

## Theoretische Informatik

Bearbeitungszeit: 01.07.2024 bis 07.07.2024, 16:00 Uhr

Besprechung: 08.07.2024, 10:30 Uhr in Hörsaal 5E

Abgabe: als PDF über das ILIAS  
Gruppenabgaben möglich und erwünscht

### Aufgabe 1 (Semi-entscheidbarkeit) 16P

Zeigen Sie, dass die folgenden Sprachen semi-entscheidbar sind.

- (a)  $L_1 = \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i(0) = 0\}$
- (b)  $L_2 = \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_i = \chi_K\}$ , wobei  $\chi_K$  die charakteristische Funktion des speziellen Halteproblems ist.
- (c)  $L_3 = \{i \in \mathbb{N} \mid \varphi_0(0) = i\}$
- (d)  $L_4 = \{i \in \mathbb{N} \mid \text{Es gibt ein Wort } w \in D_i \text{ mit } |w| \leq 50\}$

### Aufgabe 2 Satz von Rice 15P

Zeigen Sie mit dem Satz von Rice, dass die folgenden Sprachen nicht entscheidbar sind.

- (a)  $L_1 = \{i \in \mathbb{N} \mid L(M_i) \text{ ist regulär}\}$
- (b)  $L_2 = \{i \in \mathbb{N} \mid |D_i| \geq 1000\}$
- (c)  $L_3 = \{i \in \mathbb{N} \mid j \in D_i\}$ , wobei  $j \in \mathbb{N}$ , sodass  $\varphi_j$  total ist.

### Aufgabe 3 PCP 9P

(a) Gegeben sei die folgende Problem Instanz des Postschen Korrespondenzproblems:

$$((x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)) = ((0, 10), (01, 100), (11, 1))$$

- i) Geben Sie eine möglichst kurze Lösung der Problem Instanz an. Begründen Sie kurz, warum es eine Lösung von PCP ist.
  - ii) Angenommen, es handelt sich um eine Problem Instanz des modifizierten Postschen Korrespondenzproblems. Lässt sich die Instanz dennoch lösen?
- (b) Betrachten Sie die folgende Turingmaschine aus der Vorlesung die  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $f(n) = n + 1$  berechnet.  $M = (\{0, 1\}, \{0, 1, \square\}, \{z_0, z_1, z_2, z_e\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$  mit der folgenden Überföhrungsfunktion  $\delta$ :

| $\delta$  | $z_0$               | $z_1$         | $z_2$               |
|-----------|---------------------|---------------|---------------------|
| 0         | $(z_0, 0, R)$       | $(z_2, 1, L)$ | $(z_2, 0, L)$       |
| 1         | $(z_0, 1, R)$       | $(z_1, 0, L)$ | $(z_2, 1, L)$       |
| $\square$ | $(z_1, \square, L)$ | $(z_e, 1, N)$ | $(z_e, \square, R)$ |

Im Folgenden soll die Reduktion von  $H$  auf MPCP aus der Vorlesung an einem Beispiel illustriert werden.

- i) Geben Sie zunächst die Konfigurationenfolge von  $M$  für die Eingabe  $n = 3$  an.
- ii) Geben Sie nun das Lösungswort für die aus  $M$  und der Eingabe  $n = 3$  konstruierte Problem Instanz von MPCP an. Die Problem Instanz selbst brauchen Sie nicht anzugeben.