

Trabajo Práctico N° 1

- 1- Teniendo en cuenta la definición de lenguaje, construya tres lenguajes (L_1, L_2, L_3) con los siguientes alfabetos: $A_{L_1} = \{a, b, c, d, e\}$, $B_{L_2} = \{A, B, C, D, E, F\}$, $C_{L_3} = \{1, 2, 3\}$. Calcular:

$$L_1 = \{ab, ce, da\}$$

$$L_2 = \{BA, ED, FA\}$$

$$L_3 = \{12, 23, 31\}$$

a) $L_1 \cup L_3$ b) $L_2 \cap L_3$ c) $\neg L_1$ d) $L_2 \cdot L_1 \cdot L_2$

a) $L_1 \cup L_3 = \{ab, ba, ce, ed, 12, 22, 23, 31\}$

b) $L_2 \cap L_3 = \{\}$

c) $\neg L_1 = A_{L_1}^* - L_1$

d) $L_2 \cdot L_1^* \cdot L_3 = \{BAab12, BAab23, BAab31, BAce12, BAce23, BAce31, BAda12, BAda23, BAda31, EDab12, EDab23, EDab31, EDce12, EDce23, EDce31, EDda12, EDda23, EDda31, FAab12, FAab23, FAab31, FAce12, FAce23, FAce31, FAda12, FAda23, FAda31\}$

- 2- Dados los siguientes lenguajes: $L_1 = \{a, b, c\}$; $L_2 = \{\varepsilon\}$; $L_3 = \{\}$. Calcular:

a) L_1^* b) L_1^+ c) $L_1^+ \cdot L_2^*$ d) \emptyset^+ e) \emptyset^* f) $L_1^* \cdot \emptyset$

Resolución:

a) $L_1^* = \{\varepsilon, b, aa, ca, ab, bb, cba, cbc, acc, abc, abbc, caab, \dots\}$

b) $L_1^+ = \{b, aa, ab, ca, bb, cbc, acc, abc, cba, abbc, caab, \dots\}$

c) $L_1^+ \cdot L_2^* = \{L_1^+\}$ No van llaves porque ya es un conjunto

d) $\emptyset^+ = \{\}$

e) $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$

f) $L_1^* \cdot \emptyset = \emptyset$

- 3- Para cada uno de los lenguajes descriptos en las siguientes expresiones regulares, dar tres ejemplos de strings que pertenezcan al mismo y tres que no.

a) a^*b^*

Pertenece: $\{ab\}, \{aab\}, \{abb\}$

No van llaves porque no son conjuntos.

No pertenece: $\{ba\}, \{baa\}, \{aba\}$

b) $a(ba)^*b$

Pertenece: $\{abab\}, \{ababab\}, \{abab\}$

No pertenece: $\{a\}, \{bab\}, \{babab\}$

c) $a^* \cup b^*$

Pertenece: $\{a\}, \{b\}, \{aa\}$

No pertenece: $\{ab\}, \{baa\}, \{aba\}$

d) $(aaa)^*$ Pertenece: $\{aaa\}, \{aaaaaa\}, \{aaaaaaaaaa\}$ No pertenece: $\{a\}, \{aa\}, \{aaaa\}$ **e) $\Sigma^*a\Sigma^*b\Sigma^*a\Sigma^*$** Pertenece: $\{aba\}, \{aabaa\}, \{aaaaaaba\}$ No pertenece: $\{ba\}, \{aaaa\}, \{abbbba\}$ Si pertenece**f) $aba \cup bab$** Pertenece: $\{aba\}, \{bab\}$ No pertenece: $\{ababab\}, \{bababa\}, \{ababa\}$ **g) $(\varepsilon \cup a)b$** Pertenece: $\{b\}, \{ab\}$ No pertenece: $\{abb\}, \{baa\}, \{aabb\}$ **h) $(a \cup ba \cup bb)\Sigma^*$** Pertenece: $\{aa\}, \{bab\}, \{bb\}$ No pertenece: $\{\varepsilon\}$ b tampoco pertenece

- 4- Dados los siguientes lenguajes, obtener las expresiones regulares que lo generan. Para todos los casos, el alfabeto es $A = \{0,1\}$

a) $L = \{w \mid w \text{ comienza con } 1 \text{ y termina con } 0\}$ $1\Sigma^*0$ **b) $L = \{w \mid w \text{ contiene al menos tres } 1\}$** $\Sigma^*1\Sigma^*1\Sigma^*1\Sigma^*$ **c) $L = \{w \mid w \text{ contiene el substring } 0101\}$** $\Sigma^*0101\Sigma^*$ **d) $L = \{w \mid w \text{ tal que la longitud de } w \text{ es como máximo } 5\}$** $\Sigma^5 \cup \Sigma^4 \cup \Sigma^3 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^0 \cup$ **e) $L = \{w \mid w \text{ tal que en cada posición impar encontramos un } 1\}$** $(1\Sigma)^*$ Solo considera cadenas de longitud par, falta considerar las impares**f) $L = \{w \mid w \text{ contiene al menos dos } 1 \text{ y como máximo un } 0\}$** $(1 \cup 0)11^+$ Falta contemplar más casos válidos, por ejemplo la cadena 110, 1101, etc.**g) $L = \{w \mid w \text{ no empieza con } 00\}$** $(1 \cup 01)\Sigma^*$ Falta considerar epsilon**h) $L = \{w \mid w \text{ empieza con } 1 \text{ y termina en } 110, \text{ existiendo al menos dos } 1 \text{ entre ambas construcciones}\}$** $1(\Sigma^*1\Sigma^*1\Sigma^*)110$ **i) $L = \{w \mid w \text{ contiene al menos dos } 0\text{'s consecutivos, o terminan con } 1\}$** $(00\Sigma^*) \cup (\Sigma^*1)$

