**CONVOCATORIA INTERNA DE INVESTIGACIÓN AÑO 2021**

**ID CONVOCATORIA: 269 – FECHA REPORTE: 17-08-2021**

**ID PROPUESTA: 11059**

**1. IDENTIFICACIÓN DEL PROYECTO**

|  |  |
| --- | --- |
| **1.1. TITULO DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:** Formación de profesores para propiciar el aprendizaje sobre el diseño de tareas de argumentación matemática | |
| **1.2. NOMBRE DEL(OS) GRUPO(S) DE INVESTIGACIÓN:**  1. Didáctica de la Matemática | |
| **1.3. ESTADO DEL(OS) GRUPO(S) DE INVESTIGACIÓN EN COLCIENCIAS:** | Grupo 1: B |
| **1.4 MODALIDAD:**  Escriba la modalidad en la cual se inscribe la propuesta de acuerdo a los términos de referencia de la convocatoria | MODALIDAD 1. INVESTIGACIÓN EN LAS LÍNEAS DE LOS GRUPOS CONSOLIDADOS |
| **1.5. LÍNEA DE INVESTIGACIÓN Y/O EJE DEL PDI**  Registre la línea de investigación en la cual se inscribe la propuesta y/o el eje del Plan de Desarrollo Institucional 2014-2019 al que aporta la propuesta (si aplica) | **Nombre de la línea de investigación del grupo:**  No aplica para esta convocatoria |
| **Nombre del eje del PDI:** |
| **1.6. UNIDAD ACADÉMICA**  Registre la unidad académica en donde se origina el proyecto, Facultad y departamento, Doctorado Interinstitucional en Educación o IPN | Facultad de Ciencia y Tecnología |
| **1.7. DURACIÓN:**  Indique la(s) vigencia(s) en la que se ejecutará el proyecto (revise términos de referencia para definir el tiempo). | 12 Meses |
| **1.8. COFINANCIACIÓN:**  Indiqué si el proyecto será ejecutado y financiado por otra institución diferente a la Universidad Pedagógica Nacional (recuerde que se debe anexar la carta de aval de cada institución con el valor de la contrapartida) | Ninguna |
| **1.9. RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO**  Corresponde al cálculo aproximado del costo de las horas solicitadas por los profesores que participaran en el desarrollo de la investigación. | **$98,704,424** |
| **1.10. RECURSOS DE INVERSIÓN:** Corresponde al valor de los recursos solicitados para el desarrollo del proyecto. (No puede exceder el máximo establecido en los términos de referencia de la convocatoria). | **$26,000,000** |
| **1.11. TOTAL DE COFINANCIACIÓN:** Escriba el valor de los recursos proyectados por cofinanciación (Solo para los proyectos que posean este tipo de recurso). | **$0** |
| **1.12. TOTAL RECURSOS:**  Suma de los valores de las dos o tres casillas anteriores (según corresponda a la modalidad). | **$124,704,424** |
| **1.13. NOMBRE(S) Y APELLIDO(S) DEL INVESTIGADOR PRINCIPAL[[1]](#footnote-1)**: Oscar Javier Molina Jaime | |
| **1.14. No DOCUMENTO DE IDENTIFICACIÓN:**  (Marque con una (X) el tipo de documento y escriba el número de identificación del investigador principal) | Cédula de ciudadania |
| **№ 80038334** |
| **1.15. TIPO DE VINCULACIÓN:**  Indique el tipo de vinculación del investigador principal (Revise términos de referencia) | Planta |

**2. CONTENIDO DE LA PROPUESTA**

**EJE/ÁREA TEMÁTICA**

El proyecto se inscribe en la Modalidad 1, “Investigación dirigida a grupos consolidados”. Con él se busca fortalecer la línea de investigación Argumentación y Prueba en Geometría, en el marco de la cual el equipo proponente realiza su actividad investigativa desde el año 2006. La línea se ocupa de estudiar fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la geometría cuando se busca promover la actividad demostrativa con el apoyo de programas informáticos de geometría dinámica. Nuestro ejercicio investigativo ha atendido compromisos misionales de la Universidad Pedagógica Nacional dado que el contexto experimental y de reflexión en el que hemos desarrollado las investigaciones es la educación matemática en todos los niveles educativos, incluyendo la formación inicial y continuada de profesores.  
  
Dadas las dinámicas y realidades nacionales que revelan la necesidad de proyectar nuevas maneras de abordar la formación de profesores, el proyecto que proponemos se ubica en el Eje 1 del Plan de Desarrollo 2020-2024 (Eje 1. Docencia y excelencia académica con responsabilidad social), específicamente en relación con el Proyecto 2. Nuevos programas y fortalecimiento del Sistema de Formación Avanzada, del Programa 2. Oferta académica de calidad (UPN, 2020). Busca dar continuidad a la investigación realizada en 2020, que se centró en algunos elementos de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático que se debería involucrar en un proceso formativo sobre el diseño de tareas de argumentación.   
  
Al igual que el estudio realizado en 2020, el proyecto aquí presentado pretende seguir apoyando el aprendizaje de estudiantes, futuros profesores de matemáticas, sobre el diseño de tareas de argumentación, esta vez apuntando a otros elementos, no necesariamente de carácter epistémico. Nuestra responsabilidad, entonces, implica proveer propuestas de renovación curricular no ingenuas y basadas en ejercicios investigativos, que potencien nuestros programas de formación.

***MÓDULO I***

* 1. **RESUMEN EJECUTIVO**

El proyecto de investigación "Formación de profesores para propiciar el aprendizaje sobre el diseño de tareas de argumentación matemática" busca proponer, implementar y evaluar una trayectoria de enseñanza para un espacio académico de un programa de formación inicial de profesores de matemáticas, que favorezca el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación. Esta trayectoria incluirá, además de lo correspondiente a la conceptualización especializada sobre argumentación que se consideró en el proyecto de investigación desarrollado en 2020 (DMA-518-20), otros elementos no contemplados en la investigación anterior.  
  
Como resultado del proyecto DMA-518-20, identificamos elementos del conocimiento didáctico-matemático, principalmente de tipo epistémico (Pino-Fan y Godino, 2015), con los que debería contar un profesor para asumir el reto de diseñar tareas que favorezcan la argumentación matemática. Entre ellos mencionamos: una conceptualización especializada de términos relacionados con la argumentación (argumento, tipos de argumentos, modelo para estructurar un argumento, etc.), procedimientos para identificar y tipificar argumentos en un intercambio comunicativo (de estudiantes cuando abordan un problema de geometría), y una conceptualización sobre tarea y problema de argumentación.   
  
Además de lo dicho, encontramos evidencia, a través de la observación de la actividad de los estudiantes que participaron en el estudio, de la insuficiencia de los elementos identificados para apoyar significativamente el diseño de tareas de argumentación para la educación básica. Este escenario nos induce a buscar cómo involucrar, en nuestras propuestas formativas, otros elementos relacionados con el diseño de tareas. En este proyecto prevemos enfocarnos en otras facetas del conocimiento didáctico que intervienen en la actividad de diseñar tareas y que deberían ser objeto de una formación explícita, para atender la insuficiencia mencionada. A manera de hipótesis, consideramos asuntos como los siguientes, sin desconocer la posible existencia de otros: los tipos de problemas involucrados en una tarea, los tipos de argumentos que una tarea puede favorecer, el efecto del enunciado de una tarea en la actividad argumentativa que promueve, posibles asuntos problemáticos que pueden surgir en dicha actividad, el papel de los Entornos de Geometría Dinámica (EGD) para potenciar la tarea, la previsión de acciones del profesor para sacar provecho de un enunciado de una tarea a favor de la argumentación, y el nivel educativo pertinente para proponer una determinada tarea (Lin, Yang, Lee, Tabach y Stylianides, 2012; Gómez, Mora y Velasco, 2018; Boero, Fenaroli y Guala, 2018; Molina y Samper, 2019; Stylianides y Ball, 2008).   
  
El proyecto se sitúa en la línea del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Consideramos que el modelo de Pino-Fan y Godino (2015) se ajusta a nuestras pretensiones puesto que propone facetas mediante las cuales se pueden describir elementos del conocimiento que se pretenden favorecer con la trayectoria de enseñanza que se diseñe.   
  
Para llevar a cabo el proyecto, usaremos como estrategia metodológica "el desarrollo del currículo de matemáticas como un esfuerzo científico" (Battista & Clements, 2000), cuyo escenario es el curso "Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría" del programa de Licenciatura en Matemáticas del DMA. Esto nos implica un reto investigativo caracterizado por un proceso en espiral, cuyas acciones se alimentan entre sí: inicia con una primera explicitación y caracterización de elementos del conocimiento didáctico del profesor identificados empírica o teóricamente, que tienen que ver con el diseño de tareas; continúa con el diseño de una trayectoria de enseñanza que favorezca el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico antes identificados, y su respectiva experimentación con estudiantes de un curso de formación inicial de profesores; y sigue con un análisis de situaciones surgidas durante la implementación que conducen a hacer ajustes a la tarea y a precisar otros elementos del conocimiento que no se identificaron previamente (que podrían dar lugar a experimentar nuevamente las tareas).  
   
Los resultados del proyecto serían un aporte para el programa de formación "Licenciatura en Matemáticas" de la Universidad Pedagógica Nacional, en particular, y para el campo de investigación "Educación del Profesor de Matemáticas", en general. Lo anterior, por cuanto contribuiremos con propuestas formativas para profesores demandadas por la comunidad, relativas al diseño de tareas para favorecer la argumentación.

* 1. **DESCRIPTORES / PALABRAS CLAVES:**

Formación de profesores, geometría, trayectoria de enseñanza, tareas de argumentación, conocimiento didáctico del profesor de matemáticas.

* 1. **ANTECEDENTES**

El equipo de investigación "Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ • G)", que forma parte del grupo "Didáctica de la Matemática", tiene su interés investigativo enfocado en el aprendizaje y la enseñanza de la geometría por la relevancia que tienen en la formación de competencias relacionadas con el sentido espacial y con la argumentación. Desde nuestro punto de vista, aprender geometría es una vía para desarrollar razonamiento matemático útil para que los niños y jóvenes colombianos puedan llegar a contribuir al desarrollo social y cultural del país.   
  
Uno de nuestros contextos de investigación ha sido la formación de profesores de matemáticas en ejercicio, gracias a la dirección de trabajos de grado de la Maestría en Docencia de la Matemática y a proyectos de investigación realizados por miembros del equipo. La actividad desplegada nos ha permitido diseñar, experimentar y evaluar propuestas para la enseñanza de la geometría en la educación básica primaria y secundaria, en colaboración con profesores, y rastrear procesos comunicativos que influyen en el aprendizaje. Además, en el proyecto "Geometría: vía al razonamiento científico (DMA-399-2015)" apoyamos a profesores en ejercicio en el diseño y la implementación de experiencias matemáticas escolares que buscan promover el acercamiento de niños y jóvenes al razonamiento científico. Con el proyecto "Voces de los estudiantes en la clase de geometría (DMA-461-18)" rastreamos la influencia de voces de estudiantes en la clase de geometría y determinamos el efecto de ellas en la construcción colectiva de significado compartido. Este proyecto renovó nuestro interés por indagar a fondo la gestión del profesor en el aula, examinando posibilidades y retos para involucrar a los escolares en procesos argumentativos y en la construcción colectiva y compartida de significado. Es así como en el proyecto "Gestión de voces de estudiantes en la clase de geometría (DMA-489-19)" hicimos un seguimiento detallado de las acciones de tres profesores en sendas aulas de geometría donde se generan ambientes comunicativos de distinto tipo, con el fin de caracterizar y ejemplificar cómo gestionan las expresiones de sus estudiantes al intentar construir conocimiento.  
  
