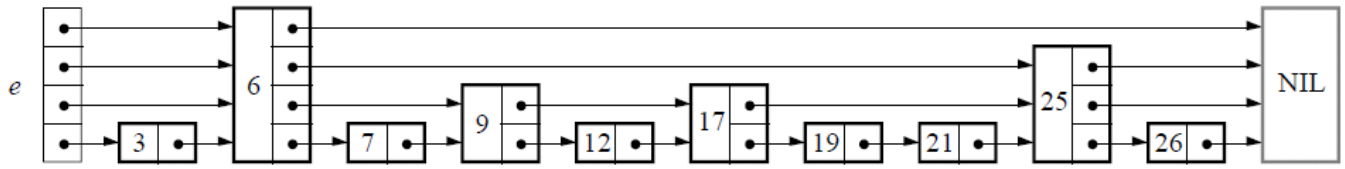
跳跃表

介绍

跳跃表是一种有序的列表，可以提供平均 O(logN)、最差 O(N) 复杂度的查找性能，而且相对于 AVL 跟 RB Tree 之类的结构来说有两大优势：
* 实现简单很多
* 平均性能差不多

所以有不少的实现在实现有序的 Set 时，更倾向于使用跳跃表，而且跳跃表在搜索引擎的实现中也占很重要的一部分。

在这里我们选择使用 **redis 的跳跃表**实现来对齐进行分析。
首先我们介绍一下他的大致结构



如图所示，所谓的跳跃表，即是在有序的列表中，加入了跳跃使用的指针，以允许从当前节点直接访问后续的其他节点，而不是只能通过遍历的形式来访问其他节点。
接着我们再看看他的基本定义：

```c
// 跳跃表的节点定义
typedef struct zskiplistNode {
    void *obj;  // 当前节点的值
    double score; // 当前节点的分值
    struct zskiplistNode *backward; // 指向上一个节点
    struct zskiplistLevel {
        struct zskiplistNode *forward;  // 下一层节点
        unsigned int span;  // 跃度，也就是跳跃的距离
    } level [];
} zskiplistNode;

// 跳跃表的定义
typedef struct zskiplist {
    struct zskiplistNode *header, *tail;
    unsigned long length;
    int level;
} zskiplist;
```

整个跳跃表由 zskiplistNode 跟 zskiplist 组成；
zskiplist 负责管理整个链表的情况，如使用 header 跟 tail 来提供正反两个方向的遍历。
使用 length 来保存列表中 item 的数目，并使用 level 来提示算法，当前跳跃表的最高层数
*需要注意的是，**header 永远是有 MAX 层的，所以 header 的层数不计入 level 中**。*

接着是 zskiplistNode 的介绍

- obj 是保存对象的指针
- score 是当前对象的分值，也就是用于排序的依据，这个一般会由内部算法生成，一般是为了提供区间搜索，比如得到某个分值区间的数据。
- **综合以上两点，排序有两种方式，一种是依据 obj 本身的比较函数，另一种是依据 score**

所以在下面的例子中，避免复杂度，所有的测试都以 score 为准

接下来我们从代码层面开始分析，首先是 skiplist 的初始化

```c
zskiplistNode *zslCreateNode(int level, double score, void *obj) {
    zskiplistNode *zn = zmalloc(
        sizeof(*zn) * level * sizeof(struct zskiplistLevel));
    zn->score = score;
    zn->obj = obj;
    return zn;
}
zskiplist *zslCreate(void) {
    int j;
    zskiplist *zsl;

    // 对于 zmalloc 可以理解为就是 malloc 的简单封装，以便于随时更改内存分配器
    zsl = zmalloc(sizeof(*zsl));
    zsl->level = 1;
    zsl->length = 0;

    // 这里即是分配出一个有 ZSKIPLIST_MAXLEVEL 层的节点作为 header
    // 并把新建节点的 score 设为 0，obj 设为 NULL
    // 正如上面所说的，header 本身是不列入层数计算，并且不存放任何 obj 的
    zsl->header = zslCreateNode(ZSKIPLIST_MAXLEVEL, 0, NULL);
    for (j = 0; j < ZSKIPLIST_MAXLEVEL; j++) {
        zsl->header->level[j].forward = NULL;
        zsl->header->level[j].span = 0;
    }
    zsl->header->backward = NULL;
    zsl->tail = NULL;
    return zsl;
}
```

