**CONVOCATORIA INTERNA DE INVESTIGACIÓN AÑO 2020**

**ID CONVOCATORIA: 265 – FECHA REPORTE: 07-10-2020**

**ID PROPUESTA: 10486**

**1. IDENTIFICACIÓN DEL PROYECTO**

|  |  |
| --- | --- |
| **1.1. TITULO DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:** Conocimiento del profesor de geometría para diseñar y gestionar tareas de argumentación y demostración (Fase 2) | |
| **1.2. NOMBRE DEL(OS) GRUPO(S) DE INVESTIGACIÓN:**  1. Didáctica de la Matemática | |
| **1.3. ESTADO DEL(OS) GRUPO(S) DE INVESTIGACIÓN EN COLCIENCIAS:** | Grupo 1: B |
| **1.4 MODALIDAD:**  Escriba la modalidad en la cual se inscribe la propuesta de acuerdo a los términos de referencia de la convocatoria | MODALIDAD 6: CONSOLIDACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN |
| **1.5. LÍNEA DE INVESTIGACIÓN Y/O EJE DEL PDI**  Registre la línea de investigación en la cual se inscribe la propuesta y/o el eje del Plan de Desarrollo Institucional 2014-2019 al que aporta la propuesta (si aplica) | **Nombre de la línea de investigación del grupo:**  No aplica para esta convocatoria |
| **Nombre del eje del PDI:** |
| **1.6. UNIDAD ACADÉMICA**  Registre la unidad académica en donde se origina el proyecto, Facultad y departamento, Doctorado Interinstitucional en Educación o IPN | Facultad de Ciencia y Tecnología |
| **1.7. DURACIÓN:**  Indique la(s) vigencia(s) en la que se ejecutará el proyecto (revise términos de referencia para definir el tiempo). | 12 Meses |
| **1.8. COFINANCIACIÓN:**  Indiqué si el proyecto será ejecutado y financiado por otra institución diferente a la Universidad Pedagógica Nacional (recuerde que se debe anexar la carta de aval de cada institución con el valor de la contrapartida) | Universidad Pedagogíca Nacional |
| **1.9. RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO**  Corresponde al cálculo aproximado del costo de las horas solicitadas por los profesores que participaran en el desarrollo de la investigación. | **$94,498,786** |
| **1.10. RECURSOS DE INVERSIÓN:** Corresponde al valor de los recursos solicitados para el desarrollo del proyecto. (No puede exceder el máximo establecido en los términos de referencia de la convocatoria). | **$21,200,000** |
| **1.11. TOTAL DE COFINANCIACIÓN:** Escriba el valor de los recursos proyectados por cofinanciación (Solo para los proyectos que posean este tipo de recurso). | **$0** |
| **1.12. TOTAL RECURSOS:**  Suma de los valores de las dos o tres casillas anteriores (según corresponda a la modalidad). | **$115,698,786** |
| **1.13. NOMBRE(S) Y APELLIDO(S) DEL INVESTIGADOR PRINCIPAL[[1]](#footnote-1)**: Oscar Javier Molina Jaime | |
| **1.14. No DOCUMENTO DE IDENTIFICACIÓN:**  (Marque con una (X) el tipo de documento y escriba el número de identificación del investigador principal) | Cédula de ciudadania |
| **№ 80038334** |
| **1.15. TIPO DE VINCULACIÓN:**  Indique el tipo de vinculación del investigador principal (Revise términos de referencia) | Planta |

**2. CONTENIDO DE LA PROPUESTA**

**EJE/ÁREA TEMÁTICA**

El proyecto se inscribe en la Modalidad 6, “Consolidación de la investigación”. Con él se busca fortalecer la línea de investigación Argumentación y Prueba en Geometría, en el marco de la cual el equipo proponente ha venido realizando su actividad investigativa desde el año 2006. La línea se ha ocupado de estudiar fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la geometría cuando se busca promover la actividad demostrativa con el apoyo de programas informáticos de geometría dinámica. Como resultado del ejercicio investigativo se ha contribuido al diseño curricular de la línea de geometría de los programas de Licenciatura en Matemáticas y Maestría en Docencia de la Matemática del Departamento de Matemáticas (DMA) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). Nuestro ejercicio investigativo ha atendido, entonces, compromisos misionales de la UPN dado que el contexto experimental y de reflexión en el que hemos desarrollado las investigaciones es la educación matemática en todos los niveles educativos, incluyendo la formación inicial y continuada de profesores de matemáticas.  
Dadas las dinámicas y realidades nacionales que revelan la necesidad de proyectar nuevas maneras de abordar la formación de profesores, el proyecto que proponemos se ubica en el Eje 1 del Plan de Desarrollo 2020-2024 (Eje 1. Docencia y excelencia académica con responsabilidad social), específicamente en relación con el Proyecto 2. Nuevos programas y fortalecimiento del Sistema de Formación Avanzada, del Programa 2. Oferta académica de calidad (UPN, 2020). La reflexión continua sobre la formación de profesores de matemáticas en lo que respecta a la línea de geometría nos ha llevado a concluir que no es suficiente, para su futuro ejercicio profesional, que los estudiantes experimenten ambientes alternativos a los tradicionales en los que pueden construir matemáticas participando en procesos de conjeturación, exploración, argumentación, representación, comunicación con lenguaje especializado, etc. Como complemento de tal vivencia es necesario generar en el programa de pregrado espacios curriculares que tengan como objeto de estudio los rasgos distintivos de aspectos constitutivos del ambiente de clase (e.g., tipos de tareas, actividad matemática que las tareas demandan, normas, recursos, papel de los miembros de clase, etc.), y cuyo propósito en relación con los estudiantes sea el logro de conocimiento sobre lo que implica la generación del ambiente no tradicional experimentado en los cursos de la línea de geometría. Así, será más probable que en su futuro ejercicio profesional puedan generar ambientes de clase no tradicionales haciendo adaptaciones pertinentes a los rasgos del ambiente experimentado en su formación. Nuestra responsabilidad, entonces, implica proveer propuestas de renovación curricular no ingenuas, sino basadas en ejercicios investigativos, que permitan generar los mencionados espacios curriculares.

***MÓDULO I***

* 1. **RESUMEN EJECUTIVO**

El proyecto de investigación en desarrollo Conocimiento del profesor de geometría para diseñar y gestionar tareas de argumentación y demostración –DMA-518-20– (en adelante, Fase 1) tiene dos propósitos: presentar descriptores del conocimiento didáctico-matemático del profesor que se deberían involucrar en el diseño de tareas para promover la argumentación en geometría; y diseñar e implementar una unidad temática en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría que contribuya a sensibilizar a los estudiantes sobre elementos centrales de ese conocimiento.   
La circunstancia atípica del presente año (el confinamiento provocado por el COVID-19) imposibilita la implementación de la unidad temática en ambiente presencial como estaba planeado, por lo cual fue necesario replantear parcialmente la acción investigativa. En consecuencia, consideramos pertinente y responsable proponer una Fase 2 del proyecto DMA-518-20, mediante la cual podamos complementar el abordaje, con la debida calidad, del segundo propósito antes enunciado. En la Fase 1 estaríamos concentrados en tres asuntos, los dos primeros tratados simultánea y correlacionalmente: la especificación de elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor involucrados en el diseño de tareas para promover la argumentación en geometría; el diseño de tareas de formación profesional; y la implementación preliminar de las tareas en el espacio curricular Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría (probablemente en un ambiente virtual) como insumo para evaluar el diseño de las tareas.  
Con la Fase 2 ampliaríamos las acciones investigativas en el sentido de aplicar, en clases presenciales, las tareas de formación profesional rediseñadas, y hacer un análisis post-implementación. Esto nos permitiría evaluar si las tareas provocan una sensibilización acerca de elementos del conocimiento didáctico-matemático que están involucrados en el diseño de tareas que promueven la argumentación; e identificar descriptores del conocimiento didáctico-matemático emergentes que no se hubieran considerado durante el diseño de las tareas. Con el desarrollo de esta Fase tendríamos elementos de juicio para proponer una unidad temática en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.  
El proyecto presentado aquí se sitúa en la línea del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Como se estipuló para la Fase 1, consideramos que el modelo de Pino-Fan & Godino (2015) se ajusta a nuestras pretensiones puesto que propone facetas mediante las cuales se puede describir este conocimiento; recurrimos a una conceptualización sobre argumento y diseño de tareas para complementar la descripción (Toulmin, 2003; Lin, Yang, Lee, Tabach, & Stylianides, 2012, etc.). Así mismo, seguiremos desarrollando la metodología propuesta en la Fase 1: una investigación de diseño curricular (Battista & Clements, 2000) en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas del DMA. Los resultados serían un aporte al campo de investigación sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor, en lo referido al diseño de tareas para favorecer la argumentación.

* 1. **DESCRIPTORES / PALABRAS CLAVES:**

Geometría, tareas de formación profesional, tareas de argumentación y demostración, conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas.