Otro contexto en el que desarrollamos proyectos de investigación es la formación inicial de profesores de matemáticas, por ser el ámbito investigativo connatural a nuestra misión como profesores de la UPN. El ejercicio investigativo, centrado primordialmente en la actividad demostrativa, nos ha permitido consolidar una aproximación metodológica para la enseñanza de la geometría en pregrado, desde una perspectiva sociocultural, que pone de presente la importancia de vincular la argumentación con la demostración, por medio de la actividad matemática de resolución de problemas abiertos de conjeturación (Perry, Samper, Camargo y Molina, 2013). Aprovechando las herramientas de exploración de los programas informáticos de geometría dinámica y la mediación de profesores comprometidos en fomentar una cultura de indagación, llevamos a cabo procesos de innovación curricular en los cursos de geometría de la Licenciatura en Matemáticas y de la Maestría en Docencia de la Matemática. Estas innovaciones les ofrecen a los futuros profesores de matemáticas experiencias significativas relacionadas con la argumentación y la demostración, que podrían constituir una referencia personal útil en su ejercicio profesional.  
  
El ejercicio investigativo nos ha permitido reconocer, desde hace unos años, que no es suficiente para los futuros profesores la vivencia de ambientes alternativos a los tradicionales en el aula para que, en su ejercicio profesional, ellos dispongan de herramientas para gestionar ambientes similares de aprendizaje en los que niños y adolescentes se involucren en los procesos de argumentación y demostración. Para complementar la mencionada experiencia, es necesario generar espacios curriculares en los que los aspectos constitutivos de tales ambientes se conviertan en objeto de estudio explícito en el programa de pregrado, con la intención deliberada de que los estudiantes tengan la oportunidad de ampliar y fundamentar su conocimiento sobre lo que implica la generación de dichos ambientes.  
  
En el desarrollo del proyecto "Conocimiento del profesor de geometría para diseñar y gestionar tareas de argumentación y demostración (DMA-518-20)" diseñamos e implementamos una unidad temática en el curso "Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría", del programa de Licenciatura en Matemáticas, que buscaba contribuir al conocimiento de los estudiantes sobre elementos de la faceta epistémica útiles para diseñar tareas de argumentación. Identificamos elementos centrales, a saber: conceptualización especializada sobre términos relacionados con la argumentación, estructura de un argumento, tipos de argumentos, procedimiento para analizar intercambios comunicativos con el fin de identificar argumentos, etc. Paralelamente, diseñamos tareas de formación profesional que consideraran tales elementos. Estas fueron implementadas para hacer una evaluación parcial con miras a ajustar nuestra propuesta formativa.  
  
Con el presente proyecto pretendemos seguir avanzando en la misma línea de trabajo, enfocando la atención en otros elementos del conocimiento didáctico para el diseño de tareas en los que no nos hemos enfocado con detalle. Consideramos oportuno promover una renovación curricular en la formación inicial de profesores de matemáticas, que involucre una trayectoria de enseñanza (tareas diseñadas, sus descripciones y nexos entre ellas para formar secuencias) que favorezca el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, de índole diferente a la conceptualización especializada sobre argumentación, y que atienda aspectos de otras facetas de dicho conocimiento.

(Puntaje máximo en la evaluación 10 puntos de 100)

***MÓDULO II***

**PROBLEMA, OBJETIVOS Y METAS**

**a. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:** En nuestros ejercicios investigativos y curriculares hemos intentado que, en los procesos formativos en geometría donde tenemos injerencia (particularmente, en el programa Licenciatura en Matemáticas), los estudiantes tengan la oportunidad de vivenciar un ambiente de aula en el que la actividad demostrativa sea protagonista (Camargo, Samper, Perry, Molina y Echeverry, 2009; Molina, Samper, Perry, Camargo y Echeverry, 2010; Perry, Samper, Molina, Camargo y Echeverry, 2012; Samper, Perry, Camargo, Sáenz-Ludlow y Molina, 2016). Estos esfuerzos han sido reconocidos por pares, dados los resultados satisfactorios logrados en términos de la competencia argumentativa de los estudiantes (Durand-Guerrier, Boero, Douek, Epp y Tanguay, 2012; Selden, 2012; Sinclair y Yerushalmy, 2016).  
Con la conciencia de que el esfuerzo antes descrito no es suficiente para que, en su futuro ejercicio docente, los maestros en formación gestionen tareas que promuevan la argumentación en el aula, recientemente emprendimos un proceso de renovación curricular. En este, siguiendo planteamientos como los de Stylianides y Ball (2008), y Boero, et al. (2018), deliberadamente involucramos como objetos de estudio, en nuestra investigación, elementos del conocimiento didáctico-matemático sobre la argumentación, especialmente en la faceta epistémica (Pino-Fan y Godino, 2015), que deberían considerarse en el diseño de tareas de formación profesional para el programa de Licenciatura en Matemáticas.   
  
Como resultado del proyecto de investigación DMA-518-20 (llevado a cabo en 2020), encontramos evidencia, a través de la observación de la actividad de los estudiantes que participaron en el estudio, de la insuficiencia de los elementos contemplados para apoyar significativamente el diseño de tareas de argumentación para la educación básica (e.g., constructos relacionados con la argumentación, estructura de argumento, tipos de argumentos, procedimiento para analizar intercambios de estudiantes en búsqueda de argumentos). Este escenario nos induce a buscar cómo involucrar, en nuestras propuestas formativas, otros elementos relacionados con el diseño de tareas que suplan lo requerido. Con el fin de atender la insuficiencia citada, queremos enfocarnos en otros elementos de la faceta epistémica y en elementos de otras facetas del conocimiento didáctico-matemático que intervienen en la actividad de diseñar tareas y que deberían ser objeto de una formación explícita. A manera de hipótesis, consideramos los siguientes asuntos, sin desconocer que en el ejercicio investigativo identifiquemos la existencia de otros: los tipos de problemas involucrados en una tarea, los tipos de argumentos que una tarea puede favorecer, el efecto del enunciado de una tarea en la actividad argumentativa que promueve, posibles asuntos problemáticos que pueden surgir en dicha actividad, el papel de los Entornos de Geometría Dinámica (EGD) para potenciar la tarea, la previsión de acciones del profesor para sacar provecho de un enunciado de una tarea a favor de la argumentación, el nivel educativo pertinente para proponer una determinada tarea.  
  
El anterior panorama hace evidente un vacío en el programa de Licenciatura que pretendemos atender desde la investigación. Por tanto, tenemos la intención de complementar el espacio que se generó en el currículo de la Licenciatura a través del desarrollo del proyecto DMA-518-20, para que nuestros estudiantes tengan la posibilidad de aprender acerca de estos otros elementos del conocimiento didáctico especializado, claves y pertinentes para diseñar tareas de argumentación.   
  
La complementación del espacio descrito implica un reto investigativo caracterizado por un proceso en espiral, cuyas acciones se alimentan entre sí: inicia con una primera explicitación y caracterización de elementos del conocimiento didáctico del profesor identificados empírica o teóricamente, que tienen que ver con el diseño de tareas; continúa con el diseño de una trayectoria de enseñanza que favorezca el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico antes identificados, y su respectiva experimentación con estudiantes de un curso de formación inicial de profesores; y sigue con un análisis de situaciones surgidas durante la implementación que conducen a hacer ajustes a la tarea y a precisar otros elementos del conocimiento que no se identificaron previamente (que podrían conducir a nuevas experimentaciones).   
   
Con el objetivo de asumir este proceso y, por consiguiente, de suplir el vacío curricular antes descrito, presentamos esta propuesta de proyecto de investigación. Con él pretendemos dar continuidad al proceso iniciado en el año 2020, con el cual empezamos el desarrollo de un programa de investigación de largo aliento, centrado en dos campos: el Conocimiento del Profesor de Matemáticas (particularmente, en lo relativo a elementos para diseñar y gestionar tareas de argumentación en geometría) y la Educación del Profesor de Matemáticas (en relación con el diseño de trayectorias de enseñanza para programas de formación).  
  
Los anteriores planteamientos, nos permiten concretar las siguientes preguntas orientadoras del estudio que nos proponemos adelantar en 2022, en el marco de la línea de geometría y su didáctica, de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, que se refieren a asuntos de índole diferente a la conceptualización especializada sobre argumentación:   
  
¿Qué elementos del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas, relativos al diseño de tareas que fomentan la argumentación, se deberían involucrar en el proceso de formación?  
  
¿Qué rasgos característicos debe tener una trayectoria de enseñanza que favorezca el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación?  
  
La primera pregunta apunta a determinar los elementos, y sus rasgos característicos, del conocimiento didáctico, no necesariamente epistémicos, pertinentes para diseñar tareas que favorezcan la argumentación y explicitación de argumentos. Pretendemos, con ello, identificar, caracterizar los elementos y determinar a cuál de las facetas cognitiva, mediacional, interaccional y ecológica corresponden (Pino-Fan y Godino, 2015). La segunda apunta a proponer rasgos de una renovación curricular que llene vacíos detectados en nuestro programa de formación (y según nuestra consulta de la literatura, de varios programas de formación). Con ello, podríamos ofrecer a la comunidad una propuesta formativa para profesores, no ingenua, que apunte a promover el aprendizaje sobre elementos claves para diseñar tareas de argumentación para el aula escolar y gestionarlas eficientemente.   
  
El proyecto se justifica a la luz de los siguientes aspectos, que se constituyen en oportunidades para el equipo de investigación "Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ•G)". En primer lugar, el proyecto nos permitirá complementar nuestra aproximación metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de y sobre la geometría en la formación inicial de profesores. Para este caso, formularíamos rasgos característicos de una renovación curricular a la luz de trayectoria de enseñanza que buscan un aprendizaje acerca de elementos del conocimiento didáctico relativos al diseño de tareas de argumentación. De esta forma, contribuiríamos de manera informada con planteamientos que deben ser considerados para modificar el plan de estudios de la línea de geometría y su didáctica del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. En segundo lugar, atendiendo el llamado de Stylianides, Bieda y Morselli (2016), nos permitiría identificar algunos elementos claves del conocimiento de un profesor que procura que sus estudiantes aprendan a argumentar en el aula de matemáticas. En tercer lugar, intentaríamos atender el llamado expresado en documentos orientadores del desarrollo de currículos en Colombia –v.g., Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), sobre la necesidad de formar profesores que puedan promover un clima de indagación en el aula, para favorecer el desarrollo de competencias argumentativas de sus estudiantes.

**b. OBJETIVO GENERAL DEL PROYECTO:** Proponer una trayectoria de enseñanza para un espacio académico de formación inicial de profesores de matemáticas, que favorezca el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, de índole diferente a la conceptualización especializada sobre argumentación.

**c. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:** Proponga las finalidades delimitadas que se articulan a la perspectiva planteada en el objetivo general y que son la base para la programación de actividades. Deben ser evaluables y ponderables en términos cualitativos o cuantitativos. Se pueden incluir tantos objetivos específicos como sea necesario.

