

НЕЛИНЕЙНАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

УДК 537.87+537.9

СТАБИЛИЗАЦИЯ ФОРМЫ УЕДИНЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ГРАФЕНОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

© 2015 г. С. В. Крючков*, **, Е. И. Кухарь*

*Волгоградский государственный социально-педагогический университет, 400066 Волгоград, Россия

**Волгоградский государственный технический университет, 400005 Волгоград, Россия

E-mail: eikuhar@yandex.ru

Поступила в редакцию 07.07.2014 г.

Исследовано влияние высокочастотного электромагнитного излучения на распространение уединенных электромагнитных волн в графеновой сверхрешетке с учетом диссипации. Найдено выражение для потенциала диссипативного солитона. Показано, что форма диссипативного солитона зависит от амплитуды высокочастотного излучения. Найдены интервалы амплитуд высокочастотного поля, для которых в графеновой сверхрешетке формируются два типа диссипативных солитонов. Показано, что площади этих солитонов регулируются изменением амплитуды высокочастотного излучения.

DOI: 10.7868/S0030403415010146

ВВЕДЕНИЕ

Возможности использования графеновых структур в оптоэлектронике обуславливают повышенный интерес среди исследователей к изучению нелинейных электрических и оптических эффектов в таких материалах [1–8]. Оптические свойства графена исследовались теоретически и экспериментально в [2–4, 9–13]. Изученные нелинейные оптические свойства графеновых структур открывают новые перспективы в оптоэлектронном приборостроении [8, 14–16]. В [3, 11] обсуждалось применение графеновых структур для генерации электромагнитного (ЭМ) излучения терагерцового (ТГц) диапазона. В [8, 15, 16] продемонстрировано использование поглотителя на основе графена для генерации ЭМ импульсов длительностью менее чем 200 фс.

Интерес к электронному транспорту в графеновых сверхрешетках (ГСР) [3, 13, 17–23] вызван возможностями использования сверхрешеток (СР) в качестве рабочей среды генераторов и усилителей ТГц ЭМ излучения [24, 25], а также для формирования уединенных ЭМ волн [26–31]. Например, для генерации солитонов в полупроводниковой СР требуются меньшие электрические поля (~ 1 кВ/см), чем в объемных кристаллах [26]. Распространение ЭМ 2π -импульса в ГСР теоретически изучено в [30, 31].

Формирование нелинейных волн в полупроводниковых структурах связано с движением электронов в поле волны как целого. Такое коллективное поведение электронного газа разрушается за время, равное по порядку величины вре-

мени релаксации [26, 29]. Это приводит к сильному затуханию солитонов, что является препятствием их использованию для передачи информации на большие расстояния. В полупроводниковых СР, например, длина пробега ЭМ солитона составляет менее 1 мм. Поэтому в настоящее время актуален поиск способов усиления и стабилизации формы уединенных ЭМ волн [32, 33]. Подвижность носителей заряда в графене (которая определяется временем релаксации) значительно превышает подвижность носителей заряда даже в относительно чистых полупроводниковых СР [1]. Это позволяет надеяться, что использование ГСР значительно увеличит длину пробега уединенных ЭМ волн.

В [27, 34, 35] для стабилизации формы солитона в полупроводниковой СР предлагалось использовать высокочастотное (ВЧ) лазерное излучение. Наличие дополнительного ВЧ излучения приводило к динамической модификации электронного спектра СР так, что при определенных амплитудах ВЧ поля последняя становилась средой с инверсной населенностью. В [27] показана возможность формирования в полупроводниковой СР так называемого диссипативного солитона, причем в достаточно мощном ВЧ поле время пробега солитона значительно увеличивается. Аналогичная ситуация рассмотрена в [34, 35], где показано, что учет второй гармоники в электронном спектре полупроводниковой СР приводит к принципиально новым результатам.

Модификация электронного спектра графеновых структур в ВЧ ЭМ поле изучалась в [36–38],

где предсказано динамическое наведение щели в изначально бесщелевом графене. Квазиэнергетический спектр ГСР, подверженной ВЧ ЭМ излучению, найден в [39], где изучено влияние ВЧ поля на распространение уединенных ЭМ волн в идеальной (без диссипации) ГСР.

