Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Institut für Informatik
Prof. Dr. J. Rothe

Universitätsstr. 1, D-40225 Düsseldorf
Gebäude: 25.12, Ebene: 02, Raum: 26
Tel.: +49 211 8112188, Fax: +49 211 8111667
e-mail: rothe@cs.uni-duesseldorf.de
4. Juli 2007

Vorlesung im Sommersemester 2007

Informatik IV

Klausurtermin: 6. Juli 2007

BITTE NICHT MIT BLEISTIFT ODER ROTSTIFT SCHREIBEN!
TRAGEN SIE AUF JEDEM BLATT IHREN NAMEN UND VORNAMEN
SOWIE STUDIENFACH MIT SEMESTER UND MATRIKELNUMMER EIN!

Name, Vorname:

Studienfach, Semester:

Matrikelnummer:

Anzahl der abgegebenen Blätter, inklusive Aufgabenblätter:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7 (Zusatz)	Gesamt
erreichbare Punktzahl	30	10	20	20	20	20	15 (Bonus)	100+15
erreichte Punktzahl								

Von den Aufgaben 5 und 6 muss nur eine gelöst werden. Löst man beide, so erwirbt man das Maximum der Punkte auf diese beiden Aufgaben. Aufgabe 7 ist eine Zusatzaufgabe und bringt Bonuspunkte.

Erlaubte Hilfsmittel: Vorlesungsmitschriften, Bücher, Gedächtnis.
Nicht erlaubte Hilfsmittel: Mobiltelefone, Taschenrechner, Kommilitonen.

Aufgabe 1 (30 Punkte) Kreuzen Sie für jede der folgenden 30 Fragen in jeder Zeile entweder „Ja“ oder „Nein“ an.

Bewertung: Ist r die Anzahl der richtig angekreuzten Antworten, so ergibt sich die in dieser Aufgabe erzielte Punktzahl p nach der Formel $p = \frac{3}{2}\max\{0, r - 10\}$.

(a) Welche der folgenden Aussagen ist/sind *nach heutigem Kenntnisstand beweisbar* wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Jede primitiv rekursive Funktion ist Markov-berechenbar.
☐	☐	Für jeden NFA gibt es einen äquivalenten DFA.
☐	☐	Zu jedem nichtdeterministischen LBA gibt es einen äquivalenten deterministischen LBA.

(b) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Endliche Automaten halten bei jeder Eingabe nach endlich vielen Schritten.
☐	☐	Es gibt partiell rekursive Funktionen, die nicht Markov-berechenbar sind.
☐	☐	Jede rekursiv aufzählbare Menge ist Teilmenge einer entscheidbaren Menge.

(c) Sei A eine $\leq_{\mathrm{m}}$-vollständige Menge in RE, und sei K das spezielle Halteproblem. Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	$K \leq_{\mathrm{m}} A$.
☐	☐	$A \leq_{\mathrm{m}} K$.
☐	☐	Die Menge $A \cap \overline{A}$ ist regulär.

(d) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	$L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ ist vom Typ 2, aber nicht vom Typ 3.
☐	☐	$L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ ist vom Typ 1, aber nicht vom Typ 2.
☐	☐	$L_3 = \{a^n b^n c^n d^n \mid n \geq 1\}$ ist vom Typ 0, aber nicht vom Typ 1.

(e) Welche der folgenden Sprachen ist/sind kontextfrei?

Ja	Nein	
☐	☐	$A = \{a^i ba^j ba^k \mid i, j, k \geq 1$ und $(i \geq j$ oder $i \geq k)\}$.
☐	☐	$B = \{a^n b^{n^2} \mid n \geq 1\}$.
☐	☐	Das Äquivalenzproblem für kontextfreie Sprachen.

(f) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	RE ist abgeschlossen unter Komplement, Schnitt und Vereinigung.
☐	☐	Gilt $A \leq_{\mathrm{m}} B$ für eine entscheidbare Sprache B, so ist A in REC.
☐	☐	Unentscheidbarkeit vererbt sich bzgl. $\leq_{\mathrm{m}}$ nach oben.

(g) Welche(s) der folgenden Probleme ist/sind entscheidbar?

Ja	Nein	
☐	☐	Gegeben eine Gödelnummer i, ist φ_i die nirgends definierte Funktion?
☐	☐	Gegeben zwei Grammatiken G_1 und G_2 vom Typ 1, ist $L(G_1) = L(G_2)$?
☐	☐	Gegeben zwei reguläre Ausdrücke, beschreiben sie dieselbe Sprache?

(h) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Für alle regulären Mengen A und B ist die Menge $(A^* \cap \overline{B^*}) \cup (\overline{A^*} \cap B^*)$ regulär.
☐	☐	Für alle Mengen A und B gilt: Ist $A \subseteq B$ und ist B kontextfrei, so ist A kontextfrei.
☐	☐	Für alle Mengen A und B gilt: Ist B entscheidbar und $A \leq_{\mathrm{m}} B$, so ist $(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \in$ REC.

(i) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Für alle Mengen A und B gilt: Aus $A \leq_{\mathrm{m}} B$ folgt $\overline{A} \leq_{\mathrm{m}} \overline{B}$.
☐	☐	Eine Menge ist genau dann entscheidbar, wenn sie selbst und ihr Komplement rekursiv aufzählbar sind.
☐	☐	Es gibt eine rekursiv aufzählbare Menge A, deren partielle charakteristische Funktion nicht berechenbar ist.

(j) Welche der folgenden Aussagen ist/sind wahr?

Ja	Nein	
☐	☐	Das Problem 10-PCP ist entscheidbar.
☐	☐	Der Syntaxbaum für eine Ableitung bzgl. einer regulären Grammatik hat stets mehr innere Knoten als Blätter.
☐	☐	Das Wortproblem für Sprachen vom Typ 1 ist entscheidbar.