**d. METAS*:*** Proyecte los resultados específicos derivados de los aspectos relevantes de los objetivos específicos. Deben ser factibles, realizables y medibles. Son la traducción operativa de cada objetivo; por lo tanto deben ser monitoreables. A cada objetivo específico corresponde como mínimo una meta.

|  |  |
| --- | --- |
| **OBJETIVO** | **META** |
| Identificar y caracterizar elementos del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación. | Listado de elementos no necesariamente epistémicos (sobre conceptualización especializada de constructos relacionados con argumentación) pertinentes y claves para diseñar tareas de argumentación, identificados en la literatura o a partir de nuestra propia experiencia. |
| Caracterización de los elementos del conocimiento didáctico listados en la meta 1. |
| Diseñar y experimentar una propuesta de tareas de formación profesional que favorezcan el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, diferentes a los de una conceptualización especializada sobre argumentación. | Presentación y descripción de las tareas que serán implementadas en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. |
| Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Análisis post-implementación para (i) identificar ajustes pertinentes que se deben hacer a las tareas de formación profesional diseñada, (ii) precisar y caracterizar elementos del conocimiento involucrados en las tareas, y que no fueron precisados preliminarmente, y (iii) identificar el efecto de las tareas en el aprendizaje de los estudiantes. |

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO III***

**MARCO TEÓRICO Y BIBLIOGRAFÍA**

**Marco teórico:** En esta sección presentamos los referentes conceptuales que sustentan y orientan nuestro proyecto de investigación de manera preliminar. Estos giran en torno a la caracterización de un modelo de conocimiento para el profesor, una postura sobre aprendizaje y una conceptualización sobre argumento, tarea y problema.  
  
III.1 Modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor   
  
Fundamentamos nuestro estudio en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor (CDM) propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico (Pino-Fan & Godino, 2015) Este modelo concibe tres dimensiones del conocimiento: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática (ver Figura 1 -Anexo 1-).   
   
Figura 1. Dimensiones y componentes del CDM  
(Fuente: Pino-Fan y Godino, 2015)  
  
El modelo precisa, para cada faceta de la dimensión didáctica, indicadores (con sus respectivas descripciones) de los elementos del conocimiento del profesor que un maestro debe poner en juego o tener durante su ejercicio profesional (Godino, 2009).   
   
Consideramos que esta base nos provee elementos generales del conocimiento didáctico-matemático (dimensiones y facetas) que deberíamos poder ajustar con descripciones específicas para precisar elementos del conocimiento que se pondrían en juego cuando se pretende diseñar tareas de argumentación en geometría. Dada la necesidad de esta especificidad, las descripciones que pretendemos realizar requieren tomar en consideración ciertos elementos del conocimiento especializado sobre tareas de argumentación elaborados por otros investigadores y buscar su ubicación en las diferentes facetas; a priori, consideraremos elementos del conocimiento como: diferentes tipos de tareas que pueden suscitar argumentación (Stylianides y Ball, 2008; Stylianides, 2016), efecto que pueden tener los programas de geometría dinámica para favorecer la producción de argumentos en el marco del abordaje de un problema específico (Arzarello, Bartolini-Bussi, Leung, Mariotti y Stevenson, 2012); maneras de gestionar tareas para suscitar argumentación o la explicitación de argumentos; implicaciones que una cierta formulación de una tarea puede tener en la actividad de los estudiantes (Ross, Fisher y Frey, 2009); elementos del currículo que se deberían considerar para formular una tarea de argumentación –fines, objetivos– (Lin, Yang, Lee, Tabach y Stylianides, 2012).   
   
El interés específico por el conocimiento didáctico puesto en funcionamiento al momento de diseñar tareas de argumentación y por el diseño de tareas profesionales para favorecer el aprendizaje de elementos de este conocimiento de los estudiantes para profesor, nos lleva a complementar nuestro marco con algunas precisiones. En particular, nos referimos a continuación a lo que entendemos por aprendizaje, por argumentación y argumento, y por tareas de argumentación y demostración.   
  
III.2 Postura sobre aprendizaje  
  
En el marco de los campos Educación matemática y Educación del profesor de matemáticas, y en consonancia con algunos planteamientos de Sfard (2008), concebimos que aprender sobre diseño de tareas que propicien la argumentación en geometría es el proceso de llegar a participar de una comunidad de discurso enfocada en el tema específico mencionado. Esto implica poder comunicarse en el lenguaje de la respectiva comunidad y poder actuar según normas particulares que regulan las prácticas de dicha comunidad. Mediante el proceso investigativo que estamos proponiendo, pretendemos dilucidar rasgos característicos de dicho lenguaje y de las acciones involucradas en las prácticas de diseño de tareas de argumentación en geometría.   
  
Esta visión de aprendizaje encaja con la perspectiva pragmatista que tiene la EOS. En la EOS, el aprendizaje es el proceso mediante el cual el sujeto se apropia de los significados institucionales, entendidos de manera pragmática, esto es, como los sistemas de prácticas operativas y discursivas que caracterizan el objeto (Font, 2000). En la EOS, de manera análoga a como lo sugiere el enfoque participacionista, durante el proceso de aprendizaje, el aprendiz puede llegar a ser capaz de realizar de manera competente, y por su propia voluntad, actividades moldeadas de forma histórica conforme a las prácticas institucionales (Qvortrup y Wiber, 2016).   
  
III.3 Argumento  
  
Las definiciones que formulamos en esta sección –las cuales representan una parte relevante de la conceptualización sobre el objeto argumento desarrollada en el proyecto DMA-518-20– se apoyan en tres citas tomadas de Knipping y Reid (2019), en las que los autores hacen un esbozo ilustrado de la relación funcional de los elementos básicos de un argumento según la propuesta de Stephen Toulmin:  
  
Cuando Toulmin (1958) investiga la estructura funcional de argumentos racionales, en general, pregunta: “Entonces, ¿qué se requiere para establecer conclusiones mediante la producción de argumentos?” (p. 97). La primera respuesta de Toulmin es que para apoyar la conclusión podrían citarse hechos (datos). Ilustra esto con el siguiente ejemplo. Si afirmamos que ‘el pelo de Harry no es negro’, podríamos basar esto en “nuestro conocimiento personal de que, en efecto, el color de pelo de Harry es rojo” (p. 97). Producimos un dato que consideramos es un hecho evidente para justificar nuestra aserción (conclusión). Si se acepta esto, este simple paso, dato––conclusión, puede representar un argumento racional. (pp. 3-4).  
  
Pero este paso, su naturaleza y justificación, puede ser cuestionado, actual o potencialmente, y, por lo tanto, a menudo se justifica de manera explícita. En lugar de dar más información, se requiere formular una explicación más general mediante reglas, principios o licencias de inferencia (p. 98). La segunda respuesta de Toulmin aborda este tipo de cuestionamiento. Se podría dar una ‘garantía’ para establecer “de qué manera los datos ya producidos se relacionan con la conclusión” (p. 98). Estas garantías “actúan como puentes y autorizan la clase de paso al que nos compromete nuestro argumento particular” (p. 98). En el ejemplo anterior la garantía implícita del argumento es ‘Si algo es rojo, no puede ser también negro’ (p. 98). Si bien Toulmin reconoce que la distinción entre dato y garantía puede no ser siempre clara, sus funciones son distintas, “en un caso, dar una pieza de información, en el otro, autorizar un paso en un argumento” (p. 99). De hecho, la misma proposición podría servir como dato o como garantía o como ambos a la vez, dependiendo del contexto (p. 99), pero según Toulmin la distinción entre dato, garantía y la conclusión o la aserción proporciona los elementos para el “esqueleto de un modelo para analizar argumentos” (p. 99, […]). En lo que sigue usamos “aserción” en casos en los que aún no se han proporcionado datos ni garantías, y usamos “conclusión” cuando ya se han proporcionado dato y garantía. (p. 4)  
  
Toulmin agrega otros elementos a este esqueleto, […] Ambos, el dato y la garantía de un argumento, pueden ser cuestionados. Si un dato requiere apoyo, se puede desarrollar un nuevo argumento en el que aquel sea la conclusión. Si una garantía está en duda, se puede ofrecer un enunciado para apoyarla, a la que Toulmin denomina “respaldo”. (p. 4)  
  
Recurrimos también a una cita del propio Toulmin (2003/1958, p. 92), en la que, refiriéndose a dato, aserción y garantía, afirma:  
  
Ya disponemos de los términos necesarios para componer el primer esbozo de un esquema para analizar argumentos. Podemos simbolizar la relación entre dato y aserción a la que aquel sirve de sustento con una flecha, e indicar la autoridad que nos permite pasar del dato a la aserción escribiendo la garantía inmediatamente debajo de la flecha (Figura 2 -Anexo 2-).  
  
Figura 2. Esquema de argumento simple  
  
Con base en lo anterior, planteamos las definiciones que guían el desarrollo del estudio:  
  
Argumento: es una expresión discursiva escrita u oral, regulada por normas compartidas, que expone una postura o una proposición y las razones (justificación) que sustentan, respectivamente, el acuerdo con la postura o el valor de verdad de la proposición.  
  
Aserción: es la proposición o la oración que plantea una postura cuyo valor de verdad o acuerdo, respectivamente, tendrá que ser justificada por un dato y una garantía.  
Conclusión: es una aserción justificada.  
  
Justificación: es un conjunto de razones que sustentan el acuerdo con la postura o el valor de verdad de la proposición. Teniendo en cuenta la definición de argumento, destacamos que un argumento incluye una justificación, pero la relación recíproca no es cierta.  
  
Argumentación: es un proceso discursivo y sociocultural en el que surgen argumentos.  
  
Argumento simple: es un argumento conformado por tres elementos –dato, aserción, garantía– relacionados funcionalmente así: el dato da fundamento a la aserción, es evidencia que justifica la aserción; la garantía da soporte a la relación del dato y la aserción, justifica con un enunciado general por qué el dato sirve como evidencia para apoyar la aserción. En caso de que falte la garantía, hablamos de argumento simple incompleto.   
  
Argumento global: es un argumento conformado por una cadena de argumentos simples que exponen el sustento de la aserción principal.  
  
Argumento nuclear: es un argumento conformado por una cadena de argumentos simples que exponen el sustento de una aserción que sirve de dato para un argumento simple posterior.  
  
Estructura funcional de un argumento: refiere a la esquematización de los tres elementos que conforman un argumento indicando su función en el argumento.  
  
Argumento matemático: es un argumento cuya garantía, explícita o implícita, es una proposición propia del contenido matemático de referencia de una comunidad.  
  
III.3.1 Tipos de argumento  
  
Tal como se expuso en la definición de argumento simple, los tres elementos básicos que lo componen tienen una relación funcional que es siempre la misma, independientemente de cuál haya sido el curso de la argumentación en la que aquel haya surgido. Así, es posible que la aserción –cuya veracidad, en cualquier caso, la fundamenta (le da base) el dato– haya sido expuesta desde el principio y se acepte como verdadera –razón por la cual no es interés de la argumentación examinar su veracidad– y, sea el dato el elemento que deba aportarse como resultado de la argumentación, es decir, deba inferirse. Otra situación argumentativa posible consiste en exponer cierta clase de información en calidad de dato –información que podría aceptarse como verdadera– y, sea la aserción el elemento que deba inferirse como resultado de la argumentación. Los dos casos, que no son exhaustivos de las situaciones argumentativas posibles, dan lugar a sendos tipos de argumento para los cuales el criterio de tipificación se centra en el elemento del argumento inferido. Como se verá hay situaciones en las que se infieren dos elementos. En lo que sigue, teniendo en cuenta el criterio de tipificación antes mencionado, describimos tres tipos de argumento: inductivo, abductivo y deductivo.  
  
