Institut für Informatik
Prof. Dr. J. Rothe

HEINRICH HEINE UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.13, Ebene: 02, Raum: 39
Tel.: +49 211 81 12188, Fax: +49 211 81 11667
e-mail: rothe@cs.uni-duesseldorf.de

19. Juli 2004

Klausur zur Vorlesung im Sommersemester 2004

Informatik IV: Berechenbarkeit, Formale Sprachen und Automaten

Klausurtermin: 20. Juli 2004

BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN NAMEN UND VORNAMEN SOWIE STUDIENFACH MIT SEMESTER UND MATRIKELNUMMER EIN!

Name, Vorname:

Studienfach, Semester:

Matrikelnummer:

Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Gesamt
erreichbare Punktzahl	30	10	20	20	20	20	10	100 + 30
erreichte Punktzahl								

Von den Aufgaben 5 und 6 muss nur eine gelöst werden. Löst man beide, so erwirbt man Bonuspunkte. Aufgabe 7 ist eine Zusatzaufgabe und bringt ebenfalls Bonuspunkte.

Erlaubte Hilfsmittel: Vorlesungsmitschriften, Lösungen von Übungsblättern, Bücher.
Nicht erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Mobiltelefone, Kommilitonen.

Aufgabe 1 (30 Punkte) Kreuzen Sie für jede der folgenden 10 Fragen in jeder Zeile entweder „Ja" oder „Nein" an.

Bewertung: Ist r die Anzahl der richtig angekreuzten Antworten, so ergibt sich die in dieser Aufgabe erzielte Punktzahl p nach der Formel $p = \frac{3}{2} \max\{0, r - 10\}$.

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Für gewisse NFA gibt es keinen äquivalenten DFA.
☐	☐	Endliche Automaten haben nur endlich viele Zustände, aber Kellerautomaten können auch unendlich viele Zustände haben.
☐	☐	Das Komplement einer von einem LBA erkennbaren Sprache kann stets durch einen LBA erkannt werden.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Es gibt totale Markov-berechenbare Funktionen, die nicht primitiv rekursiv sind.
☐	☐	Es gibt partiell rekursive Funktionen, die nicht Turing-berechenbar sind.
☐	☐	Die Nummernmenge einer jeden nichttrivialen Eigenschaft partiell rekursiver Funktionen ist unentscheidbar.

(c) Seien $K = \{i \in \mathbb{N} \mid i \in D_i\}$ das Halteproblem und $\overline{K} = \{i \in \mathbb{N} \mid i \notin D_i\}$ sein Komplement. Definiere die markierte Vereinigung von K und $\overline{K}$ als $K \oplus \overline{K} = \{\#i \mid i \in K\} \cup \{\$j \mid j \in \overline{K}\}$. Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	$\overline{K}$ ist rekursiv aufzählbar.
☐	☐	$K \oplus \overline{K}$ ist unentscheidbar und $K \cup \overline{K}$ ist entscheidbar.
☐	☐	$K \oplus \overline{K}$ ist rekursiv aufzählbar.

(d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	$L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextfrei, aber nicht regulär.
☐	☐	$L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextsensitiv, aber nicht kontextfrei.
☐	☐	$L_3 = \{a^n b^n c^n d^n \mid n \geq 1\}$ ist vom Typ 0, aber nicht kontextsensitiv.

(e) Welche der folgenden Sprachen ist/sind kontextfrei?

Ja	Nein	
☐	☐	$A = \{a^{2n} b^n a^{2n} \mid n \geq 0\}$.
☐	☐	$B = \{x\#x^{-1} \mid x \in \{a,b\}^*\}$, wobei x^{-1} definiert ist als das Wort $x^{-1} = x_n x_{n-1} \cdots x_1$, falls $x = x_1 x_2 \cdots x_n$ mit $x_i \in \{a,b\}$.
☐	☐	$C = \{xx^{-1} \mid x \in \{a,b\}^*\}$.

(f) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	REC ist abgeschlossen unter Komplement, Schnitt und Vereinigung.
☐	☐	Sind A und B beliebige Sprachen in RE, so ist auch $A \cap \overline{B}$ in RE.
☐	☐	Gilt $A = B$ für in RE $\leq_m$-vollständige Mengen A und B, so ist die Menge $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$ unentscheidbar.

(g) Welche(s) der folgenden Probleme ist/sind entscheidbar?

Ja	Nein	
☐	☐	Gegeben eine Gödelnummer i, gibt es ein x im Definitionsbereich von φ_i?
☐	☐	Ist $L(G_1) \cap L(G_2) \neq \emptyset$ für zwei deterministisch kontextfreie Grammatiken?
☐	☐	Gegeben ein Wort w, beschreibt w eine syntaktisch korrekte Turingmaschine?

