# Projekt A

Sebastian O. Jensen GJX 653 hold 3

2. december 2014

## 1 Opgave 1

(a) Jeg opskriver totalmatricen for ligningsystemet

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & a & 4 \end{pmatrix}$$

Jeg fortager nu de nævnte rækkeoperationer.

$r_1 \leftrightarrow r_2$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & a & 4 \end{pmatrix}$$

$r_2 - 2 \cdot r1$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 4 & -1 & a & 4 \end{pmatrix}$$

$r_3 - 4 \cdot r1$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & -5 & a-4 & 0 \end{pmatrix}$$

$r_3 + 5 \cdot r2$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & a-19 & 0 \end{pmatrix}$$

Den omformede matrice er på rækkeechelonform da den første pivot i vær række ligger til højre for pivoten i rækken oven for, samtidig skal evt. nul rækker ligge under alle ikke nul rækker. Den omformede matrice er ikke på reduceret echelonform da ikke alle pivot'er 1 samt at der over pivot'erne ikke står 0.

(b) Jeg lader nu a = 19 og opskriver matricen med den kendte værdi for

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 19-19 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Jeg bringer nu matricen på reduceret rælleechelonform vha. backward reduction

$r_1 - r_2$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Løsningen til ligningssytemet er hermed givet

$(x_1, x_2, x_3) = (1 - 4t, +3t, t)$

(c) Jeg lader nu a = 20 og bestemer den inverse matrix til koefficientmatricen.

$$\mathbf{A} \cdot I_3 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$r_1 - r_2$

$$\mathbf{A} \cdot I_3 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 4 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$r_1 - 4r_3$

$$\mathbf{A} \cdot I_3 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$r_2 + 3r_3$

$$\mathbf{A} \cdot I_3 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Den inverse matrix X er her med bestemt til følgende

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## 2 Opgave 2

(a) Jeg bestemer de elementære matricer ud fra de givne ero.

$$\mathbf{E}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Jeg betsemer nu F ved at gange de elementære matricer sammen

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4/5 & 1/5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= 5 \cdot \begin{pmatrix} 1/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4/5 & 1/5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

F er hermed bestemt.

Jeg finder nu de inverse matricer til de elementære matricer ved at benytte de inverse ERO og benyte dem på $I_2$

$r_2 + 4 \cdot r_1$

$$E_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$r_2 \leftrightarrow r_3$

$$E_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$r_3 \cdot 5$

$$E_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$r_1 - r_3$

$$E_4^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jeg bestemer nu G ved at gange matricerne sammen fra venstre og får følgende

$$G = E_1^{-1} E_2^{-1} E_3^{-1} E_4^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(c) Fra bogen har jeg at den inverse matrix $A^{-1}$ kan udtrykes ved produktet af de elementære matricer som svare til de ero som omformer A til enhedsmatricen. Det er lige netop hvad F er udtryk for i opgave b. Også fra bogen har jeg at den "ikke" inverse matrice af F kan udtrykes som følgende

$$A = E_1^{-1} E_2^{-1} E_3^{-1} E_4^{-1}$$

Hvilket svare til matricen G. Derfor er A givet ved følgende matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

# 3 Opgave 3

a Jeg bestemer nabomatricen

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Da jeg har oplyst $N^6$ benytter jeg denne til at at aflæse antalet af veje fra knude 2 til knude 2 af længden 6. Denne værdi er angivet på plads ${N^6}_{22}$ og har værdien 12. Der er derfor 12 veje fra kude 2 til kunde 2.

b Lad $N_j$ være antalet af links der udgår fra knude j. Så har jeg følgende

$$N_1 = 3, N_2 = 2, N_3 = 2, N_4 = 1, N_5 = 1$$

Jeg kan nu besteme ligningerne for $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$,

$$x_1 = x_5 + 1/2x_2$$

$$x_2 = 1/2x_3 + 1/3x_1$$

$$x_3 = 1/3x_1 + x_4$$

$$x_4 = 1/2x_3$$

$$x_5 = 1/3x_1 + 1/2x_2$$

Jeg kan nu besteme linkmatricen A Til følgende

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c Linkmatricen kan skrives på formen $Ax = x$ hvor

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$$

Dette kan omformes til følgende total matrice

$$A = \left(\begin{array}{ccccc|c} -1 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & -1 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & -1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/2 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

Jeg benytter mig af Gaussian Elimination og får følgende matrice

$$A = \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -3/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Jeg kan nu bestemme vektoren x til følgende

$$x = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sider kan nu rangeres. $x_1$ har højest rang $x_2, x_3$ og $x_5$ har samme rang og kommer lige efter $x_1$. $x_5$ har laveste rang.