

GENERACIÓ D'HORARIS D'INSTITUT AMB OPERACIONS LÒGIQUES

Ismael El Habri

Tutors: Dr. Josep Suy i Dr. Jordi Coll

Universitat de Girona

10 de setembre del 2019

Índex

- 1 Introducció
 - Marc de treball
 - Objectius
 - Metodologia
 - Planificació
 - Pressuposts
- 2 Implementació
 - Parser
 - Model
 - Restriccions
- 3 Conclusions i Resultats
 - Resultats
 - Conclusions
- 4 Demostració

Confecció d'horaris, problema recurrent amb el que es troben els instituts \Rightarrow High School TimeTabling problem (HSTT)

	Dilluns	Dimarts	Dimecres	Dijous	Divendres
8:30 – 9:30	Tecnologia	Naturals	Socials	Socials	Català
9:30 – 10:30	Matemàtiques	Anglès	Optativa	Castellà	Castellà
11:30 – 12:00	PATI				
12:00 – 13:00	Castellà	Música	Anglès	Català	Naturals
13:00 – 14:00	Anglès	Català	Matemàtiques	Naturals	Ed.Física
14:00 – 15:00	Ed. Física	Tecnologia	Música	Tutoria	Matemàtiques

- Alta combinatòria i complexitat, és un problema NP-Comple.
- Repartir events i recursos de manera viable i tenint en compte preferències del professorat.
- Diferents països, diferents necessitats \Rightarrow més complexitat!

Marc de treball

- Grup de recerca de Lògica i Programació
- API SMT desenvolupada pel Dr. Jordi Coll. API per a la codificació de problemes SAT, SMT o MaxSAT, actuant com a interfície per a diferents solvers. En aquest treball s'utilitzarà el Yices 2. També té implementades les diferents implementacions de múltiples restriccions globals.
- Com a punt de partida s'ha utilitzat el treball realitzat el 2015 per en Cristòfor Nogueira. Mentre ell ha utilitzat BitVectors i MaxSAT, en aquest treball s'utilitzarà LIA. Així s'han aconseguit uns resultats superiors pel que fa el temps d'execució.



Objectius

- Aprofundir sobre el tema.
 - Problema de generació d'horaris d'institut.
 - Problemes de satisfacció de restriccions(CSP).
 - Tècniques per resoldre problemes CSP com ara SAT i extensions.
- Crear un generador.

Metodologia

- Estudi del treball previ i estat de l'art
 - ① SAT
 - ② MaxSAT
 - ③ SMT
- Entregues periòdiques
- Prototipatge

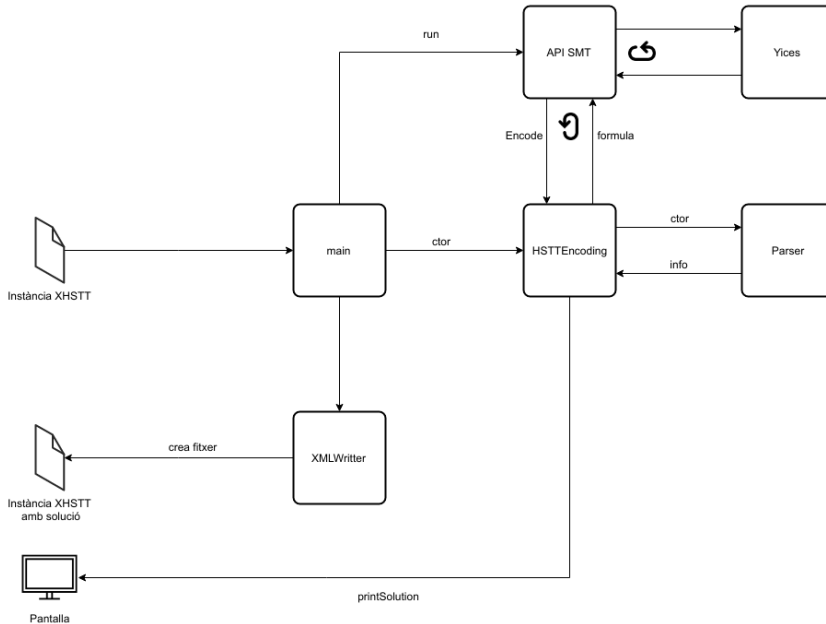
Planificació

- ① Estudi del problema i la seva duresa.
- ② Disseny i implementació
 - ① Parser i estructura de dades
 - ② Codificació model i restriccions
 - ③ Tractament de la solució
- ③ Estudi dels resultats