(h) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Für alle Mengen A und B gilt: Ist $A \leq_m B$ und $B \in$ RE, so ist $A \in$ RE.
☐	☐	Für alle Mengen A und B gilt: Ist $A \subseteq B$ und $B \in$ REC, so ist $A \in$ REC.
☐	☐	Ist A regulär und B $\leq_m$-vollständig in RE, so gilt $A \leq_m B$, aber nicht $B \leq_m A$.

(i) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Ist $A \in$ CS und $B \in$ CF, so ist $A \cap \overline{B} \in$ REC.
☐	☐	$((010, 10), (10, 100)) \in \text{MPCP}_{\{0,1\}}$.
☐	☐	Gilt $A \leq_m L(G)$ für eine Typ-2-Grammatik G, so ist A entscheidbar.

(j) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	$((0,0), (10,101), (101,01)) \notin \text{PCP}_{\{0,1\}}$.
☐	☐	Ist $f(x,y) = 2x + 3y + 6$, so ist μf die nirgends definierte Funktion.
☐	☐	Für reguläre Sprachen $A, B \subseteq \Sigma^*$ mit $\lambda \notin A$ gilt $A^*B = AA^*B \cup B$.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Gegeben sei eine TM $M = (\{a,b\}, \{a,b,\square\}, \{z_0,z_1,z_2\}, \delta, z_0, \square, \{z_2\})$ durch ihre Überführungsfunktion δ:

$(z_0,a) \mapsto (z_0,b,R)$	$(z_0,b) \mapsto (z_0,a,R)$	$(z_0,\square) \mapsto (z_1,\square,L)$
$(z_1,a) \mapsto (z_1,a,L)$	$(z_1,b) \mapsto (z_1,b,L)$	$(z_1,\square) \mapsto (z_2,\square,R)$

(a) Geben Sie die Konfigurationenfolge von M bei Eingabe des Wortes $abbaabb$ an.

(b) Welche Wortfunktion berechnet M? Eine verbale Beschreibung genügt.

(c) Ist M eine deterministische Turingmaschine? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3 (20 Punkte) Ein DFA $M = (\{a,b\}, \{z_0,z_1,z_2,z_3,z_4\}, \delta, z_0, \{z_2\})$ sei gegeben durch die Überführungsfunktion δ:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
a	z_3	z_2	z_2	z_2	z_1
b	z_4	z_0	z_2	z_4	z_4

(a) Bestimmen Sie den zu M äquivalenten Minimalautomaten (Zustandsgraph genügt). Ihr Lösungsweg soll dabei ersichtlich sein.

(b) Welche Sprache akzeptiert M? Lösen Sie dazu das entsprechende Gleichungssystem.

Aufgabe 4 (20 Punkte) Gegeben sei die Sprache $A = \{a^i b^j c^k \mid i,j,k \geq 1 \wedge (i = 2j \vee 3j = k)\}$.

(a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die A erzeugt.

(b) Geben Sie einen Kellerautomaten an, der A akzeptiert (entweder per leerem Keller oder per Endzustand). Kommentieren Sie dabei die Überführungsfunktion.

Lösen Sie <u>wahlweise</u> die Aufgabe 5 oder die Aufgabe 6. Durch die Lösung beider Aufgaben können Sie Bonuspunkte erwerben.

Aufgabe 5 (20 Punkte) Gegeben sei die Sprache $B = \{ba^n ba^n b \mid n \geq 1\}$.

(a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die B erzeugt.

(b) Überführen Sie G in Chomsky-Normalform.

(c) Zeigen Sie mit dem Pumpinglemma für reguläre Sprachen, dass B nicht regulär ist.

Aufgabe 6 (20 Punkte) Gegeben sei die Sprache $C = \{ba^n ba^n ba^n b \mid n \geq 1\}$.

(a) Geben Sie einen LBA (mit kommentierter Befehlsliste) an, der C akzeptiert.

(b) Zeigen Sie mit dem Pumpinglemma für kontextfreie Sprachen, dass C nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 7 (Zusatzaufgabe: 10 Bonuspunkte) Angenommen, nur die Funktionen aus der Definition von $\mathbb{P}\mathrm{r}$ sind als primitiv rekursiv bekannt. Zeigen Sie z.B. durch Angabe der Normalschemata, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind:

(a) $f(x) = x^2 + 1$.

(b) $g(x,y) = y^{x^2+1}$.

Die Aufgabenblätter bitte mit ausgefüllten Kopfzeilen abgeben.
VIEL SPASS – VIEL GLÜCK – VIEL ERFOLG