Argumento inductivo: según Hernández y Parra (2013), se caracteriza de la siguiente manera:   
  
Las premisas presentan una característica que los elementos de un conjunto inicial A tienen en común.  
En las premisas también se establece que algunos de los elementos de tal conjunto comparten una segunda característica.  
En la conclusión se generaliza la segunda característica (compartida por un subconjunto de elementos no necesariamente propio) a, por lo menos, un nuevo elemento del conjunto A del que no se sabe, a partir de la información dada en las premisas, si realmente la tiene. (p. 63)  
  
Teniendo en cuenta el criterio de tipificación mencionado, en un argumento inductivo la aserción y la garantía (patrón de generalización) son los elementos inferidos (durante la argumentación) a partir de un dato, y ambos son de naturaleza probable. El esquema que se muestra en la Figura 3 -Anexo 3- representa no solo la estructura funcional del argumento inductivo caracterizado, sino que también marca los elementos que fueron inferidos en el curso de la argumentación en el que surgió el argumento.  
  
Figura 3: Esquema para argumento inductivo  
  
Argumento deductivo: teniendo en cuenta el criterio de tipificación mencionado, en un argumento deductivo la aserción es el elemento inferido (durante la argumentación) necesariamente a partir de un dato y una garantía. Tal caracterización se puede esquematizar como se muestra en la Figura 4 -Anexo 4-.  
  
Figura 4: Esquema de un argumento deductivo  
  
La aserción es consecuencia necesaria del dato con el que cuenta quien argumenta; el rasgo característico de “consecuencia necesaria” proviene de la garantía escogida y del uso de un esquema de razonamiento válido en la lógica bivalente.  
  
Argumento abductivo: teniendo en cuenta el criterio de tipificación mencionado, en un argumento abductivo el dato (o parte de este) que justifica una aserción que formula un hecho observado es el elemento inferido (durante la argumentación); la inferencia se basa en una garantía conocida o creada durante la argumentación. En cualquier argumentación abductiva, puesto que se cuenta con un hecho observado para el que se pueden proponer varias causas o varias condiciones de las que podría depender, el dato inferido es de naturaleza probable. Por ejemplo, la congruencia de dos segmentos (como hecho observado) puede depender de que los segmentos sean: segmentos radiales de una misma circunferencia o diagonales de un cuadrado o cuerdas equidistantes del centro de una circunferencia dada; así que cualquiera de las tres condiciones se podría inferir como dato que sustenta el hecho observado, pero cualquiera que sea la inferencia hecha no es posible tener total certidumbre de que efectivamente esa sea la condición para el caso particular que se está considerando.  
  
Reconocemos dos clases de argumento abductivo, según cuál sea el origen de la garantía: teórico, si la evoca (conoce) quien argumenta; y creativo, si la produce quien argumenta. Para ilustrar las dos clases, sigamos en el contexto del ejemplo anterior. (1) Quien argumenta que “los segmentos son congruentes porque quizá son segmentos radiales de una misma circunferencia” podría conocer y estar usando el enunciado “Dada la circunferencia de centro C y radio r, si seg(AC) y seg(BC) son radios de tal circunferencia, seg(AC)≡seg(BC)”, el cual sería la garantía evocada de la cual infiere el dato; en tal caso, la garantía sería teórica. (2) Quien argumenta con incertidumbre que “los segmentos son congruentes y que esto podría deberse a que parecen tener la misma distancia al centro de la circunferencia de la cual son cuerdas” podría estar creando en el curso de la argumentación la garantía para sustentar el paso del dato inferido a la aserción; en tal caso, la garantía sería creativa.   
  
Para otra ilustración del segundo caso, piénsese en la siguiente situación: en algún momento, se registró como hecho novedoso para la humanidad la existencia de un virus, de origen desconocido, que se estaba propagando masivamente. Para investigar qué originó el virus, los epidemiólogos no contaban con reglas (garantías) a partir de las cuales inferir posibles orígenes (dato). Luego de mucha investigación, se pudo conjeturar, con una probabilidad alta, que el virus v2 es la mutación, a través del contacto humano con reptiles, de un virus v1 que estos tienen. En esta situación, reconocemos un argumento abductivo en el que tanto el dato (los reptiles tienen un virus v1 y los humanos tuvieron contacto con esta especie) como la garantía (si los reptiles tienen un virus v1 y los humanos tienen contacto con ellos, entonces v1 muta en v2) fueron inferidos.   
La caracterización de argumento abductivo se puede esquematizar como lo muestran las Figuras 5a y 5b -Anexo 5-.  
  
Figura 5a: Esquema de argumento abductivo teórico   
Figura 5b: Esquema de argumento abductivo creativo  
  
III.4 Tarea y problema  
  
En la literatura reciente de Educación Matemática se vislumbra una tendencia a considerar la resolución de problemas como un tipo de tarea. Seguimos la idea de Watson et al. (2014), según la cual tarea refiere a una gama amplia de “cosas por hacer”; una tarea enuncia algo que se debe hacer. Las “cosas por hacer” incluyen, sin pretender ser exhaustivos: abordar ejercicios repetitivos, construir representaciones de objetos, ejemplificar definiciones, resolver problemas, explicar una postura, justificar una postura, exponer una definición, llevar a cabo experimentos o investigaciones. Un problema enuncia una situación que plantea transitar de hechos o condiciones que están dados, cuando el camino no es obvio, a unas ciertas metas no necesariamente conocidas (English, Lesh y Fennewald, 2008). Así que, resolver un problema demanda ejecutar una cierta tarea, pero no toda tarea demanda resolver un problema.   
  
Dado que el proyecto alude a la implementación de tareas de formación profesional en una unidad temática en el espacio curricular Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas del PLM, vale la pena precisar lo que entendemos por ellas. Las tareas de formación profesional son tareas que se proponen en el marco de un programa de formación profesional, en este caso de un programa de formación inicial de profesores, que tienen por objetivo abordar asuntos propios del conocimiento profesional, en este caso del profesor de matemáticas en formación (a quien denominamos estudiante cuando sea necesario).

**Estado del arte** Dos asuntos son de especial interés para presentar un escenario de antecedentes para el proyecto que proponemos. Uno tiene que ver con el campo del conocimiento didáctico del profesor en lo que respecta al conocimiento sobre la argumentación (particularmente, en relación con tareas que la favorezcan); otro tiene que ver con experiencias documentadas sobre programas de formación de profesores que describan tareas de formación profesional, particularmente en lo que respecta a la argumentación en matemáticas. En lo que sigue, presentamos brevemente un panorama de la literatura especializada al respecto de estos aspectos.   
   
Stylianides y Ball (2008), tomando como datos la gestión de Ball como profesora de clases de matemáticas de tercer grado en un colegio público de EUA, identifican dos subcomponentes del conocimiento sobre los problemas de argumentación y demostración, que un profesor debe tener: conocimiento de diferentes tipos de tareas para argumentar y demostrar y conocimiento de la relación entre las tareas para argumentar y demostrar y la actividad demostrativa. Los autores proponen e ilustran una tipificación de tareas usando dos criterios matemáticos para ello: uno, el número de casos relacionados con una tarea (un único caso, múltiples finitos casos, o múltiples infinitos casos), y dos, el propósito de las tareas (verificar o refutar declaraciones). Exponen un marco referencial para precisar la relación entre los tipos de tareas y la actividad a priori relativa a la argumentación y demostración cuando estas tareas se implementan en el aula. Por ejemplo, ilustran que, para los problemas de refutación, los argumentos que se pueden generar al considerar múltiples casos llevan a un contraejemplo o a una demostración por principio de reducción al absurdo.   
  
Dada la importancia de considerar tipos de tareas (o problemas) que favorezcan la argumentación como parte del conocimiento del profesor de matemáticas, destacamos dos trabajos realizados en esta línea, en el seno del equipo Æ • G. Uno, la tesis de maestría de Triana y Zambrano (2016), quienes proponen una categorización de tareas según la estructura de su enunciado y su objetivo. En lo que concierne a la estructura, las autoras se basan en Yeo (2007) para considerar variables como la meta (si está bien determinada o si se puede escoger), el método (si hay varias estrategias apropiadas o solo una para solucionar el problema), el andamiaje (si hay presencia o no de orientaciones que pueden ayudar a abordar la tarea) y la solución (si hay una única solución aceptable o más de una). En cuanto al objetivo, proponen la siguiente clasificación, tareas de: argumentación, justificación, conjeturación, investigación, traducción y rutinarias. Dos, la propuesta de Molina y Samper (2019) de una tipología de problemas abiertos de conjeturación que se fundamenta en la estructura de su enunciado, a saber: problemas de búsqueda de antecedente, de búsqueda de consecuente y de determinación de dependencia. El primer tipo se caracteriza porque están dadas condiciones suficientes y, mediante una exploración preferiblemente en un EGD, se deben hallar las consecuencias necesarias de aquellas. El segundo se caracteriza porque se deben hallar las condiciones suficientes para las cuales las propiedades mencionadas en el enunciado son la consecuencia necesaria. El tercero se caracteriza por que el enunciado provee un conjunto referencial de figuras geométricas y unas propiedades, y solicita establecer dependencias entre “tipos de figuras del conjunto referencial” y las “propiedades dadas”; existe la libertad de decidir qué se toma como antecedente (o consecuente) de la conjetura: el conjunto referencial o las propiedades. Un resultado interesante de este trabajo consiste en precisar el tipo de argumento que primordialmente se favorece con cada tipo de problema. Así, por ejemplo, para problemas de búsqueda de antecedente el argumento inductivo predomina; mientras que para problemas de búsqueda de consecuente los argumentos abductivos o analógicos son los que más se favorecen. La propuesta de Molina y Samper (2019) cobra especial sentido para este proyecto por cuanto los tipos de problemas que ellos caracterizan son implementados en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN (en los cursos de la línea de geometría) en el cual pretendemos hacer la innovación curricular. Así las cosas, implementar tareas de formación profesional en los que tales tipos de problemas se conviertan en objeto de estudio, se convierte en un interés especial para este proyecto.   
  
Otro asunto de interés que se ha considerado clave como aspecto del conocimiento del profesor sobre tareas/problemas de argumentación tiene que ver con el diseño de tareas. Lin, Yang, Lee, Tabach y Stylianides (2012) presentan once principios para diseñar tareas que favorezcan la conjeturación y la demostración, que pueden ser considerados como elementos del conocimiento del profesor sobre tareas de argumentación, los cuales vislumbramos como elementos claves para involucrar en las tareas de formación profesional a implementar: cuatro relativos a tareas para conjeturar, dos relacionados con tareas de transición conjetura-demostración y cinco relacionados con tareas de demostración. Solo por ejemplificar, presentamos algunos de tales principios. En cuanto a las tareas para promover la conjeturación sugieren (i) proveer oportunidades para participar en la observación (de varios casos), (ii) proveer oportunidades para participar en la construcción de nuevo conocimiento, (iii) proveer oportunidades para reflexionar sobre una conjetura previa y el proceso mismo de conjeturación. En cuanto a las tareas de transición aluden a la necesidad del establecimiento de normas en el aula que permitan discusiones sobre la aceptación/rechazo de ideas matemáticas (o conjeturas) sin apelar a la autoridad del profesor, sino considerando la estructura lógica del sistema matemático. En relación con las tareas para demostrar sugieren (i) promover la expresión de argumentos en varios modos de presentación (dos columnas, simbólicas, en párrafo), o (ii) discutir si la prueba realizada es suficiente para validar un enunciado particular.   
   
