

Algebralliset Rakenteet I

Kevät 2026

Harjoitus 1

Palautettava Moodleen viimeistään sunnuntaina 25.01.2026.

Kaikki harjoitustehtävät ovat kurssikirjasta

1. (a) Määritellään kokonaisluvuille laskutoimitus kaavalla $x * y = x - xy - y$. Onko laskutoimitus vaihadannainen?
(b) Määritellään reaaliluvuille laskutoimitus kaavalla $x * y = x^2 + y^2$. Onko laskutoimitus liitännäinen?
2. Tarkastellaan kokonaislukujen laskutoimitusta $x * y = x + 5y$. Onko laskutoimituksella neutraaliakiota?
3. Jos x ja y ovat reaalilukuja, olkoon $\max(x, y)$ niistä suurin.
(a) Osoita että $(x, y) \mapsto \max(x, y)$ määrittelee laskutoimituksen välillä $[-5, 5]$. Onko tämä laskutoimitus liitännäinen? Entä onko sillä neutraaliakiota?
(b) Miten tilanne muuttuu jos suljetun välin sijaan tarkastellaan avointa väliä $(-5, 5)$?
4. Määritellään kokonaislukujen joukossa laskutoimitus $n * m = n + m + 1$. Osoita, että $(\mathbb{Z}, *)$ on ryhmä.
5. Määritellään reaalilukujen joukossa laskutoimitus kaavalla $x \oplus y = 3xy$. Onko $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \oplus)$ ryhmä?
6. Olkoon G ryhmä ja $g \in G$. Oletetaan, että on olemassa $a \in G$ siten että $ga = e$, missä siis e on G :n neutraaliakio. Osoita, että a on g :n käänteisakio.