

Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Institut für Informatik
Jun.-Prof. Dr. D. Baumeister

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.12, Ebene: O2, Raum: 38
Tel.: +49 211 8111634, Fax: +49 211 8113462
E-Mail: baumeister@cs.uni-duesseldorf.de
13. Juli 2015

Vorlesung im Sommersemester 2015

Informatik IV

Klausurtermin: 14. Juli 2015

BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN NAMEN, VORNAMEN
UND IHRE MATRIKELNUMMER SOWIE ZUSÄTZLICH AUF DEM
DECKBLATT STUDIENFACH MIT SEMESTER UND ANZAHL DER
ABGEGBENEN BLÄTTER EIN, UND UNTERSCHREIBEN SIE
ALS INFORMATIK STUDENT, DASS SIE ANGEMELDET SIND!

Name, Vorname:

Studiengang, Semester:

Matrikelnummer:

Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:

(Nur für Informatik Studenten) Hiermit bestätige ich, dass ich mich beim akademischen Prüfungsamt für diese Klausur angemeldet habe:

Unterschrift

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
erreichbare Punktzahl	20	20	20	25	15	100
erreichte Punktzahl						

Erlaubte Hilfsmittel:

- Vorlesungsmitschriften, Bücher, Übungsblätter.

Nicht erlaubte Hilfsmittel:

- Elektronische Geräte aller Art.

Achten Sie darauf, dass Rechenwege und Zwischenschritte vollständig und ersichtlich sind.

Aufgabe 1 (20 Punkte) Kreuzen Sie für jede der folgenden Fragen in jeder Zeile entweder „Ja“ oder „Nein“ an.

Bewertung: Bezeichnet $\#R$ die Anzahl der richtig angekreuzten Antworten und $\#K$ die Anzahl der insgesamt angekreuzten Antworten (d. h. nur solche, bei denen *entweder „Ja“ oder „Nein“* angekreuzt wurde – Antworten, bei denen weder „Ja“ noch „Nein“ oder sowohl „Ja“ als auch „Nein“ angekreuzt wurde, zählen nicht zu $\#K$), so ergibt sich die folgende Gesamtpunktzahl für diese Aufgabe:

$$\#R + \left\lfloor \frac{5 \cdot \#R}{\#K} \right\rfloor \text{ Punkte, falls } \#K > 0, \text{ und } 0 \text{ Punkte, falls } \#K = 0.$$

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

- Ja Nein Sei $\Sigma = \{0, 1\}$ ein Alphabet, dann gilt $\Sigma^* = \{\lambda, 0, 1, 01, 10\}$.
 Ja Nein $\emptyset = \{\lambda\}$.
 Ja Nein Sei A eine Sprache über dem Alphabet $\{0, 1\}$ mit $\|A\| = 5$, dann gilt $\|\overline{A}\| = \infty$.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

- Ja Nein Jede Typ-2-Grammatik ist eine Typ-0-Grammatik.
 Ja Nein $M = (\Sigma, Z, \delta, z, F)$ sei ein DFA, dann ist M auch ein NFA.
 Ja Nein Man kann zu jedem NFA M einen Minimalautomaten M' konstruieren mit $L(M) = L(M')$.

(c) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

- Ja Nein Eine Grammatik in Chomsky-Normalform enthält keine einfachen Regeln.
 Ja Nein Die Parikh-Abbildungen für eine kontextfreie Sprache und für eine reguläre Sprache unterscheiden sich immer.
 Ja Nein Sei $L = L_1 \cap L_2$. Wenn L_1 und L_2 kontextfrei sind, dann ist L nicht kontextfrei.

(d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

- Ja Nein L ist kontextfrei \iff es gibt einen DPDA M mit $L(M) = L$.
 Ja Nein Es gibt eine deterministische Turingmaschine M mit $L(M) = L \iff$ es gibt eine nichtdeterministische Turingmaschine M' mit $L(M') = L$.
 Ja Nein Jede Funktion die Turing-berechenbar ist, ist LOOP-berechenbar.

