Lab (zoccols)

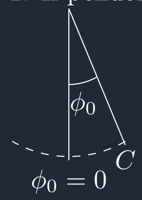
Tommaso Miliani

19-03-25

1 Le approssimazioni nell'esperimento del pendolo

Massa puntiforme $R << l = \bar{OC}$ con il filo ideale:

Figura 1: Il pendolo ideale



1. $m_f = 0$, $m_f << m$;
2. Inestensibilità: l costante;
3. Perfetta flessibilità;
4. Seguendo le leggi di un pendolo semplice ideale

La legge del pendolo semplice che segue è proprio:

$$\ddot{\phi} + \frac{g}{l}\sin\phi = 0 \tag{1}$$

E quindi:

$$\dot{\phi}^2 = 2\frac{g}{l}(\cos\phi - \cos\phi_0)$$

Per cui il suo periodo è proprio:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Per ottenere l'angolo bisogna integrare l'espressione di $\dot{\phi}$. Si separa allora dt e quindi si ottiene come primo passaggio:

$$\frac{d\phi}{\sqrt{2(\cos\phi - \cos\phi_0)}} = \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}} dt$$

$$\left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{3T}{4}}^{T} dt = \int_0^{\phi_0} \frac{d\phi}{\sqrt{2(\cos\phi - \cos\phi_0)}} = \left(\frac{g}{l}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{T}{4}$$

Quando $\phi \to \theta$ allora si può esprimere il dimezzamenteo del seno di ϕ:

$$\sin\frac{\phi}{2} = \sin\frac{\phi_0}{2} + \sin\theta$$

Allora possiamo esprimere l'integrale come:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{(1 - \sin^2\frac{\phi}{2}\sin^2\theta)^{\frac{1}{2}}} = K(\sin^2\frac{\phi_0}{2})$$

Dove K è una costante che compare nella risoluzione dell'integrale e dato che $\sin^2\frac{\phi_0}{2} < 1$ per piccole oscillazioni. Allora E quindi il suo periodo è una funzione per cui è esprimibile come:

$$T = T(l, g, \phi_0) = \left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right) \cdot f(\phi_0) = T_0(l, g) \cdot f(\phi_0)$$

$$10° \leq \phi_0 \leq 25°$$

ϕ_0	$\phi_0(rad)$	$\frac{1}{4}\sin^2\frac{\phi_0}{2}$	$\frac{\phi}{64}\sin^4\frac{\phi_0}{2}$
10°	0.125	$1.9 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-6}$
20°	0.349	$7.5 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-4}$
25°	0.436	$1.17 \cdot 10^{-2}$	$3.4 \cdot 10^{-4}$

AI fini della misura data l'incertezza con cui misuro il periodo con le piccole oscillazioni o con le oscillazioni generali è indifferente i due metodi:

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right) \approx \frac{1}{4}\sin^2\frac{\phi}{2} << \left(\frac{\Delta T}{T}\right) \tag{2}$$

$$\left(\frac{\delta T}{T}\right) \approx \frac{1}{4}\sin^2\frac{\phi_0}{2} \geq \left(\frac{\Delta T}{T}\right) \tag{3}$$

Figura 2: Il pendolo