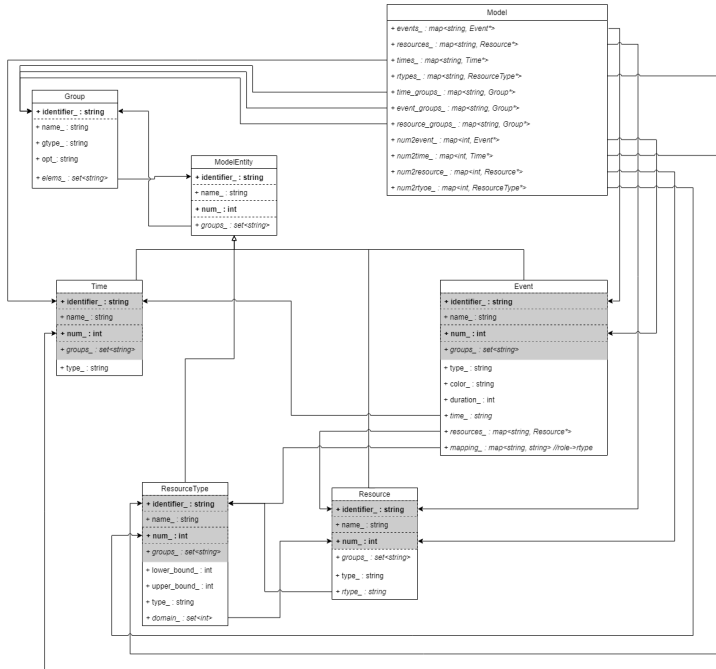
Índex

- 1 Introducció
 - Marc de treball
 - Objectius
 - Metodologia
 - Planificació
 - Pressuposts
- 2 **Implementació**
 - Parser
 - Model
 - Restriccions
- 3 Conclusions i Resultats
 - Resultats
 - Conclusions
- 4 Demostració

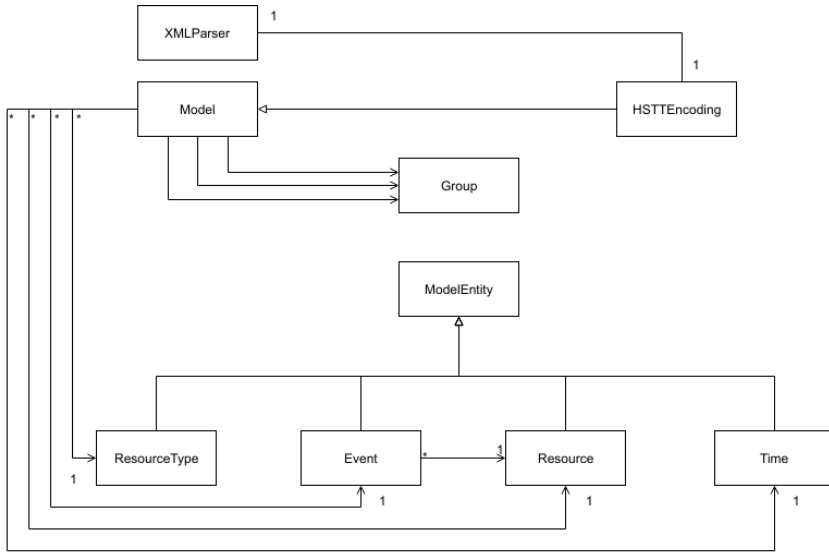
Implementació: Esquema



Implementació: Model de dades



Implementació: Model d'objectes



Parser

```
<Resources>
  <ResourceTypes>
    <ResourceType Id="Room">
      <Name>Room</Name>
    </ResourceType>
  </ResourceTypes>
  <ResourceGroups>
    <ResourceGroup Id="Rooms">
      <Name>Rooms</Name>
      <ResourceType Reference="Room"/>
    </ResourceGroup>
  </ResourceGroups>
  <Resource Id="Room1">
    <Name>Room1</Name>
    <ResourceType Reference="Room"/>
    <ResourceGroups>
      <ResourceGroup Reference="Rooms"/>
    </ResourceGroups>
  </Resource>
</Resources>
```

