

# Heladeria la Michoacana

Optimización de costos de envío y mantenimiento de producto



# Contenidos

Planteamiento del problema

Propuesta de solución

Optimización del costo

Breve comentario sobre el resultado de la optimización

Error en la estimación de la cantidad óptima de despacho

Estimación de la demanda

Demanda Como un proceso de Poisson

Estimación de ventas diarias

Propuesta

## Planteamiento del problema

Las máquinas expendedoras de la Heladería La Michoacana tienen la peculiaridad de que el gasto energético depende de la cantidad de paletas que estén en la máquina, pues cada una se congela en un pequeño cajón. El costo de mantener una paleta por un día es de \$1. El transporte de las paletas desde el congelador central a cada máquina expendedora tiene un costo fijo de \$100 por viaje a una máquina y cada máquina no puede ser surtida más de una vez al día. Cada mañana, Luis, el jefe de operaciones, debe decidir qué máquinas expendedoras serán surtidas esa misma mañana y cuántas paletas deben ir a cada máquina expendedora que será surtida. Luis quiere mantener los costos de transporte y de energía bajos pero al mismo tiempo no quiere que existan muchos casos de máquinas sin paletas disponibles, pues los suscriptores podrían molestarse y abandonar el programa. Luis tiene el objetivo de mantener los costos de transporte y energía más bajos posibles y la cantidad de días/máquina donde hubo indisponibilidad de paletas menor a 2 % al mes. Luis tiene total libertad todas las mañanas para elegir qué máquinas deben ser surtidas y cuántas paletas surtir en cada una.

Luis tiene, cada mañana, la siguiente información:

- La cantidad de paletas retiradas para cada máquina, cada día desde que empezó la operación (hace 5 años) hasta el día anterior.
- La cantidad de paletas disponibles en cada máquina, cada día (a final del día, medianoche) desde que empezó la operación (hace 5 años) hasta el día anterior.
- La capacidad, en cantidad de paletas, de cada máquina expendedora.
- El costo de surtir cada máquina (\$100)
- El costo de mantener una paleta por un día en cualquier máquina expendedora (\$1)
- No hay límite de carga en los camiones repartidores

# Propuesta de solución

Se trata de un problema de optimización en el que es necesario minimizar los costos para maximizar el profit de cada maquina expendedora de helados. Para esto, será necesario estimar la demanda diaria máxima de helados, con un error menor al 2 % en la estimación. De manera que la maquina expendedora solo se quede sin helados menos del 2 % de los dias del mes.

Comencemos por estudiar el problema de la optimización, sean:

$T$ : Costo total diario de inventario

$P$ : Precio de producción por unidad de producto

$C$ : Cantidad de producto despachado

$C^*$ : Cantidad de producto optima despachada

$D$ : Demanda por dia

$E$ : Costo por envío

$M$ : Costo de mantenimiento

El costo total diario está dado por:

$$T = \text{Total costo de producción} + \text{Total costo de envíos/día} + \text{Total costo de mantenimiento/día}$$

## Optimización del costo

El costo total de producción de los helados vendidos es la demanda de producto multiplicado por el precio:

$$\text{Total costo de producción} = DP$$

El costo de envíos por día es el numero de envíos  $\frac{D}{C}$  por el costo de cada envío:

$$\text{Total costo de envíos/día} = E \frac{D}{C}$$

El costo de mantenimiento es el promedio de en la cantidad de producto (desde que se despacha una cantidad  $C$  hasta que se acaba  $\frac{Q}{2}$ )

$$\text{Total costo de mantenimiento/día} = M \frac{Q}{2}$$

por lo tanto:

$$T = DP + E \frac{D}{C} + M \frac{C}{2}$$

Para hallar el mínimo de esta función, se debe encontrar el punto donde la derivada se anula:

$$\frac{\partial T}{\partial C} = -\frac{ED}{C^2} + \frac{M}{2} = 0$$

Por ende:

$$C^* = \sqrt{\frac{2ED}{M}}$$

## Breve comentario sobre el resultado

El resultado anterior toma sentido si observamos que la cantidad óptima de producto despachado es mayor a medida que el costo de envío aumenta (o la demanda) y la cantidad óptima disminuye si el costo de mantenimiento es mayor. Es decir, si los envíos son muy caros (o hay mucha demanda) deberíamos pedir mucho producto en cada despacho, pero si el costo de mantenimiento es alto no deberíamos pedir mucho producto para tenerlo almacenado mucho tiempo.

