Korrektur (JW):
• A1: 6/10
• A2: 2/10
• A3: 7/10
• A4: 2/10
Gesant: 17/40



Institut für Informatik M. Mutz Übungsblatt 6

Theoretische Informatik

Bearbeitungszeit: 20.05.2024 bis 26.05.2024, 16:00 Uhr Besprechung: 27.05.2024, 10:30 Uhr in Hörsaal 5E

> Abgabe: als PDF über das ILIAS Gruppenabgaben möglich und erwünscht

Aufgabe 1 (CYK-Algorithmus I) 10 Punkte

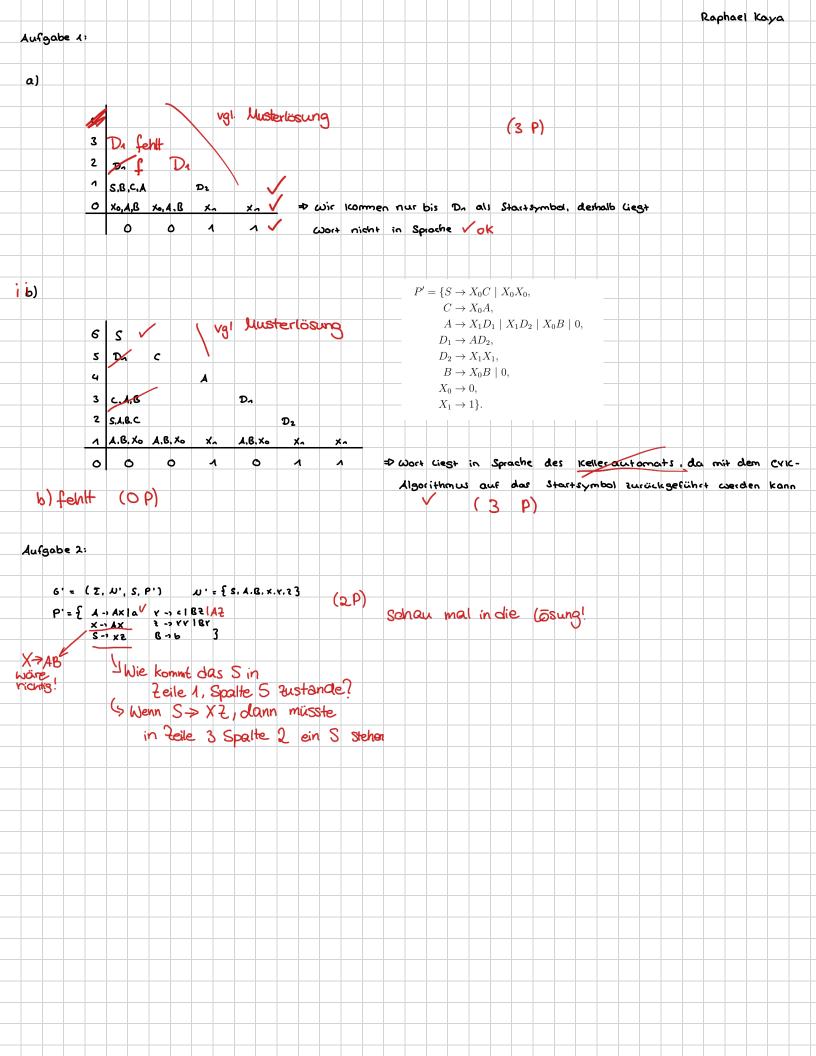
Gegeben sei die Grammatik $G' = (\Sigma, N', S, P')$ mit $N' = \{S, A, B, C, D_1, D_2, X_0, X_1\}$ und

$$P' = \{S \to X_0 C \mid X_0 X_0, \\ C \to X_0 A, \\ A \to X_1 D_1 \mid X_1 D_2 \mid X_0 B \mid 0, \\ D_1 \to A D_2, \\ D_2 \to X_1 X_1, \\ B \to X_0 B \mid 0, \\ X_0 \to 0, \\ X_1 \to 1\}.$$

