

Vysoké učení technické v Brně  
Fakulta informačních technologií

Elektronika pro informační technologie  
2021/2022

Semestrální projekt

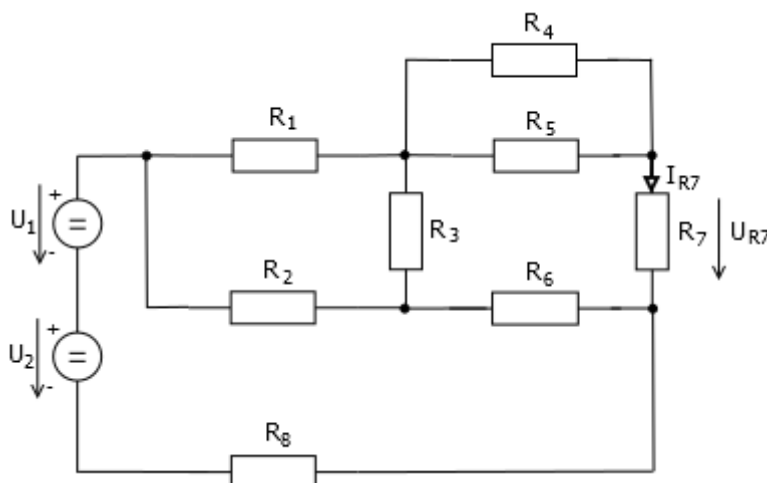
## **OBSAH**

|                         |    |
|-------------------------|----|
| Príklad 1 .....         | 3  |
| Príklad 2 .....         | 6  |
| Príklad 3 .....         | 8  |
| Príklad 4 .....         | 11 |
| Príklad 5 .....         | 13 |
| Tabuľka výsledkov ..... | 16 |

## PRÍKLAD 1

Stanovte napätí  $U_{R7}$  a proud  $I_{R7}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

| sk. | $U_1$ [V] | $U_2$ [V] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $R_3$ [ $\Omega$ ] | $R_4$ [ $\Omega$ ] | $R_5$ [ $\Omega$ ] | $R_6$ [ $\Omega$ ] | $R_7$ [ $\Omega$ ] | $R_8$ [ $\Omega$ ] |
|-----|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| C   | 100       | 80        | 450                | 810                | 190                | 220                | 220                | 720                | 260                | 180                |



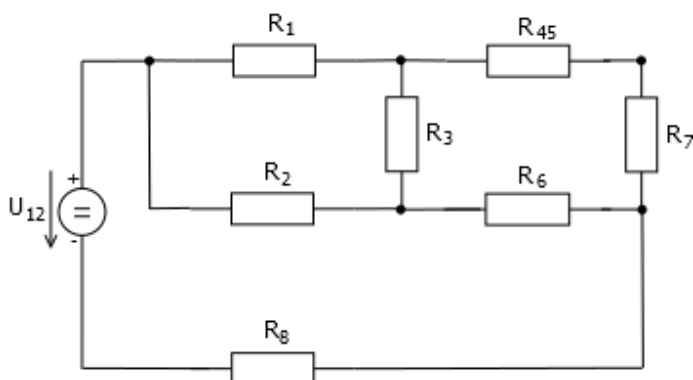
výpočet celkového napätia:

$$U_{12} = U_1 + U_2$$

$$U_{12} = 100 \text{ V} + 80 \text{ V}$$

$$U_{12} = 180 \text{ V}$$

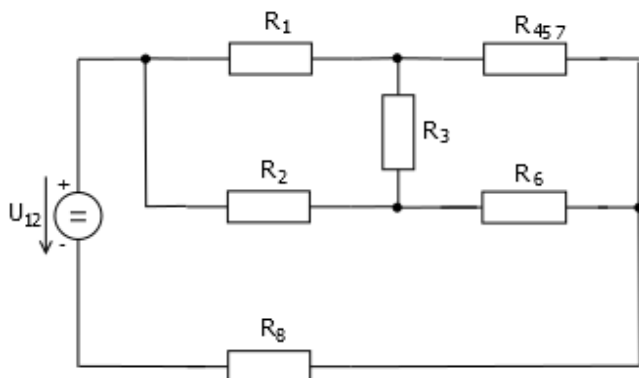
teraz postupne zjednoduším obvod s cieľom zistiť hodnotu  $R_{EKW}$ :



rezistory  $R_4$  a  $R_5$  sú zapojené paralelne,

$R_{45}$  vypočítam:

