Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Institut für Informatik
Prof. Dr. J. Rothe

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.12, Ebene: O2, Raum: 26
Tel.: +49 211 8112188, Fax: +49 211 8111667
E-Mail: rothe@hhu.de

20. August 2019

Vorlesung im Sommersemester 2019

Informatik IV

Hauptklausurtermin: 15. Juli 2019

**BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN NAMEN, VORNAMEN
UND IHRE MATRIKELNUMMER SOWIE ZUSÄTZLICH AUF DEM
DECKBLATT STUDIENFACH MIT SEMESTER UND ANZAHL DER
ABGEGEBENEN BLÄTTER EIN, UND UNTERSCHREIBEN SIE
ALS STUDIERENDE/R DER INFORMATIK, DASS SIE ANGEMELDET SIND!**

- **Name, Vorname:**
- **Studienfach, Semester:**
- **Matrikelnummer:**
- **Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:**
- **(Nur für Studierende der Informatik) Hiermit bestätige ich, dass ich mich beim akademischen Prüfungsamt für diese Klausur angemeldet habe:**

____
Unterschrift

Erlaubte Hilfsmittel: Vorlesungsmitschriften, Bücher, Übungsblätter.

In der Klausur nicht erlaubte Hilfsmittel: Elektronische Geräte aller Art.

Achten Sie darauf, dass Rechenwege und Zwischenschritte vollständig und ersichtlich sind.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6 (Bonus)	Gesamt
erreichbare Punktzahl	20	20	20	25	15	10	100+10
erreichte Punktzahl							

Aufgabe 1 (20 Punkte) *Multiple Choice* **/20 Punkte**

Kreuzen Sie für jede der folgenden Fragen in jeder Zeile entweder „Ja“ oder „Nein“ an.

Bewertung: Bezeichnet $\#R$ die Anzahl der von Ihnen richtig angekreuzten Antworten und $\#K$ die Anzahl der von Ihnen insgesamt angekreuzten Antworten (d. h. nur solche, bei denen *entweder „Ja“ oder „Nein“* angekreuzt wurde – Antworten, bei denen weder „Ja“ noch „Nein“ oder sowohl „Ja“ als auch „Nein“ angekreuzt wurde, zählen nicht zu $\#K$), so ergibt sich die folgende Gesamtpunktzahl für diese Aufgabe:

$$\#R + \left\lfloor \frac{5 \cdot \#R}{\#K} \right\rfloor \text{ Punkte, falls } \#K > 0\text{, und } 0 \text{ Punkte, falls } \#K = 0.$$

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein $\emptyset \neq \{\lambda\}$.

☐ Ja ☐ Nein Die Spiegelung jeder regulären Sprache ist regulär.

☐ Ja ☐ Nein Jede von einem DFA akzeptierte Sprache ist endlich.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein Mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen kann man nachweisen, dass eine Sprache nicht kontextfrei ist.

☐ Ja ☐ Nein Der Äquivalenzklassenautomat ist immer minimal.

☐ Ja ☐ Nein Die Klasse der kontextfreien Sprachen ist unter Komplementbildung abgeschlossen.

(c) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein Jede deterministisch kontextfreie Sprache ist regulär.

☐ Ja ☐ Nein Die Menge $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.

☐ Ja ☐ Nein Die Menge $\{a^n b^n c^n d^n \mid n \geq 1\}$ ist in $\mathfrak{L}_0$, aber nicht kontextsensitiv.

(d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein Jede totale Funktion ist `LOOP`-berechenbar.

☐ Ja ☐ Nein Jede `GOTO`-berechenbare Funktion ist `LOOP`-berechenbar.

☐ Ja ☐ Nein Jede primitiv rekursive Funktion ist total.

(e) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein Die Menge $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ ist entscheidbar.

☐ Ja ☐ Nein Das Komplement der Menge $\{i \in \mathbb{N} \mid i \in \mathrm{D}_i\}$ ist entscheidbar.

☐ Ja ☐ Nein RE ist abgeschlossen unter Komplementbildung.

Aufgabe 2 (20 Punkte) *Reguläre Sprachen* **/20 Punkte**

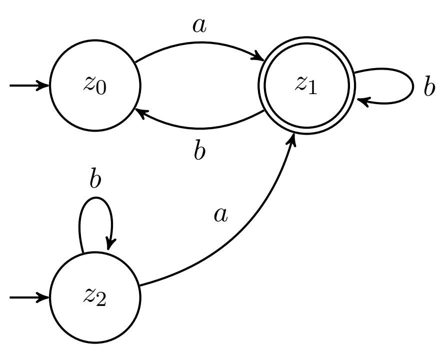
(a) Gegeben sei $L = \{w \in \Sigma^* \mid \textit{informatik} \sqsubseteq w\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, \ldots, z\}$.

(i) Geben Sie drei paarweise verschiedene Myhill-Nerode Äquivalenzklassen von L explizit an und zeigen Sie formal, dass diese tatsächlich paarweise verschieden sind.

(ii) Geben Sie die Anzahl aller paarweise verschiedenen Myhill-Nerode Äquivalenzklassen von L an und begründen Sie.

(iii) Zeigen oder widerlegen Sie, dass L regulär ist. Sie dürfen vorherige Aufgabenteile in Ihrer Begründung verwenden. P.