Bajo la misma óptica del diseño de tareas, Leikin y Grossman (2013) en un estudio con profesores en ejercicio, identificaron y categorizaron las producciones de los profesores cuando se les solicitó transformar problemas de un libro de texto de geometría en problemas orientados hacia la investigación. Los autores identificaron los tipos de problemas que los profesores propusieron cuando abordaron la tarea de transformación y determinaron qué tipo de trasformaciones sugirieron los profesores. Por ejemplo, algunos profesores cambiaron el objetivo del problema; esto es, a partir de un problema en el que se daban unas condiciones suficientes y los estudiantes debían establecer las consecuencias necesarias, los profesores transformaron el enunciado para que las potenciales consecuencias necesarias fueran las condiciones dadas en el enunciado original, y las condiciones suficientes fueran, en el nuevo enunciado, las consecuencias necesarias esperadas de estas. Como los mismos autores sugieren, estudios como este pueden ser utilizados tanto por los diseñadores de materiales didácticos, como para instruir a los profesores en formación sobre el proceso de creación de problemas para favorecer la actividad demostrativa.   
  
Para finalizar esta sección es pertinente considerar el trabajo de Boero, Fenaroli y Guala (2018). Ellos describen un curso de argumentación matemática, realizado en 2015/16, dirigido a profesores en formación. El diseño del curso se fundamentó en tres principios: (i) Foco en el Análisis Cultural del Contenido (CAC, por sus siglas en inglés) relativo a la argumentación matemática (para lo cual usan como referente el Modelo de Toulmin). (ii) Conexión estrecha entre el análisis de los comportamientos de los estudiantes de primaria en las actividades argumentativas en el aula, las actividades argumentativas de los participantes del curso (profesores en formación) y el diseño de tareas sobre la argumentación –para lo cual citan a Stylianides y Ball (2008)–. (iii) Elección de maneras (incluida la evaluación) para desarrollar la competencia de CAC en relación con la argumentación matemática. Particularmente, el principio (ii) fue la base de las fases que estructuraron el curso. La metodología del curso se basaba en el estudio de “hojas de trabajo”, que generalmente contenían una parte informativa (recordatorio del contenido de sesiones anteriores, breve introducción a nuevas definiciones, elementos de teoría, ejemplos de producciones de estudiantes, etc.) y preguntas abiertas sobre el contenido de tales hojas. Luego de la lectura de la primera parte de estas “hojas de trabajo” se realizaba un debate, guiado por el profesor, con base en las producciones de algunos participantes (seleccionados por el profesor) o en las producciones de algunos estudiantes de primaria sobre temas relacionados. Con base en tales discusiones se abordaban asuntos de interés, según la fase del curso. La propuesta de curso planteada por estos autores será considerada como base para planear el nuestro.   
  
Esta última idea nos llama la atención por su pertinencia para el desarrollo del proyecto de investigación que presentamos aquí: el modelo del curso orientado por Boero, Fenaroli y Guala (2018) nos sugiere una manera a partir de la cual podemos diseñar e implementar el espacio curricular tomando en cuenta los tres principios que ellos plantean. Así mismo, la metodología para la enseñanza que ello describen se convierte en un referente interesante de replicar (y ajustar a nuestras condiciones) con miras a la implementación de las tareas de formación profesional que se encuentran actualmente en su etapa de diseño. De manera más general, comentamos que todos los documentos referenciados no solo se constituyen en herramientas analíticas para precisar potenciales elementos del conocimiento didáctico relacionadas con tareas de argumentación, sino que se convierten en asuntos que deben ser considerados en el diseño de la trayectoria de enseñanza.

**Bibliografía:** Arzarello, F., Bartolini-Bussi, M., Leung, A., Mariotti, M., y Stevenson, I. (2012). Experimental Approaches to Theoretical Thinking: Artefacts and Proofs . En G. Hanna, y M. de Villiers, Proof and Proving in Mathematics Education (págs. 97-146). New York: Springer.  
Baccaglini-Frank, A., y Mariotti, M. (2010). Generating Conjectures in Dynamic Geometry: The Maintaining Dragging Model. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 15, 225–253.  
Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. Journal of Teacher Education(51), 241-247.  
Battista, M., y Clements, D. (2000). Mathematics Curriculum Development as a Scientific Endeavor. En H. o. Education, Kelly, A.; Lesh, R. (págs. 737-760). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.  
Boero, P., Douek, N., Morselli, F., y Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. En M. M. Pinto, y T. F. Kawasaky (Ed.), Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 1, págs. 179-204. Belo Horizonte, Brazil: PME. Obtenido de http://www.seminariodidama.unito.it/2011/app/boero34.pdf  
Boero, P., Fenaroli, G., y Guala, E. (2018). Mathematical Argumentation in Elementary Teacher Education: The Key Role of the Cultural Analysis of the Content. En A. i. Perspective, Stylianides, A.; Harel, G. (págs. 49-67). Cham, Switzerland: Springer.  
Camargo, L., Samper, C., Perry, P., Molina, O., y Echeverry, A. (2009). Use of dragging as organizer for conjecture validation. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, y H. Sakonidis (Ed.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2, págs. 257-264. Thessaloniki, Greece: PME.  
Conner, A., Sigletary, L., Smith, R., Wagner, P., y Francisco, R. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. Mathematical Thinking and Learning, 16(3), 181-200. doi: https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131   
Cusi, A., y Malara, N. A. (2009). The role of the teacher in developing proof activities by means of algebraic language. Proceedings of PME 33 International Conference, 2, págs. 361–368.  
Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S., y Tanguay, D. (2012). Argumentation and Proof in the Mathematics Classroom. En G. Hanna, y M. de Villiers, Proof and Proving in Mathematics Education (págs. 349-368). New York: Springer.  
English, D., Lesh, R., y Fennewald, T. (2008). Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. En M. Santos, y Y. y Shimizu (Ed.), Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education, (págs. 6-13). Monterrey, Mexico.  
Font, V. (2000). Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Revista EMA, 7(2), 127-170.  
Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. UNIÓN: Revista Iberoamiercana de Educación Matemática(20), 13-31.  
Gómez, P., Mora, M., y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. Gómez, Formacion de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos técnicas curriculares (págs. 197-268)). Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.  
Grossman, P. (1990). The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education. New York and London: Teachers College Press.  
Herbst, P. (2006). Teaching geometry with problems: Negotiating instructional situations and mathematical tasks. Journal for Research in Mathematics Education, 37(4), 313−347.  
Hill, H. C., Ball, D. L., y Schlling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. Journal for Research in Mathematics Education, 39, 372-400.  
Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb, y H. Bauersfeld, The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures (págs. 229-269). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.  
Leikin, R., y Grossman, D. (2013). Teachers modify geometry problems: from proof to investigation. Educational Studies in Mathematics, 82(3), 515–531.  
Lin, F.-L., Yang, K.-L., Lee, K.-H., Tabach, M., y Stylianides, G. (2012). Principles of task design for conjecturing and proving. En G. y. Hanna, Proof and proving in mathematics (págs. 305–325). New York: Springer.  
Mariotti, M. (2009). Artefacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. ZDM Mathematics Education, 41(4), 427–440.  
MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional .  
Molina, O. (2019). Sistemas de normas que favorecen la producción de argumentos: un curso de Geometría del Espacio como escenario de investigación. Tesis de Doctorado. Osorno, Chile: Universidad de Los Lagos.  
Molina, O., y Samper, C. (2019). Tipos de problemas que provocan la generación de argumentos inductivos, abductivos y deductivos. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33(63).  
Molina, O., Pino-Fan, L., y Font, V. (2019). Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: un curso de geometría del espacio como contexto de reflexión. Enseñanza de las Ciencias, 37(1), 93-116. doi:https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2484  
Molina, O., Samper, C., Perry, P., Camargo, L., y Echeverry, A. (2010). Estudio del Cuadrilátero de Saccheri como Pretexto para la Construcción de un Sistema Axiomático Local. UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 24, 117-134.  
Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? Educational Studies in Mathematics, 66, 23-41. doi:https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x  
Perry, P., Samper, C., Camargo, L., y Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En C. Samper, y Ó. Molina, Geometría plana: un espacio de aprendizaje (págs. 11-34). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.  
Perry, P., Samper, C., Molina, O., Camargo, L., y Echeverry, A. (2012). La geometría del ángulo desde otro ángulo: Una aproximación metodológica alternativa. Épsilon - Revista de Educación Matemática, 29(3), 41-56.  
Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), 87-109.  
Ross, D., Fisher, D., y y Frey, N. (2009). The art of argumentation. Science and Children, 3(47), 28-31.  
Samper, C., Perry, P., Camargo, L., Sáenz-Ludlow, A., y Molina, O. (2016). A dilemma that underlies an existence proof in geometry. Educational Studies in Mathematics, 93(1), 35–50.  
Schoenfeld, A., y Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. En D. Tirosh, y T. Wood, Tools and Processes in Mathematics Teacher Education (págs. 321–354). Rotterdam: Sense Publishers.  
Selden, A. (2012). Transitions and Proof and Proving at Tertiary Level. En G. Hanna, y M. de Villiers, Proof and Proving in Mathematics Education (págs. 391-422). New York: Springer.  
Sfard, A. (2008). Sobre las metáforas de la adquisición y de la participación para el aprendizaje de las matemáticas. (P. Perry, y L. Andrade, Trads.) Santiago de Cali, Colombia: Programa Editorial Universidad del Valle.  
Qvortrup, A. y Wiber, M. (2016). An interview with Anna Sfard. En A. Qvortrup, M. Wiberg, G. Christensen y M. Hansbøl (Eds.), On the definition of learning (pp. 323- 336). Dinamarca: University Press of Southern Denmark.  
Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4-14.  
Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1-22.  
Sinclair, N., y Yerushalmy, M. (2016). Digital Technology in Mathematics Teaching and Learning: A Decade Focused on Theorising and Teaching. En A. Guitérrez, G. Leder, y P. Boero, The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education (págs. 235-274). Rotterdam: Sense Publishers.  
Stylianides, A. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 38(3), 289-321.  
Stylianides, A. (2016). Proving in the Elementary Mathematics Classroom. Oxford: Oxford University Press.  
Stylianides, A., y Ball, D. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. Journal of Mathematics Teacher Education, 11(4), 307–332.  
Toulmin, S. (2003). The Uses of Arguments (Actualización de 1 ed.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:https://doi.org/10.1017/CBO9780511840005  
Triana, J., y Zambrano, J. (2016). Tareas que promueven el uso experto de un elemento teórico en la argumentación matemática. Tesis de Mestría. Bogotá. D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.  
UPN. (2020). Plan de desarrollo institucional 2020-2024. Educadora de educadores para la excelencia, la paz y la sustentabilidad ambiental. Bogotá: UPN. Obtenido de http://pdi.pedagogica.edu.co/wp-content/uploads/2020/02/pdi\_upn\_2020-2024\_10\_02\_20\_web.pdf  
Watson, A., Ohtani, M., Ainley, J., Bolite, J., Doorman, M., Kieran, C., . . . Yang, Y. (2014). Task Design in Mathematics Education. En C. Margolinas (Ed.), Proceedings of ICMI Study 22, (págs. 7-13). Oxford, United Kingdom.  
Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and argumentation in mathematics classrooms. Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education PME-25 (págs. 1-9). Utrecht: PME.  
Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher’s role in collective argumentation. Journal of Mathematical Behavior, 21(4), 423–440.  
Yackel, E., y Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 458-477.  
Yackel, E., y Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. En G. Toerner, E. Pehkonen, y G. Leder, Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (págs. 313–320). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.  
Yeo, J. (July de 2007). Mathematical Tasks: Clarification, Classification and Choice of Suitable Tasks for Different Types of Learning and Assessment. Mathematics and Mathematics Education technical report series, ME2007-01. Singapore.  
  
