3. Wytwórnia cukierków paczkuje w torebki po około 200 sztuk mieszankę złożoną z dwóch rodzajów cukierków, przy czym paczkowane są dwa typy mieszanek. Mieszanka typu *A* zawiera 40% cukierków pierwszego rodzaju i 60% drugiego rodzaju, natomiast mieszanka typu *B* zawiera jednakowe liczby cukierków obydwu rodzajów. Do weryfikacji hipotezy $H_0: p = 40\%$, że mieszanka jest typu *A*, wobec hipotezy alternatywnej $H_1: p = 50\%$, zaproponowano następującą procedurę: jeśli wśród 5 cukierków wylosowanych z torebki znajdą się więcej niż 3 cukierki pierwszego rodzaju, to odrzuca się hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej. W przeciwnym przypadku przyjmuje się hipotezę zerową. Przy tak określonej procedurze testowej, znaleźć prawdopodobieństwa błędów obydwu rodzajów oraz moc testu.

Odp.: $\alpha \approx 0{,}084$, $\beta \approx 0{,}815$.

Odpowiedzi:

Ilość cukierków w torebce n=200

Znamy ilość cukierków w torebce i ilość w procentach każdego rodzaju, więc możemy zastosować rozkład hipergeometryczny.

- DLA TYPU A:

$$n = 200 \cdot 0.4 = 80, \;\; m = 200 \cdot 0.6 = 120$$

X – zmienna losowa dla typu A

- DLA TYPU B:

$$n = 200 \cdot 0.5 = 100, \;\; m = 200 \cdot 0.5 = 100$$

Y – zmienna losowa dla typu B

Dla typu A określamy zbiór krytyczny jako zbiór:

$$R = \{4,5\}$$

Obliczenie prawdopodobieństwa błędu I rodzaju – α:

$$\alpha = P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$$

Korzystając z wspomagania komputerowego – języka programowania R obliczamy:

```
> p<-phyper(3,80,120,5)
> 1-p
[1] 0.08432931
```

$$\alpha = 0.08432931$$

Następnie przechodzimy do obliczania błędu II rodzaju β – zakładamy, że hipoteza alternatywna jest prawdziwa. Korzystamy zatem z rozkładu hiperbolicznego zmiennej Y.

$$\beta = 1 - P(Y > 3) = 1 - \big(1 - P(Y \leq 3)\big) = P(Y \leq 3)$$

```
> p<-phyper(3,100,100,5)
> p
[1] 0.8156646
```

$$\beta = 0.8156646$$

Aby obliczyć moc testy musimy obliczyć $1 - \beta$, więc:

$$1 - \beta = 1 - 0.8156646 = 0.1843354$$

```
> 1-p
[1] 0.1843354
```

Zatem możemy wnioskować, że moc testu wynosi 0.184

4. (Studium przypadku) Pascal jest językiem programowania wysokiego poziomu, stosowanym często do oprogramowywania mikrokomputerów. W celu zbadania wskaźnika p zmiennych pascalowych typu tablicowego został przeprowadzony eksperyment. Dwadzieścia zmiennych zostało losowo wybranych ze zbioru programów pascalowych i liczba X zmiennych typu tablicowego została odnotowana. Celem poznawczym jest zweryfikowanie hipotezy, że pascal jest językiem o większej wydolności (tj. ma większy udział zmiennych typu tablicowego) niż algol, dla którego, jak pokazało doświadczenie, jedynie 20% zmiennych jest typu tablicowego.

a) Skonstruować test statystyczny do zweryfikowania postawionej hipotezy.

b) Znaleźć α dla zbioru odrzuceń $X \geq 8$.

c) Znaleźć α dla zbioru odrzuceń $X \geq 5$.

d) Znaleźć β dla zbioru odrzuceń $X \geq 8$, jeżeli $p = 0{,}5$ (doświadczenie pokazuje, że około połowa zmiennych w programach pascalowskich jest typu tablicowego).

e) Znaleźć β dla zbioru odrzuceń $X \geq 5$, jeżeli $p = 0{,}5$.

f) Który ze zbiorów odrzuceń $X \geq 8$ czy $X \geq 5$ jest bardziej pożądany, jeżeli minimalizowany jest:

A) błąd I rodzaju?
B) błąd II rodzaju?

g) Znaleźć jednostronny zbiór odrzuceń postaci $X \geq a$, tak aby poziom ufności był w przybliżeniu równy $\alpha = 0{,}01$.

h) Dla zbioru odrzuceń wyznaczonego w poprzednim punkcie znaleźć moc testu, jeżeli $p = 0{,}4$.

i) Dla zbioru odrzuceń wyznaczonego w punkcie g) znaleźć moc testu, jeżeli $p = 0{,}7$.

