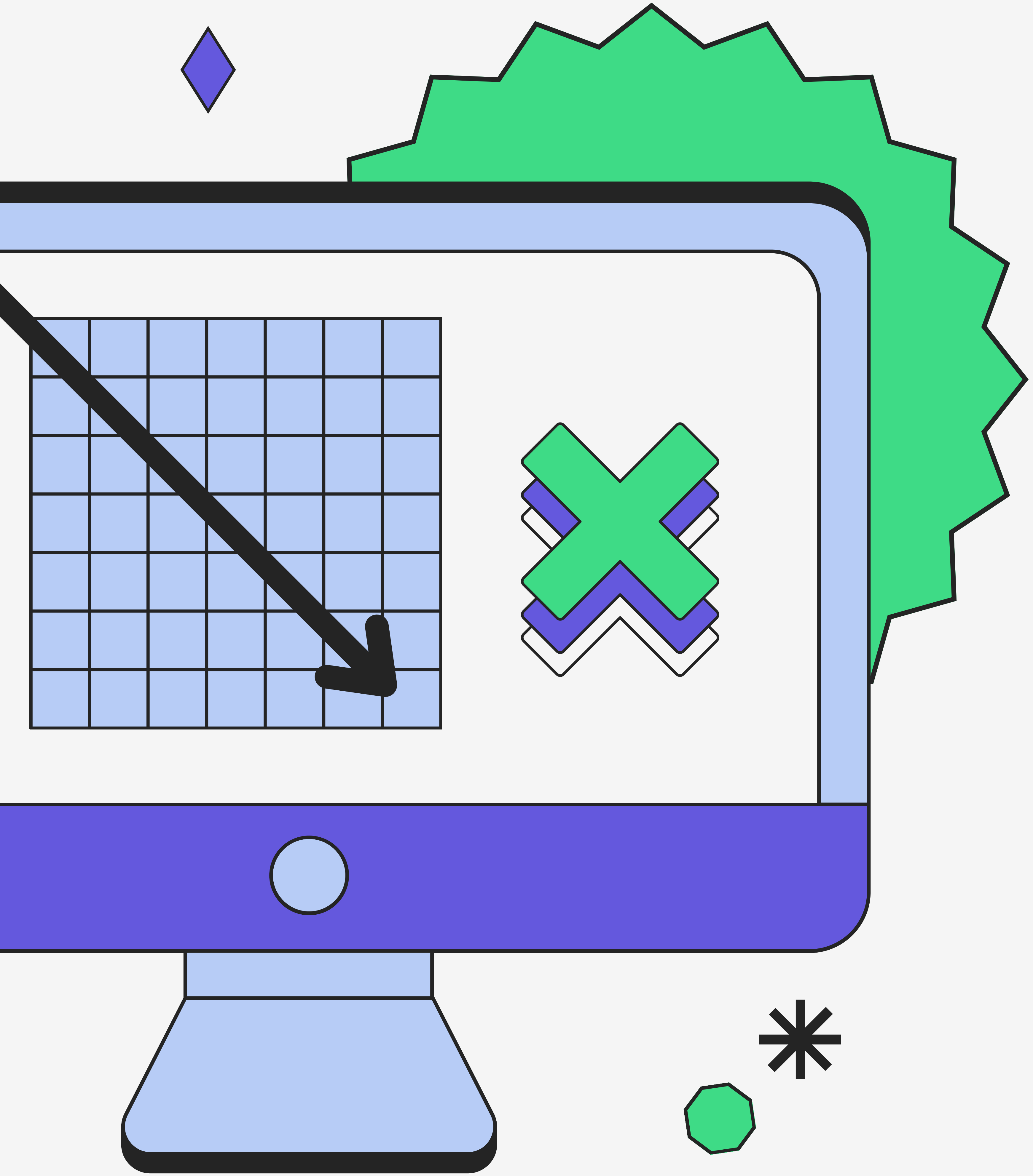