- a) Entscheiden Sie mit dem Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami (CYK-Algorithmus), ob die Wörter
 - i) $w_1 = 0011$ und
 - ii) $w_2 = 001011$

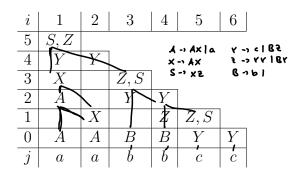
in L(G') liegen. Geben Sie die Tabelle bzw. Dreiecksmatrix dabei jeweils vollständig an. Bitte beachten Sie, dass Ihre Grammatik in CNF sein muss, damit Sie den CYK-Algorithmus anwenden können.

b) Geben Sie L(G') formal als Menge von Wörtern an. Die Angabe soll als in sich abgeschlossener Mengenausdruck geschehen. Referenzieren Sie keine weiteren Konstrukte wie die Grammatik G', Teile von G', wie die Produktionsregeln P', einen regulären Ausdruck, einen Automaten, oder eine andere Grammatik. Die Ausnahme hier stellt Σ dar, welches Sie referenzieren dürfen. Lösungen wie $L(G') = \{w|w \in L(...)\}$ führen zu 0 Punkten.



Aufgabe 2 (CYK-Algorithmus II) 10 Punkte

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die folgende Tabelle, welche mit dem CYK-Algorithmus für das Wort w = aabbcc erstellt wurde. Aus dem Ergebnis kann gefolgert werden, dass w in der Sprache liegt, welche die zugrundeliegende Grammatik erzeugt.



Geben Sie eine mögliche Grammatik G an, welche diese Tabelle erzeugen kann.

Aufgabe 3 (Kellerautomat I)10P

Der Kellerautomat $M = (\{a, b\}, \{\#, A, B\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \delta, z_0, \#)$ verfügt über die folgenden Regeln um δ zu definieren:

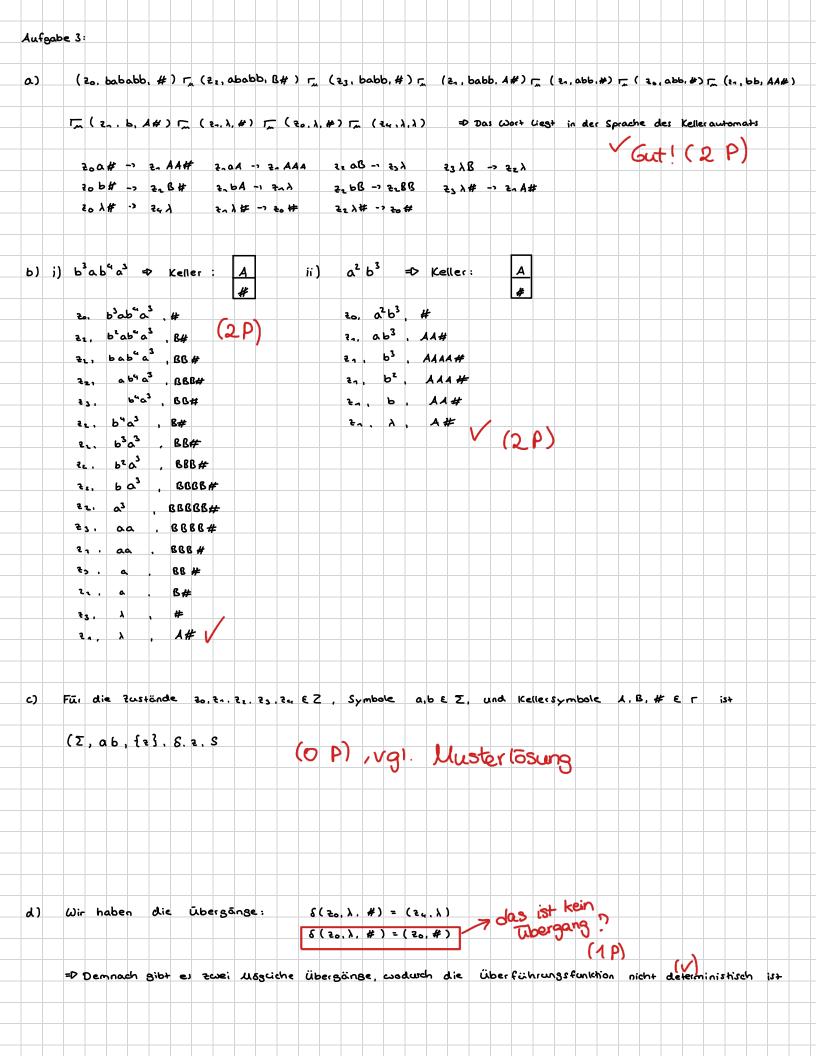
$$z_{0}a\# \rightarrow z_{1}AA\# \qquad z_{1}bA \rightarrow z_{1}\lambda \qquad z_{2}\lambda\# \rightarrow z_{0}\#$$

