

# GENERACIÓ D'HORARIS D'INSTITUT AMB OPERACIONS LÒGIQUES

Ismael El Habri

Tutors: Dr. Josep Suy i Dr. Jordi Coll

Universitat de Girona

10 de setembre del 2019

# Índex

- 1 Introducció
  - Marc de treball
  - Objectius
  - Metodologia
  - Planificació
  - Pressuposts
- 2 Implementació
  - Parser
  - Model
  - Restriccions
- 3 Conclusions i Resultats
  - Resultats
  - Conclusions
- 4 Demostració

Confecció d'horaris, problema recurrent amb el que es troben els instituts  $\Rightarrow$  High School TimeTabling problem (HSTT)

|               | Dilluns      | Dimarts    | Dimecres     | Dijous   | Divendres    |
|---------------|--------------|------------|--------------|----------|--------------|
| 8:30 – 9:30   | Tecnologia   | Naturals   | Socials      | Socials  | Català       |
| 9:30 – 10:30  | Matemàtiques | Anglès     | Optativa     | Castellà | Castellà     |
| 11:30 – 12:00 | PATI         |            |              |          |              |
| 12:00 – 13:00 | Castellà     | Música     | Anglès       | Català   | Naturals     |
| 13:00 – 14:00 | Anglès       | Català     | Matemàtiques | Naturals | Ed.Física    |
| 14:00 – 15:00 | Ed. Física   | Tecnologia | Música       | Tutoria  | Matemàtiques |

- Alta combinatòria i complexitat, és un problema NP-Comple.
- Repartir events i recursos de manera viable i tenint en compte preferències del professorat.
- Diferents països, diferents necessitats  $\Rightarrow$  més complexitat!

## Marc de treball

- Grup de recerca de Lògica i Programació
- API SMT desenvolupada pel Dr. Jordi Coll. API per a la codificació de problemes SAT, SMT o MaxSAT, actuant com a interfície per a diferents solvers. En aquest treball s'utilitzarà el Yices 2. També té implementades les diferents implementacions de múltiples restriccions globals.
- Com a punt de partida s'ha utilitzat el treball realitzat el 2015 per en Cristòfor Nogueira. Mentre ell ha utilitzat BitVectors i MaxSAT, en aquest treball s'utilitzarà LIA. Així s'han aconseguit uns resultats superiors pel que fa el temps d'execució.



# Objectius

- Aprofundir sobre el tema.
  - Problema de generació d'horaris d'institut.
  - Problemes de satisfacció de restriccions(CSP).
  - Tècniques per resoldre problemes CSP com ara SAT i extensions.
- Crear un generador.

# Metodologia

- Estudi del treball previ i estat de l'art
  - ① SAT
  - ② MaxSAT
  - ③ SMT
- Entregues periòdiques
- Prototipatge

# Planificació

- ① Estudi del problema i la seva duresa.
- ② Disseny i implementació
  - ① Parser i estructura de dades
  - ② Codificació model i restriccions
  - ③ Tractament de la solució
- ③ Estudi dels resultats