Ниже исследуется стабилизация ВЧ ЭМ излучением формы уединенной ЭМ волны, распространяющейся в ГСР с учетом диссипации. Показано, что в ГСР возможно формирование диссипативного солитона. Однако в отличие от полупроводниковой СР площадь диссипативного солитона в ГСР зависит от амплитуды ВЧ поля.

УСИЛЕНИЕ УЕДИНЕННОЙ ЭМ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В ИДЕАЛЬНОЙ ГСР

Один из способов изготовления ГСР основан на создании пространственной модуляции щели, наводимой в графене подложкой, состоящей из периодически чередующихся слоев SiO_2/SiC [17, 20]. В [19–22] показано, что электронный спектр такой структуры может быть записан в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \sqrt{\Delta^2 + p_x^2 v_F^2 + \Delta_1^2 \left(1 - \cos \frac{p_y d}{\hbar}\right)},$$

где $v_F = 10^8$ см/с – скорость на поверхности Ферми, $xу$ – графеновая плоскость, $Oу$ – направление чередования слоев (ось ГСР), d – период ГСР, параметры Δ , Δ_1 задаются в процессе изготовления ГСР и определяются прозрачностью формируемых в графене энергетических барьеров. Численный анализ [20] показал, что в случае подложки из периодически чередующихся слоев SiO_2/SiC $\Delta \sim 0.13$ эВ, $\Delta_1 \sim 0.1\Delta$.

Рассмотрим ситуацию, когда ГСР находится в поле двух ЭМ волн. Одна из этих волн является синусоидальной ВЧ волной, распространяется перпендикулярно графеновой плоскости и описывается векторным потенциалом

$$\mathbf{A}^{HF} = \left(0, -\frac{cE_0^{HF}}{\omega} \sin(\omega t), 0\right),$$

где E_0^{HF} – амплитуда электрического поля ВЧ волны. Вторая волна с векторным потенциалом \mathbf{A} распространяется так, что ее плоскость поляризации совпадает с графеновой плоскостью, а напряженность электрического поля направлена вдоль $Oу$. Форма последней волны определяется из уравнения д’Аламбера, записанного с учетом электрического тока, наводимого ЭМ полем вдоль $Oу$.

Пусть температура θ и частота ВЧ излучения ω удовлетворяют условиям

$$\frac{n_0 \hbar^2 v_F^2}{\Delta} \ll \theta \ll \Delta, \quad (1)$$

$$\omega \gg \omega_{pl}, \quad (2)$$

где $\omega_{pl} = \sqrt{2\pi n_0 e^2 \Delta_1^2 d^2 / \hbar^2 a_0 \Delta}$ – плазменная частота, a_0 – толщина графенового слоя, n_0 – поверхностная концентрация свободных носителей заряда в графене. Кроме того, считаем $\Delta_1 \ll \Delta$. В этом случае, как показано в [39], уравнение д’Аламбера, записанное для ЭМ поля с потенциалом \mathbf{A} , принимает вид уравнения double sine-Gordon:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \omega_{pl}^2 (D(a) \sin \varphi + 2\gamma G(a) \sin(2\varphi)) = 0, \quad (3)$$

где $\varphi = edA_y / \hbar c$, $a = edE_0^{HF} / \hbar \omega$, $\gamma = (\Delta_1 / \hbar \omega)^2$,

$$D(a) = J_0(a) + \frac{a^2}{8} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k+1)^2} \left[J_k\left(\frac{a}{2}\right) + J_{k+2}\left(\frac{a}{2}\right) \right]^2,$$

$$G(a) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} J_k^2(a)}{k^2},$$

$J_k(a)$ – функция Бесселя целого порядка. Одним из решений уравнения (5) является потенциал, описывающий уединенный ЭМ импульс, площадь которого может регулироваться изменением амплитуды ВЧ поля [39].

Случай $4\gamma|G(a)| > D(a)$ соответствует неустойчивым кинкам [40–42]. В этой ситуации возможно автомодельное решение уравнения (3), отвечающее усилению ЭМ импульса. Численный расчет, выполненный для $\gamma = 0.1$, показывает, что значения параметра a , удовлетворяющие условию неустойчивости кинка, лежат в одном из следующих интервалов: [4.359, 5.671], [10.679, 11.951] и т.д.