$$z_{0}b\# \rightarrow z_{2}B\# \qquad z_{1}\lambda\# \rightarrow z_{0}\# \qquad z_{3}\lambda B \rightarrow z_{2}\lambda$$

$$z_{0}\lambda\# \rightarrow z_{4}\lambda \qquad z_{2}aB \rightarrow z_{3}\lambda \qquad z_{3}\lambda\# \rightarrow z_{1}A\#$$

$$z_{1}aA \rightarrow z_{1}AAA \qquad z_{2}bB \rightarrow z_{2}BB$$

- a) Liegt das Wort bababb in der Sprache des Kellerautomaten L(M)? Verwenden Sie in Ihrer Argumentation die entsprechende(n) Konfigurationsfolge(n).
- b) Geben Sie jeweils die Inhalte des Kellers an, nachdem M die folgenden Zeichenketten gelesen hat:
 - i) $b^3 a b^4 a^3$
 - ii) a^2b^3
- c) Beschreiben Sie die Sprache L(M) möglichst formal. Die Angabe soll als in sich abgeschlossener Mengenausdruck geschehen. Referenzieren Sie keine weiteren Konstrukte wie den Kellerautomaten M, Teile von M, wie die Überführungsfunktion δ , die Relation von Konfigurationenfolgen, einen regulären Ausdruck, eine Grammatik, oder einen anderen Automaten. Die Ausnahme hier stellt $\Sigma = \{a,b\}$ dar, welches Sie referenzieren dürfen. Lösungen wie $L(M) = \{w | w \in L(...)\}$ führen zu 0 Punkten.
- d) Zeigen Sie, dass die Überführungsfunktion δ von M nicht deterministisch ist.



Aufgabe 4 (Abschlusseigenschaften)10P

- (a) Betrachten Sie eine Sprache L und einen DFA $M=(\Sigma,Z,\delta,z_0,F)$ mit totaler Überführungsfunktion δ und mit L=L(M). Geben Sie einen DFA M' mit $\overline{L}=L(M')$ als Tupel an, um zu zeigen, dass die Klasse der regulären Sprachen unter Komplement abgeschlossen ist. Hinweis: Ihr DFA M' soll nicht konkret angegeben werden, sondern muss aus jedem beliebigen Automaten M, wie er in der Aufgabenstellung angegeben ist, konstruierbar sein.
- (b) Zeigen Sie nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften für kontextfreie Sprachen und Satz 3.36 folgende Behauptungen. Sie dürfen Sprachen, die von regulären Ausdrücken erzeugt werden, direkt als regulär verwenden. Aus der Vorlesung bekannte Sprachen dürfen wieder direkt verwendet werden (z.B. bewiesene Behauptungen aus dem Skript zu spezifischen Sprachen sind also auch erlaubt zu nutzen).

$$L_1 = \{a^i b^{i+j} a^j | i, j \ge 0\} \in CF \text{ mit } L_1 \subseteq \{a, b\}^*$$
$$L_2 = \{a^n b^m c^{\max(n, m)} | n, m \ge 0\} \notin REG \text{ mit } L_2 \subseteq \{a, b, c\}^*$$