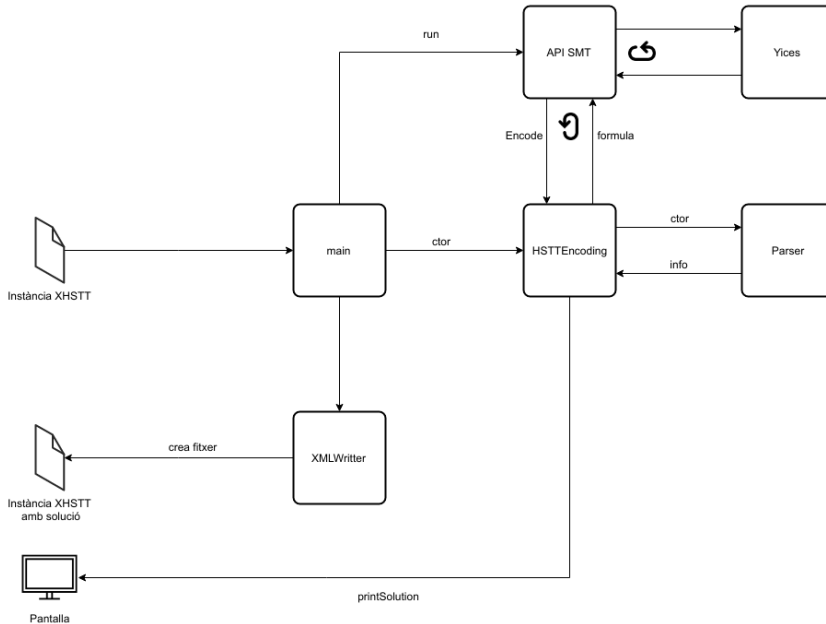




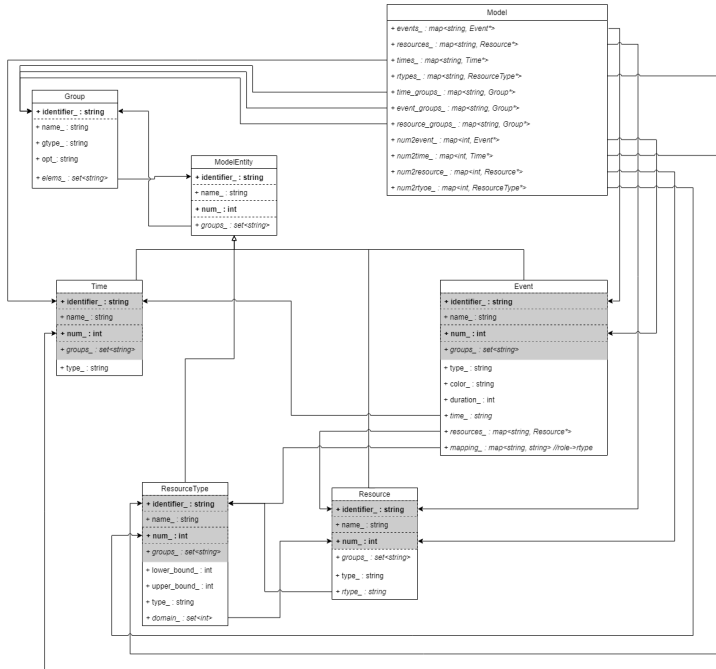
# Índex

- 1 Introducció
  - Marc de treball
  - Objectius
  - Metodologia
  - Planificació
  - Pressuposts
- 2 **Implementació**
  - Parser
  - Model
  - Restriccions
- 3 Conclusions i Resultats
  - Resultats
  - Conclusions
- 4 Demostració