Odp. b) 0.032, c) 0.370, d) 0.132, e) 0.006, f) A) $X \geq 8$; B) $X \geq 5$, g) $X \geq 9$, h) 0,596, i) 0,005.

a)

n=20

X – zmienna losowa opisująca liczbę zmiennych typu tablicowego Pascal,

$$X \sim B(p), p - nieznany$$

Dla programu Algol – rozkład dwumianowy z parametrem $p_0 = 0.2$

Hipoteza: Pascal jest językiem programowania o większej zdolności niż Algol, stąd p dla Pascal jest większa niż p dla Algol. Mamy do czynienia z ostrą nierównością więc mamy hipotezę alternatywną.

H_0	$p \leq p_0 = 0.2$
H_1	$p > p_0 = 0.2$

Znając już te rzeczy korzystamy z:

5	$\begin{cases} p = p_0 \\ p \leq p_0 \\ p \geq p_0 \end{cases}$	$\begin{cases} p \neq p_0 \\ p > p_0 \\ p < p_0 \end{cases}$	$X \sim B(p)$, parametr p nieznany, $0 < p_0 \mp 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} < 1$	$Z = \frac{\bar{P}_n - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$\approx \mathcal{N}(0;1)$	$\begin{cases} (-\infty;\ z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{1-\frac{\alpha}{2}};\infty) \\ (z_{1-\alpha};\infty) \\ (-\infty;\ z_{\alpha}) \end{cases}$

Aby móc zastosować statystykę musimy sprawdzić warunek:

$$0 < p_0 \mp \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} < 1$$

$$0 < 0.2 \mp \sqrt{\frac{0.2(1-0.2)}{20}} < 1$$

$$0 < 0.2 \mp 0.08944272 < 1$$

Wnioskujemy, że warunek jest spełniony.

Zatem możemy zastosować statystykę zbliżona do N(0,1):

$$z = \frac{\overline{P_n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

b) Zbiór odrzuceń – zbiór liczb, dla których odrzucamy hipotezę zerową, to znaczy odrzucamy, że Pascal jest mniej wydajny.
   $X \geq 8$, więc zbiór krytyczny: $R = \{8,9,10,..,20\}$
   Więc błąd I rodzaju dla hipotezy zerowej wynosi:
   $$\alpha = P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$$
   Obliczymy to korzystając z R:
```
> 1-pbinom(7,20,0.2)
[1] 0.03214266
```
   Więc $\alpha = 0.03214266$.

c) Podobnie jak w b) wyznaczamy zbiór odrzuceń:
   $$R = \{5,6, \dots ,20\}$$
   Błąd I rodzaju wynosi:
   $$\alpha = P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$$
```
> 1-pbinom(4,20,0.2)
[1] 0.3703517
```
   Więc $\alpha = 0.3703517$.

d) Teraz mamy zbiór odrzuceń jest jak w b) jednak p=0.5
   $X \geq 8$, więc zbiór krytyczny: $R = \{8,9,10,..,20\}$
   $$\beta = 1 - P(X \geq 8) = P(X \leq 7)$$
```
> pbinom(7,20,0.5)
[1] 0.131588
```
   Zatem $\beta = 0.131588$.

e) Teraz mamy zbiór odrzuceń jest jak w c) jednak p=0.5
   $$R = \{5,6, \dots ,20\}$$
   $$\beta = 1 - P(X \geq 5) = P(X \leq 4)$$
```
> pbinom(4,20,0.5)
[1] 0.005908966
```
   Zatem $\beta = 0{,}005908966$.

f) Po wykonanych obliczeniach w podpunktach a)-e) możemy stwierdzić, że :

A) Dla minimalizowania błędu I rodzaju bardziej pożądany jest zbiór odrzuceń $X \geq 8$, ponieważ dla $X \geq 8, \alpha = 0.03214266$, a dla $X \geq 5, \alpha = 0.3703517$.

