- 1. 어떤 대학교 남학생의 평균체중은 68kg이라는 귀무가설을 검정하려고 한다.
  - 체중의 모표준편차가  $\sigma=3.6$ 일 때, 검정통계량의 기각역을 x<67 또는 x>69라고 하면,
  - (1) 크기 n=36의 확률표본에서 제 1종 과오를 범할 확률을 구하여라.
  - (2) 크기 n = 64의 확률표본에서 제 1종 과오를 범할 확률을 구하여라.
  - (3) 만약 모평균의 참값이  $\mu = 70$ 일 때  $H_0$ 을 기각해야한다면, 크기 n = 64의 확률표본에서 제 2종 과오를 범할 확률을 구하여라.

### (sol)

(1) 귀무가설  $H_0: \mu = 68$ , 대립가설  $H_1: \mu \neq 68$ 

표본평균  $\overline{X}$ 의 분포는 중심극한정리에 의해  $\overline{X} \sim N(68, \frac{(3.6)^2}{36})$ 이다.

$$\begin{split} &\alpha \!=\! P(\,\overline{X} \!<\! 67 \mid \mu \!=\! 68\,) + P(\,\overline{X} \!>\! 69 \mid \mu \!=\! 68\,) \\ &=\! P(\,Z \!<\! \frac{67-68}{0.6}\,) + P(\,Z \!>\! \frac{67-69}{0.6}\,) \!=\! 2\,P(\,Z \!<\! -1.67\,) \!=\! 0.095 \end{split}$$

(2) 표본평균  $\overline{X}$ 의 분포는 중심극한정리에 의해  $\overline{X} \sim N(68, \frac{(3.6)^2}{64})$ 이다.

$$\begin{split} &\alpha\!=\!P(\,\overline{X}\!<\!67\,|\,\mu\!=\!68\,)\!+\!P(\,\overline{X}\!>\!69\,|\,\mu\!=\!68\,)\\ &=\!P(\,Z\!<\!\frac{67\!-\!68}{0.45}\,)\!+\!P(\,Z\!>\!\frac{67\!-\!69}{0.45}\,)\\ &=\!2\,P(\,Z\!<\!-2.22\,)\!=\!0.0264 \end{split}$$

(3) 표본평균  $\overline{X}$ 의 분포는 중심극한정리에 의해  $\overline{X} \sim N(70\,,\frac{(3.6)^2}{64}\,)$ 이다.

$$\begin{split} \beta &= P \big( 67 \le \overline{X} \le 69 \mid \mu = 70 \big) \\ &= P \big( \frac{67 - 70}{0.45} \le Z \le \frac{69 - 70}{0.45} \big) = P \big( -6.67 \le Z \le -2.22 \big) \\ &= P \big( Z \le -2.22 \big) - P \big( Z \le -6.67 \big) = 0.0132 - 0.0000 = 0.0132 \end{split}$$

- 2 현재 사용되는 감기 백신은 예방효과가 25%이며, 2년 동안 지속된다고 알려져 있다. 새로 개발된 감기 백신의 예방효과를 검증하기 위하 여 20명을 무작위로 추출하여 예방접종을 하였다. 새로운 백신을 접종한 사람 중 8명을 초과하여 2년 동안 감기에 걸리지 않았다면 새로 운 백신이 현재 백신보다 더 효과적이라고 여길것이다. 여기서 검정하려는 귀무가설을 '새로운 백신의 효과는 현재 백신의 효과와 같다' 로 하면, 대립가설은 '새로운 백신이 실제로 현재의 백신보다 더 효과적이다.'가 된다.
  - (1) 제 1종 과오를 범할 확률을 구하여라.
  - (2) 모비율의 참값이 p=0.5일 때, 제 2종 과오를 범할 확률을 구하여라.

# (sol)

X를 2년 동안 감기에 걸리지 않을 사람수라고 하자.