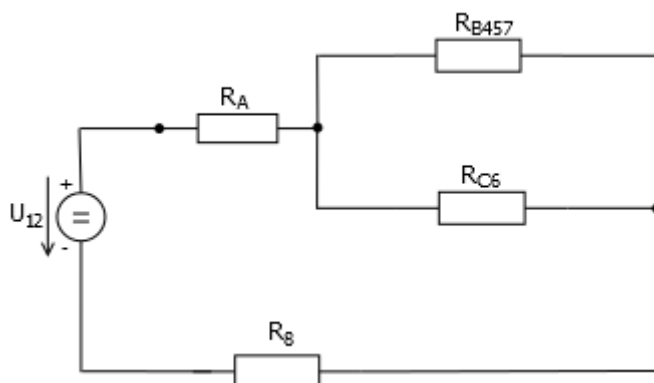
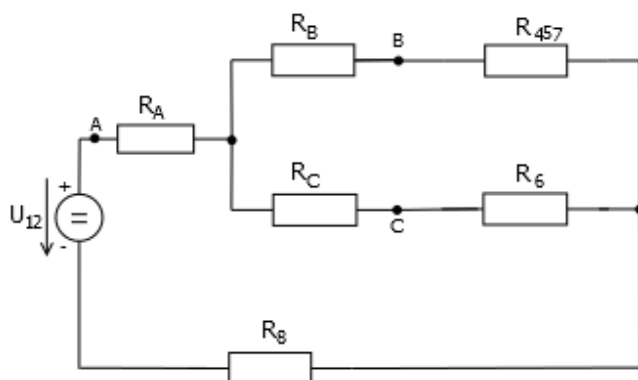
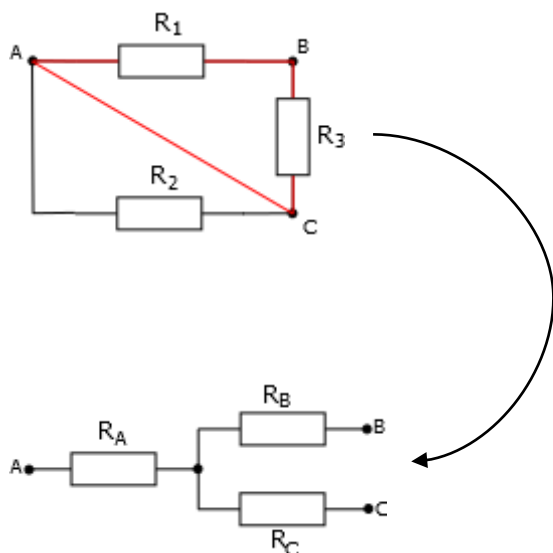
$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{220\Omega \cdot 220\Omega}{220\Omega + 220\Omega} = 110\Omega$$



rezistory  $R_{45}$  a  $R_7$  sú zapojené do série,

$R_{457}$  vypočítam:

$$R_{457} = R_{45} + R_7 = 110\Omega + 260\Omega = 370\Omega$$



použijem metódu trojuholník → hviezda a zjednoduším obvod

vypočítam hodnoty  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$ :

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{450\Omega \cdot 810\Omega}{450\Omega + 810\Omega + 190\Omega} = \frac{7\,290}{29}\Omega \approx 251,3793\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{450\Omega \cdot 190\Omega}{450\Omega + 810\Omega + 190\Omega} = \frac{1\,710}{29}\Omega \approx 58,9655\Omega$$

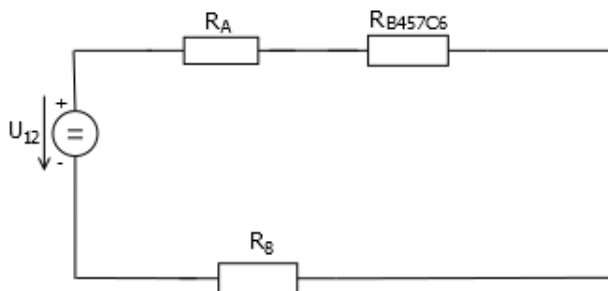
$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{810\Omega \cdot 190\Omega}{450\Omega + 810\Omega + 190\Omega} = \frac{3\,078}{29}\Omega \approx 106,1379\Omega$$

rezistory  $R_B$  a  $R_{457}$  sú zapojené do série,

$R_{B457}$ ,  $R_{C6}$  vypočítam:

$$R_{B457} = R_B + R_{457} = \frac{1\,710}{29}\Omega + 370\Omega = \frac{12\,440}{29}\Omega \approx 428,9655\Omega$$

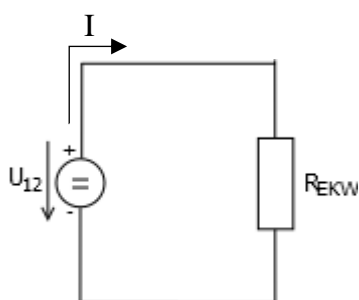
$$R_{C6} = R_C + R_6 = \frac{3\,078}{29}\Omega + 720\Omega = \frac{23\,958}{29}\Omega \approx 826,1379\Omega$$



rezistory \$R\_{B457}\$ a \$R\_{C6}\$ sú zapojené paralelne,

\$R\_{B457C6}\$ vypočítam:

$$\begin{aligned} R_{B457C6} &= \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \\ &= \frac{\frac{12\,440}{29} \Omega \cdot \frac{23\,958}{29} \Omega}{\frac{12\,440}{29} \Omega + \frac{23\,958}{29} \Omega} = \\ &= \frac{149\,018\,760}{527\,771} \Omega \cong 282,3550 \Omega \end{aligned}$$