Введем новые переменные $\xi = \omega_{pl}(ct + x)/2c$ и $\eta = \omega_{pl}(ct - x)/2c$. Тогда вместо (3) имеем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \eta} = -4\gamma G \sin \varphi (\lambda + \cos \varphi), \quad (4)$$

где $\lambda = D(a)/4\gamma G(a)$, $|\lambda| < 1$. Для автомодельной переменной $u = \xi\eta$ уравнение (4) перепишется в виде

$$u \frac{d^2 \varphi}{du^2} + \frac{d\varphi}{du} = -4\gamma G \sin \varphi (\lambda + \cos \varphi). \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет регулярные при $x = \pm ct$ решения. Эти решения таковы, что производная φ'_u по переменной u представляет собой волновой пакет, монополярный в окрестности точки $u = 0$.

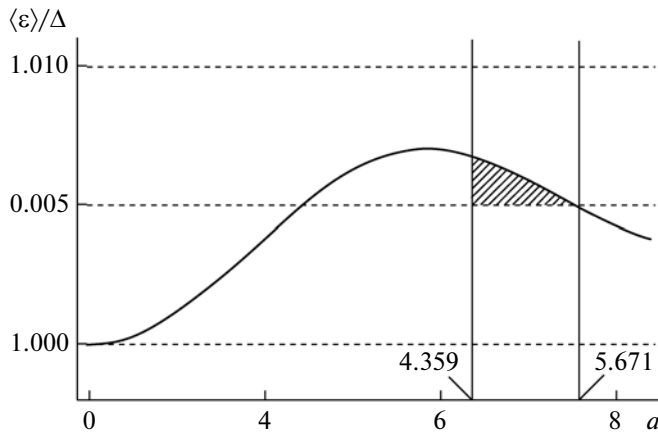


Рис. 1. Зависимость средней энергии электронов от амплитуды ВЧ поля.

Напряженность электрического поля связана с решением уравнения (5) следующим соотношением:

$$E_y(x, t) = \frac{\hbar \omega_{pl}^2 x}{ced} \varphi'_u(x, t). \quad (6)$$

Как видно из (6), по мере распространения ЭМ импульса его амплитуда возрастает. Отметим, что аналогичная ситуация исследована в [27, 43] для системы, описываемой уравнением sine-Gordon. Как и в [27, 43], усиление импульса связано с сильным перераспределением электронов по минизоне, вызванным действием ВЧ ЭМ излучения.

Зависимость энергии электронов $\langle \epsilon \rangle$, усредненной по каноническому ансамблю и периоду ВЧ волны, от амплитуды ВЧ волны показана на рис. 1 (температура $\theta = 77.4$ К). Видно, что для определенных интервалов амплитуд a ВЧ поле сильно перераспределяет электронный газ по минизоне, так что значение $\langle \epsilon \rangle$ превышает энергию, соответствующую середине минизоны. Заштрихованная область — область, соответствующая неустойчивым кинкам, оказывается внутри этих интервалов. ГСР в этом случае является средой с инверсной населенностью, поэтому ЭМ импульс, распространяющийся вдоль графенового слоя, должен усиливаться.

ДИССИПАТИВНЫЙ СОЛИТОН В ГСР

Усиление ЭМ импульса происходит до тех пор, пока энергия, снимаемая в инвертированной среде уединенной волной за единицу времени, не сравняется с энергией, теряемой за единицу времени за счет диссипации. Диссипация, препятствующая усилению импульса, связана как с рассеянием носителей заряда на неоднородностях графена, так и с поглощением на межминизонных переходах. Для учета диссипации добавим в левую часть уравнения (3) слагаемое $\beta \partial \varphi / \partial t$, где

β — феноменологическая постоянная [29]. В результате имеем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \omega_{pl}^2 (D(a) \sin \varphi + 2\gamma G(a) \sin(2\varphi)) = 0. \quad (7)$$

Известно, что в формировании солитонов в СР решающую роль играет периодичность скорости движения электронов в узкой зоне проводимости [26]. В ГСР ВЧ поле приводит не только к динамическому сужению минизоны, как в СР на основе GaAs/AlGaAs [27], но и к изменению структуры зоны Бриллюэна так, что блоховские осцилляции электронов становятся негармоническими. Следствием этого, в частности, является влияние ВЧ поля на площадь солитонов, распространяющихся в ГСР. Если амплитуда ВЧ поля a является нулем функции $D(a)$, то период обратной решетки уменьшится в 2 раза по сравнению со случаем отсутствия ВЧ излучения [39]. В этой ситуации вместо 2π -импульса в идеальной ГСР распространяется π -импульс [39]. Подобного эффекта следует ожидать и в ГСР с учетом диссипации.