(1) 
$$\alpha = P(X > 8 \mid p = 0.25) = \sum_{x=9}^{20} {20 \choose x} (0.25)^x (0.75)^{20-x}$$
  
=  $1 - \sum_{x=0}^{8} {20 \choose x} (0.25)^x (0.75)^{20-x} = 1 - 0.9591 = 0.0409$ 

(2) 
$$\beta = P(X \le 8 \mid p = 0.5) = \sum_{x=0}^{8} {20 \choose x} (0.5)^x (0.5)^{20-x} = 0.2517$$

## (다른풀이)

귀무가설  $H_0: \hat{p} \le 0.25$ , 대립가설  $H_1: \hat{p} > 0$ .

귀무가설 
$$H_0: p \le 0.25$$
, 대립가설  $H_1: p > 0.25$  
$$(1) \hat{p} \approx N(0.25, \frac{(0.25)(0.75)}{20})$$
이므로,  $Z = \frac{\hat{p} - 0.25}{\sqrt{\frac{(0.25)(0.75)}{20}}} \approx N(0,1)$ 이다. 
$$\alpha = P(\hat{p} > \frac{8}{20} \mid p = 0.25) = P(Z > \frac{0.425 - 0.25}{\sqrt{\frac{(0.25)(0.75)}{20}}}) = P(Z > 1.5149) = 0.0607$$
 연속성보정:  $\alpha = P(\hat{p} > \frac{8.5}{20} \mid p = 0.25) = P(Z > \frac{0.4 - 0.25}{\sqrt{\frac{(0.25)(0.75)}{20}}}) = P(Z > 1.5149) = 0.03535$ 

$$(2) \ \beta = P(\hat{p} \le \frac{8}{20} \mid p = 0.5) = P(Z \le \frac{0.4 - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{20}}}) = P(Z \le -0.8944) = 0.1855$$

연속성보정 : 
$$\beta = P(\hat{p} \le \frac{8.5}{20} \mid p = 0.5) = P(Z \le \frac{0.425 - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{20}}}) = P(Z \le -0.6708) = 0.2512$$

**3.** 어느 꽁치 통조림의 염분함량이 5.0%라고 표시되어 있다.

이를 확인하기 위하여 64통을 조사한 결과 염분 함량이  $\overline{x}=5.2\%$ , s=0.8%이었다. 이 통조림의 염분 함량 표시는 정당하다고 할 수 있는가? 유의수준 5% 에서 검정하여라.

### (sol)

① 귀무가설  $H_0: \mu=5$ , 대립가설  $H_1: \mu \neq 5.0$ 

② 검정통계량 
$$\overline{X} \sim N(5,\frac{\sigma^2}{64})$$
의 확률분포 :  $T = \frac{\overline{X} - 5}{\frac{S}{\sqrt{64}}} \sim t(63)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $|T| > t_{\mathbf{63},0.025} = 1.998$ 

④ 검정통계량의 관찰값 : 
$$\overline{x}=5.2,\ s=0.8$$
이므로  $t_0=\frac{5.2-5}{0.8}=2>1.998$ 

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이므로, 귀무가설을 기각한다. 즉, 이 통조림의 염분함량 표시는 타당하지 않다.

4. 새로 나온 담배 한 개피당 니코틴 함량이  $20\,\mathrm{mg}$ 이라고 하자. 이를 확인하기 위하여  $10\,\mathrm{개피를}$  조사한 결과 다음 자료를 얻었다.

평균 니코틴 함량이  $20 \, \mathrm{mg}$  이상이라고 할 수 있는가? 유의수준  $5 \, \%$  에서 검정하여라.

#### (sol)

표본평균: 
$$\overline{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 21.5$$
, 표본분산  $s^2 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \overline{x})^2 = 5.1667 \implies s = 2.273$ 

① 귀무가설  $H_0: \mu \geq 20$ , 대립가설  $H_1: \mu < 20$ 

② 검정통계량 
$$\overline{X} \sim N(20, \frac{\sigma^2}{n})$$
의 확률분포 :  $T = \frac{\overline{X} - 20}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $T < -t_{9.0.05} = -1.833$ 

④ 검정통계량의 관찰값 : 
$$\overline{x}=21.5$$
 ,  $s=2.273$ 이므로  $t_0=\frac{21.5-20}{\frac{2.273}{\sqrt{10}}}=2.0868>-1.833$ 

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 담배 한 개피당 니코틴 평균 함량이  $20 \, \mathrm{mg}$  이상이라고 할 수 있다.