* 1. **ANTECEDENTES**

El equipo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ • G), que forma parte del grupo Didáctica de la Matemática, tiene su interés investigativo enfocado en el aprendizaje y la enseñanza de la geometría por la relevancia que tienen en la formación de competencias relacionadas con el sentido espacial y con la argumentación. Desde nuestro punto de vista, aprender geometría es una vía para desarrollar razonamiento matemático útil para que los niños y jóvenes colombianos puedan llegar a contribuir al desarrollo social y cultural del país.   
Un contexto investigativo ha sido la formación de profesores de matemáticas en ejercicio, gracias a la dirección de trabajos de grado de la Maestría en Docencia de la Matemática realizada por miembros del equipo. La actividad desplegada nos ha permitido diseñar, experimentar y evaluar propuestas para la enseñanza de la geometría en la educación básica primaria y secundaria, en colaboración con profesores, y rastrear procesos comunicativos que influyen en el aprendizaje. En el proyecto Geometría: vía al razonamiento científico (DMA-399-2015) apoyamos a profesores en ejercicio en el diseño y la implementación de experiencias matemáticas escolares que buscan promover el acercamiento de niños y jóvenes al razonamiento científico. Con el proyecto Voces de los estudiantes en la clase de geometría (DMA-461-18) rastreamos la influencia de voces de estudiantes en la clase de geometría y determinamos el efecto de ellas en la construcción colectiva de significado compartido. Este proyecto renovó nuestro interés por indagar a fondo la gestión del profesor en el aula, examinando posibilidades y retos para involucrar a los escolares en procesos argumentativos y en la construcción colectiva y compartida de significado. Es así como en el proyecto Gestión de voces de estudiantes en la clase de geometría (DMA-489-19) hicimos un seguimiento detallado de las acciones de tres profesores en sendas aulas de geometría donde se generan ambientes comunicativos de distinto tipo, con el fin de caracterizar y ejemplificar cómo gestionan las expresiones de sus estudiantes al intentar construir conocimiento; los resultados de este proyecto nos encaminaron hacia la identificación de aspectos que se deberían involucrar en la formación inicial y continuada de profesores de matemáticas para cualificar la capacidad de gestionar ambientes democráticos en el aula.  
Otro contexto en el que desarrollamos proyectos de investigación es la formación inicial de profesores de matemáticas, por ser el ámbito investigativo connatural a nuestro quehacer como profesores de la UPN. El ejercicio investigativo, centrado primordialmente en la actividad demostrativa, nos ha permitido consolidar una aproximación metodológica para la enseñanza de la geometría en pregrado, desde una perspectiva sociocultural, que pone de presente la importancia de vincular la argumentación con la demostración, por medio de la actividad matemática de resolución de problemas abiertos de conjeturación (Perry, Samper, Camargo, & Molina, 2013). Aprovechando las herramientas de exploración de los programas informáticos de geometría dinámica y la mediación de profesores comprometidos en fomentar una cultura de indagación, llevamos a cabo procesos de innovación curricular en los cursos de geometría de la Licenciatura en Matemáticas y de la Maestría en Docencia de la Matemática. Estas innovaciones les ofrecen a los futuros profesores de matemáticas experiencias significativas relacionadas con la argumentación y la demostración, que podrían constituir una referencia personal útil en su ejercicio profesional.  
El ejercicio investigativo nos ha llevado a considerar, desde hace unos años, que no es suficiente con la experimentación de ambientes alternativos a los tradicionales para que, en su ejercicio profesional, los futuros profesores dispongan de herramientas para gestionar ambientes de aprendizaje en los que niños y adolescentes se involucren en los procesos de argumentación y demostración. Para complementar la mencionada experiencia, es necesario generar espacios curriculares en los que los aspectos constitutivos de tales ambientes se conviertan en objeto de estudio explícito en el programa de pregrado, con la intención deliberada de que los estudiantes tengan la oportunidad de ampliar y fundamentar su conocimiento sobre lo que implica la generación de dichos ambientes.  
Con el desarrollo del proyecto Conocimiento del profesor de geometría para diseñar y gestionar tareas de argumentar y demostrar, Fase 1 y Fase 2 pretendemos asumir en profundidad, como objeto de estudio, el conocimiento especializado que debe tener un profesor para diseñar y gestionar tareas que tengan un potencial evidente para promover procesos argumentativos (a las que denominamos tareas de argumentación). Un sólido conocimiento profesional en esta vía es esencial para favorecer la participación de los escolares en la actividad argumentativa. De manera específica, con la Fase 2 del proyecto pretendemos: (i) implementar en clases presenciales una propuesta de tareas de formación profesional que puedan ser usadas en programas de formación de profesores de matemáticas y que susciten una sensibilización acerca de elementos del conocimiento didáctico-matemático involucrado en el diseño de tareas que promueven la argumentación en geometría (en adelante, tareas de argumentación); y (ii) sugerir una propuesta de descriptores de elementos de un modelo de conocimiento didáctico-matemático del profesor en aspectos relativos al diseño de tareas de argumentación.

(Puntaje máximo en la evaluación 10 puntos de 100)

***MÓDULO II***

**PROBLEMA, OBJETIVOS Y METAS**

**a. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:** En nuestros ejercicios investigativos y curriculares hemos intentado que, en los procesos formativos en geometría donde tenemos injerencia (particularmente, en el programa de Licenciatura en Matemáticas), los estudiantes tengan la oportunidad de experimentar un ambiente de aula en el que la actividad demostrativa sea protagonista (Camargo, Samper, Perry, Molina, & Echeverry, 2009; Molina, Samper, Perry, Camargo, & Echeverry, 2010; Perry, Samper, Molina, Camargo, & Echeverry, 2012; Samper, Perry, Camargo, Sáenz-Ludlow, & Molina, 2016). Estos esfuerzos han sido reconocidos por pares (Durand-Guerrier, Boero, Douek, Epp, & Tanguay, 2012; Selden, 2012; Sinclair & Yerushalmy, 2016) dados los resultados satisfactorios logrados en términos de la competencia argumentativa de los estudiantes. Sin embargo, estos mismos ejercicios nos han permitido detectar la siguiente brecha en nuestra propuesta de formación inicial de profesores (en lo que respecta a la línea de geometría): si bien los profesores en formación tienen la oportunidad de “vivir” un ambiente de aula favorable al aprendizaje de la argumentación, no cuentan con un espacio en el currículo en el que puedan “sensibilizarse” acerca del conocimiento didáctico-matemático especializado que se requiere para generar tal ambiente en su desempeño profesional en la educación básica secundaria. En consecuencia, hemos reconocido un vacío en el programa de Licenciatura que debe ser atendido por la investigación.   
La configuración de un espacio como el descrito implica un doble reto desde un punto de vista investigativo y curricular. Por un lado, implica reconocer varios aspectos del conocimiento especializado que se deben tener en cuenta para generar un ambiente de aula que favorezca la actividad argumentativa. Por ejemplo, habría que considerar: tipos de problemas; diversos recursos de representación; uso de recursos de mediación; normas sociales y sociomatemáticas específicas; prácticas rutinarias específicas; una conceptualización sobre procesos que componen la actividad matemática –relativos a la argumentación, resolución de problema, exploración, conjeturación, validación, etc.– (Yackel & Cobb, 1996; Yackel, 2001; Yackel & Rasmussen, 2002; Yackel, 2002; Herbst, 2006; Stylianides & Ball, 2008; Cusi & Malara, 2009; Mariotti, 2009; Molina, 2019). Por otro lado, implica diseñar e implementar un espacio formativo en el currículo del programa de formación en el que los futuros profesores se sensibilicen acerca de estos aspectos y se promueva una reflexión que contribuya a tematizarlos, de forma tal que conozcan herramientas para el diseño y gestión de tareas con las cuales puedan promover actividad argumentativa en las aulas escolares, cuando sean profesores en ejercicio.   
Con el objetivo de asumir este doble reto y, por consiguiente, de suplir el vacío investigativo y curricular antes descrito, desde el año 2019 hemos considerado desarrollar un programa de investigación de largo aliento a través del cual se adelanten proyectos específicos para atender algunos de tales aspectos (tareas o problemas, recursos, normas, etc.). Con el proyecto investigativo Conocimiento del profesor de geometría para diseñar y gestionar tareas de argumentar y demostrar, Fase I, actualmente en desarrollo, iniciamos dicho programa.   
En la Fase 1 se están abordando tres asuntos, los dos primeros tratados simultánea y correlacionalmente: la especificación de elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor involucrados en el diseño de tareas para promover la argumentación en geometría; el diseño de tareas de formación profesional; y la implementación preliminar de las tareas en el espacio curricular Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría (probablemente en un ambiente virtual) como insumo para evaluar el diseño de las tareas.  
Con el proyecto que estamos proponiendo ampliamos a una Fase 2 las acciones investigativas, con el objetivo de revisar los diseños propuestos en la Fase 1 (contrastando lo previsto con los resultados de la aplicación por medios virtuales), para luego implementar nuevamente las tareas de formación profesional rediseñadas (esperamos que en clases presenciales ) y hacer un análisis post-implementación. El análisis nos permitirá evaluar si las tareas efectivamente provocan una sensibilización acerca de elementos del conocimiento didáctico-matemático que están involucrados en el diseño de tareas que promueven la argumentación; y por otro, identificar descriptores del conocimiento didáctico-matemático emergentes que no hayan sido tenidos en cuenta durante el diseño de las tareas. Con el desarrollo de esta fase tendríamos mejores elementos de juicio para proponer una unidad temática en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría.  
Los anteriores planteamientos y los avances esperados para la Fase 1 del proyecto, nos permiten concretar las siguientes preguntas orientadoras del estudio que nos proponemos adelantar en 2021:   
¿Qué elementos del conocimiento didáctico-matemático sobre el diseño de tareas que fomentan la argumentación surgen durante la implementación de tareas de formación profesional en el espacio curricular diseñado para movilizarlo?   
¿Qué elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas se deberían involucrar en el proceso de formación que ofrece la línea de geometría y su didáctica en la Licenciatura en Matemáticas de la UPN, al respecto del diseño de tareas que fomenten la argumentación?  
La primera pregunta apunta a determinar los elementos del conocimiento didáctico-matemático surgidos en la implementación presencial de las tareas de formación profesional. Pretendemos hacer un contraste de lo encontrado a través de las respuestas a estas peguntas con lo previsto mediante el análisis y la implementación preliminares de las tareas de formación profesional realizados en la Fase 1. Los resultados de la comparación nos permitirán, por un lado, hacer ajustes a las tareas de formación, y por otro, complementar, si es el caso, elementos del conocimiento didáctico-matemático al respecto del diseño de tareas que fomenten la argumentación, que no hayan sido considerados en el análisis preliminar. Con base en ello, tendríamos insumos para complementar una respuesta a la segunda pregunta.   
El proyecto se justifica a la luz de los siguientes aspectos, que se constituyen en oportunidades para el equipo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ•G). En primer lugar, la Fase 2 del proyecto nos permitirá complementar nuestra aproximación metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de y sobre la geometría en la formación de profesores. Para este caso, formularíamos rasgos característicos de tareas de formación profesional que buscan una sensibilización acerca de elementos del conocimiento didáctico-matemático relativos al diseño de tareas de argumentación. De esta forma, contribuiríamos de manera informada con planteamientos que deben ser considerados para modificar el plan de estudios de la línea de geometría y su didáctica del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN. En segundo lugar, atendiendo el llamado de Stylianides, Bieda, & Morselli (2016), nos permitiría identificar algunos elementos claves del conocimiento idóneo de un profesor que procura que sus estudiantes aprendan a argumentar en el aula de matemáticas. En tercer lugar, intentaríamos atender el llamado expresado en documentos orientadores del desarrollo de currículos en Colombia –v.g., Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), sobre la necesidad de formar profesores que puedan promover un clima de indagación en el aula, para favorecer el desarrollo de competencias argumentativas de sus estudiantes.

