

1.  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률질량함수가 다음과 같다.

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{9}, & (x,y) = (0,0), (0,2), (1,0), (1,2), (2,1) \\ \frac{2}{9}, & (x,y) = (0,1), (2,0) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률질량함수를 구하고,  $X$ 와  $Y$ 의 독립성을 조사하여라.  
 (2)  $X \leq 1$ 일 때,  $Y$ 의 조건부확률질량함수를 구하여라.

2. 두 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f_{X,Y}(x,y) = k \left( \frac{1}{3} \right)^{x-1} \left( \frac{1}{4} \right)^{y-1}, \quad x=1,2,3,\dots, y=1,2,3,\dots$$

- (1) 상수  $k$ 를 구하여라.  
 (2)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률밀도함수를 구하고,  $X$ 와  $Y$ 의 독립성을 조사하여라.  
 (3)  $P(X+Y=4)$ 를 구하여라.  
 (4)  $P(X \leq 2 | X+Y=4)$ 를 구하여라.  
 (5)  $P(1 \leq X \leq 3, 2 \leq Y \leq 5)$ 를 구하여라.

3. 어떤 기계장치는 두 부품 중 어느 하나가 고장 날 때까지 작동한다. 그리고 두 부품의 수명에 대한 결합밀도함수는 다음과 같다. 단, 단위는 월이다.

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{6(50-x-y)}{125000}, & 0 < x < 50-y < 50 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 기계장치가 10개월 안에 작동이 멈출 확률을 구하여라.  
 (2) 기계장치가 현재로부터 20개월 이상 작동할 확률을 구하여라.  
 (3)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률밀도함수를 구하고,  $X$ 와  $Y$ 의 독립성을 조사하여라.  
 (4)  $X=20$ 일 때,  $Y \leq 20$ 인 조건부 확률을 구하여라.

4. 두 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ke^{x+y}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 상수  $k$ 를 구하여라.  
 (2)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률밀도함수를 구하고,  $X$ 와  $Y$ 가 i.i.d. 확률변수인지 조사하여라.  
 (3)  $P(0.2 \leq X \leq 0.8, 0.2 \leq Y \leq 0.8)$ 를 구하여라.  
 (4)  $Y = \frac{1}{2}$ 일 때,  $X$ 의 조건부확률밀도함수를 구하여라.

5.  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수는 네 점  $(0,1), (1,0), (0,-1), (-1,0)$ 을 꼭짓점으로 갖는 영역  $D$ 에서

$$f_{X,Y}(x,y) = k, \quad (x,y) \in D$$

로 주어진다.

- (1) 상수  $k$ 를 구하여라.  
 (2)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률밀도함수를 구하여라.  
 (3)  $X$ 와  $Y$ 의 기댓값과 분산을 구하여라.  
 (4)  $E[XY]$ 와  $\text{Cov}(X,Y)$ 를 구하여라.

6.  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률밀도함수가 다음과 같다.

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} x+y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1)  $X$ 와  $Y$ 의 공분산과 상관계수를 구하여라.  
 (2) 기댓값  $E[X-2Y]$ 와 분산  $\text{Var}[X-2Y]$ 를 구하여라.  
 (3) 공분산  $\text{Cov}(X-Y, X+Y)$ 를 구하여라.

7. 하나의 동전을 3번 던졌을 때 나오는 앞면의 수를  $X$ , 처음 2번의 시행에서 뒷면의 수를  $Y$ 라 하자.  
 두 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 공분산과 상관계수를 구하여라.