rezistory \$R\_A\$ a \$R\_{B457C6}\$ a \$R\_8\$ sú zapojené do série,

\$R\_{EKW}\$ vypočítam:

$$\begin{aligned} R_{EKW} &= R_A + R_{B457C6} + R_8 = \frac{7\,290}{29} \Omega + \frac{149\,018\,760}{527\,771} \Omega + 180 \Omega = \\ &= \frac{12\,989\,250}{18\,199} \Omega \cong 713,7343 \Omega \end{aligned}$$

keďže hodnotu \$R\_{EKW}\$ poznám, vypočítam hodnotu celkového prúdu \$I\$ pomocou Ohmovho zákona:

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKW}} = \frac{180 \text{ V}}{\frac{12\,989\,250}{18\,199} \Omega} = \frac{36\,398}{144\,325} \text{ A} \cong 0,2522 \text{ A}$$

úlohou je zistiť prúd \$I\_{R7}\$ a napätie \$U\_{R7}\$, preto vypočítam celkové napätie rezistoru \$U\_{RB457C6}\$:

$$U_{RB457C6} = R_{RB457C6} \cdot I = \frac{149\,018\,760}{527\,771} \Omega \cdot \frac{36\,398}{144\,325} \text{ A} = \frac{59\,607\,504}{837\,085} \text{ V} \cong 71,2084 \text{ V}$$

paralelne zapojené rezistory \$R\_{B457}\$ a \$R\_{C6}\$ majú rovnaké napätie a to \$U\_{RB457C6}\$, čiže **\$U\_{RB457} = U\_{RB457C6}\$**, ale preteká nimi rozdielny prúd, takže vypočítam hodnotu \$I\_{RB457}\$:

$$I_{RB457} = \frac{U_{RB457C6}}{R_{B457}} = \frac{\frac{59\,607\,504}{837\,085} \text{ V}}{\frac{12\,440}{29} \Omega} = \frac{23\,958}{144\,325} \text{ A} = 0,1660 \text{ A}$$

vieme, že sériovo zapojenými rezistormi preteká rovnaký prúd a preto

$$I_{RB457} = I_{R7} = 0,1660 \text{ A}$$

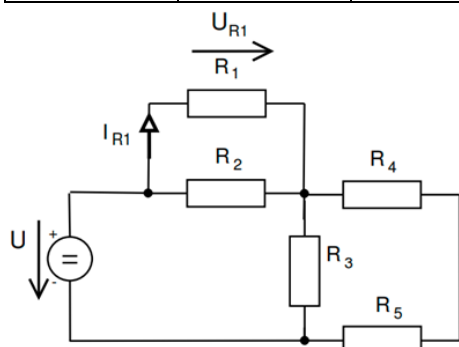
zostáva už iba vypočítať hodnotu \$U\_{R7}\$, tú vypočítam pomocou Ohmovho zákona:

$$U_{R7} = R_7 \cdot I_{R7} = 260 \Omega \cdot 0,166 \text{ A} = 43,1600 \text{ V}$$

## PRÍKLAD 2

Stanovte napätí  $U_{R1}$  a prúd  $I_{R1}$ . Použijte metodu Théveninovy vëty.

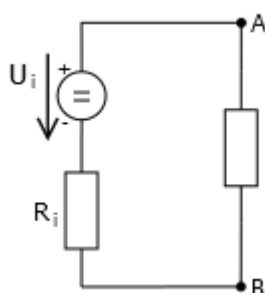
| sk. | U [V] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $R_3$ [ $\Omega$ ] | $R_4$ [ $\Omega$ ] | $R_5$ [ $\Omega$ ] |
|-----|-------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| H   | 220   | 190                | 360                | 580                | 205                | 560                |



cieľom v tomto príklade je vypočítať prúd  $I_{R1}$  a napätie  $U_{R1}$ , vzorce pre výpočet:

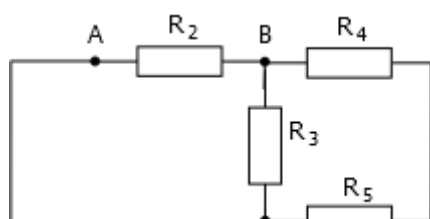
$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1}$$

$$U_{R1} = R_1 \cdot I_{R1}$$



najskôr si vytvorím náhradný obvod pre rezistor  $R_1$

následne prekreslím obvod bez rezistoru  $R_1$  a bez napät'ového zdroja, postupne zjednodušujem obvod:



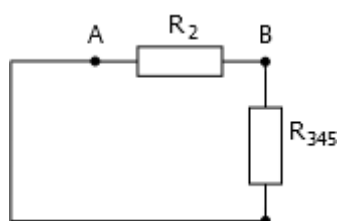
zjednoduším obvod s cieľom vypočítať hodnotu  $R_i$ :

rezistory  $R_4$  a  $R_5$  sú zapojené do série,  
hodnotu  $R_{45}$  vypočítam:

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 205 \, \Omega + 560 \, \Omega = 765 \, \Omega$$

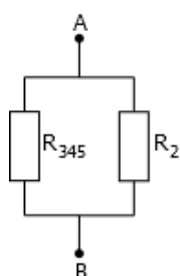
rezistory  $R_3$  a  $R_{45}$  sú zapojené paralelne,  
hodnotu  $R_{345}$  vypočítam:

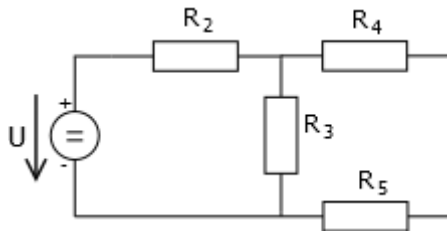
$$R_{345} = \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{580 \, \Omega \cdot 765 \, \Omega}{580 \, \Omega + 765 \, \Omega} = \frac{443\,700}{1\,345} \, \Omega = \frac{88\,740}{269} \, \Omega \approx 329,8885 \, \Omega$$



rezistory  $R_2$  a  $R_{345}$  sú zapojené paralelne,  
hodnotu  $R_{2345} = R_i$  vypočítam:

$$R_i = \frac{R_2 \cdot R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{360 \, \Omega \cdot \frac{88\,740}{269} \, \Omega}{360 \, \Omega + \frac{88\,740}{269} \, \Omega} = \frac{177\,480}{1\,031} \, \Omega \approx 172,1436 \, \Omega$$





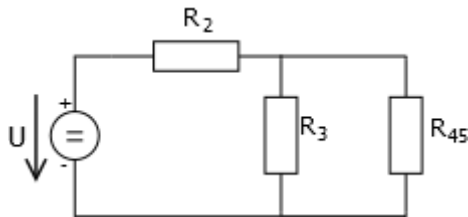
zjednoduším obvod s cieľom vypočítať hodnotu  $R_{EKW}$ :

rezistory  $R_4$  a  $R_5$  sú zapojené do série,  
hodnotu  $R_{45}$  vypočítam:

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 205 \, \Omega + 560 \, \Omega = 765 \, \Omega$$

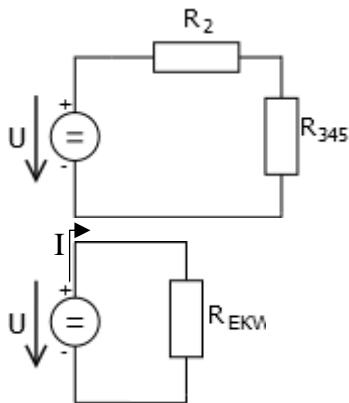
rezistory  $R_3$  a  $R_{45}$  sú zapojené paralelne,  
hodnotu  $R_{345}$  vypočítam:

$$R_{345} = \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{580 \, \Omega \cdot 765 \, \Omega}{580 \, \Omega + 765 \, \Omega} = \frac{443\,700}{1\,345} \, \Omega = \frac{88\,740}{269} \, \Omega \cong 329,8885 \, \Omega$$



rezistory  $R_2$  a  $R_{345}$  sú zapojené do série,  
hodnotu  $R_{2345} = R_{EKW}$  vypočítam:

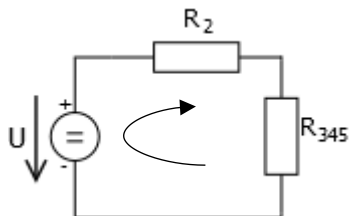
$$R_{EKW} = R_2 + R_{345} = 360 \, \Omega + \frac{88\,740}{269} \, \Omega = \frac{185\,580}{269} \, \Omega = 689,8885 \, \Omega$$



keďže poznám hodnoty celkového napätia  $U$  a celkového odporu  $R_{EKW}$ , vypočítam hodnotu celkového prúdu  $I$ :

$$I = \frac{U}{R_{EKW}} = \frac{220 \, V}{\frac{185\,580}{269} \, \Omega} = \frac{2\,959}{9\,279} A \cong 0,3189 \, A$$

následne vypočítam hodnotu  $U_i$ , viem, že paralelne zapojené rezistory majú rovnaké napätie, čiže  $U_i = U_{R2}$  zostavím rovnicu podľa 2. Kirchhoffového zákona:



$$0 = U_{R345} + U_{R2} - U$$

$$U_i = U - R_{345} \cdot I$$

$$U_i = 220 \, V - \frac{88\,740}{269} \, \Omega \cdot \frac{2\,959}{9\,279} A = \frac{188\,360}{1\,031} V \cong 0,3189 \, V$$

už zostáva iba vypočítať hodnoty  $I_{R1}$  a  $U_{R1}$ :