Для нахождения решений уравнения (7), соответствующих уединенным ЭМ волнам, введем переменную $\xi = (x - ct) \omega_{pl}^2 / \beta c$. В результате вместо (7) получим

$$\varphi'_\xi = -F(\varphi), \quad (8)$$

где

$$F(\varphi) = D(a) \sin \varphi + 2\gamma G(a) \sin(2\varphi). \quad (9)$$

После интегрирования в (8) с начальным условием $\varphi(0) = \varphi_m$, где φ_m — потенциал, соответствующий максимуму абсолютного значения напряженности E_y ЭМ импульса, получим

$$4\gamma G(1 - \lambda^2) \xi = 2\lambda \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\varphi_m}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \right) + \ln \left(\frac{\lambda + \cos \varphi}{\lambda + \cos \varphi_m} \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_m} \right) \quad (10)$$

или

$$D(\lambda_1^2 - 1) \xi = 2 \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\varphi_m}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \right) + \lambda_1 \ln \left(\frac{1 + \lambda_1 \cos \varphi}{1 + \lambda_1 \cos \varphi_m} \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_m} \right), \quad (11)$$

где $\lambda_1 = \lambda^{-1}$. Выражение (10) (или (11)) описывает стационарную уединенную ЭМ волну, снимающую энергию в ГСР с инверсной населенностью и рассеивающую ее за счет межминизонных переходов. Такое локализованное состояние называют диссипативным солитоном [32]. Для полупроводниковой СР динамика диссипативного соли-

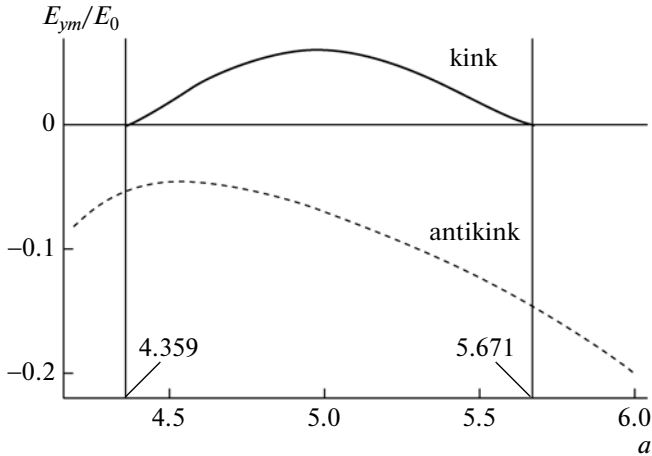


Рис. 2. Зависимость амплитуды диссипативного солитона от амплитуды ВЧ поля.

тона (π -импульса) изучена в [27, 34, 35]. Однако в отличие от полупроводниковой СР в ГСР площадь диссипативного импульса (10) может отличаться от π и регулируется изменением амплитуды ВЧ излучения. В частности, если амплитуда a_n^D является n -м нулем функции $D(a)$, то из (10) следует $\cos(2\varphi) = \text{th}(4\gamma G_n \xi)$, и потенциал φ описывает распространение $(\pi/2)$ -импульса (здесь $G_n = G(a_n^D)$). Для k -го нуля a_k^G функции $G(a)$ из (11) следует $\cos \varphi = \text{th}(D_k \xi)$, а потенциал φ соответствует π -импульсу (здесь $D_k = D(a_k^G)$).

АМПЛИТУДА И ПЛОЩАДЬ ДИССИПАТИВНОГО СОЛИТОНА В ГСР

Найдем амплитуду диссипативного солитона. В случае $\lambda > -1$ потенциал φ_m определится из формулы

$$\cos \varphi_m^a = \frac{\sqrt{8 + \lambda^2} - \lambda}{4}.$$

Тогда амплитуда напряженности электрического поля солитона равна

$$E_{ym}^a = -E_0 \gamma G(\sqrt{8 + \lambda^2} + 3\lambda) \sqrt{4 - \lambda^2 + \lambda \sqrt{8 + \lambda^2}}, \quad (12)$$

где $E_0 = \hbar \omega_{pl}^2 / (2\sqrt{2}ed\beta)$. Из (12) видно, что если $\lambda > -1$, то при $\varphi = \varphi_m^a$ напряженность поля солитона имеет отрицательную проекцию (рис. 2, антикинк).