**b. OBJETIVO GENERAL DEL PROYECTO:** Implementar, en un curso presencial de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN, un espacio en el que los estudiantes tengan la posibilidad de sensibilizarse acerca de elementos del conocimiento didáctico-matemático involucrado en el diseño de tareas de argumentación que han experimentado durante su formación geométrica en el marco de dicho programa.

**c. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:** Proponga las finalidades delimitadas que se articulan a la perspectiva planteada en el objetivo general y que son la base para la programación de actividades. Deben ser evaluables y ponderables en términos cualitativos o cuantitativos. Se pueden incluir tantos objetivos específicos como sea necesario.

**d. METAS*:*** Proyecte los resultados específicos derivados de los aspectos relevantes de los objetivos específicos. Deben ser factibles, realizables y medibles. Son la traducción operativa de cada objetivo; por lo tanto deben ser monitoreables. A cada objetivo específico corresponde como mínimo una meta.

|  |  |
| --- | --- |
| **OBJETIVO** | **META** |
| Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Listado de elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional y descripción de la manera en la que cada tarea pretende explicitar cada elemento. |
| Resultado de la comparación del listado producido mediante la Meta 1, con el listado de elementos del conocimiento didáctico-matemático considerados mediante el análisis e implementación preliminar de las tareas de formación profesional (Meta de la Fase 1 del proyecto). |
| Sugerencias de ajustes de las tareas a los que hubiera lugar según los resultados de la Meta 2. |
| Proponer un conjunto de elementos del conocimiento didáctico-matemático especializado del profesor de matemáticas, que debería poner en juego un maestro cuando diseña tareas de argumentación. | Listado de elementos (con sus respectivas descripciones) del conocimiento didáctico-matemático especializado del profesor de matemáticas que debería poner en juego un maestro, cuando diseña tareas de argumentación. |

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO III***

**MARCO TEÓRICO Y BIBLIOGRAFÍA**

**Marco teórico:** El proyecto de investigación se sitúa en el campo del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas. Uno de los asuntos de interés de la comunidad de Educación Matemática, en las últimas tres décadas, ha sido la identificación del conocimiento matemático y didáctico que un profesor de matemáticas debería tener para que su práctica de enseñanza de las matemáticas sea lo más idónea posible y sea eficaz para promover el aprendizaje de sus estudiantes. Al respecto, se han formulado diversas propuestas de modelos (Shulman, 1986; 1987; Grossman, 1990; Ball, 2000; Hill, Ball, & Schlling, 2008; Schoenfeld & Kilpatrick, 2008; Pino-Fan & Godino, 2015). Consideramos que el modelo de Pino-Fan & Godino (2015) se ajusta a nuestras pretensiones. Estos autores fundamentan su propuesta en modelos como el de Shulman (1987) y el de Hill, Ball, & Schlling (2008).  
Shulman (1987), luego de hacer una primera propuesta en 1986, precisó siete elementos que constituyen su modelo del conocimiento del profesor (para cualquier disciplina): conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido (PCK, por sus siglas en inglés), conocimiento curricular, conocimiento pedagógico general, conocimiento acerca de los estudiantes y sus características; conocimiento de los contextos educativos, y conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación. De su propuesta, el elemento PCK llamó poderosamente la atención por cuanto con este Shulman quiso indicar el conocimiento del contenido que guarda estrecha relación con la enseñanza. Por supuesto, este modelo tuvo resonancia en el contexto de la Educación Matemática. Quizá, el más representativo y usado de los desarrollos es el propuesto por Ball y sus colegas. Ellos proponen, para referirse al elemento PCK, el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, por sus siglas en inglés), y lo definen como el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento de los estudiantes (Hill, Ball, & Schlling, 2008). Este conocimiento (MKT) está conformado por dos tipos de conocimiento: conocimiento del contenido (que incluye el conocimiento común del contenido, el conocimiento especializado del contenido y el conocimiento en el horizonte matemático) y conocimiento pedagógico del contenido (conformado por el conocimiento del contenido en lo que tiene que ver con los estudiantes, conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, y el conocimiento del currículo). Vale precisar que el conocimiento especializado del contenido (SCK, por sus siglas en inglés) hace referencia al conglomerado de conocimientos y habilidades matemáticas exclusivas para la enseñanza, que va más allá del conocimiento puesto en juego para resolver problemas matemáticos, para lo cual un matemático, o incluso un sujeto adulto con suficiente conocimiento, está capacitado (conocimiento común).   
El modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor (CDM) propuesto en el marco del Enfoque Ontosemiótico (Pino-Fan & Godino, 2015) surge más recientemente como complemento del MKT. Desde esta perspectiva, los componentes del modelo MKT se reorganizan en tres dimensiones: matemática, didáctica y meta didáctico-matemática (ver Figura 1).   
   