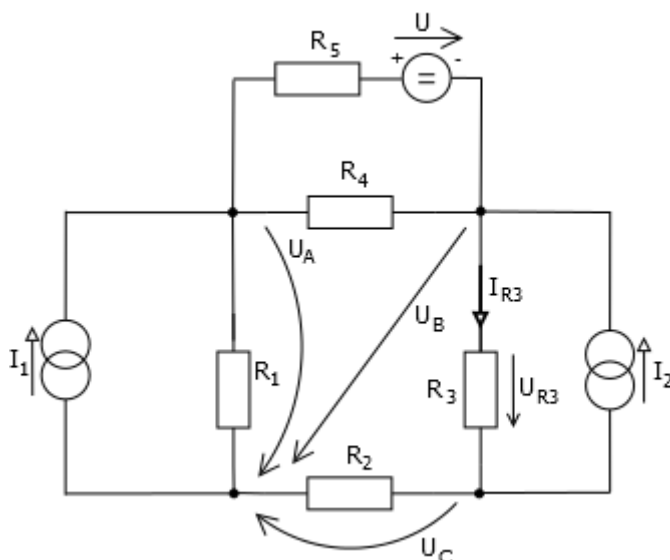
$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{\frac{188\,360}{1\,031} V}{\frac{177\,480}{1\,031} \, \Omega + 190 \, \Omega} = \frac{11\,836}{37\,337} A \cong 0,3170 \, A$$

$$U_{R1} = R_1 \cdot I_{R1} = 190 \, \Omega \cdot \frac{11\,836}{37\,337} A \cong 60,2309 \, V$$

### PRÍKLAD 3

Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

| sk. | U [V] | $I_1$ [A] | $I_2$ [A] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $R_3$ [ $\Omega$ ] | $R_4$ [ $\Omega$ ] | $R_5$ [ $\Omega$ ] |
|-----|-------|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| E   | 135   | 0,55      | 0,65      | 52                 | 42                 | 52                 | 42                 | 21                 |



vyjadrím jednotlivé prúdy pomocou uzlových napätí:

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_C}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_B - U_C}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_A - U_B}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U_A - U_B - U}{R_5}$$

podľa Kirchhoffových zákonov zostavím rovnice pre jednotlivé uzly A, B, C :

$$A: I_1 - I_{R1} - I_{R4} - I_{R5} = 0$$

$$B: I_2 - I_{R3} + I_{R4} + I_{R5} = 0$$

$$C: -I_2 - I_{R2} + I_{R3} = 0$$

$$A: \frac{1}{R_1} U_A + \frac{1}{R_4} (U_A - U_B) + \frac{1}{R_5} (U_A - U_B - U) = I_1$$

$$B: \frac{1}{R_4} (U_A - U_B) + \frac{1}{R_5} (U_A - U_B - U) - \frac{1}{R_3} (U_B - U_C) = -I_2$$

$$C: -\frac{1}{R_2} U_C + \frac{1}{R_3} (U_B - U_C) = I_2$$

$$A: U_A \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) + U_B \left( -\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_5} \right) = I_1 + \frac{U}{R_5}$$

$$B: U_A \left( \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) + U_B \left( -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_5} \right) + U_C \frac{1}{R_3} = -I_2 + \frac{U}{R_5}$$

$$C: U_B \frac{1}{R_3} + U_C \left( -\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right) = I_2$$



$$A: U_A \left( \frac{1}{52} + \frac{1}{42} + \frac{1}{21} \right) + U_B \left( -\frac{1}{42} - \frac{1}{21} \right) = 0,55 + \frac{135}{21}$$

$$B: U_A \left( \frac{1}{42} + \frac{1}{21} \right) + U_B \left( -\frac{1}{52} - \frac{1}{42} - \frac{1}{21} \right) + U_C \frac{1}{52} = -0,65 + \frac{135}{21}$$

$$C: U_B \frac{1}{52} + U_C \left( -\frac{1}{42} - \frac{1}{52} \right) = 0,65$$


---

$$A: U_A \frac{33}{364} - U_B \frac{1}{14} = \frac{977}{140}$$

$$B: U_A \frac{1}{14} - U_B \frac{33}{364} + U_C \frac{1}{52} = \frac{809}{140}$$

$$C: U_B \frac{1}{52} - U_C \frac{47}{1\,092} = \frac{13}{20}$$

vypočítam jednotlivé prúdy pomocou Cramerovho pravidla:

$$|D| = \begin{vmatrix} \frac{33}{364} & -\frac{1}{14} & 0 \\ \frac{1}{14} & -\frac{33}{364} & \frac{1}{52} \\ 0 & \frac{1}{52} & -\frac{47}{1\,092} \end{vmatrix} = \frac{5}{49\,686}$$

$$|D_{U_A}| = \begin{vmatrix} \frac{977}{140} & -\frac{1}{14} & 0 \\ \frac{809}{140} & -\frac{33}{364} & \frac{1}{52} \\ \frac{13}{20} & \frac{1}{52} & -\frac{47}{1\,092} \end{vmatrix} = \frac{229}{38\,220} \quad U_A = \frac{|D_{U_A}|}{|D|} = \frac{\frac{229}{38\,220}}{\frac{5}{49\,686}} = \frac{2977}{50}$$

