Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Institut für Informatik
Prof. Dr. J. Rothe

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.12, Ebene: 02, Raum: 26
Tel.: +49 211 8112188, Fax: +49 211 8111667
E-Mail: rothe@cs.uni-duesseldorf.de
16. Juli 2010

Vorlesung im Sommersemester 2010

Informatik IV

Klausurtermin: 20. Juli 2010

BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN NAMEN UND VORNAMEN SOWIE STUDIENFACH MIT SEMESTER UND MATRIKELNUMMER EIN!

Name, Vorname:

Studienfach, Semester:

Matrikelnummer:

Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Gesamt
erreichbare Punktzahl	20	25	10	15	30	100
erreichte Punktzahl						

Erlaubte Hilfsmittel:

- Vorlesungsmitschriften, Bücher, Übungsblätter,
- Gedächtnis.

Nicht erlaubte Hilfsmittel:

- Mobiltelefone und ähnliche Kommunikationsgeräte,
- Kommiliton/inn/en,
- Taschenrechner.

Achten Sie darauf, dass Rechenwege und Zwischenschritte vollständig und ersichtlich sind.

Aufgabe 1 (20 Punkte) Kreuzen Sie für jede der folgenden Fragen in jeder Zeile entweder Ja oder Nein an.

Bewertung: Für jede richtige Antwort in **(a)** bis **(e)** gibt es $\frac{4}{3}$ Punkte, für jede falsche werden $\frac{2}{3}$ Punkte abgezogen und für Antworten, bei denen weder Ja noch Nein oder sowohl Ja als auch Nein angekreuzt sind, gibt es keinen Punkt. Insgesamt gibt es also die folgende Punktzahl für Aufgabe **1(a)–(e)**:

$$\lceil \max(0, {}^4/_3\,(\text{Anzahl der richtigen Antworten}) - {}^2/_3\,(\text{Anzahl der falschen Antworten}))\rceil .$$

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?
- ☐ Ja ☐ Nein Jede endliche Sprache ist regulär.
- ☐ Ja ☐ Nein Keine unendliche Sprache kann regulär sein.
- ☐ Ja ☐ Nein Endliche Automaten können nur endliche Sprachen erkennen.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind beweisbar wahr?
- ☐ Ja ☐ Nein Für jede Typ-1-Sprache A gibt es einen LBA M mit $L(M) = \overline{A}$.
- ☐ Ja ☐ Nein Jede Teilmenge einer rekursiv aufzählbaren Menge ist entscheidbar.
- ☐ Ja ☐ Nein Es gibt Turingberechenbare Funktionen, die nicht partiell rekursiv sind.

(c) Welche/s der folgenden Probleme ist/sind entscheidbar?
- ☐ Ja ☐ Nein Gegeben eine Gödelnummer i, hat φ_i einen endlichen Wertebereich?
- ☐ Ja ☐ Nein Gegeben zwei reguläre Grammatiken G_1 und G_2, ist $L(G_1) = L(G_2)$?
- ☐ Ja ☐ Nein Gegeben ein LBA M und ein Wort x, gilt $x \in L(M)$?

(d) Seien $K = \{i \in \mathbb{N} \mid i \in \mathrm{D}_i\}$ das spezielle Halteproblem und $\overline{K}$ sein Komplement, und seien $H = \{(i,j) \in \mathbb{N}^2 \mid i \in \mathrm{D}_j\}$ das allgemeine Halteproblem und $\overline{H}$ sein Komplement. Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?
- ☐ Ja ☐ Nein $H \cup \overline{H}$ ist entscheidbar.
- ☐ Ja ☐ Nein $\overline{K}$ ist $\leq_{\mathrm{m}}$-vollständig in RE.
- ☐ Ja ☐ Nein $\overline{K} \leq_{\mathrm{m}} H$.

(e) Welche der folgenden Aussagen ist/sind beweisbar wahr?
- ☐ Ja ☐ Nein $A = \{a^n a^n b^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextfrei, aber nicht regulär.
- ☐ Ja ☐ Nein $B = \{a^n b^n a^n \mid n \geq 1\}$ ist kontextfrei, aber nicht regulär.
- ☐ Ja ☐ Nein $L_3 = \{a^n b^n a^n b^n \mid n \geq 1\}$ ist entscheidbar, aber nicht kontextsensitiv.

Bonusaufgabe (3 Punkte) – Bewertung: Für jede richtige Antwort in **(f)** gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort und für Antworten, bei denen weder Ja noch Nein oder sowohl Ja als auch Nein angekreuzt sind, gibt es keinen Punkt.

