

Theoretische Informatik

Bearbeitungszeit: 03.06.2024 bis 09.06.2024, 16:00 Uhr

Besprechung: 10.06.2024, 10:30 Uhr in Hörsaal 5E

Abgabe: als PDF über das ILIAS

Gruppenabgaben möglich und erwünscht

Aufgabe 1 (Turingmaschine I)7P

- a) Konstruieren Sie eine Turingmaschine $M = (\{0, 1\}, \Gamma, Z, \delta, z_0, \square, F)$, mit $L(M) = \{(01)^n \mid n \geq 1\}$.
- b) Geben Sie für alle Zustände Zustandsbeschreibungen ähnlich wie in dem Beispiel auf Kapitel 5 Folie 18 an.

Aufgabe 2 (Turingmaschine II)13P

Gegeben sei die Sprache $L = \{0^n 1^n 0^n \mid n \geq 0\}$.

- (a) Konstruieren Sie eine Turingmaschine M , die die Sprache L akzeptiert, d.h. $L = L(M)$.
- (b) Geben Sie für alle Zustände Zustandsbeschreibungen ähnlich wie in dem Beispiel auf Kapitel 5 Folie 18 an.
- (c) Geben Sie eine akzeptierende Konfigurationenfolge für die Eingabe $w_1 = 010$ an.
- (d) Geben Sie eine Konfigurationenfolge für die Eingabe $w_2 = 00110$ an, um zu zeigen, dass w_2 nicht in $L(M)$ liegt.

Aufgabe 1:

$$a) \quad \mathcal{M} = (\{0, 1\}, \{0, 1, \$\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_e\}, \delta, \square, \{z_e\})$$

 $\delta:$
 $z_0 0 \rightarrow z_1 \$ R$
 $z_1 1 \rightarrow z_2 \$ R$
 $z_2 0 \rightarrow z_1 \$ R$
 $z_2 \square \rightarrow z_3 \square L$
 $z_3 \$ \rightarrow z_3 \$ L$
 $z_3 \square \rightarrow z_e \square R$

| b) z | Bedeutung | Absicht |
|--------|------------------------|--|
| z_0 | Anfangszustand | Beginn |
| z_1 | Nachfolger check von 0 | prüft ob 1 neben 0 |
| z_2 | Neuer Zyklus oder Rand | prüft ob Rand erreicht oder beginnt neuen Zyklus |
| z_3 | Rechter Rand erreicht | Zurücklaufen zum linken Rand |
| z_e | Endzustand | Akzeptiert |

Aufgabe 2:

$$a) \quad \mathcal{M} = (\{0, 1\}, \{0, 1, \$, \square\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_e\}, \delta, \square, \{z_e\})$$

 $\delta:$
 $z_0 0 \rightarrow z_1 \$ R$
 $z_0 \$ \rightarrow z_0 \$ R$
 $z_0 \square \rightarrow z_e \square \cup$
 $z_1 0 \rightarrow z_4 0 R$
 $z_1 1 \rightarrow z_1 \$ R$
 $z_1 1 \rightarrow z_1 1 R$
 $z_2 0 \rightarrow z_4 \$ R$
 $z_4 \square \rightarrow z_5 \square L$
 $z_4 0 \rightarrow z_3 0 L$
 $z_5 \$ \rightarrow z_5 \$ L$
 $z_5 \square \rightarrow z_e \square R$
 $z_3 \$ \rightarrow z_3 \$ L$
 $z_3 0 \rightarrow z_3 0 L$
 $z_3 1 \rightarrow z_3 1 L$
 $z_3 \square \rightarrow z_0 \square R$

| b) z | Beschreibung | Absicht |
|--------|-----------------------|--------------------------------|
| z_0 | Anfangszustand | neuer Zyklus |
| z_1 | merkt 0 | sucht nach nächster 1 |
| z_2 | merkt 1 | sucht nach nächster 0 |
| z_3 | merkt 0, 1, \$ | Zurücklaufen zu linkem Rand |
| z_4 | merkt \$ | prüft ob rechter Rand erreicht |
| z_5 | rechter Rand erreicht | prüft ob alle 0 und 1 getilgt |
| z_e | Endzustand | Akzeptiert |