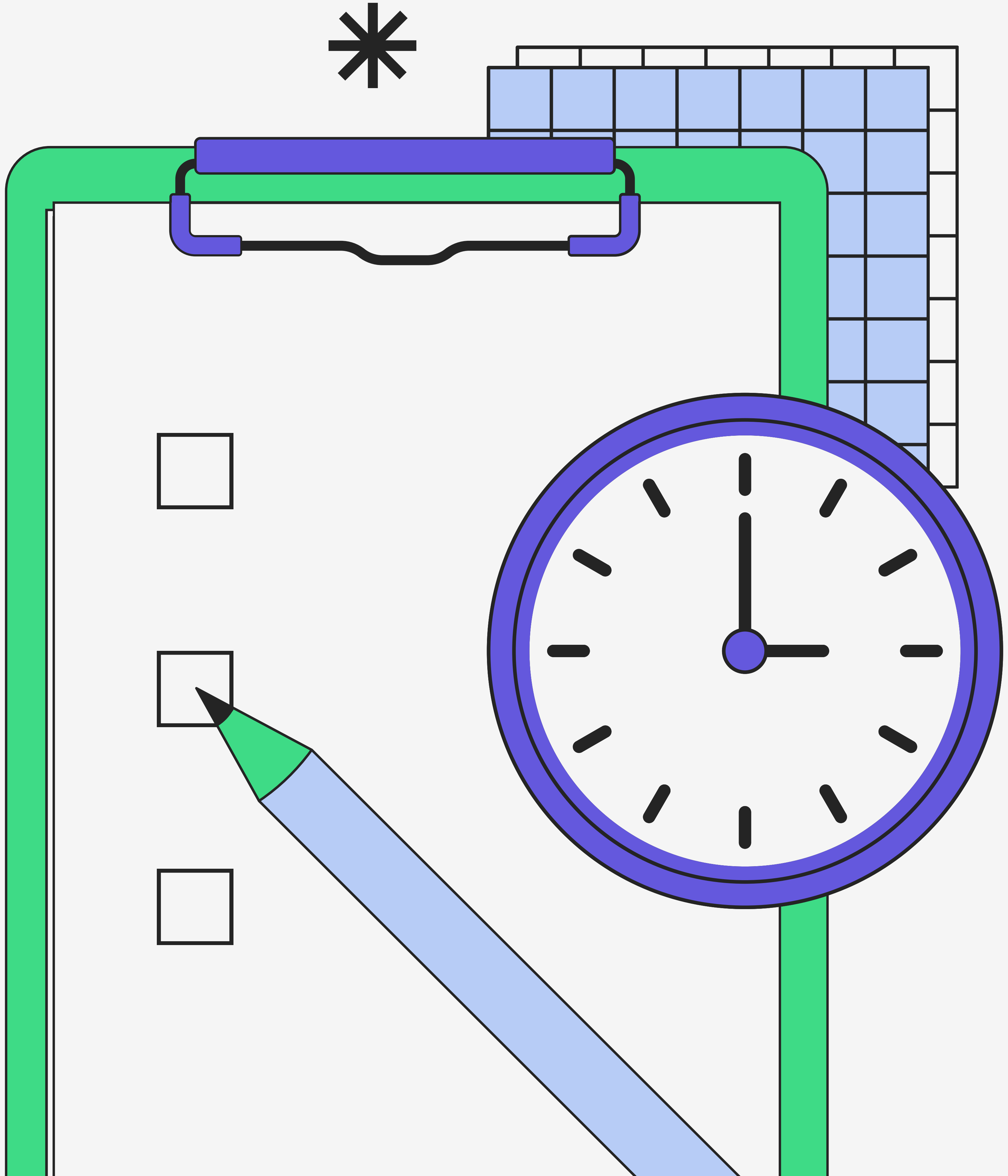


