Gruble ??

a) Av (**??**) har vi at

$$f'(a) = \lim_{b \to a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

For at denne grensen skal eksistere, må vi ha at $\lim_{b \to a} (f(b) - f(a)) = 0$ (hvis ikke går grensen mot $\pm\infty$, og da er ikke den deriverte definert), og følgelig er $\lim_{a \to b} f(b) = f(a)$. Dermed er f kontinuerlig for alle x.

b) Gitt funksjonen $f(x) = 0$, da er $f'(x) = 0$ for alle x. Av resultatet fra a) er dermed $f(x) = 0$ kontinuerlig.

Gitt funksjonen $g(x) = a$, hvor a er en konstant. Da er $f'(x) = 0$, og dermed er $g(x)$ kontinuerlig.

Gitt funksjonene $h(x) = ax + b$ hvor a og b er konstanter. Da er $h'(x) = g(x)$, og dermed er $h(x)$ kontinuerlig.

Med samme resonnement kan vi stegvis øke graden av polynomet så høyt vi måtte ønske det, og dermed er alle polynomfunksjoner kontinuerlige.

Gruble ??

Vi har at

$$\begin{aligned}
\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} &= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x) + f(x) - f(x-h)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \\
&= \lim_{h \to 0} \left[f'(x) + f'(x-h)\right] \\
&= 2f'(x)
\end{aligned}$$