Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Institut für Informatik
Prof. Dr. J. Rothe

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.12, Ebene: 02, Raum: 26
Tel.: +49 211 8112188, Fax: +49 211 8111667
E-Mail: rothe@cs.uni-duesseldorf.de
12. Juli 2013

Vorlesung im Sommersemester 2013

Informatik IV

Klausurtermin: 16. Juli 201~~0~~13

BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN NAMEN, VORNAMEN UND IHRE MATRIKELNUMMER SOWIE ZUSÄTZLICH AUF DEM DECKBLATT STUDIENFACH MIT SEMESTER EIN!

Name, Vorname:

Studienfach, Semester:

Matrikelnummer:

Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
erreichbare Punktzahl	20	20	10	25	25	100
erreichte Punktzahl						

Erlaubte Hilfsmittel:

- Vorlesungsmitschriften, Bücher, Übungsblätter,
- Gedächtnis.

Nicht erlaubte Hilfsmittel:

- Elektronische Geräte aller Art,
- Kommiliton/inn/en.

Achten Sie darauf, dass Rechenwege und Zwischenschritte vollständig und ersichtlich sind.

Aufgabe 1 (20 Punkte) Kreuzen Sie für jede der folgenden Fragen in jeder Zeile entweder „Ja" oder „Nein" an.

Bewertung: Bezeichnet $\#R$ die Anzahl der richtig angekreuzten Antworten und $\#K$ die Anzahl der insgesamt angekreuzten Antworten (d. h. nur solche, bei denen *entweder „Ja" oder „Nein"* angekreuzt wurde – Antworten, bei denen weder „Ja" noch „Nein" oder sowohl „Ja" als auch „Nein" angekreuzt wurde, zählen nicht zu $\#K$), so ergibt sich die folgende Gesamtpunktzahl für diese Aufgabe:

$$\#R + \left\lfloor \frac{5 \cdot \#R}{\#K} \right\rfloor \text{ Punkte, falls } \#K > 0, \text{ und } 0 \text{ Punkte, falls } \#K = 0.$$

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein Die Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen ist ein Alphabet.
☐ Ja ☐ Nein Die Menge der natürlichen Zahlen in Binärdarstellung ist eine formale Sprache.
☐ Ja ☐ Nein Für jede reguläre Sprache L gibt es einen DFA, der $\overline{L}$ akzeptiert.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind beweisbar wahr?

☐ Ja ☐ Nein Für jede Typ-1-Sprache A gibt es einen LBA M mit $L(M) = \overline{A}$.
☐ Ja ☐ Nein Jede Teilmenge einer entscheidbaren Sprache ist entscheidbar.
☐ Ja ☐ Nein Jede allgemein rekursive Funktion ist LOOP-berechenbar.

(c) Welche/s der folgenden Probleme ist/sind entscheidbar?

☐ Ja ☐ Nein Gegeben eine Gödelnummer i, enthält der Wertebereich der i-ten partiell rekursiven Funktion φ_i nur ungerade Zahlen?
☐ Ja ☐ Nein Gegeben eine natürliche Zahl n, ist $(n, n+2)$ ein Primzahlzwilling, d. h., sind n und $n+2$ Primzahlen?
☐ Ja ☐ Nein Gegeben eine kontextfreie Grammatik G und ein Wort x, gilt $x \notin L(G)$?

(d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind beweisbar wahr?

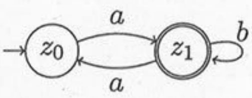
☐ Ja ☐ Nein $A = \{d^n c^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextfrei, aber nicht regulär.
☐ Ja ☐ Nein $B = \{d^n c^n b^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.
☐ Ja ☐ Nein $C = \{d^n c^n b^n a^n \mid n \geq 1\}$ ist entscheidbar, aber nicht kontextsensitiv.

(e) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

☐ Ja ☐ Nein Es gibt eine $\leq_{\mathrm{m}}$-vollständige Menge in RE, die regulär ist.
☐ Ja ☐ Nein Es gibt reguläre Mengen in RE.
☐ Ja ☐ Nein Nach § 12 der StVO ist das Halten von Turingmaschinen nur erlaubt, wenn sich sämtliche Köpfe innerhalb der Maschine befinden, alle Bänder festgezurrt sind und es auf keinem Band Gegenverkehr gibt. Zuwiderhandlung wird mit Flensburg- statt Klausurpunkten bestraft. Wiederholte Zuwiderhandlung führt zum Entzug des Info-IV-Scheins.