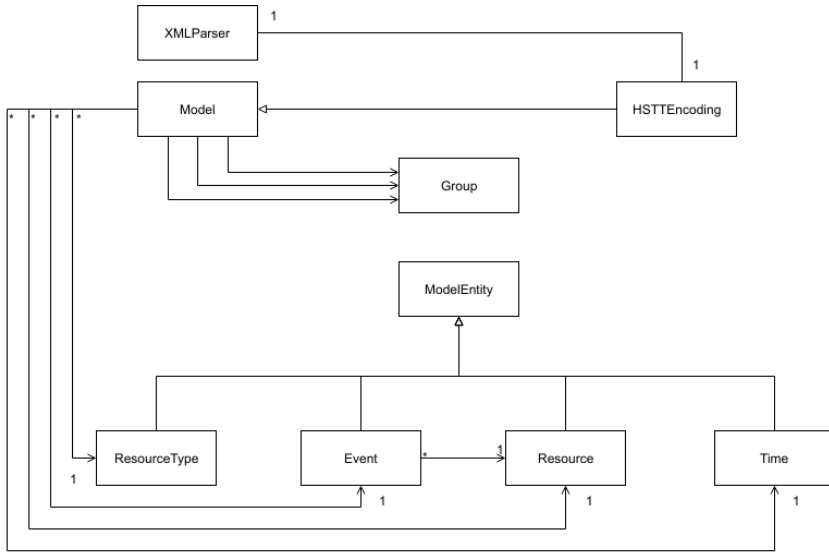
## Implementació: Esquema



# Implementació: Model de dades



## Implementació: Model d'objectes



# Parser

```
<Resources>
  <ResourceTypes>
    <ResourceType Id="Room">
      <Name>Room</Name>
    </ResourceType>
  </ResourceTypes>
  <ResourceGroups>
    <ResourceGroup Id="Rooms">
      <Name>Rooms</Name>
      <ResourceType Reference="Room"/>
    </ResourceGroup>
  </ResourceGroups>
  <Resource Id="Room1">
    <Name>Room1</Name>
    <ResourceType Reference="Room"/>
    <ResourceGroups>
      <ResourceGroup Reference="Rooms"/>
    </ResourceGroups>
  </Resource>
</Resources>
```

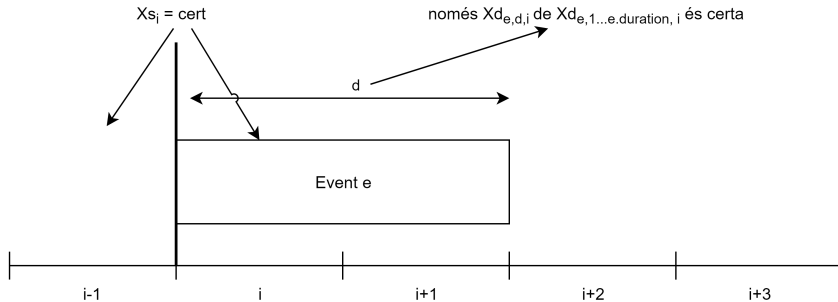
```
<PreferTimesConstraint Id="PreferredTimes">
  <Name>Times for duration 2</Name>
  <Required>true</Required>
  <Weight>1</Weight>
  <CostFunction>Linear</CostFunction>
  <AppliesTo>
    <EventGroups>
      <EventGroup Reference="gr_AllEvents"/>
    </EventGroups>
  </AppliesTo>
  <TimeGroups>
    <TimeGroup Reference="gr_TimesDurationTwo"/>
  </TimeGroups>
  <Duration>2</Duration>
</PreferTimesConstraint>
```

Instància XHSTT  $\Rightarrow$  dades + restriccions

# Model

- $X_{t_{0,0} \dots t_{|Events|-1, |Times|-1}}$   
Cada variable ens indica si en un espai de temps, es dona lloc l'event corresponent.
- $X_{s_{0,0} \dots s_{|Events|-1, |Times|-1}}$   
Cada variable ens indica si en un espai de temps, comença l'event corresponent.
- $X_{d_{0,1,0} \dots d_{|Events|-1, event.duration, |Times|-1}}$   
Cada variable ens indica si comença una lliçó de la durada i en l'espai de temps que representa la variable.

## Clàusules de Channeling



## Clàusules de Channeling

- Si un event comença a una hora determinada, llavors té una duració:

$$\forall e \in 0 \dots |Events| - 1 \quad \forall i \in 0 \dots |Times| - 1 \\ X_{s_e, i} \rightarrow \text{exactly\_one}(\{X_{d_{e, 1 \dots e.duration, i}}\})$$

- Si un event té lloc a t però no a t-1, és que comença:

$$\forall e \in 0 \dots |Events| - 1 \quad \forall i \in 0 \dots |Times| - 1 \\ (X_{t_{e, i}} \wedge \neg X_{t_{e, i-1}}) \rightarrow X_{s_{e, i}}$$

- Si un event comença amb duració d, llavors té lloc en d hores consecutives:

$$\forall e \in 0 \dots |Events| - 1 \quad \forall d \in 1 \dots e.duration \quad \forall i \in 0 \dots |Times| - 1 \\ \forall j \in i \dots i + d - 1 \\ X_{d_{e, d, i}} \rightarrow X_{t_{e, j}}$$



