Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Institut für Informatik
Dr. G. Erdélyi

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.12, Ebene: 02, Raum: 40
Tel.: +49 211 8111652
e-mail: erdelyi@cs.uni-duesseldorf.de
8. Juli 2009

Vorlesung im Sommersemester 2009

Grundlagen der Theoretischen Informatik

Klausurtermin: 14. Juli 2009

BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN
NAMEN, VORNAMEN UND MATRIKELNUMMER EIN!

Name, Vorname:

Studienfach, Semester:

Matrikelnummer:

Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
erreichbare Punktzahl	15	20	20	20	25	100
erreichte Punktzahl						

Erlaubte Hilfsmittel: Vorlesungsmitschriften, Bücher, Skript.
Nicht erlaubte Hilfsmittel: Mobiltelefone, Taschenrechner, Kommilitonen.

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Klasse REC bzgl. many-one Reduzierbarkeit abgeschlossen ist, d.h.

$$(A \leq_m B \wedge B \in \mathrm{REC}) \implies A \in \mathrm{REC}.$$

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist!)

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass die folgende Sprache nicht regulär ist:

$$A = \{ab^n ba^n \mid n \geq 1\}.$$

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist!)

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, durch

$$f(m,n) = \begin{cases} m \mod n & \text{falls } n > 0 \\ undefiniert & \text{falls } n = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f GOTO–berechenbar ist. Geben Sie dafür ein GOTO Programm an. Benutzen Sie dafür ausschließlich die in Definition 8.13 angegebenen elementaren Befehle (Zuweisung, unbedingter Sprung, bedingter Sprung und Abbruchanweisung). Achten Sie darauf, dass die Ausgabe in der Variable x_0 stehen soll!

Hinweis: *Benutzen Sie die Eigenschaft,* $\exists k \in \mathbb{N}$ *mit* $m = k \cdot n + r$*, wobei* $0 \leq r < n$.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist!)

Aufgabe 4 (20 Punkte)

(a) Gegeben sei die Sprache

$$L = \{a^i b^j a^k \mid k > i \geq 0 \text{ und } j \geq 1\}.$$

Geben Sie einen LBA M an, der die Sprache L akzeptiert. Denken Sie an die Beschreibung der Zustände!

(b) Welche anderen, Ihnen bekannten Automatenmodelle können die Sprache L aus Aufgabe (a) entscheiden? (Eine vollständige Aufzählung ohne Begründung reicht!)

(c) Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{0, 1, 2\}$.

- Existiert ein LBA $M = (\Sigma, \Gamma, Z, \delta, z_0, \Box, F)$, der bei jeder Eingabe w das Wort ww^{-1} ausgibt? (Ja/Nein Antwort reicht.)
- Falls Sie mit "Ja" geantwortet haben: Es ist klar, dass der Schreib-/Lesekopf auf dem Arbeitsband den durch die Eingabe beschränkten Bereich verlassen muss. Muss dann das Arbeitsband per Hand ausgetauscht werden?

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist!)

Aufgabe 5 (25 Punkte) Gegeben sei die folgende kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, N, S, P)$:

$$
\begin{aligned}
\Sigma &= \{a, b\} \\
N &= \{S, A, B\} \\
P &= \{ \quad S \to aBa \mid A \\
&\qquad A \to bBa \mid aB \\
&\qquad B \to bBb \mid ab \quad \}.
\end{aligned}
$$

(a) Überprüfen Sie mit dem Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami, ob das Wort $w = ababb$ in der Sprache $L(G)$ enthalten ist. (Vergessen Sie nicht, die Grammatik G vorher in eine äquivalente Grammatik G' in der entsprechenden Normalform umzuwandeln!)

(b) Geben Sie die beiden Syntaxbäume für das Wort w bezüglich G und G' an.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist!)

Die Aufgabenblätter bitte mit ausgefüllten Kopfzeilen abgeben.
VIEL SPASS – VIEL GLÜCK – VIEL ERFOLG