Bibliografía no referida previamente que se usa en el módulo iv:  
Conner, A. (2013). Authentic Argumentation with Prospective Secondary Teachers: The Case of 0.999…. Mathematics Teacher Educator, 1(2), 172-180.  
Karunakaran, S., Freeburn, B., Konuk, N., y Arbaugh, F. (2014). Improving Preservice Secondary Mathematics Teachers' Capability With Generic Example Proofs. Mathematics Teacher Educator, 2(2), 158-170.  
Wagner, P., Smith, R., Conner, A., y Singletary, L. (2014). Using Toulmin's Model to Develop Prospective Secondary Mathematics Teachers' Conceptions of Collective Argumentation. Mathematics Teacher Educator, 3(1), 8-26.

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO IV***

**METODOLOGÍA**

Para llevar a cabo el proyecto usaremos como estrategia metodológica "el desarrollo del currículo de matemáticas como un esfuerzo científico" (Battista y Clements, 2000). En ese sentido, nos proponemos diseñar e implementar una trayectoria de enseñanza que se constituya en una renovación para la línea de Pedagogía y Didáctica del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, con la que se favorezca el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico del profesor pertinentes y claves para el diseño tareas de argumentación.   
  
Consideramos pertinente esta estrategia investigativa porque se centra en las relaciones productivas que deben existir entre los proyectos dirigidos al desarrollo del conocimiento y los que enfatizan el desarrollo de programas de formación. Para este caso, nuestro interés no solo es contribuir a la explicitación de ciertos elementos del conocimiento didáctico del profesor (claves para diseñar tareas de argumentación); también es sugerir y promover una trayectoria de enseñanza –y por esa vía, pautas para replantear un espacio académico de un programa de formación de profesores– que favorezca el aprendizaje de ese conocimiento.   
Battista y Clements (2000) proponen que para que el desarrollo del currículo de matemáticas sea un esfuerzo científico, los desarrolladores de currículos deben explicar sus puntos de vista teóricos, juicios, propósitos y procedimientos de manera que el proceso sea registrado, compartido y abierto a la reflexión y discusión críticas. Dicha explicación la organizamos en seis fases a través de las cuales se lleva a cabo el proyecto de investigación. A continuación esbozamos lo que se haría en cada fase, incluyendo los avances logrados en las Fases 1 y 2:   
   
Fase 1: Describir el problema que la propuesta de desarrollo del currículo busca resolver. En el Módulo II de este documento hemos descrito el problema que buscamos abordar con el Proyecto; por tanto, esta fase ya se ha realizado. Podemos sintetizar el problema de la siguiente manera: con el proyecto de investigación DMA-518-20 (llevado a cabo en 2020) encontramos evidencia, a través de la observación de la actividad de los estudiantes, de la insuficiencia de los elementos que habíamos identificado como apoyo significativo para el diseño de tareas de argumentación para la educación básica. Este escenario nos induce a buscar cómo involucrar, en nuestras propuestas formativas, otros elementos relacionados con el diseño de tareas. Con el fin de atender la insuficiencia citada, en esta propuesta de proyecto nos enfocaremos en otros elementos de la faceta epistémica y en elementos de otras facetas del conocimiento didáctico que intervienen en la actividad de diseñar tareas y que deberían ser objeto de una formación explícita.  
  
Fase 2: Proveer una explicación teórica de cómo la propuesta de desarrollo curricular debería contribuir a resolver el problema. Diferentes estudios enfatizan en la necesidad de abordar aspectos de corte epistémico relacionados con la argumentación durante los procesos formativos de los estudiantes para profesor de Matemáticas (Stylianides & Ball, 2008; Boero, Fenaroli y Guala, 2018; Conner, 2013; Karunakaran, Freeburn, Konuk, y Arbaugh, 2014; Wagner, Smith, Conner, y Singletary, 2014). Sugieren abordar asuntos como una conceptualización especializada sobre argumentación y demostración, uso del Modelo de Toulmin (2003) para analizar procesos argumentativos en escolares, tipificación de argumentos desde los informales hasta los formales, etc. Los estudios muestran cómo el abordaje de estos asuntos mejora significativamente la competencia de gestión de los profesores cuando procuran involucrar a sus estudiantes en procesos de argumentación. Este escenario sugiere la pertinencia de esfuerzos curriculares para programas de formación, que involucren como objeto de estudio diferentes elementos del conocimiento didáctico en procura de la generación de ambientes que favorezcan la argumentación en contextos escolares. Por ello, consideramos atinado promover un desarrollo curricular en el que, particularmente, se intente promover el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico de diferente índole (no necesariamente de carácter epistémico) para el diseño de tareas de argumentación. Una consulta preliminar nos deja ver que es casi nulo el número de estudios que se enfocan en enseñar a diseñar tareas de argumentación en el marco de un programa de formación de profesores de matemáticas. Nuestro proyecto pretende hacer aportes para llenar el vacío de nuestro programa de formación (indicado en el planteamiento del problema) y, por esa vía, ofrecer desde la investigación información académica al respecto de la caracterización de una posible trayectoria de enseñanza para favorecer el aprendizaje de elementos involucrados en el diseño tareas de argumentación.   
  
No obstante lo anterior, no descartamos que durante el desarrollo del proyecto podamos identificar elementos teóricos mucho más específicos que nos permitan extender la explicación de cómo nuestro potencial diseño puede aportar a la solución del problema.   
   
Fase 3: Describir los procedimientos de testeo y recopilación de datos. Según Battista y Clements (2000), mediante esta fase se pretende: (i) determinar procedimientos para testar y revisar materiales (lo que puede incluir el diseño de material para implementar, su respectivo testeo y revisión para hacer potenciales ajustes), (ii) determinar procedimientos para documentar el periodo formativo de los sujetos con quienes se implementará la propuesta y (iii) determinar procedimientos para establecer datos de investigación y para hacer los análisis, con miras a evaluar la propuesta curricular en términos de su efecto en el aprendizaje de los estudiantes. A continuación, presentamos los procedimientos que apuntan al logro de estas pretensiones.   
  
Para diseñar las tareas de formación profesional seguiremos parcialmente la propuesta de Gómez, Mora y Velasco (2018). Esta propuesta se fundamenta en la realización de un análisis didáctico a priori que los autores denominan descripción de elementos de una tarea; dicha descripción se compone de siete elementos: metas de la tarea, sus requisitos, formulación de la tarea, materiales o recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad. De manera específica, en la descripción de las tareas que diseñemos, nos focalizaremos en las metas o propósitos, en la formulación de los enunciados de las tareas y en la interacción (exponiendo las expectativas de actuación de los estudiantes –maestros en formación–, y proveyendo sugerencias de gestión para el profesor). En el marco de estos asuntos, intentaremos involucrar elementos del conocimiento didáctico relativos al diseño de tareas de argumentación, que a priori identificaremos, a los que se apunta con cada tarea.   
  
Para realizar el análisis a priori de las tareas (o descripción de las tareas) y su testeo preliminar, llevaremos a cabo el siguiente procedimiento:  
1. Cada investigador o pareja de investigadores elaborará una propuesta de tareas que incluye el enunciado y los propósitos de dicha tarea.   
2. Cada propuesta se presentará al resto del grupo para analizarla conjuntamente, y hacer una reformulación colectiva de esta o de los propósitos, si es menester hacerlo.   
3. Cada investigador o pareja de investigadores, con base en el resultado de lo realizado en el Paso 2, hará una nueva versión de su propuesta y se abocará a la realización de la respectiva descripción. Esta principalmente incluirá las posibles expectativas de actuación de los estudiantes cuando abordan la tarea (aspecto relativo a la interacción) y los elementos del conocimiento didáctico involucrados en ella (asunto relativo a la meta o los propósitos).   
4. Resultado del Paso 3, cada tarea será implementada, a manera de pilotaje, con estudiantes, auxiliares de investigación. Todos los miembros del equipo estarán presentes en la implementación con el propósito de describir, panorámicamente, la actividad de los estudiantes durante el desarrollo de las tareas propuestas, y de obtener insumos para identificar asuntos que lleven a la necesidad de ajustar sus enunciados y su descripción.   
5. En una reunión posterior a la implementación piloto, los investigadores expondrán sus observaciones. El propósito es consensuar sobre los asuntos en los que conviene hacer ajustes tanto a los enunciados de las tareas como a sus descripciones. Los tres criterios principales de la actividad de los estudiantes, útiles para identificar tales asuntos, están relacionados con: i) una interpretación del enunciado distinta a la pretendida (por su estructura gramatical o por el vocabulario especializado empleado), ii) acciones que se desvían del propósito de la tarea, y iii) la ausencia de acciones que apuntan al propósito de la misma.   
6. Cada investigador o pareja de investigadores, con base en el resultado de lo realizado en el Paso 5, hará una nueva versión de la tarea que propusieron, incluyendo una descripción ya consensuada con todo el equipo investigador.  
  
Para llevar a cabo la implementación de las tareas y la evaluación de su funcionamiento, llevaremos a cabo el siguiente procedimiento:  
7. Las tareas surgidas del Paso 6 serán implementadas en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría (más adelante, haremos una descripción de este curso, considerado como el escenario para recopilar la información; así mismo, haremos una descripción de la manera en que esta será recopilada). Un miembro del equipo investigador será profesor del curso.   
8. Profesores del equipo investigador asumirán el papel de observadores durante la implementación de cada tarea. Ellos tendrán la función de elaborar notas sobre asuntos que se consideren importantes durante la implementación, por ejemplo: (i) respuestas interesantes de los estudiantes; (ii) aspectos que implicaron acciones diferentes a las deseables –e.g., interpretación del enunciado distinta a la pretendida, acciones que se desvían del propósito de la tarea, ausencia de acciones que apuntan al propósito de la tarea–; (iii) formas de gestión relevantes del profesor –e.g., solicitud de interpretaciones de enunciados de tareas o contenido que involucra la tarea, solicitud de explicitación de acciones–; (iv) acciones de los estudiantes que dejan ver el logro o no del objetivo de cada tarea; (v) elementos del conocimiento didáctico, diferentes a los considerados preliminarmente.   
9. En reuniones del equipo, después de la implementación de cada una de las tareas, el profesor del curso y los profesores observadores harán públicas, respectivamente, sus percepciones sobre la implementación y la información recopilada según lo descrito en el Paso 8.   
10. Hecha la puesta en común citada en el Paso 9, el equipo explicitará sugerencias para hacer las modificaciones según lo encontrado durante la implementación, tomando como elementos orientadores los indicados en el Paso 8.   
11. El equipo de profesores realizará las modificaciones correspondientes al enunciado y la descripción de cada tarea, producto de lo establecido a partir del Paso 10.   
Con relación a la manera en que las tareas profesionales diseñadas afectan el aprendizaje de los estudiantes, el procedimiento que el equipo investigador seguirá es el siguiente:   
12. El equipo investigador estudiará las producciones de los estudiantes, relacionadas con las tareas. Prevemos que el análisis realizado, sobre la producción de cada tarea, tendrá objetivos y demandas diferentes dependiendo de la naturaleza de la tarea. Así que, según lo que se pida hacer y los aspectos del conocimiento involucrados en tareas previas, los análisis tendrán distintos matices.  
13. Para hacer el análisis de las producciones en cada caso, se usará la conceptualización sobre elementos pertinentes y relevantes del conocimiento didáctico relativo al diseño de tareas propuesta en el marco teórico y la nueva que surja producto del desarrollo mismo del proyecto. Contrastaremos nuestra aproximación teórica con la que exhiben los datos, para ir haciendo agrupaciones de respuestas y poder entresacar de ellas detalles del conocimiento didáctico de interés.  
  
