

## Theoretische Informatik

Bearbeitungszeit: 08.07.2024 bis 14.07.2024, 16:00 Uhr

Besprechung: 15.07.2024, 10:30 Uhr in Hörsaal 5E

Abgabe: als PDF über das ILIAS

Gruppenabgaben möglich und erwünscht

### Aufgabe 1 ( $\leq_m^p$ -Relation)10P

Betrachten Sie die  $\leq_m^p$ -Relation aus der Vorlesung. Seien  $A, B \subseteq \Sigma^*$  Mengen. Zeigen Sie die folgenden Aussagen aus der Vorlesung.

- (a)  $\leq_m^p$  ist reflexiv und transitiv, aber nicht antisymmetrisch.
- (b)  $A \leq_m^p B \Rightarrow \overline{A} \leq_m^p \overline{B}$ .

### Aufgabe 2 (Unentscheidbarkeitskriterium)10P

Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit der Menge

$$L_1 = \{(w_1, w_2) \in \{0, 1\}^* \times \{0, 1\}^* \mid 0 \in L(M_{w_1}) \cup L(M_{w_2})\},$$

indem sie vom speziellen Halteproblem

$$K = \{w \in \{0, 1\}^* \mid M_w \text{ angesetzt auf } w \text{ hält nach endlich vielen Schritten}\}$$

auf sie reduzieren.

### Aufgabe 3 (Wiederholung: Pumping-Lemma)10P

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind:

(a)  $L_1 = \{\alpha \mid \alpha \text{ ist ein Palindrom}\} \subseteq \{0, 1\}^*$

(b)  $L_2 = \{y^k \mid y \in \{a, b\}^*, k \geq 2\} \subseteq \{a, b\}^*$

*Hinweise: Achten Sie dabei auf eine gut ersichtliche Beweisstruktur (was ist zu zeigen, was wird zu einem Widerspruch geführt, etc.), darauf, dass alle Einzelschritte nachvollziehbar sind (führen Sie verwendete Regeln auf, begründen Sie, warum Sie mit diesem Wort/dieser Zahl argumentieren dürfen, welche Eigenschaften eine Variable hat, etc.), und definieren Sie alle verwendeten Variablen.*

### Aufgabe 4 (Wiederholung: Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen)5P

Zeigen Sie jeweils anhand des Pumping-Lemmas, dass die folgende Sprache nicht kontextfrei ist:

$$L_1 = \{a^n \mid n \text{ ist Quadratzahl}\} \subseteq \{a\}^*$$

### Aufgabe 5 (Wiederholung: Abschlusseigenschaften)5P

Zeigen Sie mit Hilfe der Abschlusseigenschaften von kontextfreien Sprachen, dass  $L = \{0^m 1^n \mid m, n \geq 1, n \neq m\} \subseteq \{0, 1\}^*$  kontextfrei ist.

*Hinweis: Sie dürfen die aus der Vorlesung bekannten Sprachen  $\{0^n \mid n \geq 1\}$  und  $\{0^m 1^m \mid m \geq 1\}$  nutzen.*