$$|D_{U_B}| = \begin{vmatrix} \frac{33}{364} & \frac{977}{140} & 0 \\ \frac{1}{14} & \frac{809}{140} & \frac{1}{52} \\ 0 & \frac{13}{20} & -\frac{47}{1\,092} \end{vmatrix} = -\frac{2\,213}{993\,720} \quad U_B = \frac{|D_{U_B}|}{|D|} = \frac{-\frac{2\,213}{993\,720}}{\frac{5}{49\,686}} = -\frac{2213}{100}$$

$$|D_{U_C}| = \begin{vmatrix} \frac{33}{364} & -\frac{1}{14} & \frac{977}{140} \\ \frac{1}{14} & -\frac{33}{364} & \frac{809}{140} \\ 0 & \frac{1}{52} & \frac{13}{20} \end{vmatrix} = -\frac{17}{6\,760} \quad U_C = \frac{|D_{U_C}|}{|D|} = \frac{-\frac{17}{6\,760}}{\frac{5}{49\,686}} = -\frac{2499}{100}$$

$$U_A = \frac{2977}{50} V = 59,54 V$$

$$U_B = -\frac{2213}{100} V = -22,13 V$$

$$U_C = -\frac{2499}{100} V = -24,99 V$$

keďže už poznám hodnoty  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$  tak môžem vypočítať prúd  $I_{R3}$  a napätie  $U_{R3}$ :

$$U_{R3} = U_B - U_C = -22,13 V + 24,99 V = 2,86 V$$

$$I_{R3} = \frac{U_B - U_C}{R_3} = \frac{2,86 V}{52 \Omega} = 0,055 A$$

## PRÍKLAD 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

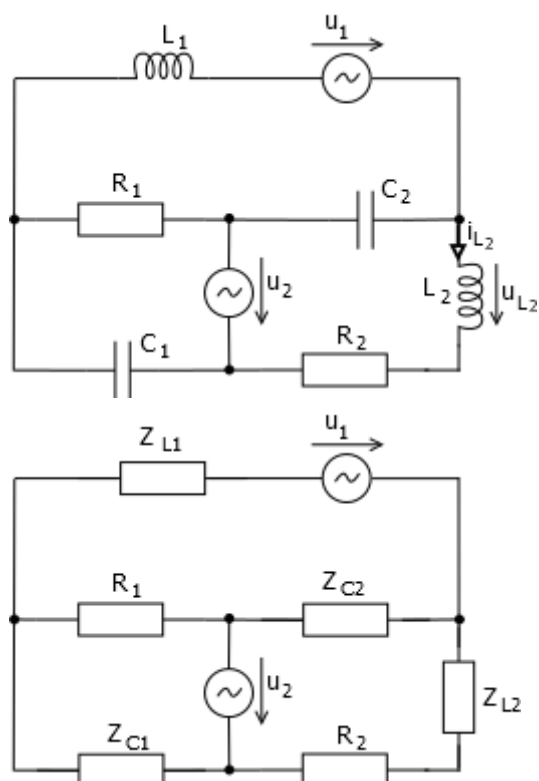
Ve vztahu pro napětí  $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$  určete  $|U_{L_2}|$  a  $\varphi_{L_2}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik  $(t = \frac{\pi}{2\omega})$ .

| sk. | $U_1$ [V] | $U_2$ [V] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $L_1$ [mH] | $L_2$ [mH] | $C_1$ [ $\mu$ F] | $C_2$ [ $\mu$ F] | $f$ [Hz] |
|-----|-----------|-----------|--------------------|--------------------|------------|------------|------------------|------------------|----------|
| C   | 3         | 4         | 10                 | 13                 | 220        | 70         | 230              | 85               | 75       |

premením jednotky:

| sk. | $U_1$ [V] | $U_2$ [V] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $L_1$ [H] | $L_2$ [H] | $C_1$ [F]           | $C_2$ [F]           | $f$ [Hz] |
|-----|-----------|-----------|--------------------|--------------------|-----------|-----------|---------------------|---------------------|----------|
| C   | 3         | 4         | 10                 | 13                 | 0,22      | 0,07      | $2,3 \cdot 10^{-4}$ | $8,5 \cdot 10^{-5}$ | 75       |



ako prvé vypočítam uhlovú frekvenciu:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 75\text{Hz} \cong 471,2389 \text{ rads}^{-1}$$

následne vypočítam impedanciu a prekreslím obvod:

$$Z_{L1} = j \cdot \omega \cdot L_1 = j \cdot 471,2389 \text{ rads}^{-1} \cdot 0,22 \text{ H} = 103,6727j$$

$$Z_{L2} = j \cdot \omega \cdot L_2 = j \cdot 471,2389 \text{ rads}^{-1} \cdot 0,07 \text{ H} = 32,9867j$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_1} = -j \cdot \frac{1}{471,2389 \text{ rads}^{-1} \cdot 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ F}} = -9,2264j$$