# Restriccions

## Assign Times Constraint i Distribute Split Constraint

### Assign Times Constraint

Restricció per imposar que tots els events se'ls assigni els espais de temps corresponents.

$$\forall e \in Events \text{ exactly\_}k(\{Xt_{e,0\dots|Times|-1}\}, e.duration)$$

### Distribute Split Constraint

Restricció que limita el nombre de events d'una duració determinada, per tant limita la cardinalitat de variables  $Xd$ .

$$\begin{aligned} \forall e \in Events \text{ at\_most\_}k(\{Xd_{e,d,0\dots|Times|-1}\}, max) & \quad \text{si } max < \frac{e.duration}{d} \\ \forall e \in Events \text{ at\_most\_}k(\{Xd_{e,d,0\dots|Times|-1}\}, min) & \quad \text{si } min > 0 \end{aligned}$$

# Restriccions

## Split Events Constraint

Limita la manera en com es fragmenten els events.

### Nombre de sessions:

$$\forall e \in Events \text{ at\_most\_}k(\{Xs_{e,0} \dots Xs_{e,|Times|-1}\}, MaximumAmount)$$

$$\forall e \in Events \text{ at\_least\_}k(\{Xs_{e,0} \dots Xs_{e,|Times|-1}\}, MinimumAmount)$$

### Durada de les sessions:

$$\forall e \in Events \forall d \notin MinimumDuration \dots MaximumDuration \wedge d \in 1 \dots e.duration$$

$$\forall t \in 0 \dots |Times| - 1 \quad (\neg Xd_{e,d,t})$$

# Restriccions

## Prefer Times Constraint i Spread Events Constraint

### Prefer Times Constraint

Restricció que indica en quins espais de temps no es poden programar certes sessions.

$$\forall e \in Events \forall t \in Times \wedge t \notin Ta \\ (\neg Xd_{e,d,t})$$

### Spread Events Constraint

Restricció posa límits en el nombre de sessions de cada event que es poden celebrar en certs dies.

$$\forall e \in Events \forall g \in Tg \\ at\_most\_k(\{Xs_{e,t} | t \leftarrow g\}, max) \\ \forall e \in Events \forall g \in Tg \\ at\_least\_k(\{Xs_{e,t} | t \leftarrow g\}, max)$$

# Restriccions

## Avoid Clashes Constraint i Avoid Unavailable Times Constraint

### Avoid Clashes Constraint

Aquesta restricció imposa que certs recursos no poden tenir assignats més d'un event al mateix temps.

$$\forall r \in Resources \ \forall t \in Times \\ at\_most\_one(\{X_{t_e,t} | e \leftarrow E_r\})$$

### Avoid Unavailable Times Constraint

Restricció que indica que hi ha certs espais de temps durant les quals no podem utilitzar certs recursos.

$$\forall r \in Resources \ \forall t \in T \ \forall e \in E_r \ (\neg X_{t_e,t})$$

## Restricciones

## Limit Idle Times Constraint

Restricció que limita el nombre d'espais de temps lliure entre dos espais de temps ocupats a l'horari de certs recursos.

Per a cada recurs  $r$  es fan les clàusules següents:

$$\begin{array}{ll}
\forall g \in Tg \ \forall t \in g \ \forall e \in E_r & si \ (B_t \neq \emptyset \ \& \ A_t \neq \emptyset) \\
\quad (Idle_i \rightarrow \neg Xt_{e,t}) & \\
\forall g \in Tg \ \forall t \in g & \\
\quad (\neg Idle_t \vee \{Xt_{e \leftarrow E_r, b \leftarrow B_t}\}) & si \ (B_t \neq \emptyset) \\
\forall g \in Tg \ \forall t \in g & \\
\quad (\neg Idle_t \vee \{Xt_{e \leftarrow E_r, a \leftarrow A_t}\}) & si \ (A_t \neq \emptyset) \\
\forall g \in Tg \ \forall t \in g \ \forall b \in B_t \ \forall a \in A_t & \\
\quad \forall e_1 \in E_r \ \forall e_2 \in E_r \ \forall e_3 \in E_r & \\
\quad (\neg Xt_{e_1,t} \wedge Xt_{e_2,b} \wedge \neg Xt_{e_3,a} \rightarrow Idle_t) & si \ (B_t \neq \emptyset \ \& \ A_t \neq \emptyset)
\end{array}$$