B) Dla minimalizowania błędu II rodzaju bardziej pożądany jest zbiór odrzuceń dla $X \geq 5$, ponieważ dla dla $X \geq 5, \beta = 0{,}005908966$ a dla $X \geq 8, \beta = 0.131588$.

g) Teraz odwrócone jest nasze zadanie i szukamy takiego a aby α = 0.01.

$$X \geq a, \alpha = 0.01$$
$$\alpha = 0.01$$
$$\alpha = P(X \geq a)$$

$$\alpha = 1 - P(X \leq a - 1)$$

$$P(X \leq a - 1) = 0.99$$

$$a - 1 = F^{-1}(0.99)$$

$$a = F^{-1}(0.99) + 1$$

```
> qbinom(0.99,20,0.2)+1
[1] 9
```

$$a = 8 + 1 = 9$$

h)

$$p = 0.4$$
$$X \geq 9$$
$$R = \{9,10,11,\dots,20\}$$
$$\beta = 1 - P(X \geq 9) = P(X \leq 8) = 0.5955987$$

Moc testu wynosi $1 - \beta = 0.4044013$

```
> pbinom(8,20,0.4)
[1] 0.5955987
> 1-pbinom(8,20,0.4)
[1] 0.4044013
```

i)

$$p = 0.7$$
$$X \geq 9$$
$$R = \{9,10,11,\dots,20\}$$
$$\beta = 1 - P(X \geq 9) = P(X \leq 8) = 0.055138162$$

Moc testu wynosi $1 - \beta = 0.9948618$

```
> pbinom(8,20,0.7)
[1] 0.005138162
> 1-pbinom(8,20,0.7)
[1] 0.9948618
```

10. Wzrost losowo wybranej osoby z pewnej populacji ma rozkład normalny o nieznanych parametrach. Pobrano próbę losową o liczności $n = 26$ i po obliczeniu przedziału ufności na poziomie 0,9 otrzymano następujący wynik: (162; 178)(cm). Wygenerować próbę złożoną z 26 pomiarów według rozkładu $\mathcal{N}(\overline{\boldsymbol{x}}, s_{26})$ i na poziomie istotności 0,05 zweryfikować hipotezy

a) średni wzrost ludzi z badanej populacji jest większy od 178 cm.

b) odchylenie standardowe wzrostu ludzi z badanej populacji jest mniejsze od 24 cm.

$$X \sim N(m = ?, \sigma = ?)$$

n=26

dla $1 - \alpha = 0.9, \alpha = 0.1$ mamy przedział ufności (162; 178)

Korzystając z wzorów poniżej układamy układ równań:

$X \sim \mathcal{N}(m, \sigma)$, σ nieznane, n dowolne	m	$\bar{X}_n \mp t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{S_n}{\sqrt{n}}$

```
> qt(0.95,25)
[1] 1.708141
```

$$\begin{cases} \overline{X_{26}} - t_{0.95,25}\left(\frac{s_{26}}{\sqrt{26}}\right) = 162 \\ \overline{X_{26}} + t_{0.95,25}\left(\frac{s_{26}}{\sqrt{26}}\right) = 178 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{X_{26}} - 1{,}708141\left(\frac{s_{26}}{\sqrt{26}}\right) = 162 \\ \overline{X_{26}} + 1{,}708141\left(\frac{s_{26}}{\sqrt{26}}\right) = 178 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{X_{26}} = 162 + 0{,}334994\, S_{26} \\ \overline{X_{26}} = 178 - 0{,}334994\, S_{26} \end{cases}$$

$$178 - 0{,}334994\, S_{26} = 162 + 0{,}334994\, S_{26}$$

$$0{,}669988\, S_{26} = 16$$

$$S_{26} = 23{,}881025$$

Znając już S_{26} możemy obliczyć $\overline{X_{26}}$:

$$\overline{X_{26}} = 162 + 0{,}334994\, S_{26}$$

$$\overline{X_{26}} = 162 + 0{,}334994 \cdot 23{,}881025$$

$$\overline{X_{26}} = 170$$

Wynik naszych obliczeń to:

$$\begin{cases} S_{26} = 23{,}881025 \\ \overline{X_{26}} = 170 \end{cases}$$

Możemy już wygenerować próbę o rozkładzie

$$X \sim N(170, 23.88)$$

do dalszych obliczeń, skorzystamy z wspomagania komputerowego – R:

```
> proba<-rnorm(26,170,23.88)
> sort(proba)
 [1] 114.6494 118.7802 129.8390 133.4661 137.5588 147.4628 147.9447 148.4852
 [9] 150.6109 151.9078 153.5022 160.3992 160.5664 165.7912 175.3132 178.6199
[17] 185.7375 186.3606 186.8472 189.2437 191.2980 193.6203 195.9282 202.4806
[25] 217.0427 218.2789
> mean(proba)
[1] 166.9898
> var(proba)
[1] 825.5149
> sqrt(var(proba))
[1] 28.73177
```