c) $\omega_1 = 010$

| Schritt | links | z | rechts |
|---------|-----------|-------|-----------|
| 1 | λ | z_0 | 010 |
| 2 | 0 | z_1 | 10 |
| 3 | 01 | z_2 | 0 |
| 4 | 010 | z_3 | λ |

d) $\omega_2 = 00110$

| Schritt | links | z | rechts |
|---------|--------------|-------|--------|
| 1 | λ | z_0 | 00110 |
| 2 | $\lambda 0$ | z_1 | 0110 |
| 3 | $\lambda 00$ | z_2 | 110 |

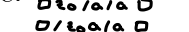
⇒ Turing hält, da für z_4 nichts weiter definiert ist. Damit ist das Wort ω_2 nicht akzeptiert

Aufgabe 3 (Turingmaschine III) 10P

Gegeben sei die Turingmaschine $M = (\{a\}, \{a, \square, /\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_e\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$ mit folgender Überföhrungsfunktion δ :

| δ | z_0 | z_1 | z_2 | z_3 |
|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| a | $(z_1, /, R)$ | (z_0, a, R) | (z_2, a, L) | \diagup |
| \square | (z_2, \square, L) | (z_3, \square, L) | (z_0, \square, R) | (z_e, \square, R) |
| $/$ | $(z_0, /, R)$ | $(z_1, /, R)$ | $(z_2, /, L)$ | $(z_3, /, L)$ |

| | |
|--------------------------|---------------|
| □ 20 0000 | □ // 21 / a □ |
| □ / 21 000 | □ /// 21 a □ |
| □ / a 2000 | □ /// a 20 |
| □ / a / 21 a | □ // 21 a □ |
| □ / a / a 20 □ | □ / 21 // a □ |
| □ / a / 21 a □ | □ 21 /// a □ |
| □ / a 21 / a □ | □ 20 /// a □ |
| □ / 20 / a □ | □ / 20 a □ |
| □ 21 / a / a □ | □ // 20 / a □ |
| □ 20 / a / a □ | □ /// 20 a □ |
| □ / 20 a / a □ | □ /// 21 |
| | □ /// 21 / |
| $w_1 = aaaa \text{ an.}$ | ⋮ |
| $= aaaaa \text{ an. um}$ | 23 000 /// |
| | □ 20 /// |

- Ist die angegebene Turingmaschine deterministisch? Begründen Sie. 
- Geben Sie eine akzeptierende Konfigurationenfolge für die Eingabe $w_1 = aaaa$ an.
- Geben Sie alle möglichen Konfigurationenfolgen für die Eingabe $w_2 = aaaaa$ an, um zu zeigen, dass w_2 nicht in $L(M)$ liegt.
- Geben Sie für alle Zustände Zustandsbeschreibungen ähnlich wie in dem Beispiel auf Kapitel 5 Folie 18 an.
- Geben Sie die Sprache $L(M)$ wie gewohnt formal als Menge von Wörtern an.

Aufgabe 4 (LBAs)10P

Geben Sie einen LBA M an mit $L(M) = \{a^{2n}b^n \mid n \geq 1\}$. Beschreiben Sie *kurz* die Funktion der genutzten Zustände.

$z_0 a a a a a$
 $f_{\mu} / z_1 a a a a$
 $f_{\mu} / a z_0 a a a$
 $f_{\mu} / a / z_1 a a$
 $f_{\mu} / a / a z_0 a$
 $f_{\mu} / a / a / z_1 \square$
 $f_{\mu} / a / a z_3 / \square$
 $f_{\mu} / a / z_3 a / \square$

$\Rightarrow (z_3, a)$ ist nicht definiert.
 Damit wird Wort $w_2 = a a a a a$
 nicht akzeptiert