(f) Wer ist der König der Tier?

Ja	Nein	
☐	☐	Der Gorill.
☐	☐	Der Rab.
☐	☐	Der Löw.

Aufgabe 2 (25 Punkte) Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w| = 2^n,\ n \geq 0\}$.

(a) Zeigen Sie mit dem Satz von Myhill und Nerode, dass L nicht regulär ist.

(b) Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma, dass L auch nicht kontextfrei ist.

(c) Ist L kontextsensitiv? Begründen Sie Ihre Antwort.

(d) Zeigen oder widerlegen Sie, dass es in L ein Wort w gibt, dessen Parikh-Bild $\Psi(w) = (k, k, k)$ für ein $k \geq 0$ ist.

(Bitte geben Sie alle Zwischenschritte der Rechnungen in allen Teilaufgaben an!)

Aufgabe 3 (10 Punkte) Gegeben sei der NFA $N = (\Sigma, Z, \delta, \{z_0\}, F)$ mit $\Sigma = \{a, b, c\}$, $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3\}$, $F = \{z_2\}$ und δ wie folgt:

	z_0	z_1	z_2	z_3
a	$\{z_0, z_1\}$	$\{z_1\}$	$\{z_2\}$	$\{z_0, z_3\}$
b	$\{z_0\}$	$\{z_1, z_2\}$	$\{z_1, z_2\}$	$\{z_3\}$
c	$\{z_0\}$	$\{z_0\}$	$\{z_1, z_3\}$	$\{z_3\}$

Bestimmen Sie mit Methoden aus der Vorlesung einen zu N äquivalenten Minimalautomaten M.

Bonusaufgabe (5 Punkte): Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck γ mit $L(\gamma) = L(N)$ durch Lösung eines entsprechenden Gleichungssystems.
Bearbeiten Sie diese Aufgabe bitte nur, wenn Sie am Ende genug Zeit haben; die Punkte stehen in einem ungünstigen Verhältnis zum Aufwand und Sie verlieren nur unnötige Zeit, die Ihnen sonst bei anderen Aufgaben fehlt.

(Bitte geben Sie alle Zwischenschritte der Rechnungen in allen Teilaufgaben an!)

Aufgabe 4 (15 Punkte) Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, N, S, R)$ mit dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, der Menge $N = \{S, A, B, C, D\}$ der Nichtterminale und der Regelmenge

$$
\begin{array}{rcl}
R = \{\, S & \rightarrow & AB \mid AC, \\
A & \rightarrow & aD, \\
B & \rightarrow & SC, \\
C & \rightarrow & a, \\
D & \rightarrow & b\,\}.
\end{array}
$$

(a) Zeigen oder widerlegen Sie, dass G eine LL(1) Grammatik ist.

(b) Prüfen Sie mit dem Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami, ob das Wort $w = abab$ in $L(G)$ enthalten ist. Die Tabelle (d. h. die untere Dreiecksmatrix) ist dabei vollständig auszufüllen.

(Bitte geben Sie alle Zwischenschritte der Rechnungen in allen Teilaufgaben an!)

Aufgabe 5 (30 Punkte)

(a) Sei A die Teilmenge der natürlichen Zahlen, die sich als Differenz aus zwei Quadratzahlen darstellen lassen. Zeigen oder widerlegen Sie, dass A entscheidbar ist.

(b) Geben Sie eine Turingmaschine $M = (\{a, \#\}, \Gamma, Z, \delta, z_0, \Box, F)$ an, die bei Eingabe von $x\#y$, wobei $x, y \in \{a\}^*$, eines der beiden Wörter ausgibt, x oder y, das nicht kürzer als das andere ist. Sie dürfen dabei annehmen, dass die Eingabe korrekt formatiert ist und beide Wörter, x und y, nicht leer sind.
Geben Sie außerdem die Konfigurationenfolge (ohne Abkürzungen) für die Eingabe $a\#a$ an.
Denken Sie an eine aussagekräftige Zustandsbeschreibung! – Zum Vergleich: Unsere Referenzmaschine benötigt 26 (einfache) Regeln.

(Bitte geben Sie alle Zwischenschritte der Rechnungen in allen Teilaufgaben an!)

Die Aufgabenblätter bitte mit ausgefüllten Kopfzeilen abgeben.
VIEL SPASS – VIEL GLÜCK – VIEL ERFOLG