Raphael Kaya

Übung 4:

Σ 27 P. Y. P.

Aufgabe 1:

a) Angenommen, L sei regulär. Dann existiert nach dem Pumping-Lemma eine Zahl $n \in \mathbb{N}$, s.d. für alle $x \in L$ mit $|x| \geq p$ eine Zerlegung $x = uvw$ existiert mit:

1. $|uv| \leq p$
2. $|v| > 0$
3. $(\forall i \in \mathbb{N})\,[uv^i w \in L]$

$L_1 = \{0^n 1^m \mid n,m \geq 0,\ n < m\}$ über $\Sigma = \{0,1\}$ $\Rightarrow$ es muss weniger 0 als 1, damit Wort in L

Bew.:

Wir wählen $x = 0^n 1^m \in L$ und $|x| \geq p$, mit $uv = 0^n$, $w = 1^m$

1.) $uv \sqsubseteq_{pre} 0^n \Rightarrow uv < p$

2.) $v > 0$

3.) sei $i \geq |w| \Rightarrow uv^i w \notin L$ $\lightning$ -2P. Gegen Ende auch abgeholt waren nicht in L

$\Rightarrow$ Sprache ist nicht regulär, da Annahme falsch ist

b) $L_2 = \{a^{2^k} \mid k \geq 0\}$ über $\Sigma = \{a\}$

Angenommen, L sei regulär. Dann existiert nach dem Pumping-Lemma eine Zahl $n \geq 1$, s.d. für alle $x \in L$ mit $|x| \geq n$ eine Zerlegung $x = uvw$ existiert mit:

1. $|uv| \leq n$
2. $|v| > 0$
3. $(\forall i \in \mathbb{N})\,[uv^i w \in L]$

Bew: Wir wählen $x = a^{2^n} \in L$ und $|x| = 2^p \geq p$

Sei $x = uvw$

1. $|uv| \leq p \Rightarrow uv = a^k \quad k \leq p$
2. $|uv| \geq 1 \Rightarrow v = a^j \quad 0 < j \leq k \leq p$

$\Big\}$ Zerlegung von uv in v

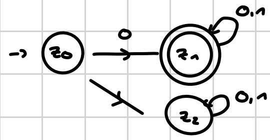
$i = 2 \quad uv^2 w = a^{2^p + j} \in L$

$2^p \overset{j>0}{<} 2^p + j \overset{j \leq p}{\leq} 2^p + p < 2^p + 2^p \leq 2^{p+1}$ $\lightning$

$2^p < 2^p + j < 2^{p+1}$ $\Rightarrow$ Dann wären wir zw. den Zweierpotenz, wodurch nicht in L beim aufpumpen und damit nicht-regulär

✓

Aufgabe 2:



a) i) $L_1 = \{0w \mid w \in \Sigma^*\}$ über $\Sigma = \{0,1\}$

Annahme: Sprache L_1 sei regulär. Demnach gilt
für $x, y \in \Sigma^*$ $x R_L y$, da $(\forall z \in \Sigma^*)[xz \in L \Leftrightarrow yz \in L]$ mit $\text{Index}(R_L) < \infty$

Wir haben Äquivalenzklassen:

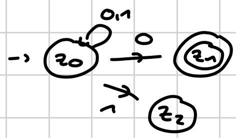
$[\lambda]$ Start

$[0] = \{0w \in \Sigma^* \mid$ jedes Wort beginnt mit $0\} \in L$ ⇒ alle gelangen in Endzustand

$[1] = \{0w \in \Sigma^* \mid$ jedes Wort beginnt mit $1\} \notin L$ ⇒ alle gelangen in gl. Zustand

⇒ Es gibt endliche Zahl an Äquivalenzklassen, demnach liegt eine reguläre Sprache vor

ii) $L_2 = \{w0 \mid w \in \Sigma^*\}$ über $\Sigma = \{0,1\}$



Annahme wie bei a)

-1P

Äquivalenzklasse:

gilt

$[\lambda]$: Start

$[w0] = \{w0 \in \Sigma^* \mid$ jedes Wort endet mit $0\} \in L$

$[w1] = \{w1 \in \Sigma^* \mid$ jedes Wort endet mit $1\} \notin L$

⇒ Da endliche Anzahl an Klassen ist die Sprache regulär

b) 1. Zustände die wegfallen: z_3

2.3.

	z_0	z_1	z_2	z_4	z_5	z_6	z_7
z_7	⊗	O	X	X	⊗	X	X
z_6	⊗	X	X	X	X	X	X
z_5	⊗	⊗	X	X	X	X	X
z_4	O	⊗	X	X	X	X	X
z_2	X	X	X	X	X	X	X
z_1	⊗	X	X	X	X	X	X
z_0	X	X	X	X	X	X	X

⇒ Fusionierung: $\{z_2, z_7\}, \{z_0, z_4\}$

4.

Zustandspaar	0	1	
~~z_0, z_7~~	z_1, z_6	z_2, z_5	⇒ bereit gestr.
z_1, z_7	z_6	z_2	
~~z_5, z_7~~	z_2, z_6	z_2, z_6	⇒ bereits gestr.
~~z_0, z_6~~	z_1, z_6	z_4, z_5	⇒ ber. gestr.
~~z_0, z_5~~	z_1, z_2		⇒ "
~~z_1, z_5~~	z_6, z_2	z_2, z_6	⇒ "
~~z_0, z_6~~	z_1, z_6	z_4, z_5	⇒ "
z_0, z_4	z_1, z_7	z_5	
~~z_1, z_4~~		z_2, z_5	
~~z_0, z_1~~		z_1, z_5	

5. ⇒ alle Zustände:

	0	1
$\{z_0, z_4\}$	$\{z_1, z_7\}$	z_5
$\{z_1, z_7\}$	z_6	z_2
z_5	z_2	z_6
z_6	z_6	$\{z_0, z_4\}$
z_2	$\{z_0, z_4\}$	z_2

Äquivalenzklassen: $[\lambda], [\{z_0, z_4\}], [\{z_1, z_7\}], [z_5], [z_6], [z_2]$

Nr. 3) - 10 P.

Tipp: Denke an den Cheat Code