirup og vann er blandet i forholdet $2 : 5$.

- a) Hvor mye vann er det i kanna?
b) Hvor mye sirup er det i kanna?

Svar

a) Til sammen består saften av $2 + 5 = 7$ deler. Da 5 av disse er vann, må vi ha at

$$\begin{aligned}\text{mengde vann} &= \frac{5}{7} \text{ av } 21 \text{ dL} \\ &= \frac{5 \cdot 21}{7} \text{ dL} \\ &= 15 \text{ dL}\end{aligned}$$

b) Vi kan løse denne oppgaven på samme måte som oppgave a), men det er raskere å merke seg at hvis vi har 15 dL vann av i alt 21 dL, må vi ha $(21 - 15) \text{ dL} = 6 \text{ dL}$ sirup.

Eksempel 2

I et malerspann er grønn og rød maling blandet i forholdet $3 : 7$, og det er 5 L av denne blandingen. Du ønsker å gjøre om forholdet til $3 : 11$.

Hvor mye rød maling må du helle oppi spannet?

Svar

I spannet har vi $3 + 7 = 10$ deler. Siden det er 5 L i alt, må vi ha at

$$\begin{aligned} 1 \text{ del} &= \frac{1}{10} \text{ av } 5 \text{ L} \\ &= \frac{1 \cdot 5}{10} \text{ L} \\ &= 0,5 \text{ L} \end{aligned}$$

Når vi har 7 deler rødmaling, men ønsker 11, må vi blande oppi 4 deler til. Da trenger vi

$$4 \cdot 0,5 \text{ L} = 2 \text{ L}$$

Vi må helle oppi 2 L rødmaling for å få forholdet $3 : 11$.

Eksempel 3

I en ferdig blandet saft er forholdet mellom sirup og vann $3 : 5$.

Hvor mange deler saft og/eller vann må du legge til for at forholdet skal bli $1 : 4$?

Svar

Brøken vi ønsker, $\frac{1}{4}$, kan vi skrive om til en brøk med samme teller som brøken vi har (altså $\frac{3}{5}$):

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

I vårt opprinnelige forhold har vi 3 deler sirup og 5 deler vann. Skal dette gjøres om til 3 deler sirup og 12 deler vann, må vi legge til 7 deler vann.