Figura 1. Dimensiones y componentes del CDM y sus relaciones con el MKT  
(Fuente: Pino-Fan & Godino, 2015)  
Un asunto nuevo se contempla en el modelo CDM que no fue considerado explícitamente por otros: lo relativo a la dimensión meta didáctico-matemática que en particular provee criterios de evaluación-valoración de la idoneidad didáctica en los procesos de instrucción, como mecanismo para reflexionar sobre la práctica. Así mismo, otro valor agregado de este modelo es que precisa, para cada faceta de la dimensión didáctica, indicadores (con sus respectivas descripciones) de las piezas de conocimiento del profesor que un maestro debe poner en juego o tener durante su ejercicio profesional (Godino, 2009).  
Consideramos que el Modelo CDM nos provee elementos generales del conocimiento didáctico-matemático (dimensiones y facetas) que deberíamos poder ajustar con descripciones específicas para precisar elementos del conocimiento que se pondrían en juego cuando se pretende diseñar tareas de argumentación en geometría. Dada la necesidad de esta especificidad, las descripciones que pretendemos realizar requieren tomar en consideración ciertos elementos del conocimiento especializado sobre argumentación y tareas de argumentación elaborados por otros investigadores. Por ejemplo, desde la faceta epistémica, se podría aludir a los argumentos (sus tipos y funcionalidad) que podrían emerger durante los momentos de solución de un problema de geometría específico; o de manera más general, a diferentes tipos de tareas que pueden suscitar argumentación (Stylianides & Ball, 2008; Stylianides, 2016). Desde la fase mediacional, se podría aludir al efecto que pueden tener los programas de geometría dinámica para favorecer la producción de argumentos en el marco del abordaje de un problema específico (Arzarello, Bartolini-Bussi, Leung, Mariotti, & Stevenson, 2012); desde la faceta instruccional, se podría aludir a las maneras de preguntar para suscitar argumentación o a las implicaciones que una cierta formulación de una tarea puede tener en la actividad de los estudiantes (Ross, Fisher, & y Frey, 2009); desde la faceta ecológica, se podría aludir a los elementos del currículo que se deberían considerar para formular una tarea de argumentación –fines, objetivos– (Lin, Yang, Lee, Tabach, & Stylianides, 2012).   
El interés específico por el conocimiento didáctico-matemático puesto en funcionamiento al momento de diseñar tareas de argumentación y demostración nos lleva a complementar nuestro marco con algunas precisiones. En particular, nos referimos a continuación a lo que entendemos por argumentación y argumento, y tareas de argumentación y demostración.   
Argumento y argumentación: Asumiendo una postura sociocultural, entendemos por argumento un discurso colectivo o individual que, de acuerdo con reglas compartidas, apunta a una conclusión mutuamente aceptable acerca de la veracidad o falsedad de una aserción o la idea que se interpreta de una acción (Durand-Guerrier, Boero, Douek, Epp, & Tanguay, 2012), o a una toma de decisión (Krummheuer, 1995). En consonancia con lo anterior, una argumentación es un conjunto de varios argumentos. Por proceso argumentativo entendemos el proceso mediante el cual se produce un argumento o una argumentación. De manera más específica, usamos el Modelo funcional de Toulmin para estructurar un argumento; según Toulmin un argumento se compone de tres elementos básicos (Toulmin, 2003): la aserción (A) o un punto de vista proferido por alguien, los datos (D) que soportan la aserción A cuando esta es desafiada y la garantía (G) que presenta la incidencia de los datos D en la aserción A, cuando se desafía la forma en que D puede ser conectado con (o soporta) A. La garantía G puede ser expresada por un principio o una regla general que autoriza el paso de D a A. Un argumento puede ser tipificado, al menos, por alguna de las siguientes formas: inductivo, abductivo, deductivo, o por analogía (Reid & Knipping, 2010). Tal como sugieren varios autores (Pedemonte, 2007; Boero, Douek, Morselli, & Pedemonte, 2010; Conner, Sigletary, Smith, Wagner, & Francisco, 2014; Krummheuer, 1995; 2015; Molina, Pino-Fan, & Font, 2019; Molina & Samper, 2019) usamos el Modelo de Toulmin –concretamente la forma en que se relacionan A, D y G– para describir cada uno de dichos tipos de argumento. Aunado a lo anterior, entendemos que una demostración (o prueba, en lengua no romance) es un tipo de argumentación compuesta por uno o varios argumentos deductivos lógicamente conectados y cuyas garantías pertenecen a un sistema teórico formal; así mismo, usamos el constructo actividad demostrativa para describir la actividad asociada a la búsqueda de una demostración; esta actividad puede incluir (además de la formulación de argumentos) exploraciones empíricas para generar conjeturas, razonamiento por analogía para desarrollar posibles ideas para la formulación de argumentos, etc. (Stylianides, 2007; Perry, Samper, Camargo, & Molina, 2013).   
Tareas para argumentar y demostrar: En la literatura especializada se usan indistintamente los términos problema o tarea para referirse a aquello que detona el involucramiento de los estudiantes en la actividad demostrativa. Stylianides & Ball (2008) usan, por ejemplo, el constructo proving task (tareas de actividad demostrativa) para referirse a las tareas que los profesores usan con el propósito de ofrecer oportunidades para que sus estudiantes participen en la actividad demostrativa. En esa perspectiva, se pueden encontrar referencias a problemas de investigación (Leikin & Grossman, 2013) o problemas abiertos de conjeturación (Baccaglini-Frank & Mariotti, 2010; Molina & Samper, 2019) como aquellos que suscitan actividades como experimentar (para llegar a una conjetura), conjeturar, testar (la conjetura) o demostrar (o refutar) la conjetura, particularmente en situaciones en las que se pretende el uso de Entornos de Geometría Dinámica (EGD) como mediadores.   
Nuestra postura consiste en hacer una diferencia entre tarea y problema. Seguimos la idea de Watson et al. (2014), según la cual se usa tarea para significar una gama amplia de “cosas por hacer”; una tarea enuncia algo que se debe hacer. Dentro de esta “cosas por hacer” se incluye: abordar ejercicios repetitivos, construir representaciones de objetos, ejemplificar definiciones, resolver problemas, llevar a cabo experimentos o investigaciones. Un problema enuncia una situación que plantea transitar de unos hechos o condiciones dadas a unas ciertas metas (no necesariamente conocidas) cuando el camino no es obvio (English, Lesh, & Fennewald, 2008). Bajo estas conceptualizaciones, un problema demanda ejecutar una cierta tarea, pero no toda tarea demanda resolver un problema. Así, para nosotros, los tipos de tarea propuestos por Stylianides & Ball (2008) son más bien tipos de problema. En cualquier caso, las tareas (o los problemas) son una herramienta de mediación para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que se usa con el propósito de detonar actividad matemática en el aula (Watson et al., 2014); para este caso, las tareas (o los problemas) para argumentar o demostrar buscan detonar actividad demostrativa por parte de los estudiantes.  
Dado que la Fase 2 del proyecto alude a la implementación de unas tareas de formación profesional en una unidad temática en el espacio curricular Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas de un programa de formación de profesores, vale la pena precisar lo que entendemos por ellas. Las tareas de formación profesional son tareas que se proponen en el marco de un programa de formación profesional, en este caso de un programa de formación inicial de profesores, que tienen por objetivo abordar asuntos propios del conocimiento profesional, en este caso del profesor de matemáticas.

**Estado del arte** Dos asuntos son de especial interés para presentar un escenario de antecedentes para la Fase 2 del proyecto que proponemos. Uno tiene que ver con el campo del conocimiento didáctico-matemático del profesor en lo que respecta al conocimiento sobre la argumentación (particularmente, en relación con tareas que la favorezcan); otro tiene que ver con experiencias documentadas sobre programas de formación de profesores que describan tareas de formación profesional, particularmente en lo que respecta a la argumentación en matemáticas. En lo que sigue, presentamos brevemente un panorama de la literatura especializada al respecto de estos aspectos.   
Stylianides & Ball (2008), tomando como datos la gestión de Ball como profesora de clases de matemáticas de tercer grado en un colegio público de EUA, identifican dos subcomponentes del conocimiento sobre los problemas de argumentación y demostración, que un profesor debe tener: conocimiento de diferentes tipos de tareas para demostrar y conocimiento de la relación entre las tareas para demostrar y la actividad demostrativa. Los autores proponen e ilustran una tipificación de tareas para demostrar usando dos criterios matemáticos para ello: uno, el número de casos relacionados con una tarea (un único caso, múltiples finitos casos, o múltiples infinitos casos), y dos, el propósito de las tareas (verificar o refutar declaraciones). Exponen un marco referencial para precisar la relación entre los tipos de tareas y la actividad a priori relativa a la demostración cuando estas tareas se implementan en el aula. Por ejemplo, ilustran que, para los problemas de refutación, los argumentos que se pueden generar al considerar múltiples casos llevan a un contraejemplo o a una demostración por principio de reducción al absurdo.   
  
Dada la importancia de considerar tipos de tareas (o problemas) que favorezcan la argumentación como parte del conocimiento del profesor de matemáticas, destacamos algunos trabajos realizados en esta línea, en el seno del equipo Æ • G., en el marco de una tesis de Maestría, dirigida por la profesora Carmen Samper, Triana & Zambrano (2016) proponen una categorización de tareas según la estructura de su enunciado y su objetivo. En lo que concierne a la estructura, se basan en Yeo (2007) para considerar variables como la meta (si está bien determinada o si se puede escoger), el método (si hay varias estrategias apropiadas o solo una para solucionar el problema), el andamiaje (si hay presencia o no de orientaciones que pueden ayudar a abordar la tarea) y la solución (si hay una única solución aceptable o más de una). En cuanto al objetivo, proponen la siguiente clasificación, tareas de: argumentación, justificación, conjeturación, investigación, traducción y rutinarias. Por otro lado, Molina & Samper (2019) han propuesto una tipología de problemas abiertos de conjeturación que se fundamenta en la estructura de su enunciado, a saber: problemas de búsqueda de antecedente, de búsqueda de consecuente y de determinación de dependencia. El primer tipo se caracteriza porque están dadas condiciones suficientes y, mediante una exploración preferiblemente en un EGD, se deben hallar las consecuencias necesarias de aquellas. El segundo se caracteriza porque se deben hallar las condiciones suficientes para las cuales las propiedades mencionadas en el enunciado son la consecuencia necesaria. El tercero se caracteriza por que el enunciado provee un conjunto referencial de figuras geométricas y unas propiedades, y solicita establecer dependencias entre “tipos de figuras del conjunto referencial” y las “propiedades dadas”; existe la libertad de decidir qué se toma como antecedente (o consecuente) de la conjetura: el conjunto referencial o las propiedades. Un resultado interesante de este trabajo consiste en precisar el tipo de argumento que primordialmente se favorece con cada tipo de problema. Así, por ejemplo, para problemas de búsqueda de antecedente el argumento inductivo predomina; mientras que para problemas de búsqueda de consecuente los argumentos abductivos o analógicos son los que más se favorecen. La propuesta de Molina & Samper (2019) cobra especial sentido para este proyecto por cuanto los tipos de problemas que ellos caracterizan son implementados en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN (en los cursos de la línea de geometría) en el cual pretendemos hacer la innovación curricular. Así las cosas, implementar tareas de formación profesional en los que tales tipos de problemas se conviertan en objeto de estudio, se convierte en un interés especial para este proyecto.   
  