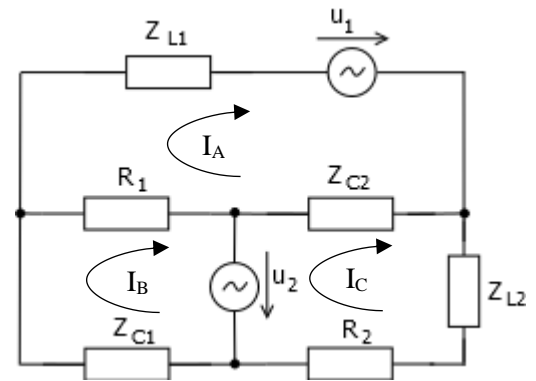
$$Z_{C2} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_2} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_2} = -j \cdot \frac{1}{471,2389 \text{ rads}^{-1} \cdot 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ F}} = -24,9655j$$

následne zostavím rovnice pomocou slučkových prúdov  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ :

$$I_A: Z_{L1}I_A + u_1 + Z_{C2}(I_A - I_C) + R_1(I_A - I_B) = 0$$

$$I_B: R_1(I_B - I_A) + u_2 + Z_{C1}I_B = 0$$

$$I_C: R_2I_C - u_2 + Z_{C2}(I_C - I_A) + Z_{L2}I_C = 0$$



$$I_A: I_A(Z_{L1} + Z_{C2} + R_1) - I_BR_1 - I_CZ_{C2} = -u_1$$

$$I_B: -I_AR_1 + I_B(R_1 + Z_{C1}) = -u_2$$

$$I_C: -I_AZ_{C2} + I_C(R_2 + Z_{C2} + Z_{L2}) = u_2$$

$$I_A: (103,6726j - 24,9655j + 10) I_A - 10I_B - (-24,9655j)I_C = -3$$

$$I_B: -10I_A + (10 - 9,2264j)I_B = -4$$

$$I_C: -(-24,9655j)I_A + (13 - 24,9655j + 32,9867j)I_C = 4$$

$$I_A: (10 + 78,7101j) I_A - 10I_B + (24,9655j)I_C = -3$$

$$I_B: -10I_A + (10 - 9,2264j)I_B = -4$$

$$I_C: (24,9655j)I_A + (13 + 8,0212j)I_C = 4$$

pomocou Cramerovho pravidla vypočítam hodnotu  $I_C$ , ostatné nepotrebujem, pretože cievkou  $L_2$  prechádza len prúd  $I_C$ , čiže môžem tvrdiť, že  $I_C = I_{L2}$ :

$$|D| = \begin{vmatrix} 10 + 78,7101j & -10 & 24,9655j \\ -10 & 10 - 9,2264j & 0 \\ 24,9655j & 0 & 13 + 8,0212j \end{vmatrix} = 10 \ 100 + 9 \ 107j$$

$$|D_{I_C}| = \begin{vmatrix} 10 + 78,7101j & -10 & -3 \\ -10 & 10 - 9,2264j & -4 \\ 24,9655j & 0 & 4 \end{vmatrix} = 3 \ 596 + 4 \ 527j$$

$$I_C = \frac{|D|}{|D_{I_C}|} = \frac{3 \ 596 + 4 \ 527j}{10 \ 100 + 9 \ 107j} = 0,4193 + 0,07014j$$

výpočet cieľových hodnôt:

$$U_{L_2} = I_{L_2} \cdot Z_{L_2} = (0,4193 + 0,07014j) \cdot 32,9867j = -2,3137 + 13,8313j$$

$$|U_{L_2}| = \sqrt{\text{Re}(U_{L_2})^2 + \text{Im}(U_{L_2})^2} = \sqrt{(-2,3137)^2 + (13,8313)^2} = 14,0235 \text{ V}$$

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{\text{Im}(U_{L_2})}{\text{Re}(U_{L_2})}\right) = \arctan\left(\frac{13,8313}{-2,3137}\right) = -1,4051 \text{ rad} = -80,5035^\circ$$

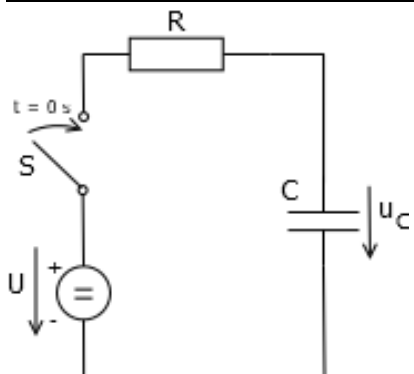
$\varphi'$  nie je konečný uhol, nachádzame sa v druhom kvadrante, takže musím pripočítať  $180^\circ$ :

$$\varphi_{L_2} = \varphi' + 180^\circ = -80,5035^\circ + 180^\circ = 99,4965^\circ$$

## PRÍKLAD 5

V obvode na obrázku nižšie v čase  $t = 0[s]$  sepne spínač S. Sestavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie  $u_C = f(t)$ . Proved'te kontrolu výpočtu dosadením do sestavenej diferenciálnej rovnice.