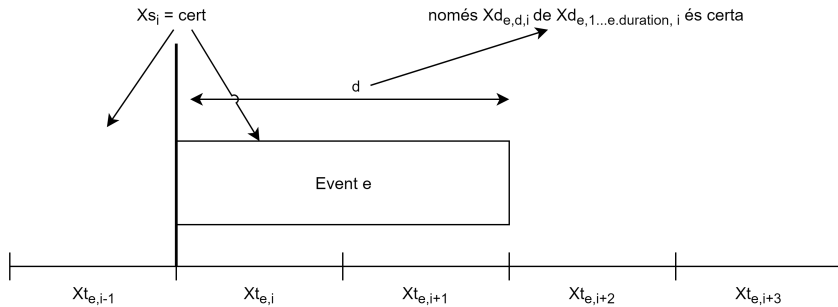
```
<PreferTimesConstraint Id="PreferredTimes">
  <Name>Times for duration 2</Name>
  <Required>true</Required>
  <Weight>1</Weight>
  <CostFunction>Linear</CostFunction>
  <AppliesTo>
    <EventGroups>
      <EventGroup Reference="gr_AllEvents"/>
    </EventGroups>
  </AppliesTo>
  <TimeGroups>
    <TimeGroup Reference="gr_TimesDurationTwo"/>
  </TimeGroups>
  <Duration>2</Duration>
</PreferTimesConstraint>
```

Instància XHSTT \Rightarrow dades + restriccions

Model

- $X_{t_{0,0} \dots t_{|Events|-1, |Times|-1}}$
Cada variable ens indica si en un espai de temps, es dona lloc l'event corresponent.
- $X_{s_{0,0} \dots s_{|Events|-1, |Times|-1}}$
Cada variable ens indica si en un espai de temps, comença l'event corresponent.
- $X_{d_{0,1,0} \dots d_{|Events|-1, event.duration, |Times|-1}}$
Cada variable ens indica si comença una lliçó de la durada i en l'espai de temps que representa la variable.

Clàusules de Channeling



Clàusules de Channeling

- Si un event comença a una hora determinada, llavors té una duració:

$$\forall e \in 0 \dots |Events| - 1 \quad \forall i \in 0 \dots |Times| - 1 \\ X_{s_e, i} \rightarrow \text{exactly_one}(\{X_{d_{e, 1 \dots e.duration, i}}\})$$

- Si un event té lloc a t però no a t-1, és que comença:

$$\forall e \in 0 \dots |Events| - 1 \quad \forall i \in 0 \dots |Times| - 1 \\ (X_{t_{e, i}} \wedge \neg X_{t_{e, i-1}}) \rightarrow X_{s_{e, i}}$$

- Si un event comença amb duració d, llavors té lloc en d hores consecutives:

$$\forall e \in 0 \dots |Events| - 1 \quad \forall d \in 1 \dots e.duration \quad \forall i \in 0 \dots |Times| - 1 \\ \forall j \in i \dots i + d - 1 \\ X_{d_{e, d, i}} \rightarrow X_{t_{e, j}}$$

Restriccions

Assign Times Constraint i Distribute Split Constraint

Assign Times Constraint

Restricció per imposar que tots els events se'ls assigni els espais de temps corresponents.

$$\forall e \in Events \text{ exactly_}k(\{Xt_{e,0\dots|Times|-1}\}, e.duration)$$

Distribute Split Constraint

Restricció que limita el nombre de events d'una duració determinada, per tant limita la cardinalitat de variables Xd .

$$\begin{aligned} \forall e \in Events \text{ at_most_}k(\{Xd_{e,d,0\dots|Times|-1}\}, max) & \quad si \ max < \frac{e.duration}{d} \\ \forall e \in Events \text{ at_most_}k(\{Xd_{e,d,0\dots|Times|-1}\}, min) & \quad si \ min > 0 \end{aligned}$$

Restriccions

Split Events Constraint

Limita la manera en com es fragmenten els events.

Nombre de sessions:

$$\forall e \in Events \text{ at_most_}k(\{Xs_{e,0} \dots Xs_{e,|Times|-1}\}, MaximumAmount)$$

$$\forall e \in Events \text{ at_least_}k(\{Xs_{e,0} \dots Xs_{e,|Times|-1}\}, MinimumAmount)$$

Durada de les sessions:

$$\forall e \in Events \forall d \notin MinimumDuration \dots MaximumDuration \wedge d \in 1 \dots e.duration$$

$$\forall t \in 0 \dots |Times| - 1 \quad (\neg Xd_{e,d,t})$$

Restriccions

Prefer Times Constraint i Spread Events Constraint

Prefer Times Constraint

Restricció que indica en quins espais de temps no es poden programar certes sessions.

