

Відповіді на завдання та питання з Практичних Занять 7

Питання 1

Інформаційні втрати при передачі інформації по каналу зв'язку дорівнюють різниці між вхідною ентропією джерела інформації та вихідною ентропією, яка досягається при передачі через канал. Це можна визначити як:

Інформаційні втрати = $H(X) - H(X|Y)$ де $H(X)$ - вхідна ентропія,

$H(X|Y)$ - умовна ентропія на виході каналу.

Питання 2

Інформаційні втрати в каналі з абсолютною статистичною залежністю між входом і виходом дорівнюють нулю, оскільки вся інформація, що входить в канал, передається на вихід без втрат. В цьому випадку:

Інформаційні втрати = 0

Питання 3

Інформаційні втрати в каналі з статистичною незалежністю входу і виходу дорівнюють вхідній ентропії, оскільки інформація, що входить в канал, не впливає на вихід, і тому вся інформація втрачається. В цьому випадку:

Інформаційні втрати = $H(X)$

Завдання 4

Ансамбль повідомлень джерела А визначено,

як $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ та $P_A = \{0,65; 0,25; 0,1\}$.

Матриця умовних ймовірностей каналу має вигляд:

$$p(b_j/a_i) = \begin{pmatrix} 0,99 & 0,005 & 0,005 \\ 0,13 & 0,75 & 0,12 \\ 0,15 & 0,35 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Визначити кількість інформації, що передається в одному та 100 повідомленнях. Чому дорівнюють інформаційні втрати в каналі при передачі 100 повідомлень з алфавіту А.

Безумовна ентропія джерела А

$p(a)$	\log	$p \cdot \log$
0,65	-0,6215	-0,4040
0,25	-2,0000	-0,5000
0,1	-3,3219	-0,3322
		-1,2362

$$H(A) = - \sum_i p(a_i) \log_2(p(a_i))$$
$$H(A) = 1,2362 \text{ bit}$$

Часткова ентропія

$$H(B/a_i) = - \sum_{k=1}^N p(b_k/a_i) \cdot \log_2 p(b_k/a_i)$$

Загальна умовна ентропія

$$H(B/A) = \sum_{i=1}^M p(a_i) H(B/a_i)$$

	0,99	0,005	0,005			
p =	0,13	0,75	0,12			
	0,15	0,35	0,5			
	-0,0145	-7,6439	-7,6439			
log =	-2,9434	-0,4150	-3,0589			
	-2,7370	-1,5146	-1,0000			
				H(B/ai)	Pa	H*Pa
	-0,0144	-0,0382	-0,0382	0,0908	0,65	0,0590
p*log =	-0,3826	-0,3113	-0,3671	1,0610	0,25	0,2652
	-0,4105	-0,5301	-0,5000	1,4406	0,1	0,1441
						0,4683

$$H(B/A) = 0,4683 \text{ біт}$$

Сумісна ентропія (ентропія об'єднання)

$$H(A, B) = H(B/A) + H(A) = 0,4683 + 1,2362 = 1,7045 \text{ біт}$$

Безумовна ентропія джерела B

	0,6435	0,00325	0,00325	
p(ai,bj) =	0,0325	0,1875	0,03	
	0,015	0,035	0,05	
p(B)	0,6910	0,2258	0,0833	
log	-0,5332	-2,1472	-3,5864	
p*log	-0,3685	-0,4847	-0,2986	-1,1518

$$H(B) = 1,1518 \text{ біт}$$

Кількість інформації в одному повідомленні

$$I(A;B) = H(A) + H(B) - H(A,B)$$

$$I(A, B) = 1,2362 + 1,1518 - 1,7045 = 1,0825 \text{ біт}$$

Кількість інформації в 100 повідомленнях

$$100 \cdot I(A, B) = 108,25 \text{ } \textit{bit}$$

Інформаційні втрати = $H(A) - H(A|B)$

де $H(A)$ - вхідна ентропія, $H(A|B)$ - умовна ентропія на виході каналу.

$$H(B|A) - H(A|B) = H(B) - H(A)$$

$$H(A) - H(A|B) = H(B) - H(B|A)$$

$$LOSS(A, B) = 1,1518 - 0,4683 = 0,6835 \text{ біт}$$

Інформаційні втрати для 100 повідомлень

$$100 \cdot LOSS(A, B) = 68,35 \text{ біт}$$

Завдання 5

Визначити інформаційні втрати в каналі передачі з матрицею умовних ймовірностей

$$p(b_j / a_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Оскільки це одинична матриця, канал передачі є ідеальним, і в ньому немає інформаційних втрат. Тобто, інформаційні втрати в каналі дорівнюють 0.