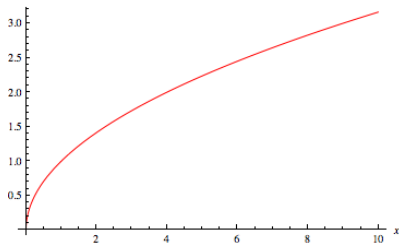


Figura:  $C^*$  en función de  $E$  o  $D$

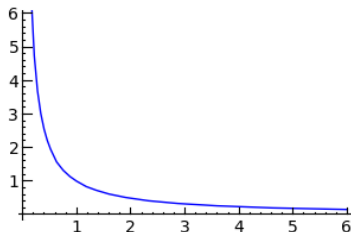


Figura:  $C^*$  en función de  $M$

## Error en la estimación de la cantidad óptima de despacho

Es inmediato encontrar el error de  $C^*$  al convertir su derivada total a diferenciales no continuos:

$$\Delta C^* = \sqrt{\frac{E}{2MD}} \Delta D$$



# Estimación de la demanda

Para estimar la demanda de producto se requiere conocer la naturaleza de los datos, se necesitaría por ejemplo, hacer un gráfico de la demanda en función del tiempo para saber si existe un comportamiento monótono creciente, periódico o quizás estable. Y de esta manera elegir la mejor aproximación a la solución del problema.

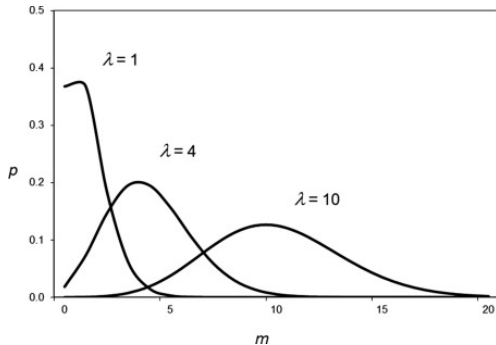
- Si se encuentra por ejemplo que los datos son periódicos se pueden estimar las ventas haciendo estadísticas en periodos de comportamiento similar.
- Si los datos son monótonos crecientes es natural tratar de estimar las ventas usando métodos de forecasting o extrapolación.
- También es importante evaluar si las ventas han cambiado mucho su comportamiento (sin ser periódico) en los últimos 5 años de la recolección de los datos.
- Tomando en cuenta todo lo anterior, se recomienda tomar una muestra de datos menor a los 5 años totales del estudio. De manera que se tomen los datos mas nuevos, que reflejan mejor el comportamiento "actual" de las ventas. Igualmente, el modelo debe evaluarse sobre los datos mas recientes de la muestra, y de esta manera asegurar el éxito de nuestro estudio estadístico.

# Demanda como un proceso de Poisson

El caso mas natural, sería suponer las ventas de cada máquina como un proceso estocástico de Poisson, donde la llegada de los usuarios se suponen como eventos aleatorios con distribución de la forma siguiente:

$$P(m) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^m}{m!}$$

Donde  $\lambda$  es el promedio de las ventas históricas diarias,  $m$  el número de ventas y  $P(m)$  la probabilidad de que ocurran  $m$  ventas en un día.



## Estimación de ventas diarias

Para estimar el número de ventas teniendo menos de 2 % de error, se calcula el  $m_i$  tal que la probabilidad acumulada de  $P$  sea igual a 98 %

$$P(m < m_i) = 0,98$$

Y para el calculo de estimación de demanda (con 95 % de confianza ) tendremos que:

$$D = \hat{\lambda} \pm 1,96 \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}$$

Donde  $\hat{\lambda}$  es el promedio de ventas en el histórico de cada máquina.

$$\Delta D = 1,96 \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}$$

Por último la cantidad óptima de helados por entrega será:

$$C^* = \sqrt{\frac{2ED}{M}} \pm 1,96 \sqrt{\frac{E}{2MD}} \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{n}}$$

Cada mañana, es posible saber cuantas paletas hay en cada máquina, y sabiendo la estimación (con 2 % de error) de la cantidad de paletas que se venderán ese día. Se puede saber si es necesario hacer un despacho a la máquina o no, haciendo:

$$\text{paletas disponibles} - m_i < 0$$

También se debe tomar en cuenta la capacidad de cada máquina a la hora de llenarla. Si  $C^*$  es mayor a la capacidad conocida de la máquina pues simplemente se llenará la maquina al máximo de su capacidad.

# Propuesta

Como propuesta, se desarrollará un programa que entregue información al Sr. Luis todos los días en la mañana. Con una lista de las máquinas que se estima, tendrán una venta mayor a la disponibilidad de productos.

Adicionalmente se le hará conocer al Sr. Luis la cantidad óptima de helados que debe colocar en cada máquina ese día. Se sugiere también, entregar al señor Luis una página informativa de análisis predictivo y analítico de las ventas en sus máquinas, haciendo predicción de tendencias en las ventas, encontrando las máquinas que más venden y las que menos venden, y analizando factores que influyen en las ventas, por ejemplo, analizar si existe una relación entre la ubicación de las máquinas y el número de ventas.

Se propone el desarrollo de una APP exclusiva para Helados La Michoacana, que permita observar geoespacialmente las máquinas disponibles, señalando de forma gráfica las máquinas que necesitan ser llenadas ese día, y que tenga interactividad con el usuario, de manera que sea posible marcar las unidades atendidas y así no olvidar ninguna de ellas.