Z powyższych wyników wiemy, że dla naszej wygenerowanej próby mamy:

$$\overline{X_{26}} = 166.9898 \approx 167$$

$$S_n^2 = 825.5149 \approx 825.51$$

$$S_n = 28.73177 \approx 28.73$$

a) k – średni wzrost populacji
hipoteza zerowa: $H_0 : \ m \le 178$
hipoteza alternatywna: $H_1 : \ m > 178$

Nie znamy parametrów, więc korzystamy z:

$\begin{cases} m = m_0 \\ m \le m_0 \\ m \ge m_0 \end{cases}$	$\begin{cases} m \ne m_0 \\ m > m_0 \\ m < m_0 \end{cases}$	$X \sim \mathcal{N}(m;\sigma)$, parametr σ nieznany, n dowolne	$t = \frac{\bar{X}_n - m_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}$	t – Studenta z $n-1$ st. swobody	$\begin{cases} (-\infty;\ t_{\frac{\alpha}{2};n-1}) \cup (t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1};\infty) \\ (t_{1-\alpha;n-1};\infty) \\ (-\infty;\ t_{\alpha;n-1}) \end{cases}$

Obliczamy:

$$t = \frac{\overline{X_n} - m_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}$$

Następnie podstawiamy wartości z wygenerowanej próby:

$$t_0 = \frac{167 - 178}{\frac{28.73}{\sqrt{26}}} \approx -1.952287$$

Statystyka ta ma rozkład zbliżony do t-Studenta z n-1 stopniami swobody. Więc możemy obliczyć przedział krytyczny dla $\alpha = 0.05$.

```
> qt(0.95,25)
[1] 1.708141
```

$$t_{0.95,25} = 1.708141$$

Stąd przedział krytyczny to : $(1.708141;\ \infty)$.
Widzimy, że wartość t_0 nie należy do przedziału krytycznego, zatem odrzucamy hipotezę zerową.

Sprawdźmy jeszcze test typu < więc istotność testu:

$$p\ value = F_{t(25)}(-1.95) = 0.03123769$$

```
> pt(-1.95,25)
[1] 0.03123769
```

Ponieważ p value ≈0.31 < 0,05 = α , więc na przyjętym poziomie istotnością są podstawy do odrzucenia hipotezy zerowej, na rzecz hipotezy alternatywnej.
Odp. Średni wzrost nie będzie większy niż 178 cm.

b) Hipoteza alternatywna: odchylenie standardowe jest mniejsze od 24.
Hipoteza zerowa: odchylenie standardowe jest większe bądź równe 24.
Znamy rozkład, ale nie znamy parametrów, więc korzystamy z:

4	$\begin{cases}\sigma^2 = \sigma_0^2\\ \sigma^2 \le \sigma_0^2\\ \sigma^2 \ge \sigma_0^2\end{cases}$	$\begin{cases}\sigma^2 \ne \sigma_0^2\\ \sigma^2 > \sigma_0^2\\ \sigma^2 < \sigma_0^2\end{cases}$	$X\sim\mathcal{N}(m;\sigma)$, parametry m,σ nieznane, n dowolne	$\chi^2 = \frac{(n-1)S_n^2}{\sigma_0^2}$	chi-kwadrat z $n-1$ st. swobody	$\begin{cases}(0;\ \chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1};\infty)\\ (\chi^2_{1-\alpha;n-1};\infty)\\ (0;\chi^2_{\alpha;n-1})\end{cases}$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S_n^2}{\sigma_0^2}$$

$$\chi_0^2 = \frac{(24-1)\cdot 825.51}{24^2} \approx 32.96307$$

Zgodnie z tabelami wyznaczamy przedział krytyczny:

```
> qchisq(0.05,25)
[1] 14.61141
```

$$\chi^2_{0.05,25} = 14.61141$$

Zatem przedział krytyczny to (0, 14.61141).
Tutaj również χ_0^2 nie należy do przedziału krytycznego zatem nie możemy odrzucić hipotezy zerowej.
Możemy obliczyć p value

```
> x<-qchisq(0.05,25)
> 1-pchisq(x,25)
[1] 0.95
```

p value = 0.95

Ponieważ p value >0.05, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

16. Dla wylosowanej próby studentów otrzymano następujący rozkład tygodniowego czasu nauki (w godz.):

Czas nauki	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)	[10, 12)
Liczba studentów	10	28	42	30	15	7