$$\forall e \in Events \forall t \in Times \wedge t \notin Ta \\ (\neg Xd_{e,d,t})$$

Spread Events Constraint

Restricció posa límits en el nombre de sessions de cada event que es poden celebrar en certs dies.

$$\forall e \in Events \forall g \in Tg \\ at_most_k(\{Xs_{e,t} | t \leftarrow g\}, max) \\ \forall e \in Events \forall g \in Tg \\ at_least_k(\{Xs_{e,t} | t \leftarrow g\}, max)$$

Restriccions

Avoid Clashes Constraint i Avoid Unavailable Times Constraint

Avoid Clashes Constraint

Aquesta restricció imposa que certs recursos no poden tenir assignats més d'un event al mateix temps.

$$\forall r \in Resources \ \forall t \in Times \\ at_most_one(\{X_{t_e,t} | e \leftarrow E_r\})$$

Avoid Unavailable Times Constraint

Restricció que indica que hi ha certs espais de temps durant les quals no podem utilitzar certs recursos.

$$\forall r \in Resources \ \forall t \in T \ \forall e \in E_r \ (\neg X_{t_e,t})$$

Restriccions

Limit Idle Times Constraint

Restricció que limita el nombre d'espais de temps lliure entre dos espais de temps ocupats a l'horari de certs recursos.

Per a cada recurs r es fan les clàusules següents:

$$\begin{aligned}
 &\forall g \in Tg \ \forall t \in g \ \forall e \in E_r \\
 &\qquad (Idle_t \rightarrow \neg Xt_{e,t}) \qquad \qquad \qquad si \ (B_t \neq \emptyset \ \& \ A_t \neq \emptyset) \\
 &\forall g \in Tg \ \forall t \in g \\
 &\qquad (\neg Idle_t \vee \{Xt_{e \leftarrow E_r, b \leftarrow B_t}\}) \qquad \qquad \qquad si \ (B_t \neq \emptyset) \\
 &\forall g \in Tg \ \forall t \in g \\
 &\qquad (\neg Idle_t \vee \{Xt_{e \leftarrow E_r, a \leftarrow A_t}\}) \qquad \qquad \qquad si \ (A_t \neq \emptyset) \\
 &\forall g \in Tg \ \forall t \in g \ \forall b \in B_t \ \forall a \in A_t \\
 &\qquad \forall e_1 \in E_r \ \forall e_2 \in E_r \ \forall e_3 \in E_r \\
 &\qquad (\neg Xt_{e_1,t} \wedge Xt_{e_2,b} \wedge \neg Xt_{e_3,a} \rightarrow Idle_t) \quad si \ (B_t \neq \emptyset \ \& \ A_t \neq \emptyset)
 \end{aligned}$$

Restriccions

Limit Idle Times Constraint

Un cop definides i lligades les variables auxiliars cal imposar les restriccions de cardinalitat:

$\forall r \in Resources$

$at_most_k(\{Idle_t | t \leftarrow Times\}, max)$

$at_least_k(\{Idle_t | t \leftarrow Times\}, min)$

Restriccions

- Cluster Busy Times Constraint

Restricció que imposa límits sobre el nombre de dies en què un recurs pot estar ocupat.

Per a cada recurs r es fan les clàusules següents:

$$\begin{aligned} & \forall g \in T_g \\ & \quad (\neg \text{Busy}_g \vee (\forall e \in E_r \forall t \in g \quad X_{t_e,t})) \\ & \forall g \in T_g \forall t \in g \forall e \in E_r \\ & \quad (\neg X_{t_e,t} \vee \text{Bsuy}_g) \end{aligned}$$

Un cop definides i lligades les variables auxiliars l'únic que queda és, per cada recurs, imposar les restriccions de cardinalitat:

$$\begin{aligned} & \forall r \in \text{Resources} \\ & \quad \text{at_most_k}(\{\text{Busy}_g | g \leftarrow T_g\}, \text{max}) \\ & \quad \text{at_least_k}(\{\text{Busy}_g | g \leftarrow T_g\}, \text{min}) \end{aligned}$$

Funció objectiu

Per cada clàusula *soft* afegim una variable auxiliar aux_i i ens guardem el pes w_i d'aquesta.