- 5- Dados los siguientes lenguajes, obtener la expresión regular que los genera:

a) $L(A) = \{w \mid w \text{ contiene exactamente dos } b \text{ consecutivas, pudiendo existir más de dos } b \text{ en } w\}; \Sigma = \{a, b, c\}$ $(bb\Sigma^* \cup \Sigma^*bb\Sigma^* \cup bb\Sigma^*)$ Solo debe haber un par de b's consecutivas, las demás no lo son. Igualmente la expresión permite cualquier cantidad de b's seguidas**b) $L(A) = \{w \mid w \text{ tiene una longitud que es múltiplo de } 2 \text{ o múltiplo de } 3\}; \Sigma = \{a, b\}$**

$$(\Sigma^2)^* \cup (\Sigma^3)^*$$

- c) $L(A) = \{w \mid w \text{ contiene al menos una "b", y toda "b" tiene inmediatamente a su izquierda y a su derecha al menos una "a"}\}; \Sigma = \{a, b\}$

$(a^+ba^+)^+$ No considera cadenas válidas como ababa, etc.

- 6- ¿Cuáles de los siguientes lenguajes especificados por las expresiones regulares para el alfabeto $A = \{x, y, z\}$ son infinitos? Describa en una sola frase el contenido de cada uno de estos lenguajes infinitos, y defina por los lenguajes que sean finitos.

a. $(x \circ (y \circ z^*))$	e. $(y \circ y)^*$
b. $(x^* \circ (y \circ z))$	f. $(x^* \cup y^*)$
c. $((z \cup y) \circ x)$	g. $((x \circ x) \cup z)$
d. $(z \cup y)^*$	h. $((z \cup y) \cup x)$

- a) Infinito \rightarrow Ya que z puede expresarse infinitamente ya que contiene *
- b) Infinito \rightarrow Ya que x puede expresarse infinitamente ya que contiene *
- c) Finito \rightarrow (zx) y (yx) son los ejemplos posibles
- d) Infinito \rightarrow Ya que toda la expresión contiene * INCOMPLETO, no describe los lenguajes infinitos
- e) Infinito \rightarrow Ya que toda la expresión contiene *
- f) Infinito \rightarrow X e Y contienen * Cuál es el significado?
- g) Finito \rightarrow Los ejemplos posibles son (xx) y (z).
- h) Finito \rightarrow (z), (y) e (x) son los ejemplos posibles.

- 7- Describa el lenguaje representado por cada una de las siguientes expresiones regulares.

a. $(z \cup \bar{y})^* \circ x$	c. $((x \circ x^*) \cup (y \circ y^*))$
b. $((x \circ x^*) \circ y \circ y^*)$	d. $((x^* \circ y^*) \circ z^*)$

- a) $L(A) = \{w \mid w \text{ finaliza con } x\} A = \{x, y, z\}$ No puede haber x en cualquier parte, falta especificar más
- b) $L(A) = \{w \mid w \text{ comienza con } x \text{ pudiendo repetirse y termina con } y \text{ también pudiendo repetirse}\}$
 $A = \{x, y\}$
- c) $L(A) = \{w \mid w \text{ contiene varias } x \text{ o } y \text{ pero debe tener una } x \text{ o } y \text{ como mínimo}\}$ En qué lugar las x y las y?
- d) $L(A) = \{w \mid w \text{ no se debe alterar el orden "x, y, z" pudiendo repetirse las veces que uno desee, además puede contener la cadena vacía}\}$ En ese orden o por separado?

- 8- Para el lenguaje (sobre el alfabeto $A = \{a, b\}$) $L = \{w \mid w \text{ no termina en } b \text{ o contiene una cantidad de caracteres par}\}$ realizar las siguientes actividades:

- a) Escribir 3 palabras que pertenezcan y 3 que no pertenezcan a L.

Pertenece: ba, baaa, baba

No pertenece: aab, baa, babab Si pertenece

- b) Escribir una expresión regular que lo genere.

$$1b(\Sigma^*a) \cup (\Sigma^2)^*$$

- 9- Considerando que una Expresión Regular (ER) es ambigua cuando existe al menos un string que puede ser construido de dos diferentes maneras a partir de dicha ER ¿Cuáles de las siguientes ER son ambiguas? Justifique su respuesta.

$$a((ab)^*cd)^* \cup a(ababcb^*)^*a^*$$

$$aab^*(ab)^* \cup ab^* \cup a^*bba^*$$

$$aaba^* \cup aaaba \cup aabba^* \cup a$$

Primera: Es ambigua ya que se puede formar el string "a".

Segunda: Es ambigua ya que puede formar el string "aabb".

Tercera: No es ambigua.