5. 어떤 대학 병원에서 단기간 동안 이 병원에 입원한 남녀 환자들의 입원 기간을 조사하여 다음을 얻었다. 이때 유의수준 5%에서 남자와 여자의 입원기간에 차이가 있는지 검정하여라. 단, 남자와 여자의 입원 기간은 각각 표준편차 5.6일, 4.5일인 정규분포에 따른다고 한다.

남자: 3 4 12 16 5 11 21 9 8 25 17 3 8 6 13 7 30 12 9 10

여자: 5 4 12 10 1 19 13 8 9 13 13 1 7 9 15 8 28

# (sol)

남자와 여자의 평균입원기간을  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ 라고 하자.

	표본의 크기	표본 평균	모표준편차
남자	$n_1 = 20$	$\overline{x} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} = 11.45$	$\sigma_1\!=\!5.6$
여자	$n_2\!=\!17$	$\overline{y} = \frac{1}{17} \sum_{i=1}^{17} = 10.2941$	$\sigma_2\!=\!4.5$

① 귀무가설  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ , 대립가설  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ 

② 검정통계량 
$$\overline{X} - \overline{Y} \sim N(0, \frac{(5.6)^2}{20} + \frac{(4.5)^2}{17})$$
의 확률분포 :  $Z = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - 0}{\sqrt{\frac{(5.6)^2}{20} + \frac{(4.5)^2}{17}}} \sim N(0, 1)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $|Z| > z_{0.025} = 1.96$ 

④ 검정통계량의 관찰값 : 
$$\overline{x} = 11.45$$
,  $\overline{y} = 10.2941$ 이므로  $z_0 = \frac{(11.45 - 10.2941) - 0}{\sqrt{\frac{(5.6)^2}{20} + \frac{(4.5)^2}{17}}} = 0.6959 < 1.96$ 

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 남자와 여자의 입원기간에는 차이가 없다. 6. 두 회사 A와 B에서 생산되는 타이어의 평균수명에 차이가 있는지 조사하기 위하여 각각 36개씩 타이어를 표본추출하여 조사한 결과 다음과 같았다. 두 회사에서 생산된 타이어의 평균 수명에 차이가 있는지 유의수준 5%에서 조사하여라. 단, 단위는 km이다.

A 회사 타이어 : 표본평균  $\overline{x} = 57300$ , 표본표준편차  $s_1 = 3550$  B 회사 타이어 : 표본평균  $\overline{y} = 56100$ , 표본표준편차  $s_2 = 3800$ 

# (sol)

A와 B회사에서 생산된 타이어의 평균 수명을 각각  $\mu_1, \mu_2$ 라고 하자

	표본의 크기	표본 평균	표본표준편차
A타이어	$n_1 = 36$	$\bar{x} = 57300$	$s_1 \! = \! 3550$
B타이어	$n_2 = 36$	$\bar{y} = 56100$	$s_2 \!=\! 3800$

① 귀무가설  $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ , 대립가설  $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ 

② 검정통계량 
$$\overline{X} - \overline{Y} \sim N(0, \frac{{\sigma_1}^2}{36} + \frac{{\sigma_2}^2}{36})$$
의 확률분포 :  $T = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - 0}{s_p \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36}}} \sim t(70)$ , where  $s_p^2 = \frac{1}{70} \left\{ 35 s_1^2 + 35 s_2^2 \right\}$ 

- ③ 유의수준 5%의 기각역 :  $|T| > t_{70,0.025} = 1.944$
- ④ 검정통계량의 관찰값:

$$\overline{x} = 57300 \,, \ \overline{y} = 56100 \, \mathrm{ol} \, \exists \ s_1 = 3550 \,, \ s_2 = 3800 \, \mathrm{ol} \, \exists \, \xi \,, \ s_p^{\ 2} = \frac{1}{70} \, \{ \, 35 \, (3550)^2 + 35 \, (3800)^2 \, \} = 13521250 \, \Rightarrow \ s_p = 3677.125 \, \mathrm{old} \, s_p = \frac{(57300 - 56100) - 0}{3677.125 \, \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36}}} = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{old} \, s_p = 1.3846 \, < 1.944 \, \mathrm{o$$

- ⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 두 회사에서 생산된 타이어의 평균수명에 차이가 없다.
- 7. 자동차 사고가 빈번히 일어나는 교차로의 신호체계를 바꾸면 사고를 줄일 수 있는지 알아보기 위하여 시범적으로 사고가 많이 발생하는 지역을 선정하여 지난 한달 동안 발생한 사고건수와 신호체계를 바꾼 후의 사고 건수를 조사한 결과 다음과 같았다. 유의수준 5%에서 신호체계를 바꾸면 사고를 줄일 수 있는지 조사하여라. 단, 사고 건수는 정규분포를 이룬다고 알려져 있다.

지역	1	2	3	4	5	6	7	8
바꾸기 전 $(x_i)$	5	10	8	9	5	7	6	8
바꾼 후 (y <sub>i</sub> )	4	9	8	8	4	8	5	8

### (sol)

신호체계를 바꾸기 전과 후의 평균 사고 건수를 각각  $\mu_1, \ \mu_2$ 라 하자.

우선 각 지역의 신호체계를 바꾸기 전후의 사고 건수에 대한 차  $d_i = x_i - y_i$ 를 구한다.

기여	1	2	2	4	5	6	7	Q	하
^1 ¬	1		3	4	9	0	1	O	H
$d_i = x_i - y_i$	1	1	0	1	1	-1	1	0	4

$$\overline{d} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{8} d_i = 0.5, \ s_d^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^{8} (d_i - \overline{d})^2 = 0.5714 \ \Rightarrow \ s_d = 0.7559$$

① 귀무가설  $H_0: d=\mu_1-\mu_2 \leq 0$ , 대립가설  $H_1: d=\mu_1-\mu_2 > 0$ 

② 검정통계량 
$$\overline{D} \sim N(0, {\sigma_d}^2)$$
의 확률분포 :  $T = \frac{\overline{D} - 0}{\frac{S_d}{\sqrt{8}}} \sim t(7)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $T>t_{7,0.05}=1.8946$ 

④ 검정통계량의 관찰값 :  $\overline{d} = \frac{1}{2} \,, \; s_d = 0.7559$ 이므로,

$$t_0 = \frac{0.5 - 0}{\frac{0.7559}{\sqrt{8}}} = 1.8708 < 1.8946$$

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 신호체계를 바꿔도 사고를 줄일 수 없다. 8. 어느 항공사의 예약 취소율을 10% 정도로 예상하였다. 실제로 금년의 예약 취소는 100건 중에 15건이었다. 이 항공사의 예상이 잘못되었다고 확신할 수 있는가? 유의수준 5% 에서 검정하여라.

#### (sol)

① 귀무가설  $H_0: p=0.1$ , 대립가설  $H_1: p \neq 0.1$ 

② 검정통계량 
$$\hat{p} \approx N(0.1, \frac{(0.1)(0.9)}{100})$$
의 확률분포 :  $Z = \frac{\hat{p} - 0.1}{\sqrt{\frac{(0.1)(0.9)}{100}}} \approx N(0,1)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $|Z|>z_{0.025}=1.96$ 

④ 검정통계량의 관찰값 : 
$$\hat{p} = \frac{15}{100} = 0.15$$
이므로,  $z_0 = \frac{0.15 - 0.1}{\sqrt{\frac{(0.1)(0.9)}{100}}} = 1.667 < 1.96$ 

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다. 즉, 항공사 주장에 타당성이 있다.

9. 어떤 특정한 국가 정책에 대한 여론의 반응을 알아보기 위한 여론조사를 실시하여 다음 결과를 얻었다. 이 결과를 이용하여 국민의 절반이 이 정책을 지지한다고 할 수 있는지 유의수준 5%에서 검정하여라.

- (1) 900명을 상대로 여론조사한 결과 510명이 찬성하였다.
- (2) 90명을 상대로 여론조사한 결과 51명이 찬성하였다.