В случае $\lambda < 1$ потенциал φ_m определится из выражения

$$\cos \varphi_m^k = -\frac{\sqrt{8 + \lambda^2} + \lambda}{4}.$$

Тогда амплитуда напряженности электрического поля солитона имеет вид

$$E_{ym}^k = E_0 \gamma G(\sqrt{8 + \lambda^2} - 3\lambda) \sqrt{4 - \lambda^2 - \lambda \sqrt{8 + \lambda^2}}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что если $\lambda < 1$, то при $\varphi = \varphi_m^k$ напряженность электрического поля солитона имеет положительную проекцию (рис. 2, кинк).

Если $-1 < \lambda < 1$, то возможно распространение как кинка, так и антикинка. В этом случае площади импульсов определяются амплитудой ВЧ поля и равны $\varphi_0 = \pm \arccos(-\lambda)$. Зависимости амплитуды электрического поля и площади диссипативного солитона от a показаны на рис. 2 и 3 соответственно.

УВЛЕЧЕНИЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ГСР ДИССИПАТИВНЫМ СОЛИТОНОМ

Одним из проявлений существования диссипативного солитона в ГСР, описанного выше, может выступить эффект увлечения электронов такой волной [26] — возникновение тока в направлении распространения волны. Природа этого эффекта сходна с природой радиоэлектрического эффекта и объясняется как результат передачи

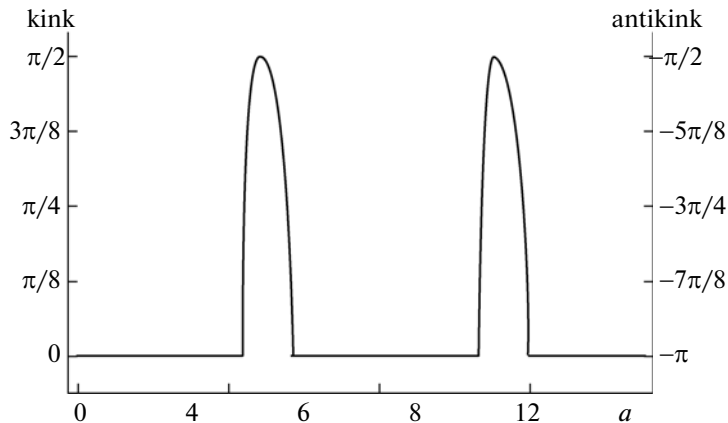


Рис. 3. Зависимость площади диссипативного солитона от амплитуды ВЧ поля.

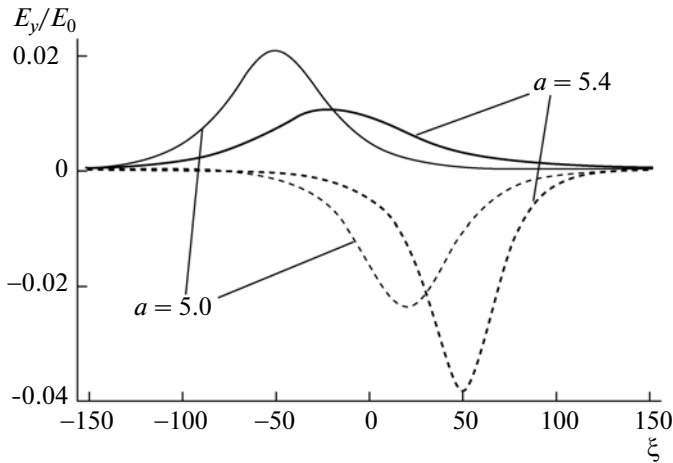


Рис. 4. Профили диссипативных солитонов.