METODE SECANT

Persamaan Nirlanjar
Metode Terbuka

Anggota Grup

- Annisa
  04
- Kia
  16
- Farhan
  11
- Fara
  28
- Zaki
  23



Can you form an expression for this model?

$$x = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Apa itu metode secant?

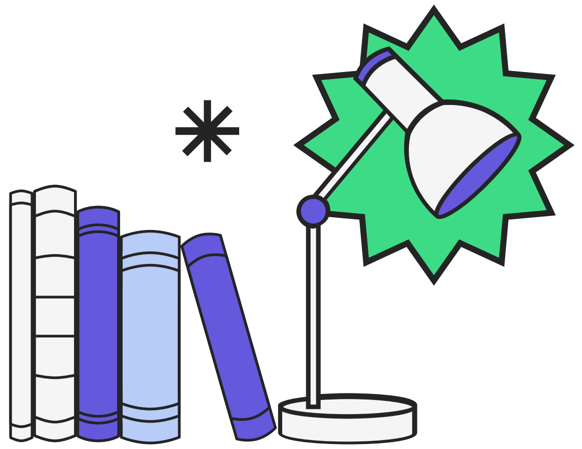
Metode Secant (Metode Potong Garis) adalah salah satu metode numerik untuk mencari akar persamaan nonlinear. Metode ini adalah turunan dari metode newton raphson yang merupakan salah satu metode terbuka, artinya kita tidak perlu interval yang tertutup seperti pada metode bisection. Untuk penghitunganya bisa menggunakan metode manual dan yang otomatis

Rumus Utama

$$x = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

- X0 : Ini adalah tebakan pertama yang kamu buat.
- X1 : Ini adalah tebakan kedua, setelah X0.
- f(X0) adalah nilai fungsi di titik X0. Ini berarti kita menghitung nilai fungsi pada tebakan pertama.
