

Theoretische Informatik

Bearbeitungszeit: 10.06.2024 bis 16.06.2024, 16:00 Uhr

Besprechung: 17.06.2024, 10:30 Uhr in Hörsaal 5E

Abgabe: als PDF über das ILIAS
Gruppenabgaben möglich und erwünscht

Aufgabe 1 (Turingberechenbarkeit I)10P

Gegeben sei die Turingmaschine $M = (\Sigma, \Gamma, Z, \delta, z_0, \square, F)$ mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, \square\}$, $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_e\}$, $F = \{z_e\}$ und der untenstehenden Überföhrungsfunktion δ . Die Turingmaschine berechnet eine Funktion.

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
0	$(z_0, 0, R)$	$(z_2, 0, L)$	$(z_2, 1, L)$	$(z_3, 0, L)$	(z_e, \square, R)
1	$(z_0, 1, R)$	$(z_2, 1, L)$	$(z_3, 0, L)$	$(z_3, 1, L)$	$(z_e, 1, N)$
\square	(z_1, \square, L)		(z_2, \square, N)	(z_4, \square, R)	

Die passende unvollständige Zustandsbeschreibung ist in folgender Tabelle angegeben.

z_0	
z_1	
z_2	
z_3	
z_4	Gegebenenfalls eine führende Null entfernen, fertig
z_e	Endzustand

- Füllen Sie die Zustandsbeschreibung für die Zustände z_0, z_1, z_2 und z_3 aus.
- Die Turingmaschine M berechnet eine partielle Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definiert durch

$$f(n) = \begin{cases} \dots & \text{falls } \dots, \\ \text{undefiniert} & \text{falls } \dots \end{cases}$$

\mathbb{N} bezeichnet dabei wie im Skript die natürlichen Zahlen inklusive der 0.
Vervollständigen Sie die Funktion f .

- Geben Sie eine vollständige Konfigurationenfolge für die Berechnung von $f(8)$ an.
- Betrachten Sie M als Akzeptor. Geben Sie $L(M)$ formal als Menge von Wörtern an.

Aufgabe 2 (Turing-Berechenbarkeit II)10P

Geben Sie eine Turingmaschine an, die die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n \bmod 5 = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

berechnet.

Sie können hierzu gerne Übungsblatt 2 als Inspiration nehmen.

Aufgabe 3 (LOOP-Berechenbarkeit I)10P

Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine Funktion, die durch das folgende LOOP-Programm berechnet wird:

$x_0 := 1; x_2 := 1;$

LOOP x_1 DO

$x_3 := 0;$

 LOOP x_2 DO

 LOOP x_0 DO

$x_3 := x_3 + 1$

 END

 END;

$x_0 := x_3 + 0;$

$x_2 := x_2 + 1$

END

Zur Erinnerung: Das LOOP-Programm startet mit der Eingabe n in der Variable x_1 , alle anderen Variablen sind mit 0 initialisiert und das Programm stoppt mit dem Wert $f(n)$ in der Variable x_0 , wobei $n \in \mathbb{N}$.

- (a) Führen Sie das LOOP-Programm für $n = 4$ aus und geben Sie $f(4)$ an. Geben Sie dabei die Werte der vier benutzten Variablen (1) vor dem ersten Durchlauf und (2) nach jedem darauf folgenden Durchlauf der äußeren LOOP-Schleife an.
- (b) Beschreiben Sie zunächst informal die Bedeutung der drei LOOP-Schleifen und geben Sie dann eine formale mathematische Beschreibung für die Funktion f an.

Aufgabe 4 (LOOP-Berechenbarkeit II) 10P

Zeigen Sie die folgende Aussage aus der Vorlesung durch Angabe eines LOOP-Programms:

IF $x_1 = c$ THEN P ELSE P' END ist LOOP-berechenbar.

Verwenden Sie **nur** die elementaren Befehle, wie sie in der Definition von LOOP-Programmen aufgeführt sind.