通过以上函数，调用 zslCreate 之后，即可得到一个初始化完成的 skiplist，结构大致如下

```bash
                                        _____
[ level  ] = 1                         | MAX | --> NULL
[ length ] = 0                         |  .  | --> NULL
[ header ] ------->  [ score ] = 0     |  .  | --> NULL
[  tail  ] = NULL    [ obj   ] = NULL  |  .  | --> NULL
                     [ level ] ------> |  1  | --> NULL
                                       |  0  | --> NULL
                                       |_____|
```

接下来我们通过测试代码来逐步分析 skiplist 在进行操作时会有什么动作

```c
// 初始化要插入的对象
int array[10];
for (int i = 0; i < (sizeof(array) / sizeof(int)); i++) {
    array[i] = i + 1;
}

zskiplist *sl = zslCreate();
zskiplistNode *node = zslInsert(sl, array[0], array);
zskiplistNode *node2 = zslInsert(sl, array[1], array + 1);
```

上面的代码我们初始化了一个包含 10 个数字的数字，作为 obj 来插入列表
然后测试插入了两个元素，包括第一个 score 为 1 obj 为 1 的对象，以及第二个 score 为 2 obj 为 2 的对象。
接下来我们先分析下， `zslInsert` 到底做了什么。

```c
zskiplistNode *zslInsert(zskiplist *zsl, double score, void *obj) {
    // x 是当前处理的节点
    // update 数组保存的是:
    // 小于 新节点的节点将指向新节点，大于新节点的节点将更新 span
    zskiplistNode *update[ZSKIPLIST_MAXLEVEL], *x;
    unsigned int rank[ZSKIPLIST_MAXLEVEL];
    int i, level;

    x = zsl->header; // 首先获取 header
    // 从当前 skiplist 的最高层开始查找合适的位置，因为越高层指向的目标就可能越远
    for (i = zsl->level-1; i >= 0; i--) {
        // storea rank that is crossed to reach the insert position
        // 保存 rank ???
        rank[i] = i == (zsl->level-1) ? 0 : rank[i+1];

        // 如果新增对象的 score 小于下一个节点的 score
        // 或 score 相等但 compare 的结果小于下一节点的 obj
        // 这里使用下一节点是因为，当前节点是从 header 开始的，而 header 是存实际 obj 的
        while (x->level[i].forward &&
            (x->level[i].forward->score < score ||
                (x->level[i].forward->score == score &&
                compareStringObjects(x->level[i].forward->obj, obj) < 0)
            )) {

             // rank 加上当前节点当前层的跨度?
             rank[i] += x->level[i].span;
             x = x->level[i].forward;
         }
         // 保存所有节点到 update 中
         update[i] = x;
    }
```

```
    // 新建一个节点，给予一个随机的层级
    level = zslRandomLevel();
    // 如果新节点的层数大于现有的最大层，则更新现有的所有旧有层次
    if (level > zsl->level) {
        for (i = zsl->level; i < level; i++) {
            // 更新所有旧有层次，让其指向 header，
            // 并让所有第 i 层的 span 跨度设为 zsl 的节点数，也就是直接跨越到最后
            rank[i] = 0;
            update[i] = zsl->header;
            update[i]->level[i].span = zsl->length;
        }
        zsl->level = level; // 更新 skiplist 的最高层为
    }

    // 终于到创建新节点的这步了，创建一个 level 层的节点，并设置好 sroce 跟 obj
    x = zslCreateNode(level, score, obj);

    // 更新新节点的低于旧有最高层的层次
    for (i = 0; i < level; i++) {
        // 更新 x 的第 i 层节点的指向
        x->level[i].forward = update[i]->level[i].forward;
        update[i]->level[i].forward = x;

        x->level[i].span = update[i]->level[i].span - (rank[0] - rank[i]);
        update[i]->level[i].span = (rank[0] - rank[i]) + 1;
    }

    // 将所有高于新节点的层的跨度增加 1
    for (i = level; i < zsl->level; i++) {
        update[i]->level[i].span++;
    }

    // 更新新节点的后退指针，如果是第一层，则设置为 NULL(因为没有上一层了)
    // 否则设置为 update[0] ??
    x->backward = (update[0] == zsl->header) ? NULL : update[0];
    // 如果有下一个节点，则将下一个节点的后退指针设为新节点
    if (x->level[0].forward)
        x->level[0].forward->backward = x;
    else
        // 如果没有下一个节点，说明是最后一个节点
        zsl->tail = x;

    zsl->length++;
    return x;
}
```