Escenario para recopilar los datos investigativos: Las tareas propuestas que han sido consensuadas y perfeccionadas por el grupo de investigación (Paso 6 del procedimiento descrito), serán implementadas en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN del segundo semestre de 2022. Este curso se ubica en el quinto semestre de la carrera y para poder tomarlo los estudiantes deben haber aprobado tres cursos de la línea de geometría: Elementos de Geometría, Geometría Plana y Geometría del Espacio. En los tres cursos los estudiantes han tenido la oportunidad de experimentar un ambiente de aula en el que la actividad demostrativa es protagonista (Perry, Samper, Camargo, Molina, 2013). En los tres se impulsa una aproximación metodológica en la que el contenido se introduce a partir de los resultados de la resolución de problemas que los estudiantes resuelven, generalmente con el apoyo de un programa de geometría dinámica y en interacción con otros estudiantes. Los problemas usualmente solicitan hacer una exploración, identificar invariantes, proponer conjeturas y demostrarlas a partir del sistema teórico de referencia, que se va ampliando a medida que se proponen nuevas definiciones, postulados y teoremas.   
  
El curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría tiene como meta proporcionar una visión amplia y profundamente fundamentada de didáctica de la geometría, centrando la atención en procesos, más que en contenidos. Se estudia: el currículo escolar colombiano para geometría, teorías de aprendizaje de la geometría, modelos de enseñanza de la geometría y se abordan, desde la Educación Matemática, algunos procesos propios de la actividad matemática como la visualización, la representación, la conjeturación y la argumentación. Hemos escogido dicho curso por dos razones: como se dijo, tiene la intención de abordar como objetos de estudio asuntos propios de la didáctica de la geometría y, como parte de sus responsabilidades, los estudiantes deben hacer una práctica de inmersión inicial para la cual deben diseñar y gestionar sesiones de clase de un curso de geometría en una institución escolar; desde esta perspectiva, ese curso se convierte en un escenario pertinente para tomar como objetos de estudio elementos del conocimiento didáctico que se involucran en el diseño de tareas de argumentación.  
  
Procedimiento para recopilar información en el periodo formativo: Las tareas diseñadas se propondrán para ser abordadas en grupo (de tres o cuatro personas) por un periodo de una hora, aproximadamente. A cada grupo se le pedirá la realización de un reporte escrito de su producción que será fotocopiado. Terminado el periodo asignado para resolver el problema, se hará una puesta en común que será dirigida por la profesora del curso. Se pretende que para todas las sesiones en la que se implementen las tareas diseñadas, asistan dos profesores del equipo investigador (observadores). Ellos tomarán notas de lo sucedido en clase (sobre asuntos indicados en el paso 8 del procedimiento) y, eventualmente, participarán activamente durante el trabajo grupal de los estudiantes o durante la puesta en común. Prevemos que la participación activa de los profesores puede tener dos objetivos: en el trabajo grupal de los estudiantes, aclarar cuestiones relacionadas con las instrucciones de la tarea o pedir explicitación de sus ideas; en la puesta en común, hacer claridades conceptuales o cuestionar a los estudiantes sobre su producción. Todas las sesiones de clase en las que se implementen las tareas serán videograbadas; de manera más específica, se harán videograbaciones de cada grupo cuando trabaje autónomamente y de toda la clase cuando se expongan, analicen y discutan las producciones grupales. El material fotocopiado o digitalizado de las producciones de los estudiantes, las notas de los profesores y las transcripciones de las videograbaciones conformarán los insumos para construir los datos de investigación.   
  
Si por algún motivo, continúan las condiciones de confinamiento producto del COVID-19, la implementación y recolección de información, asociada a la actividad de los estudiantes y a las puestas en común, se hará por métodos virtuales. Para ambos casos, se usarán las herramientas de la plataforma TEAMS (reunión, grabación de reunión y pantalla compartida). Dependiendo de la naturaleza de la Tarea, se les pedirá a los estudiantes que usen el software GeoGebra y Word, y expliciten de manera verbal todo lo que van haciendo o escribiendo en tales programas; adicionalmente, se les pedirá que guarden sus archivos de Word, GeoGebra y Grabación de la reunión de cada grupo de estudiantes, y que las compartan con el equipo investigador. Todas las sesiones de clase durante el desarrollo de la trayectoria de enseñanza propuesta serán videograbadas.   
  
Fase 4: Documentar el desarrollo de las actividades de enseñanza-aprendizaje. En este caso, documentaremos la implementación de las tareas de formación diseñadas, siguiendo el procedimiento expuesto en la Fase 3 (explícitamente los pasos 7 al 9); haremos una descripción detallada de lo que sucede en cada sesión, procurando poner un énfasis especial en los aspectos citados en el paso 8 de dicho procedimiento.  
  
Fase 5: Analizar los datos. Para este caso, haremos un análisis detallado de la información consignada en los documentos tomados como datos, los pasos 10 al 14 del procedimiento descrito en la Fase 3. Como resultados del análisis se espera obtener la descripción de la trayectoria de enseñanza (que incluye las tareas y su descripción) y los efectos principales de la implementación de nuestro diseño curricular, en términos de los aprendizajes de los estudiantes.   
   
Fase 6: Difundir los resultados del proyecto. Pretendemos participar en diferentes eventos de la comunidad académica en la que comunicaremos: (i) elementos del conocimiento didáctico que se deberían considerar en el diseño de tareas de argumentación, y (ii) características del diseño curricular implementado indicando fortalezas y asuntos que requieren ser ajustados o modificados. El principal propósito de la difusión es la realimentación de pares al respecto de los resultados encontrados. (Ver contenido del Módulo V al respecto del desarrollo de la Fase 6).

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO V***

**COMPROMISOS DE APROPIACIÓN SOCIAL DEL CONOCIMIENTO**

Los compromisos de apropiación social del conocimiento son los siguientes:  
  
Grupo 1 de términos de referencia:   
• Un artículo de investigación puesto en evaluación en revista especializada.  
• Borrador de un libro resultado de investigación.   
Grupo 3 de términos de referencia:   
• Circulación de conocimiento especializado: participación como ponentes en eventos académicos de nivel nacional o internacional.  
Grupo 4 de términos de referencia:   
• Dirección de, por lo menos, un trabajo de grado de maestría.

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO VI***

**EJECUCIÓN DEL PROYECTO**

En este módulo se hace visible la coherencia entre objetivos, metas, cronograma (actividades y tiempo) y productos o resultados del proyecto. Se precisan las estrategias formativas que se promoverán como resultado del proyecto: como programas de formación (pregrado y postgrado), formación de monitores, entre otras. De igual manera, se establece la coherencia entre los rubros, los montos del proyecto y los desarrollos de los objetivos del mismo.

(Puntaje máximo en la evaluación 10 puntos de 100)

**A. CRONOGRAMA**

En este punto se debe apreciar la viabilidad de las acciones y procesos, la justa y real relación entre tiempos y acciones.

**Objetivos:** Transcribir los objetivos específicos definidos en el proyecto y en la identificación del tiempo necesario para llevarlos a cabo. Se debe diligenciar con X en los meses correspondientes al desarrollo de cada actividad

**Actividad:** Corresponde a la descripción secuencial de cada una de las acciones que realizará el grupo de investigación. Debe dar cuenta de las actividades prioritarias del proyecto en la vigencia que se programa y se deben asociar a cada uno de los objetivos específicos descritos en el proyecto.

**Responsable:** Es la persona del equipo de trabajo del proyecto a la cual se le asignan actividades puntuales en la ejecución y cumplimiento de los objetivos propuestos por el proyecto.

**FORMATO PARA ELABORACIÓN DEL CRONOGRAMA** (Solo si aplica: si el proyecto tiene una duración de más de 2 periodos académicos por favor elabore un cronograma por cada año, consulte términos de referencia)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **CRONOGRAMA DEL PROYECTO** | | | | | |
| **Nombre actividad** | **Descripción actividad** | **Objetivo** | **Responsables** | **Fecha inicio** | **Fecha fin** |
| Actividad 1 | Identificar en la literatura especializada o con base en nuestra experticia, elementos no necesariamente epistémicos (sobre conceptualización especializada de constructos relacionados con argumentación) pertinentes y claves para diseñar tareas de argumentación. | Identificar y caracterizar elementos del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-02-01 | 2022-04-29 |
| Actividad 2 | Caracterizar los elementos del conocimiento didáctico identificados en la actividad 1. | Identificar y caracterizar elementos del conocimiento didáctico del profesor de matemáticas, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-02-01 | 2022-04-29 |
| Actividad 3 | Construir los enunciados de cada una de las tareas de formación profesional, usando los elementos que surjan de la de la actividad 1. | Diseñar y experimentar una propuesta de tareas de formación profesional que favorezcan el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, diferentes a los de una conceptualización especializada sobre argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-03-01 | 2022-05-27 |
| Actividad 4 | Realizar la descripción de cada una de las tareas de formación profesional, usando la propuesta de Gómez et al. (2018) para diseñar tareas. | Diseñar y experimentar una propuesta de tareas de formación profesional que favorezcan el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, diferentes a los de una conceptualización especializada sobre argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-03-01 | 2022-07-29 |
| Actividad 5 | Realizar el pilotaje de las tareas de formación profesional diseñadas a partir de la Actividad 3, con miras a identificar (i) elementos del conocimiento didáctico no considerados preliminarmente, y (ii) aspectos de las tareas o descripciones que son susceptibles de ajustes. | Diseñar y experimentar una propuesta de tareas de formación profesional que favorezcan el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, diferentes a los de una conceptualización especializada sobre argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-04-04 | 2022-08-31 |
| Actividad 6 | Ajustar la presentación y descripción de las tareas que serán implementadas en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. | Diseñar y experimentar una propuesta de tareas de formación profesional que favorezcan el aprendizaje de elementos del conocimiento didáctico, pertinentes y relevantes para diseñar tareas de argumentación, diferentes a los de una conceptualización especializada sobre argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-05-02 | 2022-08-31 |
| Actividad 7 | Preparar toda la logística para implementar la trayectoria didáctica (i.e., trámites para préstamos de cámaras de video, determinación de ubicación idónea de las cámaras de video para recoger la información, elaboración de copias del material que será entregado a los estudiantes, etc.).  Si la implementación será por medio virtuales, creación de canales privados de TEAMS, adiestramiento de las herramientas de dicha plataforma por parte de los estudiantes, etc. | Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Monitor, | 2022-08-01 | 2022-11-30 |
| Actividad 8 | Implementar la trayectoria didáctica; esto es, las tareas de formación profesional diseñadas a partir del Objetivo 2. | Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Investigador principal - coinvestigador(es), | 2022-08-08 | 2022-11-30 |
| Actividad 9 | Realizar documentos bitácora que describan, grosso modo, lo sucedido en las sesiones de clase en las que se lleva a cabo la implementación de las tareas de formación profesional. | Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Investigador principal - coinvestigador(es), | 2022-08-08 | 2022-11-30 |
| Actividad 10 | Realizar el análisis post-implementación para (i) identificar ajustes pertinentes que se deben hacer a las tareas de formación profesional diseñada, (ii) precisar y caracterizar elementos del conocimiento involucrados en las tareas, y que no fueron precisados preliminarmente, y (iii) identificar el efecto de las tareas en el aprendizaje de los estudiantes. | Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-08-15 | 2022-12-16 |
| Actividad 11 | Triangular los resultados de los análisis post-implementación descritos en la Actividad 9. | Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2022-08-22 | 2022-12-16 |
| Actividad 12 | Elaborar un documento con lineamientos conceptuales y metodológicos de la trayectoria de enseñanza para el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN, que sugiera una manera para considerar como objeto de estudio elementos del conocimiento didáctico del profesor en relación con el diseño de tareas de argumentación. | Caracterizar el efecto de las tareas de formación diseñadas en el Objetivo 2, en el aprendizaje de los elementos del conocimiento didáctico involucrados. | Coinvestigador, | 2022-12-01 | 2022-12-30 |