Otro asunto de interés que se ha considerado clave como aspecto del conocimiento del profesor sobre tareas/problemas de argumentación tiene que ver con el diseño de tareas. Lin, Yang, Lee, Tabach, & Stylianides (2012) presentan once principios para diseñar tareas que favorezcan la conjeturación y la demostración, que pueden ser considerados como elementos del conocimiento del profesor sobre tareas de argumentación, los cuales vislumbramos como elementos claves para involucrar en las tareas de formación profesional a implementar: cuatro relativos a tareas para conjeturar, dos relacionados con tareas de transición conjetura-demostración y cinco relacionados con tareas de demostración. Solo por ejemplificar, presentamos algunos de tales principios. En cuanto a las tareas para promover la conjeturación sugieren (i) proveer oportunidades para participar en la observación (de varios casos), (ii) proveer oportunidades para participar en la construcción de nuevo conocimiento, (iii) proveer oportunidades para reflexionar sobre una conjetura previa y el proceso mismo de conjeturación. En cuanto a las tareas de transición aluden a la necesidad del establecimiento de normas en el aula que permitan discusiones sobre la aceptación/rechazo de ideas matemáticas (o conjeturas) sin apelar a la autoridad del profesor, sino considerando la estructura lógica del sistema matemático. En relación con las tareas para demostrar sugieren (i) promover la expresión de argumentos en varios modos de presentación (dos columnas, simbólicas, en párrafo), o (ii) discutir si la prueba realizada es suficiente para validar un enunciado particular.   
   
Bajo la misma óptica del diseño de tareas, Leikin & Grossman (2013) en un estudio con profesores en ejercicio, identificaron y categorizaron las producciones de los profesores cuando se les solicitó transformar problemas de un libro de texto de geometría en problemas orientados hacia la investigación. Los autores identificaron los tipos de problemas que los profesores propusieron cuando abordaron la tarea de transformación y determinaron qué tipo de trasformaciones sugirieron los profesores. Por ejemplo, algunos profesores cambiaron el objetivo del problema; esto es, a partir de un problema en el que se daban unas condiciones suficientes y los estudiantes debían establecer las consecuencias necesarias, los profesores transformaron el enunciado para que las potenciales consecuencias necesarias fueran las condiciones dadas en el enunciado original, y las condiciones suficientes fueran, en el nuevo enunciado, las consecuencias necesarias esperadas de estas. Como los mismos autores sugieren, estudios como este pueden ser utilizados tanto por los diseñadores de materiales didácticos, como para instruir a los profesores en formación sobre el proceso de creación de problemas para favorecer la actividad demostrativa.   
  
Para finalizar esta sección es pertinente considerar el trabajo de Boero, Fenaroli & Guala (2018). Ellos describen un curso de argumentación matemática, realizado en 2015/16, dirigido a profesores en formación. El diseño del curso se fundamentó en tres principios: (i) Foco en el Análisis Cultural del Contenido (CAC, por sus siglas en inglés) relativo a la argumentación matemática (para lo cual usan como referente el Modelo de Toulmin). (ii) Conexión estrecha entre el análisis de los comportamientos de los estudiantes de primaria en las actividades argumentativas en el aula, las actividades argumentativas de los participantes del curso (profesores en formación) y el diseño de tareas sobre la argumentación –para lo cual citan a Stylianides & Ball (2008)–. (iii) Elección de maneras (incluida la evaluación) para desarrollar la competencia de CAC en relación con la argumentación matemática. Particularmente, el principio (ii) fue la base de las fases que estructuraron el curso. La metodología del curso se basaba en el estudio de “hojas de trabajo”, que generalmente contenían una parte informativa (recordatorio del contenido de sesiones anteriores, breve introducción a nuevas definiciones, elementos de teoría, ejemplos de producciones de estudiantes, etc.) y preguntas abiertas sobre el contenido de tales hojas. Luego de la lectura de la primera parte de estas “hojas de trabajo” se realizaba un debate, guiado por el profesor, con base en las producciones de algunos participantes (seleccionados por el profesor) o en las producciones de algunos estudiantes de primaria sobre temas relacionados. Con base en tales discusiones se abordaban asuntos de interés, según la fase del curso. La propuesta de curso planteada por estos autores será considerada como base para planear el nuestro.   
  
Esta última idea nos llama la atención por su pertinencia para el desarrollo de la Fase 2 del proyecto de investigación que presentamos aquí: el modelo del curso orientado por Boero, Fenaroli & Guala (2018) nos sugiere una manera a partir de la cual podemos diseñar e implementar el espacio curricular tomando en cuenta los tres principios que ellos plantean. Así mismo, la metodología para la enseñanza que ello describen se convierte en un referente interesante de replicar (y ajustar a nuestras condiciones) con miras a la implementación de las tareas de formación profesional que se encuentran actualmente en su etapa de diseño. De manera más general, comentamos que todos los documentos referenciados no solo se constituyen en herramientas analíticas para precisar potenciales elementos del conocimiento didáctico-matemático relacionadas con tareas de argumentación, sino que se convierten en asuntos que deben ser considerados en la transformación del espacio curricular previsto para cumplir uno de los objetivos específicos de la Fase 2 de proyecto.

**Bibliografía:** Arzarello, F., Bartolini-Bussi, M., Leung, A., Mariotti, M., & Stevenson, I. (2012). Experimental Approaches to Theoretical Thinking: Artefacts and Proofs . En G. Hanna, & M. de Villiers, Proof and Proving in Mathematics Education (pp. 97-146). New York: Springer.  
  
Baccaglini-Frank, A., & Mariotti, M. (2010). Generating Conjectures in Dynamic Geometry: The Maintaining Dragging Model. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 15, 225–253.  
  
Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. Journal of Teacher Education, 51(3), 241-247.  
  
Battista, M., & Clements, D. (2000). Mathematics Curriculum Development as a Scientific Endeavor. En A. Kelly & R. Lesh (Eds.), Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education (pp. 737-760). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.  
  
Boero, P., Douek, N., Morselli, F., & Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. En M. M. Pinto, & T. F. Kawasaky (Eds.), Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 1, pp. 179-204. Belo Horizonte, Brazil: PME. Obtenido de http://www.seminariodidama.unito.it/2011/app/boero34.pdf  
  
Boero, P., Fenaroli, G., & Guala, E. (2018). Mathematical Argumentation in Elementary Teacher Education: The Key Role of the Cultural Analysis of the Content. En A. Stylianides & G. Harel (Eds.), Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving (pp. 49-67). Cham, Switzerland: Springer.  
  
Camargo, L., Samper, C., Perry, P., Molina, O., & Echeverry, A. (2009). Use of dragging as organizer for conjecture validation. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 2, pp. 257-264. Thessaloniki, Greece: PME.  
  
Chazan, D., & Ball, D. (1999). Beyond Being Told Not to Tell. For the Learning of Mathematics, 19(2), 2-10.  
  
Conner, A., Sigletary, L., Smith, R., Wagner, P., & Francisco, R. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. Mathematical Thinking and Learning, 16(3), 181-200. doi: https://doi.org/10.1080/10986065.2014.921131   
  
Cusi, A., & Malara, N. A. (2009). The role of the teacher in developing proof activities by means of algebraic language. Proceedings of PME 33 International Conference (vol. 2, pp. 361–368.  
  
Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S., & Tanguay, D. (2012). Argumentation and Proof in the Mathematics Classroom. En G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), Proof and Proving in Mathematics Education (pp. 349-368). New York: Springer.  
  
English, D., Lesh, R., & Fennewald, T. (2008). Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. En M. Santos, & Y. Shimizu (Eds.), Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education (pp. 6-13). Monterrey, Mexico.  
  
Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. UNIÓN: Revista Iberoamiercana de Educación Matemática, 20, 13-31.  
  
Grossman, P. (1990). The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education. New York y London: Teachers College Press.  
  
Herbst, P. (2006). Teaching geometry with problems: Negotiating instructional situations and mathematical tasks. Journal for Research in Mathematics Education, 37(4), 313−347.  
  
Hill, H. C., Ball, D. L., & Schlling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. Journal for Research in Mathematics Education, 39(4), 372-400.  
  
Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. En P. Cobb, & H. Bauersfeld, The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures (pp. 229-269). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.  
  
Krummheuer, G. (2015). Methods for reconstructing processes of argumentation and participation in primary mathematics classroom interaction. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg, Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods (págs. 51-74). Dordrecht: Springer. doi:https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6\_3  
  
Leikin, R., & Grossman, D. (2013). Teachers modify geometry problems: From proof to investigation. Educational Studies in Mathematics, 82(3), 515–531.  
  
Lin, F.-L., Yang, K.-L., Lee, K.-H., Tabach, M., & Stylianides, G. (2012). Principles of task design for conjecturing and proving. En G. Hanna & M. de Villiers (Eds.), Proof and proving in mathematics education (pp. 305–325). New York: Springer.  
  
Mariotti, M. (2009). Artefacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. ZDM Mathematics Education, 41(4), 427–440.  
  
MEN. (1998). Serie lineamientos curriculares matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.  
  
MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.  
  
Miles, M., & Huberman, A. (1994). Qualitative Data Analysis. An expanded Sourcebook. (2 ed.). California: SAGE Publications Inc.  
  
Molina, O. (2019). Sistemas de normas que favorecen la producción de argumentos: un curso de Geometría del Espacio como escenario de investigación. Tesis de Doctorado. Osorno, Chile: Universidad de Los Lagos.  
  
Molina, O., & Samper, C. (2019). Tipos de problemas que provocan la generación de argumentos inductivos, abductivos y deductivos. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33(63).  
  