- f(X1) adalah nilai fungsi di titik X1, yaitu pada tebakan kedua.

Asal Muasal Rumus



Rumus awalnya adalah metode Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Rumus Dasar Turunan limit

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \blacktriangleright \quad f'(x) \approx \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

Rumus Lengkap Metode Secant

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

Kapan iterasi berhenti

Akurasi: Kita bisa berhenti jika nilai fungsi mendekati nol, yaitu $|f(x_n)| < \epsilon$ (di mana ϵ adalah toleransi kesalahan, seperti 0.001).

Ide Utama Rumus

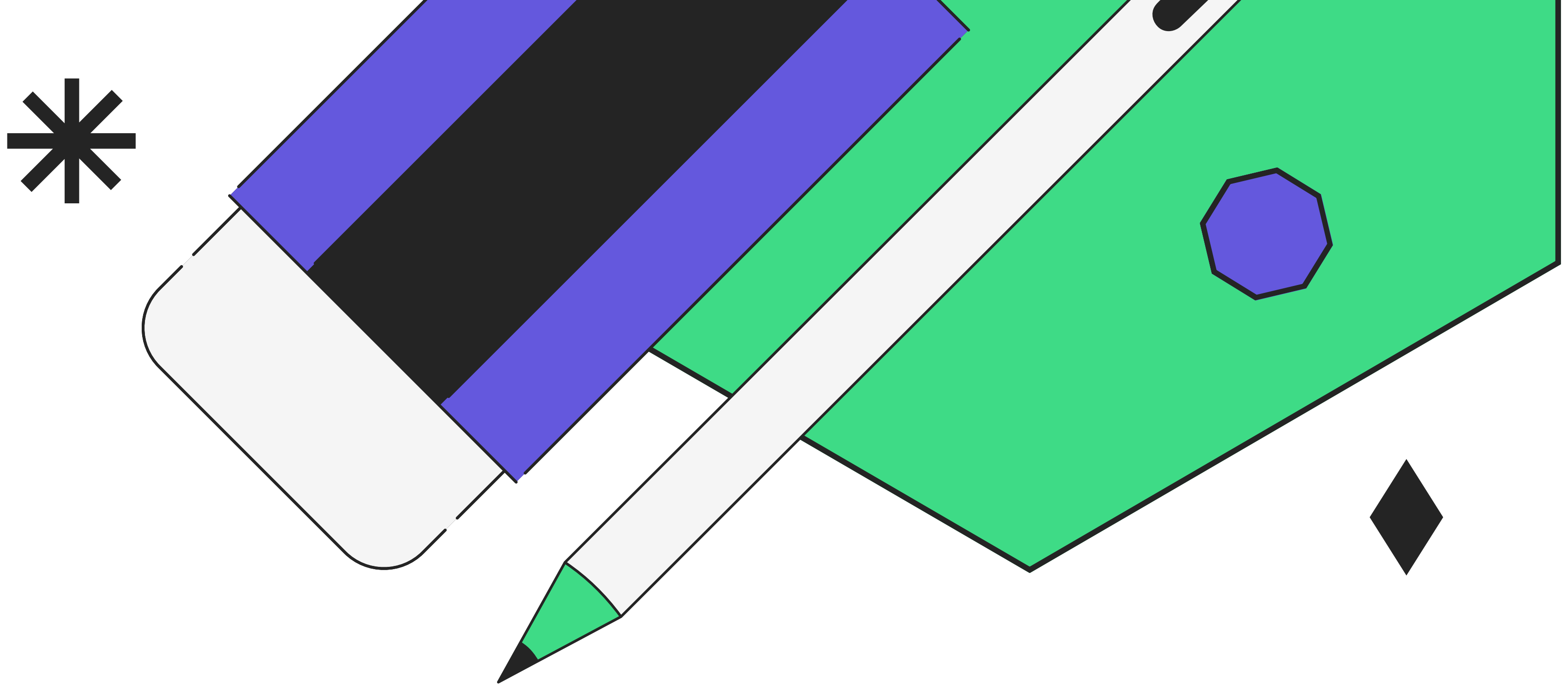
Ide utama dari metode Secant adalah memperkirakan turunan dari fungsi $f(x)$ secara numerik dengan menggunakan dua titik $(x_n, f(x_n))$ dan $(x_{n-1}, f(x_{n-1}))$. Turunan ini dihampiri dengan kemiringan garis secant yang menghubungkan kedua titik.

