MECCANICA ANALITICA

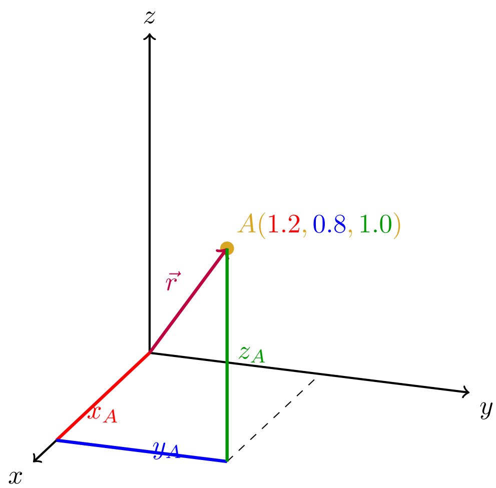
Appunti

Tommaso Nardi
Prof. Omar Morandi
Università degli Studi di Firenze
2025–2026
Aggiornato al 24 febbraio 2026

1 Vettori in $\mathbb{R}^3$

Se vogliamo descrivere un punto nello spazio, è necessario definire cos'è lo spazio:

Prendiamo una terna destrorsa di assi cartesiani $\Rightarrow$ Descrivo $\mathbb{R}^3$.



Considero un vettore $\vec{r} = (O - A)$, esso non è altro che una terna di valori ordinati $\vec{r} = (x_A, y_A, z_A)$.

Definisco il **modulo**, o lunghezza, di un vettore come: $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Se $\alpha \in \mathbb{R}$, posso definire $\vec{u} = \alpha\vec{v}$, e sarà un vettore che giace sulla stessa retta (ha la stessa direzione) di $\vec{v}$, verso come $sgn(\alpha)$ e modulo $|\vec{u}| = |\alpha|\,|\vec{v}|$.

Farà anche comodo definire un **Versore**, cioè un vettore con modulo unitario, che indicherò con $\hat{u}$.

Esempio 1.1. Se volessi individuare $\hat{v} \parallel \vec{v}$ è sufficiente fare: $\hat{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$

Le operazioni elementari che si possono fare con i vettori sono:

1.1 Prodotto scalare

È una funzione che prende due vettori e restituisce uno scalare.

Presi due vettori $\vec{u}$ e $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$, il prodotto scalare è definito come:

$$\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \vec{u} \cdot \vec{v} \in \mathbb{R}$$

Esso è una mappa con le seguenti proprietà:

- **Simmetria**: $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \langle \vec{v}, \vec{u} \rangle$ con $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3$

- **Linearità**: $\langle \alpha\vec{u} + \beta\vec{w}, \vec{v} \rangle = \alpha \langle \vec{u}, \vec{v} \rangle + \beta \langle \vec{w}, \vec{v} \rangle$ con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$