redis 的 skiplist 的插入代码较长，所以我们分段进行分析，并且在分析的时候已我们的测试代码为准，如我

们现在即将调用的

```c
// array[0] = 1
// array    = 1
zskiplistNode *node = zslInsert(sl, array[0], array);
```

首先从 初始化图 可以得知 skiplist 现在的状态，接下来逐步分析插入的代码，
我们向 sl 插入了 score 为 1，obj 指向 1 的信息，接下来进入函数的第一步骤

```c
x = zsl->header;
// 当前的 level 是 1，所以只会循环一次，并且 i = 0
for (i = zsl->level-1; i >= 0; i--) {
    // 所以这里的 rank[i] = 0;
    rank[i] = i == (zsl->level-1) ? 0 : rank[i+1];

    // 而这里的 forward 一开始是为 NULL 的，所以不会进入循环
    while (x->level[i].forward &&
        (x->level[i].forward->score < score ||
            (x->level[i].forward->score == score &&
            compareStringObjects(x->level[i].forward->obj, obj) < 0)
        )) {

         rank[i] += x->level[i].span;
         x = x->level[i].forward;
     }

     update[i] = x;
}
```

所以执行完之后，各变量的状态转为

```c
x      = header;
update = [ header, NULL, ... ];
rank   = [ 0, 0, 0, ... ];
```

并假设新节点的层级由随机数得到 3，则下面的第二步骤的具体细节为

```c
level = zslRandomLevel(); // 假设为 3
// 当前 zsl->level 为 1， 所以进入循环
if (level > zsl->level) {
    // 这边的循环则是更新指定的 update 跟 rank
    for (i = zsl->level; i < level; i++) {
        // 更新所有旧有层次，让其指向 header，
        // 并让所有第 i 层的 span 跨度设为 zsl 的节点数，也就是直接跨越到最后
        rank[i] = 0;
        update[i] = zsl->header;
        update[i]->level[i].span = zsl->length;
    }
    zsl->level = level; // 更新 skiplist 的最高层为
}
```

执行完后，各变量的状态转为

```c
zsl->level = 3;
update = [ header, header, header, NULL, ... ];
rank   = [0, 0, 0, ... ];
header->level[1].span = 1;
header->level[2].span = 1;
```

接下来是插入的最后一个步骤了，这里会依据 update 的内容来更新 skiplist，并且会往其中加入新节点

```c
// 创建新节点
x = zslCreateNode(level, score, obj);

for (i = 0; i < level; i++) {
    // 将新节点的各层的 forward 设置为对应 update 的 forward
    // 并将原有 update 节点的 forward 指向新节点
    x->level[i].forward = update[i]->level[i].forward;
    update[i]->level[i].forward = x;

    // 将新节点各层的 span 设置为原有节点对应层的 span 并减去 rank[0] - rank[i];
    x->level[i].span = update[i]->level[i].span - (rank[0] - rank[i]);
    // 然后更新原有 update 对应层的 span 为 rank[0] - rank[i] + 1，也就是对应的 span 加上1
    update[i]->level[i].span = (rank[0] - rank[i]) + 1;
}

// 将所有高于新节点的层的跨度增加 1
for (i = level; i < zsl->level; i++) {
    update[i]->level[i].span++;
}

// 更新新节点的后退指针，如果是第一层，则设置为 NULL(因为没有上一层了)
// 否则设置为 update[0] ??
x->backward = (update[0] == zsl->header) ? NULL : update[0];
// 如果有下一个节点，则将下一个节点的后退指针设为新节点
if (x->level[0].forward)
    x->level[0].forward->backward = x;
else
    // 如果没有下一个节点，说明是最后一个节点
    zsl->tail = x;

zsl->length++;
return x;
```

