Fisica 1

Tommaso Miliani

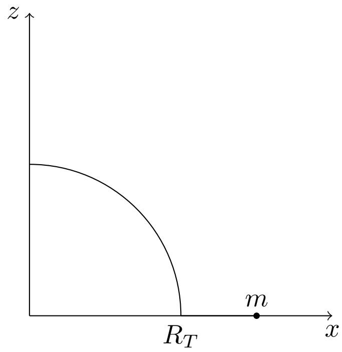
28-02-25

0.1 Deviazione verso oriente dei gravi in caduta

Nel sistema di riferimento della Terra accade un fenomeno molto peculiare quando si fa cadere un grave da una certa altezza all'equatore: l'oggetto appare deviato sempre verso oriente. Al momento $t = 0$ posso dire che, dal momento che non c'è vincolo esplicito ottenendo:

$$\begin{cases} x = R_T m h \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x} = 0 \\ \dot{y} = 0 \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$$

Figura 1: gd



Faccio un'approssimazione lecita (ma pur sempre un approssimazione) secondo la quale io considero che non ci sia movimento rispetto all'asse y trascurando il fatto che possa variare e quindi

$$m\vec{g}' = -mg'\hat{i}$$

Potremmo ora avere la forza di Coriolis, intanto esplicitiamo la velocità relativa:

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} &= \Omega\hat{k}, \qquad \Omega = 7 \cdot 10^{-5} \\ \vec{v}_R &= \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} \\ \vec{F}_{co} &= -2m\Omega\hat{k} \times (\dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k}) = \\ &= 2m\Omega(\dot{y}\hat{i} - \dot{x}\hat{j}) \end{aligned}$$

Scrivendo il secondo principio della dinamica, allora trovo l'accelerazione che è data proprio da quella relativa e quindi posso scrivere in componenti:

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{co}$$

Mentre la forza di Coriolis lungo g ha questo:

$$\begin{aligned} x :& \quad -mg' + 2m\Omega\dot{y} = m\ddot{x} \\ y :& \quad -2m\Omega\dot{x} = m\ddot{y} \\ z :& \quad 0 = m\ddot{z} \end{aligned}$$

Questo vuol dire che z è sempre zero così come la derivata prima e seconda e quindi non agisce alcuna forza lungo l'asse z. E quindi non ho alcun moto nel piano xy. Riscrivendo la formula nuovamente si può ottenere:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -2\Omega\dot{y} = -g' \\ \ddot{y} &= -2\Omega\dot{x} \end{aligned}$$

Prendendo ora l'integrale generico delle funzioni differenziali (che sono in questo caso accoppiate poiché dipendono luna dall'altra):

$$\begin{aligned} \int_0^t \ddot{y}\ dt &= -2\Omega \int_0^t \dot{x}\ dt = \\ = \dot{y}(t) - \dot{y}(0) &= -2\Omega(x(t) - x(0)) \end{aligned}$$

Dato che le condizioni iniziali mi impongono che $y = 0$, allora si ottiene la seguente relazione una volta svolto l'integrale:

$$\dot{y} = -2\Omega(x - (R_T + h))$$

Il valore massimo in modulo è il valore minimo di R_T e quindi il modulo massimo è:

$$|\dot{y}|_{max} = 2\Omega h$$

Ossia il valore massimo lungo $\dot{y}$ della velocità, che in questo caso è un termine molto piccolo e quindi posso trascurarlo come da ipotesi iniziale, inoltre questo ci dice che

$$|\dot{y}| < 2\Omega h = 14 \cdot 10^3 m/s$$

Ma quindi per gli altri valori di y:

$$|2\Omega\dot{y}| < 4\Omega^2 h = 2 \cdot 10^{-6} m/s^2$$

che devo confrontare con g, la quale è 7 ordini di grandezza più grande facendo sì che domini il moto lungo x e poiché la forza di Coriolis ha un effetto minimo si può ragionevolmente trascurare,e quindi si ottiene che:

$$|2\Omega\dot{y}| << g'$$

Le equazioni iniziali diventano dunque:

$$\ddot{x} = g'$$
$$\ddot{y} = -2\Omega\dot{x}$$

L'ho integrata solo per trovare l'ordine di grandezza del termine e quindi mi è servita solo per una pura stima e non ho ancora trovato il valore effettivo di y. Allora posso mettere i valori iniziali e quindi:

$$\dot{x} = -g't$$
$$x = -\frac{1}{2}g't^2 + (R_T + h)$$

Avendo ora trovato $\dot{x}$ posso sostituire in y e ottenere che:

$$\ddot{y} = 2\Omega g't$$

Con le approssimazioni che ho fatto mi sono trovato ora le formule effettive e quindi si ottiene che:

$$\dot{y} = \Omega g't^2$$

Per $t = 0$ non ho termini aggiuntivi e quindi la velocità è diversa da zero ed è positiva quindi è diretta verso est(entrante nella lavagna) e quindi:

$$y = \frac{1}{3}\Omega g't^3$$

Ma il tempo di quanto tocca terra posso ricavarmelo da x ottenendo allora:

$$\frac{1}{2}g't_f^2 = h$$
$$t_f = \sqrt{\frac{2h}{g'}}$$

Sostituendo nella y, si ottiene la y finale e quindi (trascurando la curvatura della Terra, che è del tutto ragionevole):

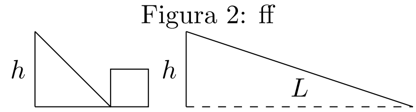
$$y_f = \frac{1}{3}\Omega g'\left(\frac{2h}{g'}\right)^{\frac{3}{2}}$$

In linea di principio con una grande altezza c'è uno spostamento apprezzabile e quindi tutte le approssimazioni che abbiamo fatto sono ragionevoli vista la bassa quota dell'esperimento e quindi la deviazione è sempre verso oriente come avevamo ipotizzato.

1 Il lavoro

Se avessi un grande oggetto da spostare molto massiccio, dovrei avere una forza tale che possa equilibrare e vincere la forza peso dell'oggetto per poterlo sollevare, oppure vincere la resistenza della forza di attrito statica per poterlo muovere orizzontalmente. Come hanno quindi fatto gli egiziani a portare i blocchi delle piramidi sopra le piramidi stesse per la loro costruzione?

Figura 2: ff



Hanno creato delle impalcature che permettessero di far strisciare i blocchi su di un piano inclinato con angolo molto piccolo. Come misuro quindi lo "sforzo" necessario per compiere questo spostamento? La grandezza che abbiamo bisogno per poter spingere il blocco fino alla fine è proprio il lavoro. Si definisce il lavoro come la forza per lo spostamento; il lavoro è sempre di una forza e si indica con il simbolo δL, ossia il lavoro infinitesimo definito come il prodotto scalare

$$\delta L = \vec{F} \cdot \delta\vec{S} \tag{1}$$

E' quindi lo spostamento della forza lungo un certo cammino, ma il suo valore non cambia poiché dipende solo dagli istanti iniziali e finali, si definisce quindi il lavoro lungo un certo cammino. Per trovare il valore devo fare l'integrale di linea, ossia l'integrale della traiettoria con il limite che mi fa tendero lo spostamento a dx. Per ognuno di questi divido il mio percorso in tanti pezzi per cui si ottiene.

$$L_{AB,\Gamma} = \int_A^B \vec{F} \cdot \delta\vec{S}\ ds \tag{2}$$