Per a la optimització afegim la següent clàusula pseudobooleana, per a n clàusules *soft*:

$$aux_0 w_0 + \dots + aux_{n-1} w_{n-1} \leq UPPERBOUND$$

Índex

- 1 Introducció
 - Marc de treball
 - Objectius
 - Metodologia
 - Planificació
 - Pressuposts
- 2 Implementació
 - Parser
 - Model
 - Restriccions
- 3 Conclusions i Resultats
 - Resultats
 - Conclusions
- 4 Demostració

Resultats

Diferents Encodings

- *at_most_one*
 - Quadràtic
 - Logarítmic
 - Ladder
 - Heule
- Restriccions de cardinalitat
 - Sorter
 - Totalizer

Resultats

Temps de resolució

Encodings	BrazillInstance1		BrazillInstance2		BrazillInstance3	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	1.052	1.126	6.450	6.136	10.331	9.743
Logarítmic	1.126	1.184	6.151	6.080	10.989	10.784
Ladder	1.275	1.300	6.084	6.123	12.492	15.015
Heule	1.242	1.105	6.437	7.142	11.815	10.604

Encodings	BrazillInstance4		BrazillInstance5		BrazillInstance6		BrazillInstance7	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	02:56.91	05:19.96	28.63	28.235	35.45	36.191	01:52.45	01:50.34
Logarítmic	11:38.62	24:33.60	28.753	28.768	39.163	36.309	01:48.02	01:48.46
Ladder	Timeout	07:24.02	31.018	31.006	39.797	01:06.33	02:22.87	02:27.35
Heule	05:03.38	25:24.81	28.934	29.046	40.441	36.852	02:38.68	02:38.79

Resultats

Variables generades

Encodings	BrazillInstance1		BrazillInstance2		BrazillInstance3	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	131,391	131,349	924,783	924,807	1,223,115	1,223,085
Logarítmic	131,941	131,899	926,208	926,232	1,224,765	1,224,735
Ladder	132,166	132,124	927,433	927,457	1,225,965	1,225,935
Heule	131,841	131,799	927,283	927,307	1,225,615	1,225,585

Resultats

Variables generades

Encodings	BrazillInstance4		BrazillInstance5	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	3,710,406	3,710,472	3,535,238	3,535,238
Logarítmic	3,713,081	3,713,147	3,537,838	3,537,838
Ladder	Timeout	3,715,947	3,540,088	3,540,088
Heule	3,715,756	3,715,822	3,539,588	3,539,588

Encodings	BrazillInstance6		BrazillInstance7	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	4,652,421	4,652,523	9,835,793	9,835,793
Logarítmic	4,655,646	4,655,748	9,840,268	9,840,268
Ladder	4,658,321	4,658,423	9,844,718	9,844,718
Heule	4,657,946	4,658,048	9,844,718	9,844,718

Resultats

Clàusules generades

Encodings	BrazillInstance1		BrazillInstance2		BrazillInstance3	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	703,680	703,666	3,556,395	3,556,497	5,960,643	5,960,705
Logarítmic	704,130	704,116	3,556,120	3,556,222	5,961,218	5,961,280
Ladder	703,705	703,691	3,553,195	3,553,297	5,958,443	5,958,505
Heule	703,380	703,366	3,553,045	3,553,147	5,958,093	5,958,155

Resultats

Clàusules generades

Encodings	BrazillInstance4		BrazillInstance5	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	14,414,235	14,414,410	16,200,714	16,200,714
Logarítmic	14,412,135	14,412,310	16,200,039	16,200,039
Ladder	Timeout	14,405,635	16,194,739	16,194,739
Heule	14,405,335	14,405,510	16,194,239	16,194,239

Encodings	BrazillInstance6		BrazillInstance7	
	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>	<i>Sorter</i>	<i>Totalizer</i>
Quadràtic	18,665,275	18,665,548	38,762,136	38,762,136
Logarítmic	18,665,275	18,665,548	38,760,036	38,760,036
Ladder	18,657,900	18,658,173	38,749,361	38,749,361
Heule	18,657,525	18,657,798	38,749,361	38,749,361

Resultats optimització

Optimitzador	Temps	Cost	Cost de la millor solució
BrazillInstance1	1:07.66	79	41
BrazillInstance2	Timeout	–	–
BrazillInstance3	Timeout	–	–

Conclusions

- Estudi, repàs i aplicació de diferents tècniques de programació amb restriccions.
- Objectius:
 - Resolució en temps raonable \Rightarrow aconseguit
 - Optimització en temps raonable \Rightarrow no aconseguit

Treball futur:

- Afegir tipus de instàncies suportades
- Intentar provar altres teories de SMT.
- Millorar codificacions i model en sí.
- Intentar millorar la optimització.

Demostració