Bagaimana kemiringan dihitung?: Kemiringan antara dua titik dihitung sebagai:

$$\text{kemiringan} \approx \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

Rumus lengkap: Setelah kemiringan dihitung, kita memperbarui tebakan akar x_{n+1} dengan mengoreksi x_n menggunakan nilai fungsi dan perbedaan titik tersebut.

Cara menentukan tebakan awal



Pilih Dua Nilai yang Berdekatan dengan Akar

Misalnya, jika kita mencari akar dari fungsi $f(x) = x^2 - 2$, kita bisa memulai dengan tebakan awal $x_0 = 1$ dan $x_1 = 2$, karena kita tahu akar dari persamaan tersebut berada di sekitar $x = \sqrt{2}$.

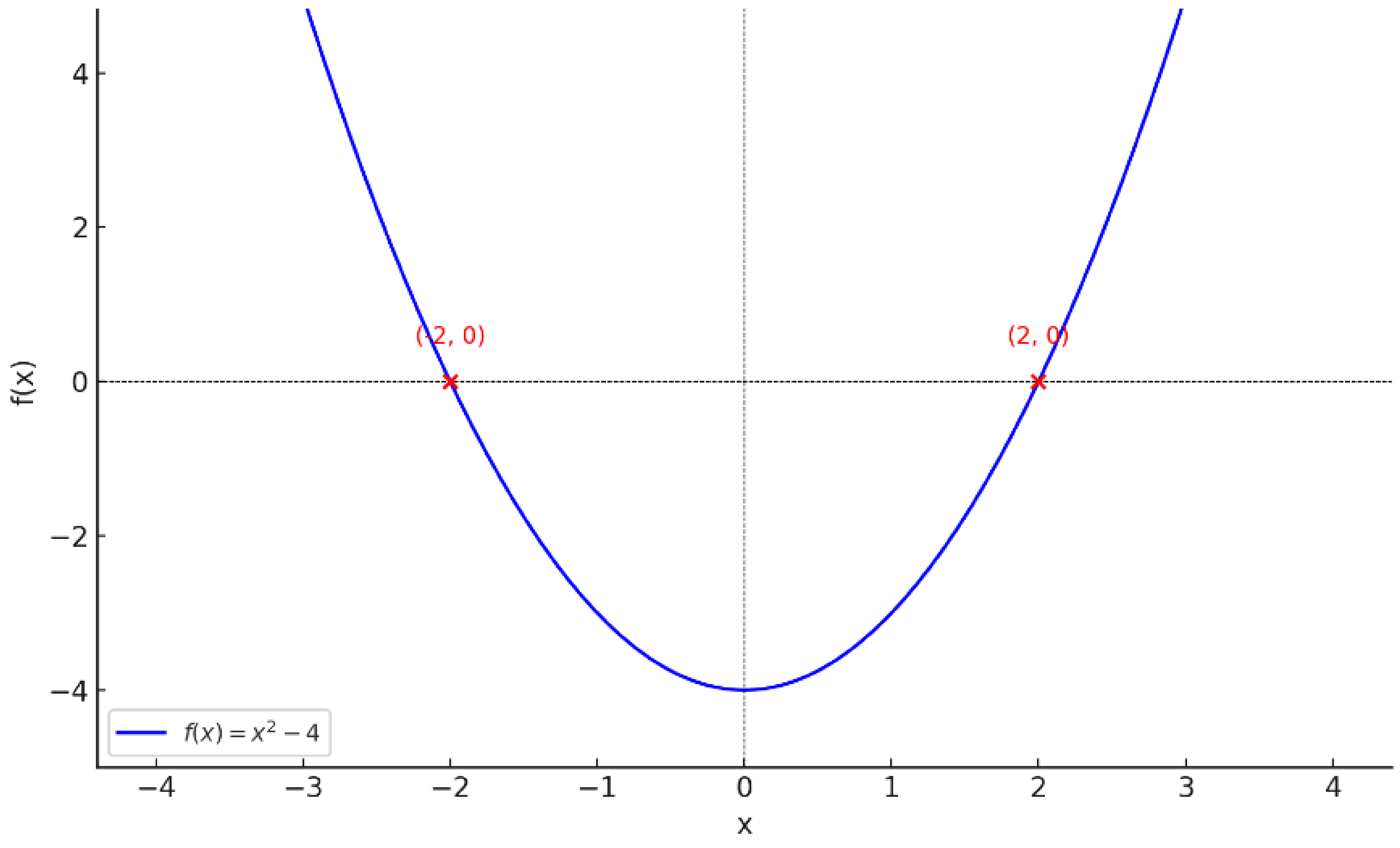
Cara menentukan tebakan awal

Analisis Grafik

Fungsi $f(x) = x^2 - 4$ memiliki dua akar: $x = -2$ dan x

Setelah menggambar grafik, kita memilih tebakan awal:

- Untuk akar positif, $x_0 = 1$ dan $x_1 = 3$.
- Untuk akar negatif, $x_0 = -3$ dan $x_1 = -1$.



Kapan Menggunakan Metode Secant

Metode Secant digunakan dalam berbagai situasi ketika kita ingin menemukan akar (atau solusi) dari suatu persamaan non-linear tanpa mengetahui nilai analitisnya.

Nilai Analitis:

- **Definisi**: Nilai analitis adalah solusi eksak dari suatu persamaan yang dapat dinyatakan dalam bentuk formula matematis yang jelas dan dapat dihitung.
- **Contoh**: Untuk persamaan linear $ax + b = 0$, kita dapat dengan mudah menemukan solusinya, yaitu $x = -\frac{b}{a}$. Ini adalah solusi analitis karena kita bisa mengekspresikannya dengan rumus yang sederhana.

Persamaan Non-Linear:

- Banyak persamaan, terutama yang bersifat non-linear (seperti polinomial derajat tinggi, fungsi trigonometri, eksponensial, dll.), tidak memiliki solusi analitis yang dapat ditemukan dengan cara sederhana.
- **Contoh**: Pertimbangkan persamaan $x^3 - 2x - 5 = 0$. Tidak ada rumus sederhana yang memberikan solusi eksak untuk nilai x di mana persamaan ini bernilai nol.