Aufgabe 3:

a) Nein, da die Kombination aus Eingabe a und Zustand z_3 nicht definiert ist

| | | |
|-------|-------------------------|---------------------------|
| b) | $q z_0 a a a a$ | $t_1 q / z_1 / a \square$ |
| t_1 | $q / z_1 a a a$ | " $q // z_2 a \square$ |
| t_1 | $q / a z_0 a a$ | " $q /// a z_0 \square$ |
| t_1 | $q / a / z_1 a$ | " $q /// z_2 a \square$ |
| " | $q / a / a z_0 \square$ | " $q // z_2 / a \square$ |
| " | $q / a / z_2 a \square$ | " $q / z_1 // a \square$ |
| " | $q / a z_2 / a \square$ | " $q z_2 /// a \square$ |
| " | $q / z_2 a / a \square$ | " $q z_0 /// a \square$ |
| " | $q z_2 / a / a \square$ | " $q / z_0 // a \square$ |
| " | $q z_2 / a / a \square$ | " $q // z_0 / a \square$ |
| " | $q z_0 / a / a \square$ | " $q /// z_0 a \square$ |
| " | $q / z_0 a / a \square$ | " $q /// z_1 \square$ |
| | | " $q /// z_3 / \square$ |
| | | " $q /// z_3 / \square$ |
| | | " $q z_3 /// \square$ |
| | | " $q z_e /// \square$ |

c) $z_0 a a a a a$

$t_1 z_1 a a a a$

$t_1 a z_0 a a a$

$t_1 a / z_1 a a$

$t_1 a / a z_0 a$

$t_1 a / a / z_1 \square$

$t_1 a / a z_3 / \square$

$t_1 a / z_3 a / \square$

$\Rightarrow (z_3, a)$ ist nicht definiert.

Damit wird Wort $w_1 = a a a a a$

nicht akzeptiert

d)

| z | Bedeutung | Absicht |
|-------|------------------------|---|
| z_0 | Anfangszustand | neuer Zyklus |
| z_1 | merkt sich a | prüft ob Ende erreicht |
| z_2 | merkt sich a und $/$ | Zurücklaufen zum linken Rand und neuer Zyklus |
| z_3 | rechter Rand erreicht | Zurücklaufen zum linken Rand & Prüfung, ob alle a getilgt |
| z_e | Test erfolgreich | akzeptieren |

e) $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \text{Wort besteht aus gerader Anzahl an } a\text{'s} / \text{Länge ist gerade}\}$

Aufgabe 4:

Geben Sie einen LBA M an mit $L(M) = \{a^{2n}b^n \mid n \geq 1\}$.
Beschreiben Sie kurz die Funktion der genutzten Zustände.

LBA $M = (\{a, b\}, \{a, b, \$, \square\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_e\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$, für alle Wörter $x = \hat{a} a (aa)^{2y} b^y \hat{b}$ in Σ^* , $y \geq 0$

δ : $z_0 \hat{a} \rightarrow z_1 A R$

$z_0 a \rightarrow z_1 \$ R$

$z_1 a \rightarrow z_2 \$ R$

$z_2 a \rightarrow z_2 a R$

$z_2 b \rightarrow z_3 \$ N$

$z_2 \hat{b} \rightarrow z_4 \$ L$

$z_3 \$ \rightarrow z_3 \$ L$

$z_3 a \rightarrow z_3 a L$

$z_4 \$ \rightarrow z_4 \$ L$

$z_4 \hat{a} \rightarrow z_e \$ N$

$z_3 \hat{a} \rightarrow z_0 A R$

\Rightarrow Das linkeste und rechteste Symbol wird immer markiert mit einem Hut, damit LBA nicht aus dem Bereich hinaus kommt. z_0 prüft, ob mit \hat{a}/a gestartet wird und markiert es. z_1 prüft dasselbe, da immer mind. 2 a 's stehen müssen. z_2 prüft dann, ob b vorhanden. Falls es \hat{b} , das letzte Symbol ist, wird in z_3 gewechselt. Das läuft nach links und sucht markiertes erstes Symbol, wodurch (falls vorhanden) ein neuer Zyklus begonnen wird. Falls z_2 'linkeste' Symbol findet, wird in z_4 gewechselt, was prüft, ob alle a & b getilgt. Falls ja \rightarrow Wort akzeptiert, falls nein \rightarrow Wort nicht akzeptiert