импульса ЭМ волной электронной подсистеме [26]. Чтобы оценить заряд, переносимый диссипативным солитоном вдоль своего направления, воспользуемся следующим выражением для плотности тока увлечения [30]:

$$j_x = -\frac{n_0 e}{a_0} \frac{p_1 v_F^2}{\sqrt{\Delta^2 + p_1^2 v_F^2}},$$

где p_1 — средний импульс одного электрона, равный отношению плотности импульса, передаваемой электронной подсистеме ЭМ волной в направлении оси Ox к концентрации электронов $p_1 = a_0 E_y^2 / 4\pi c n_0$. Таким образом,

$$j_x = -\frac{j_0 \chi F^2(\varphi)}{\sqrt{1 + \chi^2 F^4(\varphi)}},$$

где $j_0 = en_0 v_F / a_0$, $\chi = \Delta_1^2 \omega_{pl}^2 v_F^2 / \Delta^2 \beta^2 c$. Электрический заряд, переносимый ЭМ импульсом вдоль оси Ox , равен ($|\lambda| < 1$)

$$Q = \frac{j_0 \beta \chi}{\omega_{pl}^2} \int_0^{\varphi_0} \frac{F(\varphi) d\varphi}{\sqrt{1 + \chi^2 F^4(\varphi)}}. \quad (14)$$

Подставляя (9) в (14) и учитывая, что выполняется условие $\chi \ll 1$, получим

$$Q(a) = \mp \frac{2j_0 \beta \chi}{\omega_{pl}^2} \gamma G(a) (1 \pm \lambda(a))^2. \quad (15)$$

Здесь верхний знак выбирается для антикинки, а нижний знак — для кинки. Для значений параметров [3, 17] $\Delta = 0.13$ эВ, $n_0 = 10^9$ см⁻², $d = 2 \times 10^{-6}$ см, $E_0^{HF} = 5 \times 10^4$ В/см заряд, увлекаемый кинком, согласно (15), составляет $Q \sim 5$ пКл/см², что может быть измерено в эксперименте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше описана возможность распространения в ГСР диссипативного солитона, стабильность которого обеспечивается за счет энергии носителей заряда в инвертированной минизоне. Инверсная населенность в ГСР достигается внешним ВЧ излучением, амплитуда электрического поля которого лежит в интервале 4.4×10^4 В/см $< E_0^{HF} < 5.7 \times 10^4$ В/см. В отличие от полупроводниковой СР площадь диссипативного солитона в ГСР зависит от амплитуды ВЧ излучения (рис. 3) и может быть отлична от π . Профили диссипативных солитонов при различных значениях параметра a показаны на рис. 4 (сплошные линии — кинки, пунктирные линии — антикинки). Как уже говорилось, зависимость площади диссипативного солитона от амплитуды ВЧ поля является следствием модификации ВЧ излучением электронного спектра, которая приводит к негармоничности блоховских колебаний электронов в минизоне ГСР.

Оценим температуру θ и частоту ω , при которых выполнены условия (1) и (2). Согласно (1) и (2), для вышеуказанных значений параметров температура лежит в интервале 10 К $\ll \theta \ll 10^3$ К, а частота ВЧ излучения удовлетворяет неравенству $\omega \gg 10^{13}$ Гц. Поэтому приведенные выше рассуждения справедливы, если использовать, например, температуру кипения азота (~ 77.4 К) и ЭМ излучение с частотой $\omega \sim 10^{14}$ с⁻¹.

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 13-02-97033 р_поволжье_a) и выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России государственных работ в сфере научной деятельности в рамках базовой части государственного задания № 2014/411 (код проекта: 522).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Peres N.M.R., Guinea F., Castro Neto A.H.* // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. P. 125411.
2. *Sadowski M.L., Martinez G., Potemski M., Berger C., de Heer W.A.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. P. 266405.
3. *Фальковский Л.А.* // УФН. 2008. Т. 178. № 9. С. 923.
4. *Mikhailov S.A.* // Physica E. 2008. V. 40. P. 2626.
5. *Abergel D.S.L., Chakraborty T.* // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95. P. 062107.
6. *Bolmatov D., Mou C.-Y.* // Physica B. 2010. V. 405. P. 2896.
7. *Abergel D.S.L., Apalkov V., Berashevich J., Ziegler K., Chakraborty T.* // Advances in Phys.. 2010. V. 59. P. 261.
8. *Popa D., Sun Z., Torrisi F., Hasan T., Wang F., Ferrari A.C.* // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. P. 203106.
9. *Gusynin V.P., Sharapov S.G., Carbotte J.P.* // J. Phys.: Cond. Matter. 2007. V. 19. P. 026222.