# Restriccions

## Limit Idle Times Constraint

Un cop definides i lligades les variables auxiliars cal imposar les restriccions de cardinalitat:

$\forall r \in Resources$

$at\_most\_k(\{Idle_t | t \leftarrow Times\}, max)$

$at\_least\_k(\{Idle_t | t \leftarrow Times\}, min)$

## Restriccions

- Cluster Busy Times Constraint

Restricció que imposa límits sobre el nombre de dies en què un recurs pot estar ocupat.

Per a cada recurs  $r$  es fan les clàusules següents:

$$\begin{aligned} & \forall g \in T_g \\ & \quad (\neg \text{Busy}_g \vee (\forall e \in E_r \forall t \in g \quad X_{t_e,t})) \\ & \forall g \in T_g \forall t \in g \forall e \in E_r \\ & \quad (\neg X_{t_e,t} \vee \text{Bsuy}_g) \end{aligned}$$

Un cop definides i lligades les variables auxiliars l'únic que queda és, per cada recurs, imposar les restriccions de cardinalitat:

$$\begin{aligned} & \forall r \in \text{Resources} \\ & \quad \text{at\_most\_k}(\{\text{Busy}_g | g \leftarrow T_g\}, \text{max}) \\ & \quad \text{at\_least\_k}(\{\text{Busy}_g | g \leftarrow T_g\}, \text{min}) \end{aligned}$$

## Funció objectiu

Per cada clàusula *soft* afegim una variable auxiliar  $aux_i$  i ens guardem el pes  $w_i$  d'aquesta.

Per a la optimització afegim la següent clàusula pseudobooleana, per a  $n$  clàusules *soft*:

$$aux_0 w_0 + \dots + aux_{n-1} w_{n-1} \leq UPPERBOUND$$



# Índex

- 1 Introducció
  - Marc de treball
  - Objectius
  - Metodologia
  - Planificació
  - Pressuposts
- 2 Implementació
  - Parser
  - Model
  - Restriccions
- 3 Conclusions i Resultats
  - Resultats
  - Conclusions
- 4 Demostració

# Resultats

## Diferents Encodings

- *at\_most\_one*
  - Quadràtic
  - Logarítmic
  - Ladder
  - Heule
- Restriccions de cardinalitat
  - Sorter
  - Totalizer

# Resultats

## Temps de resolució

| Encodings  | BrazillInstance1 |                  | BrazillInstance2 |                  | BrazillInstance3 |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|            | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> |
| Quadràtic  | <b>1.052</b>     | 1.126            | 6.450            | 6.136            | 10.331           | <b>9.743</b>     |
| Logarítmic | 1.126            | 1.184            | 6.151            | <b>6.080</b>     | 10.989           | 10.784           |
| Ladder     | 1.275            | 1.300            | 6.084            | 6.123            | 12.492           | 15.015           |
| Heule      | 1.242            | 1.105            | 6.437            | 7.142            | 11.815           | 10.604           |

| Encodings  | BrazillInstance4 |                  | BrazillInstance5 |                  | BrazillInstance6 |                  | BrazillInstance7 |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|            | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> |
| Quadràtic  | <b>02:56.91</b>  | 05:19.96         | 28.63            | <b>28.235</b>    | <b>35.45</b>     | 36.191           | 01:52.45         | 01:50.34         |
| Logarítmic | 11:38.62         | 24:33.60         | 28.753           | 28.768           | 39.163           | 36.309           | <b>01:48.02</b>  | 01:48.46         |
| Ladder     | Timeout          | 07:24.02         | 31.018           | 31.006           | 39.797           | 01:06.33         | 02:22.87         | 02:27.35         |
| Heule      | 05:03.38         | 25:24.81         | 28.934           | 29.046           | 40.441           | 36.852           | 02:38.68         | 02:38.79         |

