學號：R07922004 系級： 資工碩一 姓名：吳星耀

請實做以下兩種不同feature的模型，回答第 (1) ~ (3) 題：

(1) 抽全部9小時內的污染源feature當作一次項(加bias)

(2) 抽全部9小時內pm2.5的一次項當作feature(加bias)

備註：

a. NR請皆設為0，其他的數值不要做任何更動

b. 所有 advanced 的 gradient descent 技術(如: adam, adagrad 等) 都是可以用的

c. 第1-3題請都以題目給訂的兩種model來回答

d. 同學可以先把model訓練好，kaggle死線之後便可以無限上傳。

e. 根據助教時間的公式表示，(1) 代表 p = 9x18+1 而(2) 代表 p = 9*1+1

1. (2%)記錄誤差值 (RMSE)(根據kaggle public+private分數)，討論兩種feature的影響

	(1) p = 9*18+1	(2) p = 9*1+1
RMSE (Private / Public)	7.27081 / 5.65650	7.22356 / 5.90263
RMSE (Average)	6.463655	6.563095

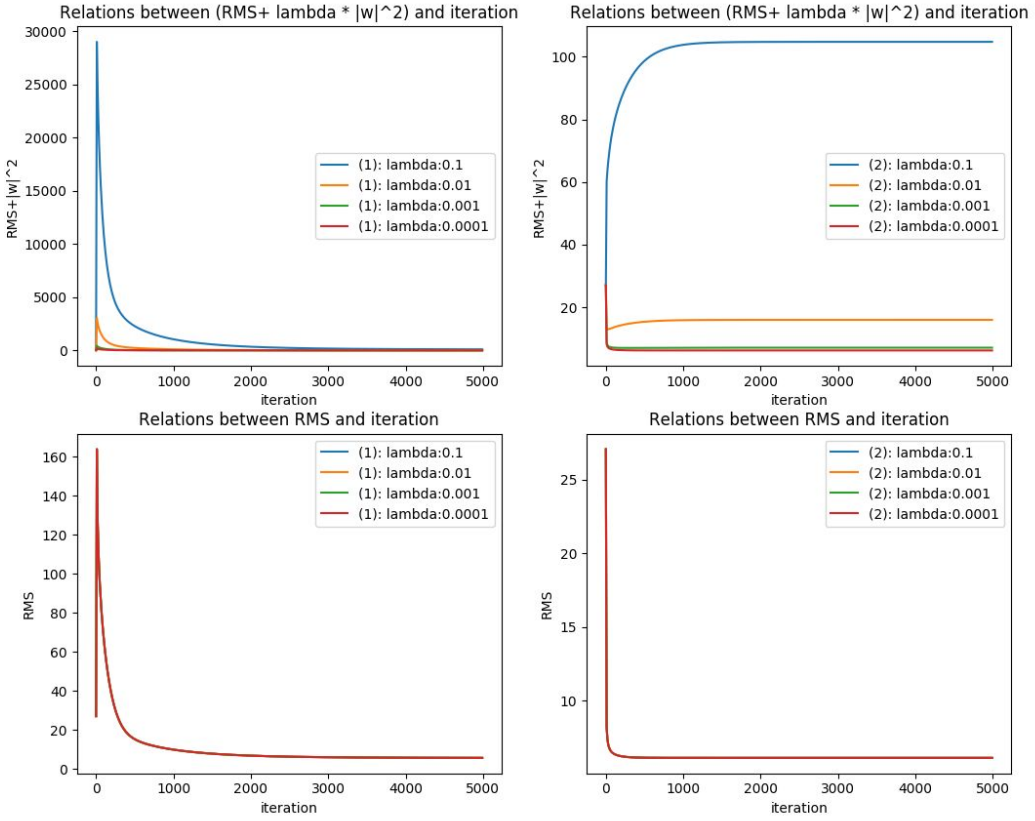
由表可見(1)在Public的表現較好，而(2)在Private的表現較好，由於我們無法得知Private跟Public的分別內容，因此我們將兩個測資平均起來討論其差別。平均結果可以發現(1)的預測結果比(2)還好，由於(1)比(2)多取了其他許多空氣相關feature，因此相較於(2)只用PM2.5去預測之後的PM2.5，(1)有更多相關數據可以參考，預測比較準是合理的。

2. (1%)將feature從抽前9小時改成抽前5小時，討論其變化

	(1) p = 9*18+1	(2) p = 9*1+1
RMSE (Private / Public)	7.21542 / 5.96400	7.22464 / 6.22749
RMSE (Average)	6.58971	6.726065

與1.的原因相同，2.中 (1)比(2)有更小誤差的原因也是因為取了更多空氣相關feature。而與1.比較，2.因為取的時間數較少，因此得到更少的feature，造成更多的誤差。同時因為1.的(2)比2.的(1)有更多的誤差，因此可以猜測少抽4小時比只取PM2.5的影響更大。