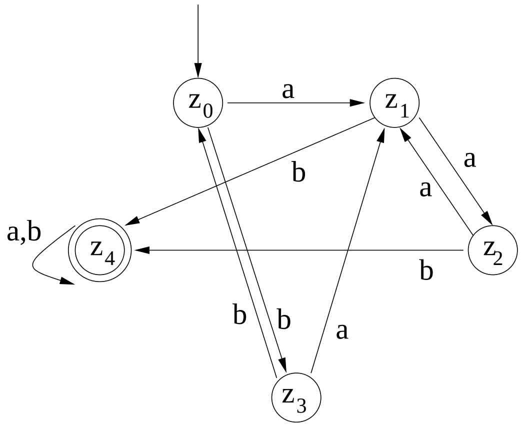
Aufgabe 2 (10 Punkte) Zeigen Sie durch Angabe eines DPDA, dass die Sprache

$$L = \{1^m 0 1^n 0 0 1^p \mid m, n, p \geq 1 \text{ und } p = 3n\}$$

deterministisch kontextfrei ist.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist! Das heißt insbesondere, dass die einzelnen Komponenten des DPDA zu spezifizieren sind.)

Aufgabe 3 (20 Punkte) Ein DFA $M = (\{a, b\}, \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \delta, z_0, \{z_4\})$ sei gegeben durch den Zustandsgraphen:



(a) Bestimmen Sie den zu M äquivalenten Minimalautomaten mit dem Algorithmus aus der Vorlesung. (Tabelle und Zustandsgraph!)

(b) Welche Sprache akzeptiert M? Lösen Sie dazu das entsprechende Gleichungssystem.

(c) Geben Sie eine rechtslineare Grammatik G an, für die $L(G) = L(M)$ gilt.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihr gesamter Rechenweg klar ersichtlich ist!)

Aufgabe 4 (20 Punkte) Gegeben sei die Sprache

$$A = \{c^i aba^j b^k \mid i, j, k \geq 1 \text{ und } (i = 2j \text{ oder } i = k)\}.$$

(a) Geben Sie eine Grammatik vom Typ 2 an, die A erzeugt.

(b) Zeigen Sie mit dem Algorithmus von Cocke, Younger und Kasami, dass das Wort $cabab$ in A ist.

(c) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumpinglemmas, dass A nicht regulär ist.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihr gesamter Rechenweg bzw. Ihre Argumentation klar ersichtlich ist!)

Lösen Sie wahlweise die Aufgabe 5 oder die Aufgabe 6. Wenn Sie beide Aufgaben lösen, wird nur die Aufgabe bewertet, für die Sie mehr Punkte erhalten (z.B. erhalten Sie bei 12 Punkten für Aufgabe 5 und 18 Punkten für Aufgabe 6 insgesamt 18 Punkte).

Aufgabe 5 (20 Punkte) Zeigen Sie durch Angabe eines LBA, dass die Sprache

$$B = \{a^i b a^i \mid i \geq 1\}$$

kontextsensitiv ist.

Aufgabe 6 (20 Punkte) Gegeben Sei die Sprache

$$C = \{a^i b a^j b a^{i+j} \mid i, j \geq 1\}.$$

(a) Ist die Sprache C kontextfrei? Beweisen Sie Ihre Vermutung durch Angabe einer kontextfreien Grammatik oder mit Hilfe des Pumping-Lemmas.

(b) Geben Sie einen entsprechenden Automaten an, der C akzeptiert: Entweder einen PDA, der C per leerem Keller erkennt, falls C kontextfrei ist, oder aber einen LBA, falls C kontextsensitiv ist.

(c) Zeichnen Sie den Syntaxbaum für die Ableitung des Wortes $abaabaaa$, falls C kontextfrei ist. Ist C nicht kontextfrei, dann geben Sie die Konfigurationenfolge des in (b) konstruierten LBA bei Eingabe des Wortes $abaabaaa$ an.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihr gesamter Rechenweg klar ersichtlich ist! Das heißt insbesondere, dass die einzelnen Komponenten des Automaten zu spezifizieren sind.)

Aufgabe 7 (Zusatzaufgabe: 15 Bonuspunkte) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das modifizierte Postsche Korrespondenzproblem unentscheidbar ist, d.h., es wurde eine Reduktion f für $H \leq_{\mathrm{m}}$ MPCP konstruiert. Betrachten Sie die Turingmaschine $M = (\Sigma, \Gamma, Z, \delta, z_0, \Box, F)$ mit

- $\Sigma = \{a, b\}$,
- $\Gamma = \{a, b, \Box\}$,
- $Z = \{z_0, z_1\}$,
- $F = \{z_1\}$ und
- Überführungsfunktion δ, die die beiden Turingbefehle

  $$z_0 a \to z_0 b R \quad \text{und} \quad z_0 \Box \to z_1 \Box N$$

  enthält.

(a) Beschreiben Sie in Worten, was diese Turingmaschine bei Eingabe eines Wortes aus $\{a\}^*$ tut. Geben Sie die Konfigurationenfolge von M bei Eingabe von aaa an.

(b) Geben Sie alle Wortpaare der MPCP-Instanz $f(\text{code}(M), aaa)$ gemäß der Reduktion f aus der Vorlesung an.

(c) Geben Sie das Wort an, das sich als Lösung der MPCP-Instanz $f(\text{code}(M), aaa)$ ergibt, weil $M(aaa)$ hält.

(Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Argumentation vollständig und verständlich ist!)

Die Aufgabenblätter bitte mit ausgefüllten Kopfzeilen abgeben.
VIEL SPASS – VIEL GLÜCK – VIEL ERFOLG