(e) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

- Ja Nein Es gibt Funktionen in \mathbb{R} , die nicht total sind.
 Ja Nein Es gibt eine Gödelisierung der Klasse \mathbb{P} .
 Ja Nein Jede entscheidbare Sprache ist semi-entscheidbar.

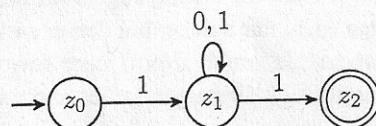
Name:

Matrikelnummer:

4

Aufgabe 2 (20 Punkte) Reguläre Sprachen.

- (a) Gegeben sei der folgende NFA N :



Bestimmen Sie mit Methoden aus der Vorlesung einen DFA N' mit $L(N) = L(N')$. Geben Sie diesen DFA formal an. Zustände, die vom Startzustand aus nicht erreicht werden können, dürfen Sie weglassen.

- (b) Gegeben sei folgender DFA $M = (\Sigma, Z, \delta, z_0, F)$ mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}$, $F = \{z_5\}$ und δ wie folgt:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
0	z_2	z_3	z_2	z_3	z_5	z_5
1	z_1	z_1	z_4	z_4	z_0	z_5

Hinweis: Die Automaten N und M haben nichts miteinander zu tun.

Bestimmen Sie mit dem entsprechenden Algorithmus aus der Vorlesung einen minimalen DFA M' mit $L(M') = L(M)$ an. Sie dürfen den Automaten entweder als Zustandsgraph oder formal angeben.

- (c) Gegeben sind die folgenden vier Äquivalenzklassen bezüglich der Myhill-Nerode-Äquivalenzrelation und der Sprache $L(M) = L(M')$. Geben Sie, ohne Begründung, jeweils zwei weitere Worte aus diesen Klassen an:

$$\begin{aligned}
 [\lambda] &= \{\lambda, \quad, \quad, \dots\} \\
 [0] &= \{0, \quad, \quad, \dots\} \\
 [01] &= \{01, \quad, \quad, \dots\} \\
 [010] &= \{010, \quad, \quad, \dots\}
 \end{aligned}$$

unterscheidet.

- (d) Begründen Sie formal, dass die Klasse $[\lambda]$ sich von allen anderen gegebenen Klassen unterscheidet.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Name:

Matrikelnummer:

6

Aufgabe 3 (20 Punkte) Kontextfreie Sprachen.

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, N, S, R)$ mit dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, der Menge $N = \{S, B\}$ der Nichtterminale und der Regelmenge

$$R = \{S \rightarrow aSaaa \mid B, \\ B \rightarrow Bb \mid b\}.$$

- (a) Geben Sie eine Ableitung des Wortes $abaaa$ in G an. Geben Sie dabei jeden Ableitungsschritt explizit an.
- (b) Geben Sie $L(G)$ formal als Menge von Wörtern an.
- (c) Formen Sie G mit der entsprechenden Konstruktion aus der Vorlesung in eine Grammatik G' in CNF mit $L(G) = L(G')$ um.
- (d) Ist das Wort $abbaaa$ in $L(G)$ enthalten? Prüfen Sie dies mit dem Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami und geben Sie die Tabelle bzw. Dreiecksmatrix dabei in jedem Fall vollständig an.
- (e) Ist $L(G)$ deterministisch kontextfrei? Begründen Sie Ihre Antwort.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Name:

Matrikelnummer:

8

Aufgabe 4 (25 Punkte) Chomsky-Hierarchie.

Hinweis: Mit $|w|_x$ bezeichnen wir die Anzahl der Vorkommen eines Buchstabens x in einem Wort w .

Gegeben seien die Sprache

$$L = \{rs \mid r, s \in \{a, b\}^* - \{\lambda\} \text{ und } |r|_a = |s|_a \text{ und } |r|_b = |s|_b\} \subseteq \{a, b\}^*$$

und die Turingmaschine $N = (\{a, b, \hat{a}, \hat{b}\}, \{a, b, \hat{a}, \hat{b}, \$, \hat{\$}, \#, \hat{\#}, A, B, \square\}, Z, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$ mit $Z = \{z_0, z_a, z'_a, z_b, z'_b, z_l, z_x, z_e\}$ und der folgenden Überführungsfunktion δ :