这次调用马上结束了，最后来看看这次的调用结果，将 zsl 这个 skiplist 变成什么样了，

```javascript
x = {
    backward: NULL,
    score   : 3,
    obj     : 3,
    level   : [ NULL, ... ]
}

zsl = {
    leve  : 3
    length: 1
    header: ----->  [ score ] = 0
    tail  : x       [ obj   ] = NULL
                    [ level ] = [ ... ]
}

zsl->header.level = [
    {                                ____
        span: 1, forward ---->      |    |
    },                              |  x |
    {                               |  3 |
        span: 1, forward ---->      |  3 |
    },                              |    |
    {                               |    |
        span: 1, forward ---->      |____|
    }
]
```

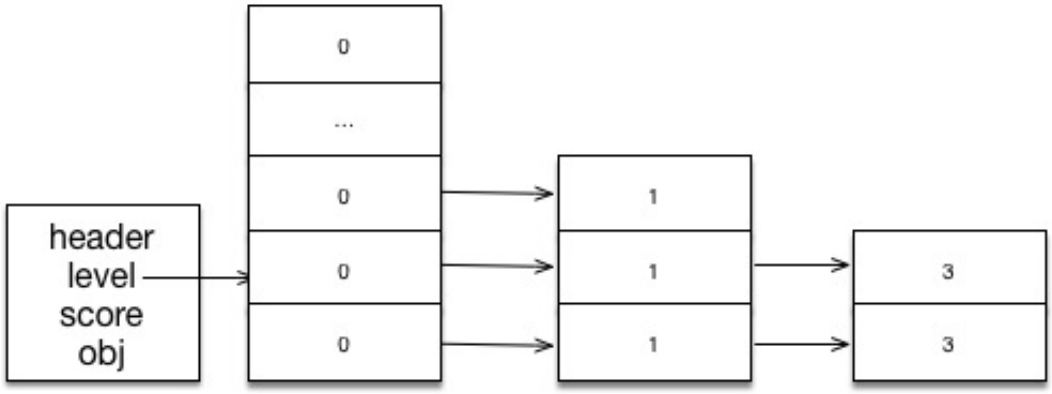
接下来分析第二次插入时的情况，这次我们就不逐步分析，而是直接查看插入后的结果了。
首先是对第一步骤的分析，我们现在要插入的节点是 score = 3, obj = 3，在执行完第一步骤后继续执行第二步骤，根据新节点的随机 level 填充 update 跟更新 skiplist 的 level, 我们假设新节点的随机层数为 2 ，则执行代码

```c
zslInsert(zsl, array[2], array + 2); // 3, 3
```

```javascript
x = {                       zsl = {
    backward: NULL,             level: 3,
    score: 3,                   length: 1,
    obj   : 3,                  header: ------> header,
    level: [ empty, ... ]    };
};

level = 2
rank = [ 1, 1, 1, ... ]
// update 列表中对象是指 { level, score, obj }
update = [ { 3, 3, 3 }, { 3, 3, 3 }, { 3, 3, 3 }, ... ]
```

第三步骤，则负责更新整个 update 对应的对象，以及新对象的指针



下面我们继续插入新的数据节点，这次插入的是另一个节点

```c
zslInsert(zsl, array[1], array + 1); // 2, 2
```

并且我们假设其随机生成的层数 level 为 4 层，则插入之后 skiplist 的状态为