3. (1%)Regularization on all the weight with λ=0.1、0.01、0.001、0.0001，並作圖

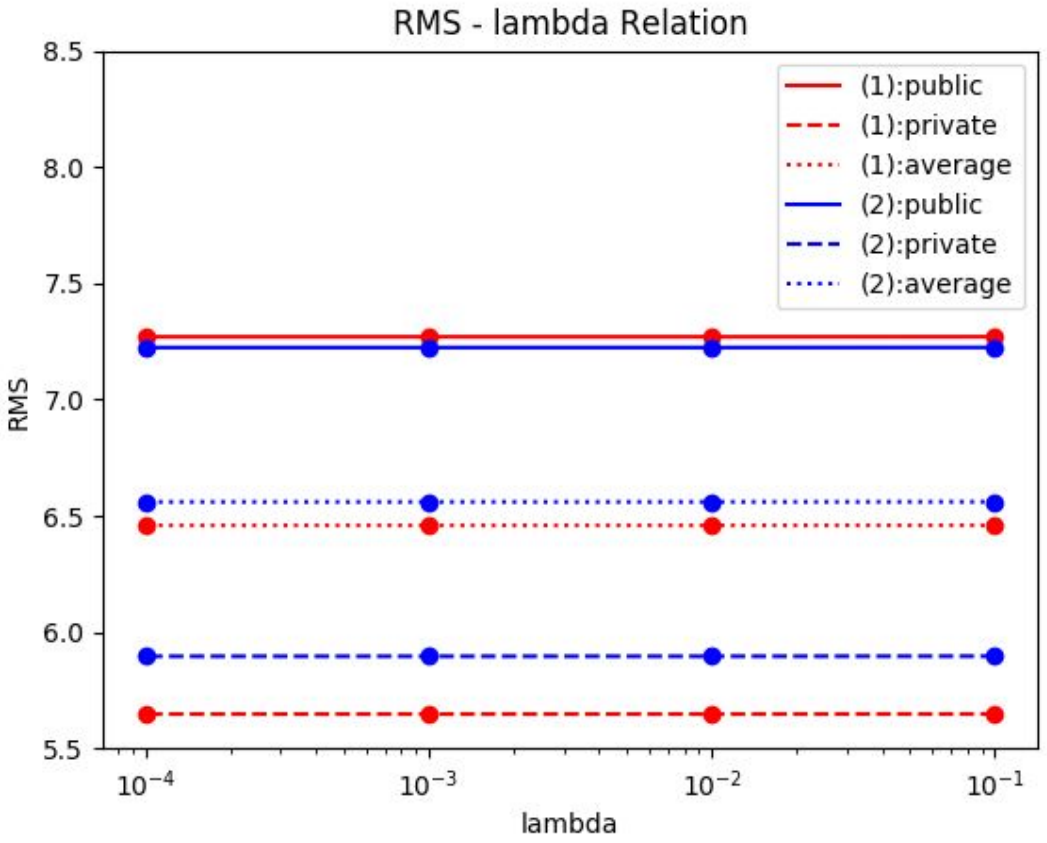


由左上、右上圖可以看出，λ越大時，training剛開始的加上regularization項的loss會變得較大，由於λ直接影響到loss的大小，因此也是合理的。隨著iteration上升，loss逐漸趨近於接近的值，但仍因為λ的大小決定了最終loss會有不同大小。
由左下、右下兩張圖則可以看出無論λ大小為何，RMS幾乎不會有影響，推測原因為所取的feature皆為一次feature，由於regularization是為了避免高次項所造成的overfitting，而(1)、(2)中的feature皆為一次項，因此並沒有帶來特別的好處。

另外，由kaggle得到的RMS error 可以得到以下資料：

	(1) p = 9*18+1	(2) p = 9*1+1
λ=0.1 RMSE (Private / Public / Avg)	7.26989 / 5.64784 / 6.458865	7.22405 / 5.89631 / 6.56018
λ=0.01 RMSE (Private / Public / Avg)	7.26968 / 5.64749 / 6.458585	7.22358 / 5.89592 / 6.55975

λ=0.001 RMSE (Private / Public / Avg)	7.26966 / 5.64746 / 6.45856	7.22354 / 5.89589 / 6.559715
λ=0.0001 RMSE (Private / Public / Avg)	7.26966 / 5.64746 / 6.45856	7.22353 / 5.89588 / 6.559705



由圖與表可以看見λ的大小對private, public與average的RMS幾乎沒有影響。與training RMSE 相似。

4. (1%)在線性回歸問題中，假設有 N 筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量 x^n，其標註(label)為一純量 y^n，模型參數為一向量w (此處忽略偏權值 b)，則線性回歸的損失函數(loss function)為 $\sum_{n=1}^{N}(y^n - x^n \cdot w)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣 $X = [x^1\ x^2\ \dots\ x^N]^T$ 表示，所有訓練資料的標註以向量 $y = [y^1\ y^2\ \dots\ y^N]^T$表示，請問如何以 X 和 y 表示可以最小化損失函數的向量 w ？請選出正確答案。(其中X^TX為invertible)

(a) $(X^TX)X^Ty$
(b) $(X^TX)yX^T$
(c) $(X^TX)^{-1}X^Ty$
(d) $(X^TX)^{-1}yX^T$

矩陣形式表示的loss function為 $|Xw - y|^2$，求此loss function的最小值，則取其對w取梯度為0的w。

$$gradient(|Xw - y|^2) = 2(X^T Xw - X^T y) \ = \ 0$$

稍作化簡可得w的值為$(X^TX)^{-1}X^Ty$

Ans: (c)