δ	z_0	z_a	z'_a	z_b	z'_b	z_l	z_x
a	(z_a, A, R)	(z_a, a, R)	$(z_l, \#, L)$	(z_b, a, R)	(z'_b, a, L)	(z_l, a, L)	
\hat{a}		(z'_a, \hat{a}, N)	$(z_l, \hat{\#}, L)$	(z'_b, \hat{a}, N)	(z'_b, \hat{a}, L)		
b	(z_b, B, R)	(z_a, b, R)	(z'_a, b, L)	(z_b, b, R)	$(z_l, \$, L)$	(z_l, b, L)	
\hat{b}		(z'_a, \hat{b}, N)	(z'_a, \hat{b}, L)	(z'_b, \hat{b}, N)	$(z_l, \hat{\$}, L)$		
$\$$	$(z_x, \$, R)$	$(z_a, \$, R)$	$(z'_a, \$, L)$	$(z'_b, \$, L)$		$(z_l, \$, L)$	$(z_x, \$, R)$
$\hat{\$}$	$(z_x, \hat{\$}, N)$	$(z'_a, \hat{\$}, L)$		$(z'_b, \hat{\$}, L)$			$(z_e, \hat{\$}, N)$
$\#$	$(z_x, \#, R)$	$(z'_a, \#, L)$		$(z_b, \#, R)$	$(z'_b, \#, L)$	$(z_l, \#, L)$	$(z_x, \#, R)$
$\hat{\#}$	$(z_x, \hat{\#}, N)$	$(z'_a, \hat{\#}, L)$		$(z'_b, \hat{\#}, L)$			$(z_e, \hat{\#}, N)$
A	(z_0, A, R)					(z_0, A, R)	
B	(z_0, B, R)					(z_0, B, R)	
\square							

Sie dürfen davon ausgehen, dass die Turingmaschine N die Sprache $L = L(N)$ akzeptiert, wobei die Eingabe $a_1a_2\dots a_{n-1}a_n \in \{a, b\}^+$ durch die Eingabe $a_1a_2\dots a_{n-1}\hat{a}_n$ über $\{a, b, \hat{a}, \hat{b}\}$ repräsentiert wird.

Entscheiden Sie für jede Klasse der Chomsky-Hierarchie, ob L darin liegt oder nicht. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Verwenden Sie in Ihrer Argumentation auch das Pumping-Lemma.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)

Name:

Matrikelnummer:

10

Aufgabe 5 (15 Punkte) Berechenbarkeit.

Gegeben sei die Turingmaschine $M = (\Sigma, \Gamma, Z, \delta, z_0, \square, F)$ mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, \square\}$, $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_e\}$, $F = \{z_e\}$ und der unten stehenden Überführungsfunktion δ . Die Turingmaschine berechnet eine Funktion.

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
0	$(z_0, 0, R)$	$(z_1, 1, L)$	$(z_2, 0, L)$	(z_4, \square, R)	
1	$(z_0, 1, R)$	$(z_2, 0, L)$	$(z_2, 1, L)$	$(z_e, 1, N)$	$(z_e, 1, N)$
\square	(z_1, \square, L)		(z_3, \square, R)		$(z_e, 0, N)$

Die passende unvollständige Zustandsbeschreibung ist in untenstehender Tabelle angegeben.

z_0	
z_1	
z_2	Berechnung abgeschlossen, suche den Wortanfang
z_3	
z_4	Prüft, ob z_3 bei einer Eingabe von 1 die einzige Null gelöscht hat
z_e	Endzustand

- Füllen Sie die Zustandsbeschreibung für die Zustände z_0, z_1 und z_3 aus.
- Ist M deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Die Turingmaschine M berechnet eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_0$. Geben Sie f explizit an. \mathbb{N} bezeichnet dabei die natürlichen Zahlen ohne und \mathbb{N}_0 die natürlichen Zahlen mit 0.
- Geben Sie eine vollständige Konfigurationenfolge für M für die Berechnung von $f(6)$ an.
- Ist die Funktion, die von M berechnet wird, GOTO-berechenbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

(Bitte geben Sie alle Argumente vollständig und verständlich an!)