(b) Gegeben sei der folgende Zustandsgraph eines NFA $N = (\{a, b\}, Z, \delta, S, F)$:



(i) Geben Sie Z, δ, S und F explizit an.

(ii) Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck γ mit $L(\gamma) = L(N)$, indem Sie ein entsprechendes Gleichungssystem lösen. Geben Sie den regulären Ausdruck γ und alle relevanten Zwischenschritte ausdrücklich an. P.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Leerseite zur Bearbeitung von Aufgabe 2

Aufgabe 3 (20 Punkte) *Kontextfreie Sprachen* **/20 Punkte**

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, N, S, P)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B, X, Y\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{S &\to AX \mid X, \\ X &\to YAY, \\ Y &\to BB, \\ A &\to a, \\ B &\to b \mid \lambda\}. \end{aligned}$$

(a) Geben Sie eine zu G äquivalente Grammatik G_1 an, die λ-frei ist, indem Sie das Verfahren aus der Vorlesung anwenden. P.

(b) Geben Sie die Regeln an, welche aus G_1 entfernt bzw. zu G_1 hinzugefügt werden müssen, damit G_1 keine einfachen Regeln mehr enthält, die Sprache von G_1 sich dadurch aber nicht verändert. Geben Sie danach die Regeln an, welche noch nicht in Chomsky-Normalform (CNF) sind und schließlich eine zu G_1 äquivalente Grammatik G_2 ohne einfache Regeln und in CNF. P.

(c) Prüfen Sie mit dem Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami (CYK), ob $w = bbab$ in der Sprache von G liegt und geben Sie die Tabelle bzw. Dreiecksmatrix dabei vollständig an. P.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Aufgabe 4 (25 Punkte) *Turingmaschinen* **/25 Punkte**

Sei $M = (\Sigma, \Gamma, Z, \delta, z_0, \Box, F)$ eine Turingmaschine mit

- $\Sigma = \{0, 1\}$,
- $\Gamma = \{0, 1, \$, \Box\}$,
- $Z = \{z_e, z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}$,
- $F = \{z_e\}$,
- δ wie folgt:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
0	$(z_1, \$, R)$				$(z_4, 0, L)$
1		$(z_2, \$, R)$	$(z_3, \$, R)$	$(z_4, \$, L)$	$(z_4, 1, L)$
\$	$(z_0, \$, R)$	$(z_1, \$, R)$	$(z_2, \$, R)$	$(z_3, \$, R)$	$(z_4, \$, L)$
$\Box$	$(z_e, \Box, R)$				$(z_0, \Box, R)$

(a) Ist M deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort. P.

(b) Geben Sie die Konfigurationenfolge von M für die Eingaben $x_1 = 01111$ an. Gilt $x_1 \in L(M)$? Begründen Sie Ihre Antwort. P.

(c) Welche Sprache wird von M akzeptiert? P.

(d) Ändern Sie M so zu M' um, dass $L(M') = \{0^p 1^{2p} \mid p \geq 0\}$ gilt. P.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Leerseite zur Bearbeitung von Aufgabe 4

Aufgabe 5 (15 Punkte) *Pumping-Lemma für REG* **/15 Punkte**

Gegeben sei über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ die Sprache

$$L = \{a^k b^p c^m \mid p, m \geq 1, k \geq p + m\}.$$

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist. Vervollständigen Sie dazu den folgenden Beweis.

Behauptung: L ist nicht regulär.

Beweis: Angenommen, L wäre regulär. [Ab hier weiter argumentieren.]

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Aufgabe 6 (10 Bonuspunkte) *Berechenbarkeit* **/10 Bonuspunkte**

Gegeben sei folgendes GOTO-Programm, das eine Funktion $d : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ berechnet:

$$
\begin{aligned}
M_1 &: \ \texttt{IF } x_1 = 0 \texttt{ THEN GOTO } M_6;\\
M_2 &: \ \texttt{IF } x_2 = 0 \texttt{ THEN GOTO } M_8;\\
M_3 &: \ x_1 := x_1 - 1;\\
M_4 &: \ x_2 := x_2 - 1;\\
M_5 &: \ \texttt{GOTO } M_1;\\
M_6 &: \ x_0 := x_2 + 0;\\
M_7 &: \ \texttt{HALT};\\
M_8 &: \ x_0 := x_1 + 0;\\
M_9 &: \ \texttt{HALT};
\end{aligned}
$$

(a) Führen Sie das Programm für die Eingaben $n_1 = 3$ und $n_2 = 1$ aus. Geben Sie dazu Folgendes an:

(i) Die Belegung aller verwendeten Variablen zum Start des Programms,

(ii) die Belegung aller verwendeten Variablen nach Halten des Programms, und

(iii) die Ausgabe des Programms. P.

(b) Geben Sie die mathematische Funktion $d : \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$, die von dem gegebenen Programm berechnet wird, ausdrücklich an. P.

(c) Bestimmen Sie $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $g = \mu d$ und geben Sie g ausdrücklich an. P.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Die Aufgabenblätter bitte mit ausgefüllten Kopfzeilen abgeben.
VIEL SPASS – VIEL GLÜCK – VIEL ERFOLG