Penghitungan Manual

Is the statement

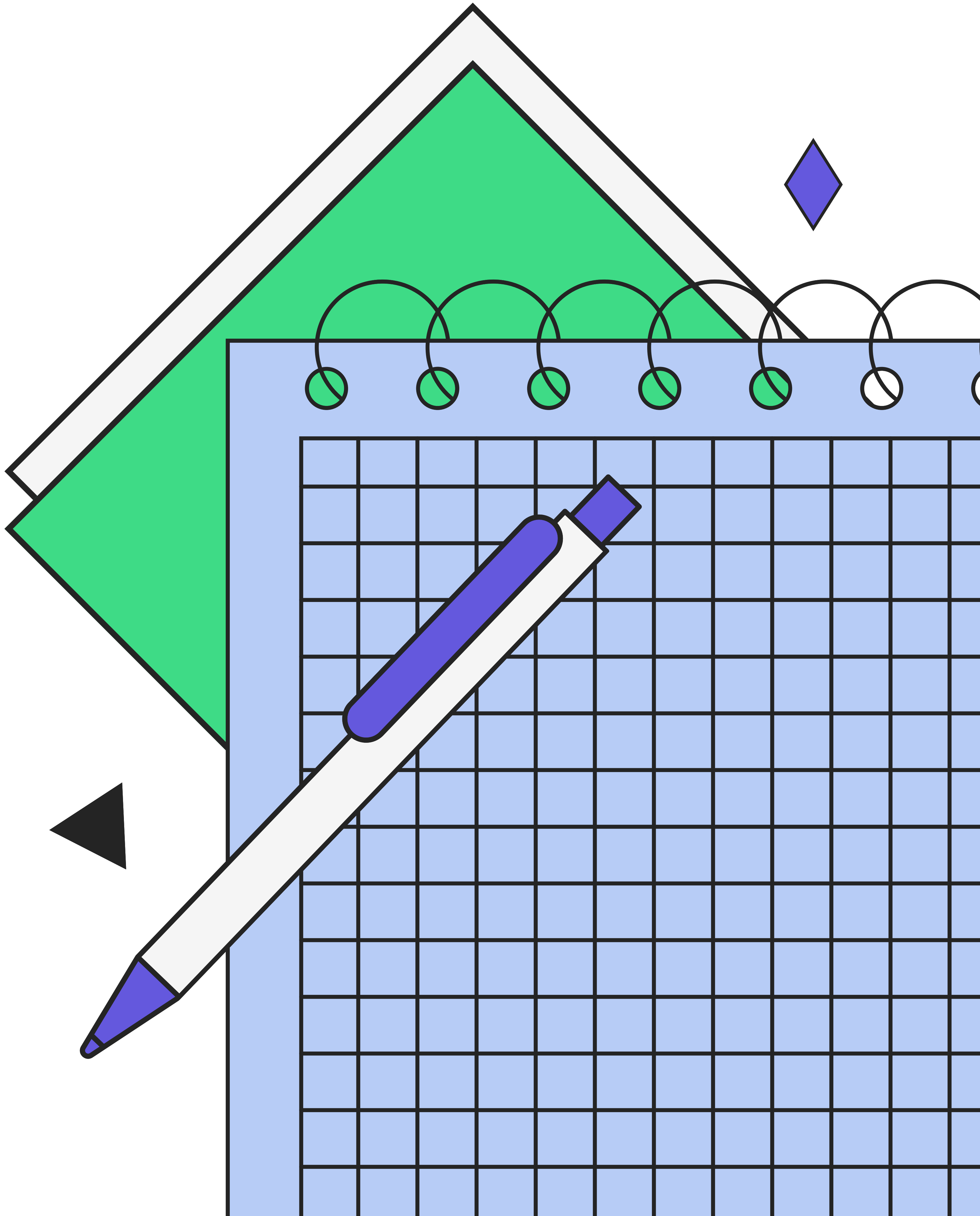
$$f(x) = x^2 - 3$$

Solution

Tentukan Tebakan Awal

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = 2$$



Answer Key

$$f(x) = x^2 - 3$$

Tebakan Awal:

- $x_0 = 1$
- $x_1 = 2$

Iterasi Pertama:

- Hitung $f(x_0)$ dan $f(x_1)$:

$$f(1) = 1^2 - 3 = -2$$

$$f(2) = 2^2 - 3 = 1$$

- Gunakan rumus Secant untuk menghitung x_2:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

$$x_2 = 2 - \frac{1 \cdot (2-1)}{1-(-2)} = 2 - \frac{1 \cdot 1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = 2 - 0.333 = 1.667$$

Pengecekan:

$$f(x_2) = f(1.667) = (1.667)^2 - 3 \approx 2.778889 - 3 = -0.221111$$

Answer Key

$$f(x) = x^2 - 3$$

Tebakan Awal:

- $x_0 = 1$
- $x_1 = 2$

Hitung $f(x_1)$ dan $f(x_2)$:

- Kita sudah memiliki $f(x_1) = 1$ dan $f(x_2) \approx -0.221111$.