Molina, O., Pino-Fan, L., & Font, V. (2019). Estructura y dinámica de argumentos analógicos, abductivos y deductivos: un curso de geometría del espacio como contexto de reflexión. Enseñanza de las Ciencias, 37(1), 93-116. doi:https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2484  
  
Molina, O., Samper, C., Perry, P., Camargo, L., & Echeverry, A. (2010). Estudio del Cuadrilátero de Saccheri como Pretexto para la Construcción de un Sistema Axiomático Local. UNION. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 24, 117-134.  
  
Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? Educational Studies in Mathematics, 66(1), 23-41. doi:https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x  
  
Perry, P., Samper, C., Camargo, L., & Molina, Ó. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En C. Samper, & Ó. Molina, Geometría plana: un espacio de aprendizaje (pp. 11-34). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.  
  
Perry, P., Samper, C., Molina, O., Camargo, L., & Echeverry, A. (2012). La geometría del ángulo desde otro ángulo: Una aproximación metodológica alternativa. Épsilon - Revista de Educación Matemática, 29(3), 41-56.  
  
Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. Paradigma, 36(1), 87-109.  
  
Reid, D., & Knipping, C. (2010). Proof in Mathematics Education. Research, Learning and Teaching. Rotterdam: Sense Publishers.  
  
Ross, D., Fisher, D., & y Frey, N. (2009). The art of argumentation. Science and Children, 3(47), 28-31.  
  
Samper, C., Perry, P., Camargo, L., Sáenz-Ludlow, A., & Molina, O. (2016). A dilemma that underlies an existence proof in geometry. Educational Studies in Mathematics, 93(1), 35–50.  
  
Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. En D. Tirosh, & T. Wood (Eds.), Tools and Processes in Mathematics Teacher Education (pp. 321–354). Rotterdam: Sense Publishers.  
  
Selden, A. (2012). Transitions and Proof and Proving at Tertiary Level. En G. Hanna, & M. de Villiers (Eds.), Proof and Proving in Mathematics Education (pp. 391-422). New York: Springer.  
  
Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15(2), 4-14.  
  
Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1-22.  
  
Sinclair, N., & Yerushalmy, M. (2016). Digital Technology in Mathematics Teaching and Learning: A Decade Focused on Theorising and Teaching. En Á. Guitérrez, G. Leder, & P. Boero, The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education (pp. 235-274). Rotterdam: Sense Publishers.  
  
Stylianides, A. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 38(3), 289-321.  
  
Stylianides, A. (2016). Proving in the Elementary Mathematics Classroom. Oxford: Oxford University Press.  
  
Stylianides, A., & Ball, D. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. Journal of Mathematics Teacher Education, 11(4), 307–332.  
  
Stylianides, A., Bieda, K., & Morselli, F. (2016). Proof and Argumentation in Mathematics Education Research. En A. Guitérrez, G. Leder, & P. Boero, The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education (págs. 315-352). Rotterdam: Sense Publishers.  
  
Toulmin, S. (2003). The Uses of Arguments (Actualización de 1 ed.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:https://doi.org/10.1017/CBO9780511840005  
  
Triana, J., & Zambrano, J. (2016). Tareas que promueven el uso experto de un elemento teórico en la argumentación matemática. Tesis de Mestría. Bogotá. D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.  
  
UPN. (2020). Plan de desarrollo institucional 2020-2024. Educadora de educadores para la excelencia, la paz y la sustentabilidad ambiental. Bogotá: UPN. Obtenido de http://pdi.pedagogica.edu.co/wp-content/uploads/2020/02/pdi\_upn\_2020-2024\_10\_02\_20\_web.pdf  
  
Watson, A., Ohtani, M., Ainley, J., Bolite, J., Doorman, M., Kieran, C., . . . Yang, Y. (2014). Task Design in Mathematics Education. En C. Margolinas (Ed.), Proceedings of ICMI Study 22, (págs. 7-13). Oxford, United Kingdom.  
  
Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education PME-25 (pp. 1-9). Utrecht: PME.  
  
Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher’s role in collective argumentation. Journal of Mathematical Behavior, 21(4), 423–440.  
  
Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), 458-477.  
  
Yackel, E., & Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. En G. Toerner, E. Pehkonen, & G. Leder (Eds.), Beliefs: A hidden variable in mathematics education? (pp. 313–320). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.  
  
Yeo, J. (2007). Mathematical Tasks: Clarification, Classification and Choice of Suitable Tasks for Different Types of Learning and Assessment. Mathematics and Mathematics Education technical report series, ME2007-01. Singapore.

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO IV***

**METODOLOGÍA**

Nuestro proyecto toma elementos de una investigación de diseño curricular (Battista & Clements, 2000). En la Fase 2 del proyecto nos proponemos implementar una unidad temática en un espacio curricular Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, de la línea de Pedagogía y Didáctica del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, en el que elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor involucrados en el diseño de tareas de argumentación sean objetos de estudio.   
Consideramos pertinente esta estrategia investigativa porque se centra en las relaciones productivas que deben existir entre los proyectos dirigidos al desarrollo del conocimiento y los que enfatizan el desarrollo de programas de formación. Para este caso, nuestro interés no solo es contribuir a la explicitación de ciertos elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor (relativos a la argumentación y la demostración), sino también sugerir y promover pautas para replantear un espacio académico –en el marco de un programa de formación de profesores– que posibilite la construcción de ese conocimiento.   
Teniendo en cuenta las seis etapas que constituyen un enfoque científico para la investigación en diseño curricular, propuestos por Battista & Clements (2000), describimos las fases a través de las cuales se desarrollará nuestro proyecto de investigación. En ese marco, precisaremos la población del estudio, las fuentes de información y fuentes de las herramientas analíticas que pretendemos usar:   
Etapa 1: Esta fase consiste en precisar el problema que se busca resolver. Consideramos que esta fase se ha desarrollado puesto que, de manera sucinta, hemos descrito el problema que buscamos abordar con el Proyecto (ver Módulo II). Nuestra problemática responde la pregunta ¿por qué es necesario hacer cambios en un plan de estudios? que plantean Battista & Clements (2000) como uno de los asuntos centrales que se debe abordar mediante una estrategia de investigación de diseño curricular. Hemos reconocido un vacío en los programas de formación de la UPN (particularmente en la Licenciatura en Matemáticas) que debe ser llenado tomando como base resultados investigativos. Para ello, consideramos atinado promover un espacio curricular en el que, particularmente, el conocimiento didáctico-matemático involucrado en el diseño de tareas que favorecen la argumentación sea el objeto de estudio, y en el que los profesores en formación tengan la oportunidad de sensibilizarse frente a la importancia de elementos de este conocimiento para el diseño de secuencias de tareas de argumentación en la escuela.   
Etapa 2: En esta etapa precisaremos una explicación teórica de cómo el esfuerzo investigativo debería contribuir a resolver el problema. En este sentido, en el Módulo III (mediante las secciones Marco Teórico y Estado del Arte) hemos esbozado elementos teóricos iniciales que son fundamento para el diseño e implementación del espacio curricular, y para el análisis post-implementación. Estos son: un modelo preliminar del conocimiento didáctico-matemático del profesor (v.g., el Modelo CDM propuesto en el marco del EOS); una perspectiva sobre argumentación; una postura sobre los constructos tarea y problema; ideas sobre elementos del conocimiento didáctico-matemático que se deberían considerar en el espacio curricular como objetos de estudio (e.g., Stylianides & Ball, 2008; Lin, Yang, Lee, Tabach, & Stylianides, 2012; Leikin & Grossman, 2013); y aspectos fundamentales que debemos tener en cuenta al momento de implementar el espacio curricular diseñado (v.g., Boero, Fenaroli y Guala, 2018).   
Etapa 3: En esta etapa, con base en el análisis de los resultados de la Fase 1 y en los elementos precisados en la Fase 2, implementaremos la unidad temática diseñada. Así mismo, realizaremos la recolección de información para llevar a cabo el análisis post-implementación. El espacio será implementado durante 2021-I y será la primera versión de la innovación en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría, ubicado en el semestre V del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN. Usualmente los estudiantes que toman ese curso han tomado cuatro cursos de la línea de Geometría y han sido expuestos a tareas-problemas para argumentar y demostrar. Hemos escogido dicho curso por dos razones: tiene la intención de abordar como objetos de estudio asuntos propios de la didáctica de la geometría y, en su estructura curricular, los estudiantes deben hacer una práctica de inmersión inicial en la cual deben diseñar y gestionar sesiones de clase de un curso de geometría en una institución escolar; desde esta perspectiva, ese curso se convierte en un escenario pertinente para tomar como objetos de estudio elementos del conocimiento didáctico-matemático que se involucran en el diseño de tareas de argumentación. Los profesores del curso serán co-investigadores del proyecto; esto nos provee la oportunidad de examinar el fenómeno desde dentro y con un lugar privilegiado –i.e., con la posibilidad de tener un conocimiento profundo del contexto y con la debida apropiación de las tareas de formación profesional para gestionarlas de una manera apropiada– (Chazan y Ball, 1999).   
La información se recogerá mediante las siguientes fuentes:   
• Videograbación de sesiones de clase y producciones escritas de los estudiantes cuando resuelven tareas de formación profesional e interactúan públicamente con los profesores del curso a propósito de sus producciones (se usarán aquellas en las cuales sea posible rastrear el conocimiento didáctico-matemático subyacente).   
• Entrevistas semi-estructuradas para complementar o precisar la información obtenida mediante las técnicas de registro mencionadas. Las preguntas de la entrevista surgirán de la necesidad de complementar las interpretaciones iniciales de la información recogida sobre el conocimiento didáctico-matemático puesto en juego (e.g., argumentos que involucran un problema en específico, principios para diseños de tareas, papel de los recursos, etc.). Qué estudiantes serán entrevistados dependerá de esta misma necesidad; en tal sentido, el diseño tiene un alto grado de flexibilidad que se corresponde con investigaciones de carácter cualitativo (Miles y Huberman, 1994).  
Los participantes de la investigación serán todos los estudiantes (profesores en formación) inscritos en el curso, quienes serán agrupados en parejas cuando deban abordar alguna tarea propuesta por los profesores del curso. El registro de la información se hará en unas ocho semanas, según el tiempo que se destine para abordaje de todas las tareas de formación profesional, la puesta en común de las producciones de los profesores al respecto de estas, y el proceso de institucionalización correspondiente. Los datos serán fragmentos de narraciones y de producciones seleccionados teniendo en cuenta los elementos del conocimiento didáctico-matemático derivados de los referentes teóricos referenciados en la descripción de la Etapa 2.   
Etapa 4: En esta etapa documentaremos el desarrollo de las sesiones de clase. Haremos una descripción detallada de lo que sucede en cada sesión intentando responder los interrogantes que mencionamos en la construcción del problema. De manera específica describiremos: (i) elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgieron cuando se implementaron las tareas de formación profesional; (ii) elementos del conocimiento didáctico-matemático que emergieron durante la actividad de los profesores en formación, que no fueron advertidos durante el diseño; y (iii) falencias del diseño curricular implementado con el propósito de sugerir cambios en el mismo. Así mismo se hará una triangulación de la información cuyos insumos serán el análisis individual de episodios, realizado por distintos investigadores; se tiene previsto relaizar discusiones en el equipo para llegar a decisiones consensuadas sobre los tres aspectos antes citados.  
Etapa 6: En esta fase difundiremos los resultados del proyecto, acerca de: (i) elementos del conocimiento didáctico-matemático que se deberían considerar cuando se diseñan tareas de argumentación, y (ii) características del diseño curricular implementado indicando fortalezas y asuntos que requieren ser ajustados o modificados. El principal propósito de la difusión es la realimentación de pares al respecto de los resultados encontrados. (Ver contenido del Módulo V al respecto del desarrollo de la Etapa 6).

