

Відповіді на завдання та питання з Практичних Занять 3

Питання 1

Кількість інформації в повідомленні визначається за формулою Хартлі:

$I = \log_2 N$, де N - кількість символів в алфавіті, . Ця формула показує, скільки бітів необхідно для кодування одного повідомлення з ансамблю повідомлень.

Для повідомлення із K літер і алфавіту із N літер:

$$I = \log_2 N^K = K \log_2 N$$

Питання 2

Ентропія - це міра невизначеності стану джерела повідомлень. Вона визначається за формулою Шеннона: $H(X) = - \sum (p(x_i) * \log_2 p(x_i))$, де $p(x_i)$ - ймовірність появи повідомлення x_i . Властивості ентропії:

- 1) Невід'ємність: Ентропія завжди невід'ємна;
- 2) Дорівнює нулю, якщо ймовірність одного зі станів джерела інформації дорівнює 1, і тим самим стан джерела повністю визначено.
- 3) Максимальна, якщо повідомлення рівноймовірні та статистично незалежні: $H(X)_{max} = \log_2 N$
- 4) Адитивність: Ентропія об'єднаних статистично незалежних джерел інформації дорівнює сумі їх ентропій: $H(X \bullet Y) = H(X) + H(Y)$.

Питання 3

Безумовна ентропія - це ентропія джерела інформації, яка характеризує середню кількість інформації, що міститься в повідомленнях джерела, не враховуючи будь-яку додаткову інформацію або умови.

Питання 4

Умовна ентропія - це міра невизначеності одного випадкового величини, умовно відносно значення іншої випадкової величини. Вона вимірює середню кількість інформації, що міститься в одній величині, коли значення іншої величини відоме.

Питання 5

Джерела А та В мають розподіли

$P_A = \{0,1; 0,1; 0,15; 0,125; 0,125; 0,1; 0,15; 0,15\}$,

$P_B = \{0,5; 0,3; 0,1; 0,025; 0,025; 0,02; 0,15; 0,15\}$.

Ентропія якого джерела більше?

Визначаємо ентропію кожного джерела за формулою Шеннона

$$H(X) = - \sum (p(x_i) * \log_2 p(x_i))$$

Джерело А

Σ									
P	0,1	0,1	0,15	0,125	0,125	0,1	0,15	0,15	1
log2 p	-3,3219	-3,3219	-2,7370	-3,0000	-3,0000	-3,3219	-2,7370	-2,7370	
p*log	-0,3322	-0,3322	-0,4105	-0,3750	-0,3750	-0,3322	-0,4105	-0,4105	-2,9782

Джерело В

Σ									
P	0,5	0,03	0,1	0,025	0,025	0,02	0,15	0,15	1
log2 p	-1,0000	-5,0589	-3,3219	-5,3219	-5,3219	-5,6439	-2,7370	-2,7370	
p*log	-0,5000	-0,1518	-0,3322	-0,1330	-0,1330	-0,1129	-0,4105	-0,4105	-2,1840

Виправлено помилку в умові: при 0,3 сума ймовірностей 1,27, що не може бути вірним.

Ентропія джерел

$$H_A = 2,9782 \text{ bit}, \quad H_B = 2,1840 \text{ bit}$$

$$H_A > H_B$$