Hitung x_3:

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

$$x_3 = 1.667 - \frac{-0.221111 \cdot (1.667 - 2)}{-0.221111 - 1}$$

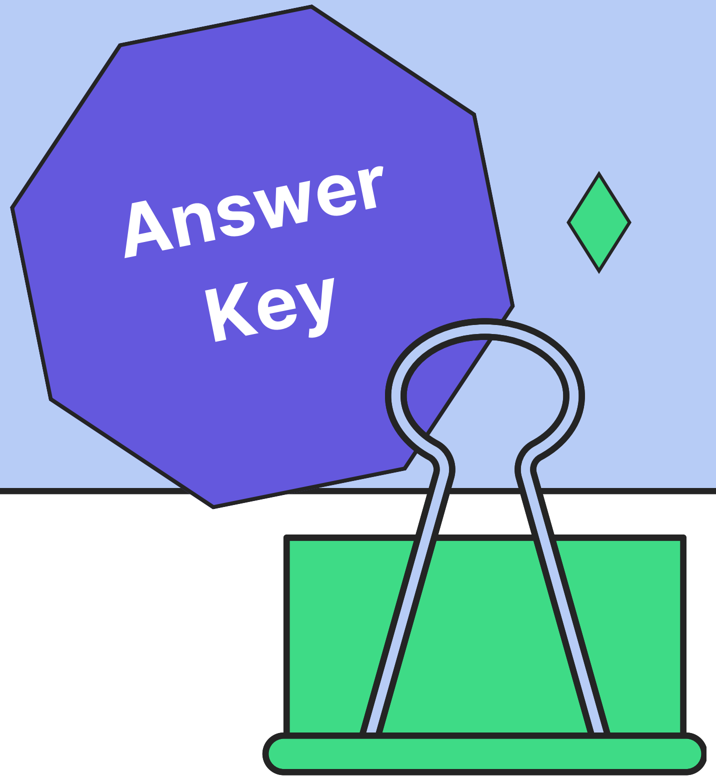
$$x_3 = 1.667 - \frac{-0.221111 \cdot (-0.333)}{-1.221111}$$

$$\approx 1.667 - \frac{0.073703}{-1.221111}$$

$$\approx 1.667 + 0.0604 \approx 1.727$$

Pengecekan:

$$f(x_3) = f(1.727) = (1.727)^2 - 3 \approx 2.981729 - 3 \approx -0.018271$$



$$f(x) = x^2 - 3$$

Tebakan Awal:

- $x_0 = 1$
- $x_1 = 2$

Hitung $f(x_2)$ dan $f(x_3)$:

- $f(x_2) \approx -0.221111$
- $f(x_3) \approx -0.018271$

Hitung x_4:

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)(x_3 - x_2)}{f(x_3) - f(x_2)}$$

$$x_4 = 1.727 - \frac{-0.018271(1.727 - 1.667)}{-0.018271 - (-0.221111)}$$

$$x_4 = 1.727 - \frac{-0.018271(0.060)}{0.202840}$$

$$\approx 1.727 - \frac{-0.00109626}{0.202840} \approx 1.727 + 0.00541 \approx 1.732$$

Pengecekan:

$$f(x_4) = f(1.732) = (1.732)^2 - 3 \approx 2.999824 - 3 \approx -0.000176$$

Perbedaan dengan Metode Lain

Metode Secant

- Menggunakan dua titik awal
- Tidak perlu turunan eksplisit
- Konvergensi cepat

Metode Tabel

- Paling sederhana
- Evaluasi fungsi pada rentang tertentu
- Kurang efisien untuk fungsi kompleks

Metode Newton-Raphson

- Menggunakan turunan pertama
- Konvergensi sangat cepat (kuadratik)
- Perlu perhitungan turunan eksplisit

Metode Bagi Dua

- Membagi interval menjadi dua bagian
- Konvergensi lambat tapi pasti
- Sederhana dan robust

Metode Regula Falsi

- Gabungan bagi dua dan interpolasi linear
- Lebih cepat dari metode bagi dua
- Konvergensi tidak selalu lebih cepat

Metode Iterasi Titik Tetap

- Mengubah persamaan ke bentuk $x = g(x)$
- Konvergensi tergantung pemilihan $g(x)$
- Bisa divergen jika tidak memenuhi syarat