**B. EQUIPO DE DOCENTES INVESTIGADORES QUE DESARROLLARÁN EL PROYECTO**

Este cuadro se diligenciará para reportar en los planes de trabajo, las horas de investigación semanales que corresponde a cada docente investigador que presenta el proyecto. Por ello, se deben identificar los docentes miembros del equipo de investigación que tendrán horas de investigación asignadas en su plan de trabajo. No se debe incluir la información de estudiantes monitores ni contratistas.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Identifique todos los docentes que se vincularán al proyecto y que contribuirán a su desarrollo.** | | | | | | | |
| **PERSONAL VINCULADO AL PROYECTO** | | | | | | | |
| **No** | **Identificación**  **(Nº documento**  **identificación)** | **Nombres y apellidos** | **Facultad, Departamento, Programa, Doctorado, IPN, escuela maternal** | **Escriba el tipo de Vinculación** | **Horas solicitadas** (Consultar términos de referencia de la convocatoria) | **Rol dentro del grupo de investigación** (Investigador Principal o coinvestigador) | **Correo electrónico institucional donde será contactado** |
| Planta/  ocasional/ catedrático pensionado/ catedrático/  provisional IPN | Número de horas semanales dedicadas al proyecto |
| 1 | 41548779 | Carmen Inés Samper De Caicedo | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente Catedrático | 5 | Coinvestigador | csamper@pedagogica.edu.co |
| 2 | 1014211083 | Claudia Marcela Vargas Guerrero | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente Ocasional | 5 | Coinvestigador | cmvargasg@pedagogica.edu.co |
| 3 | 35468735 | Leonor Camargo Uribe | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente de Planta | 5 | Coinvestigador | lcamargo@pedagogica.edu.co |
| 4 | 80038334 | Oscar Javier Molina Jaime | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente de Planta | 9 | Investigador Principal | ojmolina@pedagogica.edu.co |

***SI EL PROYECTO ES COFINANCIADO REGISTRE LOS COINVESTIGADORES DE OTRA INSTITUCIÓN QUE SE VINCULARÁN AL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN, CONFORME A LA INFORMACIÓN SOLICITADA EN LA SIGUIENTE TABLA:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** | **Identificación**  **(No documento**  **identificación)** | **Nombres y apellidos** | **Profesión** | **Nombre Institución** | **Número de horas semanales dedicadas al proyecto** | **Teléfono ó celular de contacto** | **Correo electrónico** |

**C. PRESUPUESTO:** El presupuesto del proyecto presenta dos (2) o tres (3) fuentes de financiación las cuales son recursos de: inversión, funcionamiento (horas asignadas en el plan de trabajo de los docentes) y cofinanciación (cuando la investigación cuenta con cofinanciación de otra institución). El presupuesto que se solicite debe mostrar coherencia entre los objetivos de la investigación, el tiempo de ejecución, los insumos requeridos y las estrategias de gestión de su producción o de sus resultados, Por favor diligencie los cuadros del presupuesto del proyecto:

**Duración:** Indique los periodos académicos en los cuales se ejecutará el presupuesto del proyecto de investigación. Revise los términos de referencia para definir el tiempo.

**Períodos académicos**: 2022-1 y 2022-2.

**PRESUPUESTO DEL PROYECTO:** Diligenciar la totalidad de los campos solicitados según corresponda en cada cuadro. (No se debe simplificar los valores (números), se deben incluir todas las cifras de cada rubro).

**CUADRO RECURSOS DE INVERSIÓN[[2]](#footnote-2) CUADRO RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO CUADRO RECURSOS DE COFINANCIACIÓN**

(Cuando la investigación cuente con cofinanciación interinstitucional)

|  |  |
| --- | --- |
| ***CLASE DE RUBRO*** | ***VALOR EN PESOS ($)*** |
| 1. **Servicios Profesionales o de apoyo técnico** | $10,400,000 |
| 1. **Monitores** | $7,560,000 |
| 1. **Equipos** | $0 |
| 1. **Fotocopias** | $0 |
| 1. **Materiales** | $0 |
| 1. **Trabajo de Campo** | $0 |
| 1. **Socializacion** | $8,040,000 |
| 1. **Transporte urbano** | $0 |
| 1. **Material Bibliográfico** | $0 |
| 1. **Personal docente** | $0 |
| 1. **Otro cofinanciación** | $0 |
| **TOTAL RECURSOS DE INVERSIÓN** | **$26,000,000** |

|  |  |
| --- | --- |
| ***CLASE DE RUBRO*** | ***VALOR EN PESOS ($)*** |
| 1. **Servicios Profesionales o de apoyo técnico** | $0 |
| 1. **Monitores** | $0 |
| 1. **Equipos** | $0 |
| 1. **Fotocopias** | $0 |
| 1. **Materiales** | $0 |
| 1. **Trabajo de Campo** | $0 |
| 1. **Socializacion** | $0 |
| 1. **Transporte urbano** | $0 |
| 1. **Material Bibliográfico** | $0 |
| 1. **Personal docente** | $98,704,424 |
| 1. **Otro cofinanciación** | $0 |
| **TOTAL RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO O DE HORAS ASIGNADAS EN EL PLAN DE TRABAJO DE LOS DOCENTES** | **$98,704,424** |

|  |  |
| --- | --- |
| ***CLASE DE RUBRO*** | ***VALOR EN PESOS ($)*** |
| 1. **Servicios Profesionales o de apoyo técnico** | $0 |
| 1. **Monitores** | $0 |
| 1. **Equipos** | $0 |
| 1. **Fotocopias** | $0 |
| 1. **Materiales** | $0 |
| 1. **Trabajo de Campo** | $0 |
| 1. **Socializacion** | $0 |
| 1. **Transporte urbano** | $0 |
| 1. **Material Bibliográfico** | $0 |
| 1. **Personal docente** | $0 |
| 1. **Otro cofinanciación** | $0 |
| **TOTAL RECURSOS DE COFINANCIACIÓN** | **$0** |

**RESUMEN PRESUPUESTO DEL PROYECTO**

|  |  |
| --- | --- |
| ***FUENTE DE FINANCIACIÓN*** | ***VALOR EN***  ***PESOS ($)*** |
| **RECURSOS DE INVERSIÓN** | $26,000,000 |
| **RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO U HORAS ASIGNADAS EN EL PLAN DE TRABAJO DE LOS DOCENTES** | $98,704,424 |
| **RECURSOS DE COFINANCIACIÓN** | $0 |
| **TOTAL DE RECURSOS DEL PROYECTO** | $124,704,424 |

**D. CONTRATACIÓN DE SERVICIOS PROFESIONALES O PERSONAL TÉCNICO DE APOYO:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tipo de vinculación** | **Número de personas** | **Objeto del contrato** | **Justificación** | **Valor solicitado para el contrato** |
| -Coinvestigador | 1 | Realizar actividades académicas en el desarrollo del proyecto interno de investigación (e.g., diseño de tareas profesionales, implementación de las tareas de formación profesional, realización de bitácoras, análisis de la implementación, realización de informe final). | El proyecto que se propone requiere identificar, caracterizar y ejemplificar elementos del conocimiento didáctico-matemático especializado del profesor de matemáticas relacionadas con tareas para argumentar, para lo cual solicita la vinculación de un profesional en educación matemática con experiencia de cinco (5) años en investigación sobre el campo Educación profesor de Matemáticas, experticia en diseño curricular para programas de formación de profesores de matemáticas y análisis de tareas de formación profesional desde varias perspectivas), así como experticia en la elaboración de informes finales de investigación y en la escritura de textos académicos. | $10400000 |
| **TOTAL** | **1** |  | | **$10,400,000** |

**Evaluadores Expertos:**

Diligencie el siguiente formato con la información sugerida de:

* Dos (2) evaluadores internos de la UPN, preferiblemente de Facultad y grupo de investigación distinto a la del grupo de investigación que presenta la propuesta.
* Dos (2) evaluadores externos a la UPN, preferiblemente con formación de Doctorado, que estén en capacidad de evaluar la propuesta en la temática presentada a la SGP- CIUP.

**FORMATO PARA REGISTRO DE PARES EVALUADORES**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **EXPERTOS SUGERIDOS DE LA UPN** | | | | | |
| **1. INVESTIGADOR EXPERTO INTERNO** | | | | | |
| Nombre(s) completos: | Edgar Alberto | | | | |
| Primer Apellido: Guacaneme | | | Segundo apellido: | | Suárez |
| Dirección electrónica: guacaneme@pedagogica.edu.co | | | | | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: | | | | 3115336049 | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: | | | | Sin registro | |
| Formación Académica: Magister en Educación - Doctor en Educación - Licenciado en en Ciencias de la Educación - | | | | | |
| Dependencia académica a la que pertenece: Departamento de Matemáticas | | Facultad: Facultad de Ciencia y Tecnología | | | |
| Departamento: Departamento de Matemáticas | | | |
| **2. INVESTIGADOR EXPERTO INTERNO** | | | | | |
| Nombre(s) completos: Lyda Constanza | | | | | |
| Primer Apellido: Mora | | | Segundo apellido: Mendieta | | |
| Dirección electrónica: lmendieta@pedagogica.edu.co | | | | | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: 3005557404 | | | | | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: Sin registro | | | | | |
| Formación Académica: Licenciada en Matemáticas - Magister en Docencia de la Matemática - | | | | | |
| Dependencia académica a la que pertenece: Departamento de Matemáticas | | | Facultad: Facultad de Ciencia y Tecnología | | |
| Departamento: Departamento de Matemáticas | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **EXPERTOS EXTERNOS A LA UPN SUGERIDOS** | |
| **1. INVESTIGADOR EXPERTO** | |
| Nombres completos: Sandra Evely | |
| Primer Apellido: Parada | Segundo apellido: |
| Dirección electrónica: sanevepa@uis.edu.co | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: | |
| Institución a la que pertenece: Universidad Industrial de Santander - | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: Sin registro | |
| Formación Académica: Sin registro | |
| **2. INVESTIGADOR EXPERTO** | |
| Nombres completos: Jorge | |
| Primer Apellido: Jorge | Segundo apellido: |
| Dirección electrónica: | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: | |
| Institución a la que pertenece: Universidad Industrial de Santander - | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: Sin registro | |
| Formación Académica: Sin registro | |

**ANEXOS**

1. Se deben tener en cuenta los aspectos considerados en los términos de referencia de la convocatoria [↑](#footnote-ref-1)
2. **Si aplica:** Para los proyectos que tengan una duración mayor a dos períodos académicos, se debe registrar para cada vigencia (año) el presupuesto previsto e incluir una tabla adicional con los mismos ítems diligenciando el total de los recursos del proyecto. Esta indicación también opera para recursos de proyectos con cofinanciación. [↑](#footnote-ref-2)