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO V***

**COMPROMISOS DE APROPIACIÓN SOCIAL DEL CONOCIMIENTO**

Los compromisos de apropiación social del conocimiento son los siguientes:  
  
1) Informes de avance y final del proyecto en el tiempo y cronograma establecido en el acta de inicio. Los informes contendrán resultados parciales y finales del proyecto en coherencia con el marco teórico, los objetivos, las preguntas de investigación y la metodología empleada.  
  
2) Texto de síntesis del informe final.   
  
3) Documento de descripción del proceso de articulación de la investigación con los desarrollos de trabajos de grado de maestría.  
  
4) Participación con ponencias en eventos académicos: Socialización ante la comunidad académica institucional, nacional o internacional de avances parciales de la investigación.  
  
5) Producto de investigación de generación de nuevo conocimiento: Un documento de divulgación con lineamientos conceptuales y metodológicos para una unidad temática del curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN, que sugiera una manera para considerar como objeto de estudio elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor en relación con el diseño de tareas de argumentación.

(Puntaje máximo en la evaluación 20 puntos de 100)

***MÓDULO VI***

**EJECUCIÓN DEL PROYECTO**

En este módulo se hace visible la coherencia entre objetivos, metas, cronograma (actividades y tiempo) y productos o resultados del proyecto. Se precisan las estrategias formativas que se promoverán como resultado del proyecto: como programas de formación (pregrado y postgrado), formación de monitores, entre otras. De igual manera, se establece la coherencia entre los rubros, los montos del proyecto y los desarrollos de los objetivos del mismo.

(Puntaje máximo en la evaluación 10 puntos de 100)

**A. CRONOGRAMA**

En este punto se debe apreciar la viabilidad de las acciones y procesos, la justa y real relación entre tiempos y acciones.

**Objetivos:** Transcribir los objetivos específicos definidos en el proyecto y en la identificación del tiempo necesario para llevarlos a cabo. Se debe diligenciar con X en los meses correspondientes al desarrollo de cada actividad

**Actividad:** Corresponde a la descripción secuencial de cada una de las acciones que realizará el grupo de investigación. Debe dar cuenta de las actividades prioritarias del proyecto en la vigencia que se programa y se deben asociar a cada uno de los objetivos específicos descritos en el proyecto.

**Responsable:** Es la persona del equipo de trabajo del proyecto a la cual se le asignan actividades puntuales en la ejecución y cumplimiento de los objetivos propuestos por el proyecto.

**FORMATO PARA ELABORACIÓN DEL CRONOGRAMA** (Solo si aplica: si el proyecto tiene una duración de más de 2 periodos académicos por favor elabore un cronograma por cada año, consulte términos de referencia)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **CRONOGRAMA DEL PROYECTO** | | | | | |
| **Nombre actividad** | **Descripción actividad** | **Objetivo** | **Responsables** | **Fecha inicio** | **Fecha fin** |
| 2 | Implementar el espacio curricular diseñado en la Fase 1 del proyecto. | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es), | 2021-02-22 | 2021-05-28 |
| 1 | Preparar toda la logística para implementar el espacio curricular diseñado en la Fase 1 del proyecto (i.e., trámites para préstamos de cámaras de video, determinación de ubicación idónea de las cámaras de video para recoger la información, elaboración de copias del material que será entregado a los profesores en formación, etc.). | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2021-01-18 | 2021-02-26 |
| 3 | Realizar documentos bitácora que describan, grosso modo, lo sucedido en las sesiones de clase en las que se lleva a cabo la implementación del espacio curricular diseñado. | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es), | 2021-02-22 | 2021-05-28 |
| 4 | Realizar el análisis post-implementación para: (i) identificar y describir los elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgieron con las tareas de formación profesional, (ii) establecer la comparación de tales elementos con los considerados mediante el análisis preliminar de las tareas de formación profesional (Meta de la Fase 1 del proyecto). | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2021-03-01 | 2021-08-27 |
| 5 | Triangular los resultados de los análisis post-implementación descritos en la Actividad 4. | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2021-05-03 | 2021-11-26 |
| 6 | Realizar el análisis post-implementación en busca de información que alimente las sugerencias de ajustes al diseño del espacio curricular (particularmente de las tareas de formación profesional) a las que hubiera lugar según los resultados de la implementación misma. | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2021-09-06 | 2020-11-27 |
| 7 | Elaborar un documento con lineamientos conceptuales y metodológicos para la unidad temática del curso Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPN, que sugiera una manera para considerar como objeto de estudio elementos del conocimiento didáctico-matemático del profesor en relación con el diseño de tareas de argumentación. | Especificar elementos del conocimiento didáctico-matemático que surgen con las tareas de formación profesional que se implementan presencialmente en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría del programa. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2021-10-04 | 2021-11-26 |
| 8  (Lamentamos que las actividades no se presenten en el orden debido. El software PRIME en el que se carga la información, por alguna razón que desconocemos, no respeta el orden que seguimos al momento de cargar la información). | Conformar el listado de elementos (con sus respectivas descripciones) del conocimiento didáctico-matemático especializado del profesor de matemáticas que debería poner en juego un maestro cuando se diseñan tareas de argumentación. | Proponer un conjunto de elementos del conocimiento didáctico-matemático especializado del profesor de matemáticas, que debería poner en juego un maestro cuando diseña tareas de argumentación. | Investigador principal - coinvestigador(es) - monitores, | 2021-11-02 | 2021-12-17 |

**B. EQUIPO DE DOCENTES INVESTIGADORES QUE DESARROLLARÁN EL PROYECTO**

Este cuadro se diligenciará para reportar en los planes de trabajo, las horas de investigación semanales que corresponde a cada docente investigador que presenta el proyecto. Por ello, se deben identificar los docentes miembros del equipo de investigación que tendrán horas de investigación asignadas en su plan de trabajo. No se debe incluir la información de estudiantes monitores ni contratistas.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Identifique todos los docentes que se vincularán al proyecto y que contribuirán a su desarrollo.** | | | | | | | |
| **PERSONAL VINCULADO AL PROYECTO** | | | | | | | |
| **No** | **Identificación**  **(Nº documento**  **identificación)** | **Nombres y apellidos** | **Facultad, Departamento, Programa, Doctorado, IPN, escuela maternal** | **Escriba el tipo de Vinculación** | **Horas solicitadas** (Consultar términos de referencia de la convocatoria) | **Rol dentro del grupo de investigación** (Investigador Principal o coinvestigador) | **Correo electrónico institucional donde será contactado** |
| Planta/  ocasional/ catedrático pensionado/ catedrático/  provisional IPN | Número de horas semanales dedicadas al proyecto |
| 1 | 35468735 | Leonor Camargo Uribe | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente de Planta | 5 | Coinvestigador | lcamargo@pedagogica.edu.co |
| 2 | 1014211083 | Claudia Marcela Vargas Guerrero | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente Ocasional | 5 | Coinvestigador | cmvargasg@pedagogica.edu.co |
| 3 | 41548779 | Carmen Inés Samper De Caicedo | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente Catedrático | 5 | Coinvestigador | csamper@pedagogica.edu.co |
| 4 | 80038334 | Oscar Javier Molina Jaime | Facultad de Ciencia y Tecnología | Docente de Planta | 9 | Investigador Principal | ojmolina@pedagogica.edu.co |