Penghitungan Otomatis dengan Excel

Is the statement

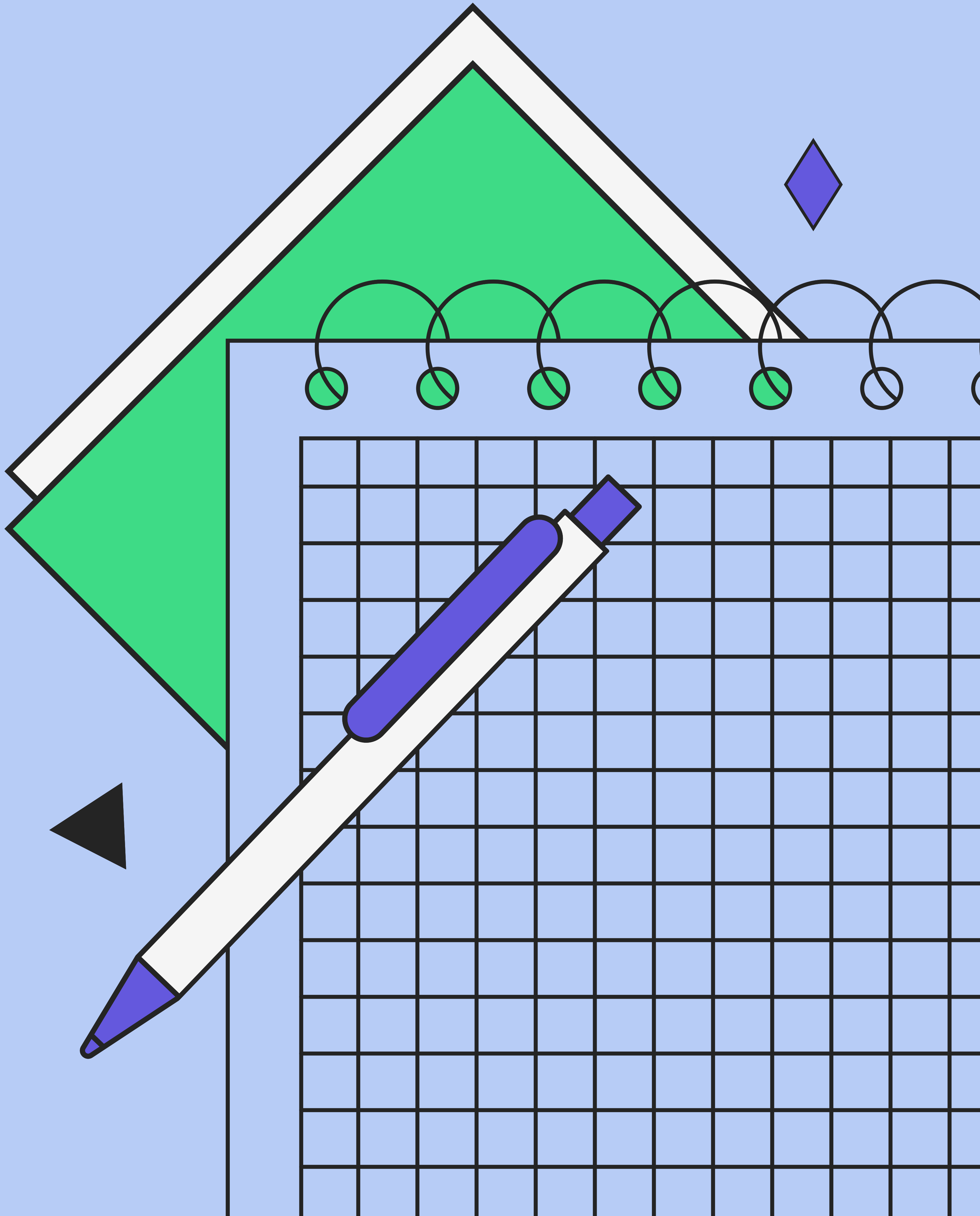
$$2x^2 + 3x + 4$$

Solution

Tentukan Tebakan Awal

$$x_1 = 2$$

$$x2 = 2.5$$



Answer Key

$$2x^2 + 3x + 4$$

Penyelesaian

Metode Secant				
$f(x) = 2x^2+3x-4$	r	x_r	$\|x_{r+1} - x_r\|$	e_s
	0	2		
	1	2,5		
	2	1,16667	1,333333333	FALSE
	3	0,95161	0,215053763	FALSE
	4	0,85958	0,092028951	FALSE
	5	0,85105	0,008534829	FALSE
	6	0,85078	0,000267329	FALSE
	7	0,85078	7,34914E-07	TRUE

Penjelasan

Penyelesainya masih dengan rumus utama yang sama maka :

- r = iterasi
- x_r = nilai tabakan
- $|x_{r+1} - x_r|$ = untuk pengecekan
- e_s = perbandingan dengan 0,000001

Terima Kasih