Na poziomach istotności $\alpha_1 = 0{,}1$ i $\alpha_2 = 0{,}01$ sprawdzić hipotezy:

a) średni czas poświęcony tygodniowo na naukę dla badanej populacji studentów wynosi 6 godz.

b) średni czas poświęcony tygodniowo na naukę dla badanej populacji studentów wynosi poniżej 6 godz.;

c) wariancja tego czasu wynosi 4 godz.^{2};

d) wariancja tego czasu wynosi ponad 4 godz.^{2}.

Odpowiedzi:

a) Średni czas poświęcony na naukę wynosi 6h

Na początek będziemy potrzebować średnia podanej próby i wariancję. Korzystajmy z wzorów:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N}$$

$$S_n^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2 \cdot n_i}{N}$$

$$S_n = \sqrt{(S_n^2)}$$

Korzystając z powyższych wzorów oraz Excel otrzymujemy:

x_lewy	x_prawy	liczba studentów	x_śreodek	C*D	(x_srodek-srednia)^2*liczba studentow
0	2	10	1	10	202,5
2	4	28	3	84	175
4	6	42	5	210	10,5
6	8	30	7	210	67,5
8	10	15	9	135	183,75
10	12	7	11	77	211,75
		N		131	
		średnia		5,5	
		wariancja		6,496183	
		odchylenie standardowe		2,548761	

$$\bar{X} = 5.5$$

$$S_n^2 = 6{,}496183 \approx 6.5$$

$$S_n = 2{,}548761 \approx 2.55$$

$\begin{cases} m = m_0 \\ m \le m_0 \\ m \ge m_0 \end{cases}$	$\begin{cases} m \ne m_0 \\ m > m_0 \\ m < m_0 \end{cases}$	$X \sim N(m; \sigma)$, parametr σ nieznany, $n > 30$	$Z = \frac{\bar{X}_n - m_0}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}$	$\approx N(0;1)$	$\begin{cases} (-\infty; z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{1-\frac{\alpha}{2}}; \infty) \\ (z_{1-\alpha}; \infty) \\ (-\infty; z_{\alpha}) \end{cases}$

Rozkład – nieznany, parametry – nieznane więc zastosujemy statystykę:

$$Z = \frac{\bar{X}_n - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Dla dużych n – zbliżona do N(0,1)

	H_0	H_1
$\alpha_1 = 0.1$	m=6	m≠6
$\alpha_2 = 0.01$	m=6	m≠6

$$Z_0 = \frac{5.5 - 6}{\frac{2.55}{\sqrt{132}}} =^{EXCEL} -2.23386$$

Następnie wyznaczam obszar krytyczny:

$$\begin{cases}(-\infty;\ z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{1-\frac{\alpha}{2}}; \infty) \\ (z_{1-\alpha}; \infty) \\ (-\infty;\ z_{\alpha})\end{cases}$$

Dla $\alpha_1 = 0.1$:

```
> qnorm(0.1/2,0,1)
[1] -1.644854
> qnorm(1-0.1/2,0,1)
[1] 1.644854
```

Przedział: $(-\infty;\ -1.644854) \cup (1.644854;\ \infty)$

Dla $\alpha_1 = 0.01$:

```
> qnorm(0.01/2,0,1)
[1] -2.575829
> qnorm(1-0.01/2,0,1)
[1] 2.575829
```

Przedział: $(-\infty;\ -2.575829) \cup (2.575829;\ \infty)$.

Dla $\alpha_1 = 0.1$ wartość Z_0 należy do obszaru krytycznego, zatem odrzucamy hipotezę zerową – średni czas poświęcony na naukę wynosi 6h.