Aufgabe 2 (20 Punkte) *Reguläre Sprachen.*

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und der folgende endliche Automat M.



(a) Geben Sie einen zu M äquivalenten Minimalautomaten M' an. Wählen Sie dabei eine geeignete Darstellung für M'.

(b) Geben Sie alle Myhill–Nerode-Äquivalenzklassen bzgl. $L(M)$ an und begründen Sie jeweils, warum diese paarweise verschieden sind.

(c) Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck γ mit $L(\gamma) = L(M)$, indem Sie ein entsprechendes Gleichungssystem lösen.

(d) Geben Sie formal die Sprache $L(M)$ als Menge von Wörtern an.

(Bitte geben Sie alle Zwischenschritte in allen Teilaufgaben an!)

Aufgabe 3 (10 Punkte) *Kontextfreie Sprachen*

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, das Nichtterminalalphabet $N = \{S, A, B\}$, das Startsymbol S und die folgende Tabelle, die durch den Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami zum Eingabewort $w = aabca \in \Sigma^*$ erzeugt wurde.

4	S, B				
3		B			
2	S, B				
1	A	S, B		B	
0	A	A	B	S	A
	a	a	b	c	a
	1	2	3	4	5

(a) Kann w von der Grammatik, die der Tabelle zugrunde liegt, erzeugt werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Geben Sie eine Grammatik an, zu der diese Tabelle erzeugt werden kann.

(c) In welcher Normalform ist Ihre Grammatik? Begründen Sie Ihre Antwort.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Aufgabe 4 (25 Punkte) *Kontextsensitive und $\mathcal{L}_0$-Sprachen.*

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a\}$, die Sprache $L = \{a^{n!} \mid n \geq 0\} \subseteq \Sigma^*$ und die Grammatik $G = (\Sigma, \{S, A, B, C, D, L, M, N, X, Y\}, S, P)$ mit

$$
\begin{array}{llll}
P = \{ & S \to a \mid aa \mid XBMAAY, & XB \to XCDR, & DB \to DCDR, \\
& DM \to LMNRR, & RB \to BCR, & RM \to MCR, \\
& RA \to ACR, & RC \to CR, & RY \to ACY, \\
& XCL \to XBB, & DCL \to LBA, & AM \to MA, \\
& AB \to BA, & NC \to AN, & NA \to AN, \\
& NY \to AY, & X \to a, & B \to a, \\
& M \to a, & A \to a, & Y \to a\},
\end{array}
$$

die L erzeugt.

Entscheiden Sie für jede Klasse der Chomsky-Hierarchie, ob L darin liegt oder nicht. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Verwenden Sie in Ihrer Argumentation auch das Pumping-Lemma.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Aufgabe 5 (25 Punkte) *Berechenbarkeit*

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ und die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definiert durch

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{4} & \text{falls } n \equiv 0 \bmod 4 \\ \text{undefiniert} & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Geben Sie eine deterministische Turingmaschine $M = (\Sigma, \Gamma, Z, \delta, z_0, \Box, F)$ an, die die Funktion f berechnet. Eine gültige Ein- und Ausgabe ist dabei immer eine Binärzahl ohne führende Nullen. Ihre Maschine muss nicht überprüfen, ob die Eingabe gültig ist.

Hinweis: *Die „naive" Maschine benötigt fünf Zustände (inkl. Endzustand) und acht Regeln; es geht auch mit weniger (und natürlich auch mit mehr) Zuständen und Regeln. Achten Sie nicht darauf, wie viele Ihre Turingmaschine hat, das soll hier egal sein. Denken Sie aber an die Beschreibung der Zustände.*

(b) Geben Sie die Konfigurationenfolgen von M bei Eingabe von $w_1 = 10$ und von $w_2 = 100$ an.

(c) Betrachten Sie M als Akzeptor. Welche Teilmenge der gültigen Eingaben akzeptiert Ihre Maschine?

(d) Ist f WHILE-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

(Bitte geben Sie alle Zwischenschritte der Rechnungen in allen Teilaufgaben an!)

Die Aufgabenblätter bitte mit ausgefüllten Kopfzeilen abgeben.
VIEL SPASS – VIEL GLÜCK – VIEL ERFOLG