### (sol)

(1) ① 귀무가설  $H_0: p = 0.5$ , 대립가설  $H_1: p \neq 0.5$ 

② 검정통계량 
$$\hat{p} \approx N(0.5, \frac{(0.5)(0.5)}{900})$$
의 확률분포 :  $Z = \frac{\hat{p} - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{900}}} \approx N(0,1)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $|Z|>z_{0.025}=1.96$ 

④ 검정통계량의 관찰값 : 
$$\hat{p} = \frac{510}{900} = 0.5667$$
이므로,  $z_0 = \frac{0.5667 - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{900}}} = 4 > 1.96$ 

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이므로, 귀무가설을 기각한다.

(2) ① 귀무가설  $H_0: p=0.5$ , 대립가설:  $p \neq 0.5$ 

② 검정통계량 
$$\hat{p} \approx N(0.5, \frac{(0.5)(0.5)}{90})$$
의 확률분포 :  $Z = \frac{\hat{p} - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{90}}} \approx N(0,1)$ 

③ 유의수준 5%의 기각역 :  $|Z|>z_{0.025}=1.96$ 

④ 검정통계량의 관찰값 : 
$$\hat{p} = \frac{51}{90} = 0.5667$$
이므로,  $z_0 = \frac{0.5667 - 0.5}{\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{90}}} = 1.265 < 1.96$ 

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않므로, 귀무가설을 기각하지 않는다.

- 10. 두 표본분포  $X \sim B(20, p_1)$ 과  $Y \sim B(30, p_2)$ 에 대하여 성공이 각각 x = 7, y = 12로 관찰되었다.
  - $(1) \hat{p}_1 \hat{p}_2$ 에 대한 99% 신뢰구간을 구하여라.
  - (2) 가설  $H_0$  :  $p_1 = p_2$ ,  $H_1$  :  $p_1 < p_2$ 를 유의수준 1% 에서 검정하여라.

(sol)

(1) 
$$x=7$$
,  $y=12$ 이므로,  $\hat{p}_1=\frac{7}{20}=0.35$ ,  $\hat{p}_2=\frac{12}{30}=0.4$ 이다.

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \approx N(p_1 - p_2, \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2})$$

99% 오차 한계 : 
$$e_{99\%} = z_{0.005} \sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}} = 2.58 \sqrt{\frac{(0.35)(0.65)}{20} + \frac{(0.4)(0.6)}{30}} = 0.3591$$

99% 신뢰 구간 : 
$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - e_{99\%}, \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + e_{99\%}) = (-0.05 - 0.3591, -0.05 + 0.3591) = (-0.4091, 0.3091)$$

- (2) ① 귀무가설  $H_0: p_1-p_2 \ge 0$ , 대립가설  $H_1: p_1-p_2 < 0$ 
  - ② 검정통계량  $\hat{p}_1 \hat{p}_2 \approx N(0, \frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2})$ 의 확률분포 :  $Z = \frac{\hat{p}_1 \hat{p}_2 0}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}} \approx N(0, 1)$
  - ③ 유의수준 1%의 기각역 :  $Z < -z_{0.01} = -2.326$
  - ④ 검정통계량의 관찰값:  $\hat{p}_1 = \frac{7}{20} = 0.35$ ,  $\hat{p}_2 = \frac{12}{30} = 0.4$ 이므로,

$$z_0\!=\!\frac{(0.35)\!-\!(0.4)\!-\!0}{\sqrt{\frac{(0.35)(0.65)}{20}\!+\!\frac{(0.4)(0.6)}{30}}}\!=\!-\,0.3592\!>\!-\,2.326$$

- ⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다.
- 11. 성인 남녀의 스트레스 차이를 비교하면, 여자는 남자보다 5% 정도 더 많은 스트레스를 받는다고 한다. 이를 알아보기 위하여 조사한 결과, 1577명의 성인 남자 가운데 60.8% 그리고 1540명의 성인 여자 가운데 67.5%가 어느 정도 이상의 스트레스에 시달리고 있는 것으로 나타났다. 이 자료를 근거로 여자가 남자보다 5% 정도 더 많은 스트레스를 받는지 유의수준 1% 에서 검정하여라.