Dla $\alpha_2 = 0.01$ wartość Z_0 nie należy do obszaru krytycznego, zatem nie mamy mocy by odrzucić hipotezę zerową.

b) Średni czas poświęcony na naukę wynosi poniżej 6h

Wartość hipotezy dla statystyki:

$$Z_0 = \frac{5.5 - 6}{\frac{2.55}{\sqrt{132}}} =^{EXCEL} -2.23386$$

Hipotezy:

	H_0	H_1
$\alpha_1 = 0.1$	$m \geq 6$	m<6
$\alpha_2 = 0.01$	$m \geq 6$	m<6

Następnie podobnie jak do podpunktu a) obliczamy obszary krytyczne:

Dla $\alpha_1 = 0.1$:

```
> qnorm(0.1/2,0,1)
[1] -1.644854
```

Przedział: $(-\infty;\ -1.644854)$

Dla $\alpha_1 = 0.01$:

```
> qnorm(0.01/2,0,1)
[1] -2.575829
```

Przedział: $(-\infty;\ -2.575829)$

Dla $\alpha_1 = 0.1$ wartość Z_0 należy do obszaru krytycznego, zatem odrzucamy hipotezę – średni czas poświęcony na naukę poniżej 6h.

Dla $\alpha_2 = 0.01$ wartość Z_0 nie należy do obszaru krytycznego, zatem nie mamy mocy by odrzucić hipotezę alternatywną.

c) Wariancja czasu poświęconego na naukę wynosi $4h^2$

Hipoteza zerowa: $\sigma^2 = 4$

Hipoteza alternatywna: $\sigma^2 \neq 4$

Rozkład – nie znany, parametry – nieznane.

Do weryfikacji hipotezy skorzystam z:

$$Z = \frac{S_n^2 - \sigma_0^2}{\sigma_0^2}\sqrt{\frac{n}{2}}$$

Dla dużych n – zbliżona do N(0,1)

$$Z_0 = \frac{6{,}5 - 4}{4}\sqrt{\frac{132}{2}} =^{EXCEL} 5.077524$$

Następnie wyznaczam obszar krytyczny:

$$\begin{cases} (-\infty;\ z_{\frac{\alpha}{2}}) \cup (z_{1-\frac{\alpha}{2}}; \infty) \\ (z_{1-\alpha}; \infty) \\ (-\infty;\ z_{\alpha}) \end{cases}$$

Dla $\alpha_1 = 0.1$:

```
> qnorm(0.1/2,0,1)
[1] -1.644854
> qnorm(1-0.1/2,0,1)
[1] 1.644854
```

Przedział: $(-\infty;\ -1.644854) \cup (1.644854;\ \infty)$

Dla $\alpha_1 = 0.01$:

```
> qnorm(0.01/2,0,1)
[1] -2.575829
> qnorm(1-0.01/2,0,1)
[1] 2.575829
```

Przedział: $(-\infty;\ -2.575829) \cup (2.575829;\ \infty)$.

Wartość Z_0 nie należy do żadnego z obszarów krytycznych, więc odrzucamy hipotezę zerową i przyjmujemy, że wariancja czasu poświęcanego na naukę jest różna niż $4h^2$.

d) Wariancja czasu poświęconego na naukę wynosi ponad $4h^2$
Hipoteza zerowa: $\sigma^2 \leq 4$
Hipoteza alternatywna: $\sigma^2 > 4$

Rozkład – nie znany, parametry – nieznane.

Do weryfikacji hipotezy skorzystam z:

$$Z = \frac{S_n^2 - \sigma_0^2}{\sigma_0^2} \sqrt{\frac{n}{2}}$$

Dla dużych n – zbliżona do N(0,1)

$$Z_0 = \frac{6{,}5 - 4}{4} \sqrt{\frac{132}{2}} =^{EXCEL} 5.077524$$

Następnie obliczamy obszary krytyczne:

Dla $\alpha_1 = 0.1$:

```
> qnorm(0.1/2,0,1)
[1] -1.644854
```

Przedział: $(-\infty;\ -1.644854)$

Dla $\alpha_1 = 0.01$:

```
> qnorm(0.01/2,0,1)
[1] -2.575829
```

Przedział: $(-\infty;\ -2.575829)$

Wartość Z_0 nie należy do żadnego z obszarów krytycznych, więc odrzucamy hipotezę zerową i przyjmujemy, że wariancja czasu poświęcanego na naukę jest większa niż $4h^2$.