| sk. | U [V] | R [ $\Omega$ ] | C [F] | $u_C(0)$ [V] |
|-----|-------|----------------|-------|--------------|
| H   | 8     | 50             | 40    | 4            |



podľa Ohmovho zákona viem vzorec pre výpočet prúdu:

$$i = \frac{U_R}{R}$$

podľa II. Kirchhoffovho zákona vytvorím rovnicu:

$$u_R + u_C - U = 0$$

$$u_R = U - u_C$$

následne zostavím rovnicu pre  $u_C'$  a vytvorím diferenciálnu rovnicu, potom dosadím vzorec pre prúd a pre  $u_R$  a vyjadrím počiatočnú rovnicu, ktorú budem neskôr potrebovať:

$$u_C' = \frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C} = \frac{\frac{U - u_C}{R}}{C} = \frac{U - u_C}{C \cdot R}$$

$$u_C' + \frac{u_C}{C \cdot R} - \frac{U}{C \cdot R} = 0$$

$$u_C' + \frac{u_C}{50 \cdot 40} - \frac{8}{50 \cdot 40} = 0$$

$$u_C' + \frac{u_C}{2000} = \frac{1}{250}$$

vypočítam  $\lambda$  z charakteristickej rovnice:

$$\lambda + \frac{1}{R \cdot C} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{R \cdot C} = -\frac{1}{50 \cdot 40} = -\frac{1}{2000}$$

očekávam riešenie:

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{-\frac{t}{2000}}$$

do všeobecnej rovnice dosadím očakávané riešenie a zderivujem:

$$u_C'(t) = K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{R \cdot C}\right) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$u_C'(t) = K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{2\,000}\right) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$$

dosadím do počiatočnej rovnice:

$$u_C' + \frac{u_C}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{2\,000}\right) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{2\,000}\right) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}} = \frac{1}{250}$$

$$K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}} = \frac{1}{250}$$

$$K'(t) = \frac{1}{250} \cdot e^{\frac{t}{2\,000}}$$

rovniciu integrujem, aby som sa zbavila derivácie:

$$\int K'(t) = \int \frac{1}{250} \cdot e^{\frac{t}{2\,000}} dt$$

$$K(t) = \frac{1}{250} \int e^{\frac{t}{2\,000}} dt$$

$$K(t) = 8 \cdot e^{\frac{t}{2\,000}} + k$$

dosadím  $K(t)$  do rovnice očakávaného riešenia:

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$$

$$u_C(t) = \left(8 \cdot e^{\frac{t}{2\,000}} + k\right) \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$$

$$u_C(t) = 8 + k \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$$

vypočítam  $k$  podľa podmienky  $u_C(t) = 4V; t = 0$

$$u_C(t) = 8 + k \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$$

$$u_C(0) = 8 + k \cdot e^{-\frac{0}{2\,000}}$$

$$4 = 8 + k \cdot e^0$$

$$4 = 8 + k \cdot 1$$

$$k = -4$$

zistila som, že:  $u_C(t) = 8 - 4 \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$

posledný krok je overiť výsledok:

vyjadrím  $u_c'$  z počiatočnej rovnice:

$$u_c' + \frac{u_c}{2\,000} = \frac{1}{250}; \quad u_c(t) = 8 + k \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$$

$$u_c' + \frac{8 + k \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$u_c' + \frac{1}{250} + \frac{-4 \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$u_c' - \frac{e^{-\frac{t}{2\,000}}}{500} = 0$$

$$u_c' = \frac{e^{-\frac{t}{2\,000}}}{500}$$

vyjadrené  $u_c'$  dosadím do počiatočnej rovnice, dosadím hodnoty  $k = -4$ ;  $t = 0$  :

$$u_c' + \frac{u_c}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{e^{-\frac{t}{2\,000}}}{500} + \frac{8 + k \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{e^{-\frac{0}{2\,000}}}{500} + \frac{8 - 4 \cdot e^{-\frac{0}{2\,000}}}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{1}{500} + \frac{4}{2\,000} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{1}{500} + \frac{1}{500} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{2}{500} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{1}{250} = \frac{1}{250}$$

$$0 = 0$$

## TABULKA VÝSLEDKOV

| příklad | skupina | výsledky                                     |
|---------|---------|--|
| 1.      | C       | $U_{R7} = 43,1600 \text{ V}$                 |
|         |         | $I_{R7} = 0,1660 \text{ A}$                  |
| 2.      | H       | $U_{R1} = 60,2309 \text{ V}$                 |
|         |         | $I_{R1} = 0,3170 \text{ A}$                  |
| 3.      | E       | $U_{R3} = 2,8600 \text{ V}$                  |
|         |         | $I_{R3} = 0,0550 \text{ A}$                  |
| 4.      | C       | $ U_{L2}  = 14,0235 \text{ V}$               |
|         |         | $\varphi_{L2} = 99,4965^\circ$               |
| 5.      | H       | $u_C(t) = 8 - 4 \cdot e^{-\frac{t}{2\,000}}$ |