(801)

여자와 남자가 스트레스를 받는 비율을 각각  $p_1, p_2$ 라 하자.

- ① 귀무가설  $H_0: p_1 p_2 = 0.05$ , 대립가설  $H_1: p_1 p_2 \neq 0.5$
- ② 검정통계량  $\hat{p}_1 \hat{p}_2 \approx N(0.05, \frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2})$ 의 확률분포 :  $Z = \frac{\hat{p}_1 \hat{p}_2 0.05}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}} \approx N(0,1)$ 
  - ③ 유의수준 1%의 기각역 :  $|Z| < z_{0.005} = 2.58$
  - ④ 검정통계량의 관찰값 : 표본의 크기  $n_1$ =1540,  $n_2$ =1577가 충분히 크므로,  $p_1 \approx \hat{p}_1$ =0.675,  $p_2 \approx \hat{p}_2$ =0.608이라 한다.

$$z_0\!=\!\frac{(0.675)\!-\!(0.608)\!-\!0.05}{\sqrt{\frac{(0.675)(0.325)}{1540}\!+\!\frac{(0.608)(0.392)}{1577}}}\!=\!0.9889\!<\!2.58$$

⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이지 않으므로, 귀무가설을 기각하지 않는다.

- 12 정규분포를 따르는 신생아 몸무게에 대하여 귀무가설  $H_0: \sigma \geq 5.75$ 를 유의수준  $10\,\%$  에서 검정하고자 한다. 단, 단위는 kg이다.
  - (1) 임의로 선정한 81 명의 신생아 몸무게의 표본표준편차가  $4.96 \, \mathrm{kg}$ 일 때 귀무가설에 대한 주장을 검정하여라.
  - (2) 이 검정에 대한 대략적인 p값을 구하고, 귀무가설에 대한 주장을 검정하여라.

## (sol)

- ※ 모표준편차에 대한 검정은 모분산의 검정으로 바꾼다.
- ① 귀무가설  $H_0: \sigma^2 \geq (5.75)^2$ , 대립가설  $H_1: \sigma^2 < (5.75)^2$
- ② 검정통계량  $S^2$ 의 확률분포 :  $V = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$
- ③ 유의수준 5%의 기각역 :  $V < v_{80,0.1} = 64.2778$
- ④ 검정통계량의 관찰값 : s=4.96이므로,  $v_0=\frac{80(4.96)^2}{(5.75)^2}=59.5275<64.2778$
- ⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이므로, 귀무가설을 기각한다.
- 13. 독립인 두 정규모집단으로부터 각각 크기 16과 21인 표본을 추출한 결과, 표본 A에서 표본표준편차  $s_1 = 5.96$ , 표본 B에서 표본표준편차  $s_2 = 11.40$ 을 얻었다. 이 자료를 근거로 귀무가설  $H_0$ :  ${\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2$ 을 유의수준 5%에서 검정하여라.

# (sol)

① 귀무가설 
$$H_0: \frac{{\sigma_1}^2}{{\sigma_2}^2} = 1$$
, 대립가설  $H_1: \frac{{\sigma_1}^2}{{\sigma_2}^2} \neq 1$ 

② 검정통계량 
$$\frac{{S_1}^2}{{S_2}^2}$$
의 확률분포 :  $F = \frac{{S_1}^2/{\sigma_1}^2}{{S_2}^2/{\sigma_2}^2} \sim F(n_1-1,n_2-1)$ 

- ③ 유의수준 5%의 기각역 :  $F < f_{0.975}(15,20) = 0.3629$ ,  $F > f_{0.025}(15,20) = 2.5731$
- ④ 검정통계량의 관찰값 :  $s_1 = 5.96$ ,  $s_2 = 11.40$ 이므로,  $f_0 = \frac{(5.96)^2}{(11.40)^2} = 0.2733 < 0.3629$
- ⑤ 검정통계량의 관찰값이 기각역안에 놓이므로, 귀무가설을 기각한다.