10. *Nair R.R., Blake P., Grigorenko A.N., Novoselov K.S., Booth T.J., Stauber T., Peres N.M.R., Geim A.K.* // *Science*. 2008. V. 320. P. 1308.
11. *Mikhailov S.A., Ziegler K.* // *J. Phys.: Cond. Matter*. 2008. V. 20. P. 384204.
12. *Zhang X.-L., Zhao X., Liu Z.-B., Shi S., Zhou W.-Y., Tian J.-G., Xu Y.-F., Chen Y.-S.* // *J. Optics*. 2011. V. 13. P. 075202.
13. *Neetu Agrawal (Garg), Ghosh S., Sharma M.* // *Int. J. Mod. Phys. B*. 2013. V. 27. P. 1341003.
14. *Liu Z.-B., Li L., Xu Y.-F., Liang J.-J., Zhao X., Chen S.-Q., Chen Y.-S., Tian J.-G.* // *J. Optics*. 2011. V. 13. P. 085601.
15. *Konstantatos G., Badioli M., Gaudreau L., Osmond J., Bernechea M., Garcia de Arquer F.P., Gatti F., Koppens F.H.L.* // *Nature Nanotechnology*. 2012. V. 7. P. 363.
16. *Thongrattanasiri S., Koppens F.H.L., Garcia de Abajo F.J.* // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 108. P. 047401.
17. *Ратников П.В.* // *Письма в ЖЭТФ*. 2009. Т. 90. В. 6. С. 515.
18. *Bolmatov D., Mou C.-Y.* // *JETP*. 2011. V. 112. P. 102.
19. *Barbier M., Vasilopoulos P., Peeters F.M.* // *Phys. Rev. B*. 2010. V. 81. P. 075438.
20. *Завьялов Д.В., Конченков В.И., Крючков С.В.* // *ФТП*. 2012. Т. 46. В. 1. С. 113.
21. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I.* // *Physica E*. 2012. V. 46. P. 25.
22. *Killi M., Wu S., Paramekanti A.* // *Int. J. Mod. Phys. B*. 2012. V. 26. P. 1242007.
23. *Sattari F., Faizabadi E.* // *Int. J. Mod. Phys. B*. 2013. V. 27. P. 1350024.
24. *Романов Ю.А., Романова Ю.Ю.* // *ФТП*. 2005. Т. 39. В. 1. С. 162.
25. *Huart T., Alekseeva N.V., Mattas J., Alekseev K.N.* // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. P. 140405.
26. *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками*. М.: Наука, 1989. 288 с.
27. *Басс Ф.Г., Крючков С.В., Шаповалов А.И.* // *ФТП*. 1995. Т. 29. В. 1. С. 19.
28. *Mensah S.Y., Allotey F.K.A., Mensah N.G.* // *Physica Scripta*. 2000. V. 62. P. 212.
29. *Lonngren K., Scott A.* *Solitons in Action*. New York: Academic Press, 1978. 312 p.
30. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I.* // *Physica. B*. 2013. V. 408. P. 188.
31. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I., Zav'yalov D.V.* // *Laser Phys.* 2013. V. 23. P. 065902.
32. *Розанов Н.Н.* // *УФН*. 2000. Т. 170. № 4. С. 462.
33. *Montesinos G.D., Perez-Garcia V.M., Torres P.* // *Physica D*. 2004. V. 191. P. 193.
34. *Крючков С.В., Шаповалов А.И.* // *Опт. и спектр*. 1998. Т. 84. № 2. С. 286.
35. *Крючков С.В., Федоров Э.Г.* // *ФТП*. 2002. Т. 36. В. 3. С. 326.
36. *Oka T., Aoki H.* // *Phys. Rev. B*. 2009. V. 79. P. 081406(R).
37. *Abergel D.S.L., Chakraborty T.* // *Nanotechnology*. 2011. V. 22. P. 015203.
38. *Calvo H.L., Pastawski H.M., Roche S., Foa Torres L.E.F.* // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 98. P. 232103.
39. *Kryuchkov S.V., Kukhar' E.I.* // *Superlattices and Microstructures*. 2014. V. 70. P. 70.
40. *Condat C.A., Guyer R.A., Miller M.D.* // *Phys. Rev. B*. 1983. V. 27. P. 474.
41. *Campbell D.K., Peyrard M., Solano P.* // *Physica D*. 1986. V. 19. P. 165.
42. *Mussardo G., Riva V., Sotkov G.* // *Nucl. Phys. B*. 2004. V. 687. P. 189.
43. *Беленов Э.М., Назаркин А.В.* // *Письма в ЖЭТФ*. 1990. Т. 51. В. 5. С. 252.