***SI EL PROYECTO ES COFINANCIADO REGISTRE LOS COINVESTIGADORES DE OTRA INSTITUCIÓN QUE SE VINCULARÁN AL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN, CONFORME A LA INFORMACIÓN SOLICITADA EN LA SIGUIENTE TABLA:***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **No** | **Identificación**  **(No documento**  **identificación)** | **Nombres y apellidos** | **Profesión** | **Nombre Institución** | **Número de horas semanales dedicadas al proyecto** | **Teléfono ó celular de contacto** | **Correo electrónico** |

**C. PRESUPUESTO:** El presupuesto del proyecto presenta dos (2) o tres (3) fuentes de financiación las cuales son recursos de: inversión, funcionamiento (horas asignadas en el plan de trabajo de los docentes) y cofinanciación (cuando la investigación cuenta con cofinanciación de otra institución). El presupuesto que se solicite debe mostrar coherencia entre los objetivos de la investigación, el tiempo de ejecución, los insumos requeridos y las estrategias de gestión de su producción o de sus resultados, Por favor diligencie los cuadros del presupuesto del proyecto:

**Duración:** Indique los periodos académicos en los cuales se ejecutará el presupuesto del proyecto de investigación. Revise los términos de referencia para definir el tiempo.

**Períodos académicos**: Semestres 1 y 2 de 2021.

**PRESUPUESTO DEL PROYECTO:** Diligenciar la totalidad de los campos solicitados según corresponda en cada cuadro. (No se debe simplificar los valores (números), se deben incluir todas las cifras de cada rubro).

**CUADRO RECURSOS DE INVERSIÓN[[2]](#footnote-2) CUADRO RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO CUADRO RECURSOS DE COFINANCIACIÓN**

(Cuando la investigación cuente con cofinanciación interinstitucional)

|  |  |
| --- | --- |
| ***CLASE DE RUBRO*** | ***VALOR EN PESOS ($)*** |
| 1. **Servicios Profesionales o de apoyo técnico** | $8,480,000 |
| 1. **Monitores** | $7,443,768 |
| 1. **Equipos** | $0 |
| 1. **Fotocopias** | $0 |
| 1. **Materiales** | $0 |
| 1. **Trabajo de Campo** | $0 |
| 1. **Socializacion** | $5,276,232 |
| 1. **Transporte urbano** | $0 |
| 1. **Material Bibliográfico** | $0 |
| 1. **Personal docente** | $0 |
| 1. **Otro cofinanciación** | $0 |
| **TOTAL RECURSOS DE INVERSIÓN** | **$21,200,000** |

|  |  |
| --- | --- |
| ***CLASE DE RUBRO*** | ***VALOR EN PESOS ($)*** |
| 1. **Servicios Profesionales o de apoyo técnico** | $0 |
| 1. **Monitores** | $0 |
| 1. **Equipos** | $0 |
| 1. **Fotocopias** | $0 |
| 1. **Materiales** | $0 |
| 1. **Trabajo de Campo** | $0 |
| 1. **Socializacion** | $0 |
| 1. **Transporte urbano** | $0 |
| 1. **Material Bibliográfico** | $0 |
| 1. **Personal docente** | $94,498,786 |
| 1. **Otro cofinanciación** | $0 |
| **TOTAL RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO O DE HORAS ASIGNADAS EN EL PLAN DE TRABAJO DE LOS DOCENTES** | **$94,498,786** |

|  |  |
| --- | --- |
| ***CLASE DE RUBRO*** | ***VALOR EN PESOS ($)*** |
| 1. **Servicios Profesionales o de apoyo técnico** | $0 |
| 1. **Monitores** | $0 |
| 1. **Equipos** | $0 |
| 1. **Fotocopias** | $0 |
| 1. **Materiales** | $0 |
| 1. **Trabajo de Campo** | $0 |
| 1. **Socializacion** | $0 |
| 1. **Transporte urbano** | $0 |
| 1. **Material Bibliográfico** | $0 |
| 1. **Personal docente** | $0 |
| 1. **Otro cofinanciación** | $0 |
| **TOTAL RECURSOS DE COFINANCIACIÓN** | **$0** |

**RESUMEN PRESUPUESTO DEL PROYECTO**

|  |  |
| --- | --- |
| ***FUENTE DE FINANCIACIÓN*** | ***VALOR EN***  ***PESOS ($)*** |
| **RECURSOS DE INVERSIÓN** | $21,200,000 |
| **RECURSOS DE FUNCIONAMIENTO U HORAS ASIGNADAS EN EL PLAN DE TRABAJO DE LOS DOCENTES** | $94,498,786 |
| **RECURSOS DE COFINANCIACIÓN** | $0 |
| **TOTAL DE RECURSOS DEL PROYECTO** | $115,698,786 |

**D. CONTRATACIÓN DE SERVICIOS PROFESIONALES O PERSONAL TÉCNICO DE APOYO:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tipo de vinculación** | **Número de personas** | **Objeto del contrato** | **Justificación** | **Valor solicitado para el contrato** |
| -Coinvestigador | 1 | Realizar actividades académicas en el desarrollo del proyecto interno de investigación (e.g., implementación de las tareas de formación profesional, evaluación de la implementación, realización de informe final). | El proyecto que se propone requiere identificar, caracterizar y ejemplificar piezas del conocimiento didáctico-matemático especializado del profesor de matemáticas relacionadas con tareas para argumentar, para lo cual solicita la vinculación de un profesional en matemáticas con experiencia de cinco (5) años en investigación matemática, experticia en diseño curricular para programas de formación de profesores de matemáticas y análisis de tareas de formación profesional desde una perspectiva toulminiana), así como experticia en la elaboración de informes finales de investigación y en la escritura de textos académicos. | $8480000 |
| **TOTAL** | **1** |  | | **$8,480,000** |

**Evaluadores Expertos:**

Diligencie el siguiente formato con la información sugerida de:

* Dos (2) evaluadores internos de la UPN, preferiblemente de Facultad y grupo de investigación distinto a la del grupo de investigación que presenta la propuesta.
* Dos (2) evaluadores externos a la UPN, preferiblemente con formación de Doctorado, que estén en capacidad de evaluar la propuesta en la temática presentada a la SGP- CIUP.

**FORMATO PARA REGISTRO DE PARES EVALUADORES**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **EXPERTOS SUGERIDOS DE LA UPN** | | | | | |
| **1. INVESTIGADOR EXPERTO INTERNO** | | | | | |
| Nombre(s) completos: | Lyda Constanza | | | | |
| Primer Apellido: Mora | | | Segundo apellido: | | Mendieta |
| Dirección electrónica: lmendieta@pedagogica.edu.co | | | | | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: | | | | 4 | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: | | | | Sin registro | |
| Formación Académica: Sin registro | | | | | |
| Dependencia académica a la que pertenece: Departamento de Matemáticas | | Facultad: Facultad de Ciencia y Tecnología | | | |
| Departamento: Departamento de Matemáticas | | | |
| **2. INVESTIGADOR EXPERTO INTERNO** | | | | | |
| Nombre(s) completos: Edgar Alberto | | | | | |
| Primer Apellido: Guacaneme | | | Segundo apellido: Suárez | | |
| Dirección electrónica: guacaneme@pedagogica.edu.co | | | | | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: 3115336049 | | | | | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: Sin registro | | | | | |
| Formación Académica: Magister en Educación - Doctor en Educación - Licenciado en en Ciencias de la Educación - | | | | | |
| Dependencia académica a la que pertenece: Departamento de Matemáticas | | | Facultad: Facultad de Ciencia y Tecnología | | |
| Departamento: Departamento de Matemáticas | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **EXPERTOS EXTERNOS A LA UPN SUGERIDOS** | |
| **1. INVESTIGADOR EXPERTO** | |
| Nombres completos: Jorge Andrés | |
| Primer Apellido: Toro | Segundo apellido: Uribe |
| Dirección electrónica: jandres.toro@udea.edu.co | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: | |
| Institución a la que pertenece: Sin registro | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: Sin registro | |
| Formación Académica: Sin registro | |
| **2. INVESTIGADOR EXPERTO** | |
| Nombres completos: Sin registro | |
| Primer Apellido: Sin registro | Segundo apellido: Sin registro |
| Dirección electrónica: Sin registro | |
| Teléfonos / Fax / Extensión y No de Celular: Sin registro | |
| Institución a la que pertenece: Sin registro | |
| Área o campo del conocimiento en la que es experto: Sin registro | |
| Formación Académica: Sin registro | |

**ANEXOS**

1. Se deben tener en cuenta los aspectos considerados en los términos de referencia de la convocatoria [↑](#footnote-ref-1)
2. **Si aplica:** Para los proyectos que tengan una duración mayor a dos períodos académicos, se debe registrar para cada vigencia (año) el presupuesto previsto e incluir una tabla adicional con los mismos ítems diligenciando el total de los recursos del proyecto. Esta indicación también opera para recursos de proyectos con cofinanciación. [↑](#footnote-ref-2)