# Resultats

## Variables generades

| Encodings  | BrazillInstance1 |                  | BrazillInstance2 |                  | BrazillInstance3 |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|            | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> |
| Quadràtic  | 131,391          | <b>131,349</b>   | <b>924,783</b>   | 924,807          | 1,223,115        | <b>1,223,085</b> |
| Logarítmic | 131,941          | 131,899          | 926,208          | 926,232          | 1,224,765        | 1,224,735        |
| Ladder     | 132,166          | 132,124          | 927,433          | 927,457          | 1,225,965        | 1,225,935        |
| Heule      | 131,841          | 131,799          | 927,283          | 927,307          | 1,225,615        | 1,225,585        |



# Resultats

## Clàusules generades

| Encodings  | BrazillInstance1 |                  | BrazillInstance2 |                  | BrazillInstance3 |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
|            | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>    | <i>Totalizer</i> |
| Quadràtic  | 703,680          | 703,666          | 3,556,395        | 3,556,497        | 5,960,643        | 5,960,705        |
| Logarítmic | 704,130          | 704,116          | 3,556,120        | 3,556,222        | 5,961,218        | 5,961,280        |
| Ladder     | 703,705          | 703,691          | 3,553,195        | 3,553,297        | 5,958,443        | 5,958,505        |
| Heule      | 703,380          | <b>703,366</b>   | <b>3,553,045</b> | 3,553,147        | <b>5,958,093</b> | 5,958,155        |

# Resultats

## Clàusules generades

| Encodings  | BrazllInstance4   |                  | BrazllInstance5   |                   |
|------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
|            | <i>Sorter</i>     | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>     | <i>Totalizer</i>  |
| Quadràtic  | 14,414,235        | 14,414,410       | 16,200,714        | 16,200,714        |
| Logarítmic | 14,412,135        | 14,412,310       | 16,200,039        | 16,200,039        |
| Ladder     | Timeout           | 14,405,635       | 16,194,739        | 16,194,739        |
| Heule      | <b>14,405,335</b> | 14,405,510       | <b>16,194,239</b> | <b>16,194,239</b> |

| Encodings  | BrazllInstance6   |                  | BrazllInstance7   |                   |
|------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
|            | <i>Sorter</i>     | <i>Totalizer</i> | <i>Sorter</i>     | <i>Totalizer</i>  |
| Quadràtic  | 18,665,275        | 18,665,548       | 38,762,136        | 38,762,136        |
| Logarítmic | 18,665,275        | 18,665,548       | 38,760,036        | 38,760,036        |
| Ladder     | 18,657,900        | 18,658,173       | 38,749,361        | 38,749,361        |
| Heule      | <b>18,657,525</b> | 18,657,798       | <b>38,749,361</b> | <b>38,749,361</b> |

## Resultats optimització

| Optimitzador     | Temps   | Cost | Cost de la millor solució |
|------------------|---------|------|---------------------------|
| BrazillInstance1 | 1:07.66 | 79   | 41                        |
| BrazillInstance2 | Timeout | –    | –                         |
| BrazillInstance3 | Timeout | –    | –                         |



# Conclusions

- Estudi, repàs i aplicació de diferents tècniques de programació amb restriccions.
- Objectius:
  - Resolució en temps raonable  $\Rightarrow$  aconseguit
  - Optimització en temps raonable  $\Rightarrow$  no aconseguit

## Treball futur:

- Afegir tipus de instàncies suportades
- Intentar provar altres teories de SMT.
- Millorar codificacions i model en sí.
- Intentar millorar la optimització.

# Demostració