

# Appunti ottica

Tommaso Miliani

27-10-25

## Esperienza della polarizzazione

### 1 Scopi e finalità

#### 1.1 Il fit sinusoidale

Nella polarizzazione si deve validare le leggi della polarizzazione per le lenti  $\frac{\lambda}{4}$  e per le lenti  $\frac{\lambda}{2}$ . Si deve realizzare un fit (non lineare) di una funzione sinusoidale: per realizzarlo dobbiamo fare le seguenti assunzioni (così come per i fit lineari):

- l'incertezza  $\sigma$  sulla variabile aleatoria  $x$  sia trascurabile: questo vuol dire che si ha uno strumento che misura  $x$  con una precisione di diversi ordini di grandezza superiore delle  $y$ .
- La funzione  $g$ , ossia la funzione del fit, abbia una distribuzione gaussiana e con i vari  $\sigma_{y_i}$  costanti per tutte le misure  $\implies \sigma_{y_i} \approx \sigma_y$ .
- Devo minimizzare il  $\chi^2$ .

Nel nostro caso non posso applicare le regole del fit lineare ma posso supporre di avere una funzione generica ottenuta con dei certi valori sperimentali  $(x_i, y_i)$  dove i dati sono legati tra di loro mediante una determinata legge

$$f(a, b, c, \dots)$$

Tuttavia questa funzione non è completamente arbitraria ma è del tipo

$$f = a \cos^2(bx + \phi) + \text{offset}$$

Questa funzione sarà ovviamente una funzione dell'angolo  $x$  (ossia la rotazione della lamina) e descrive l'intensità luminosa del cubo in analisi in trasmissione e riflessione. Dunque posso determinare il  $\chi^2$  come

$$\chi^2 = \frac{\sum(y_i - f(a, b, \phi, \text{offset}, x))^2}{\sigma_y^2}$$

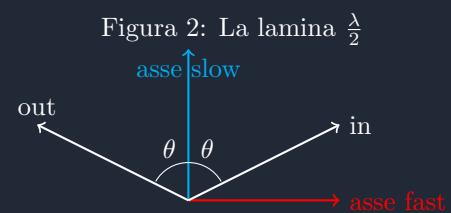
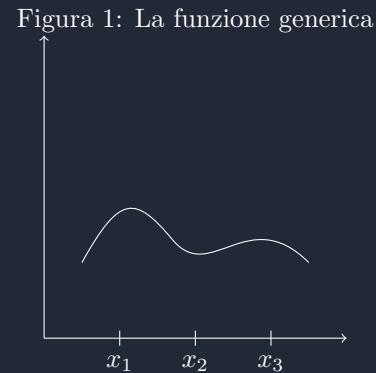
Posso ottenere la minimizzazione del  $\chi^2$  mediante l'utilizzo di un calcolatore e delle  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$ . Inoltre è capace di ottenere anche le incertezze associate alle singole variabili.

#### 1.2 Le lamine $\frac{\lambda}{4}$ e $\frac{\lambda}{2}$ nell'esperienza

Le lamine possono riflettere il campo elettrico lungo le due direzioni

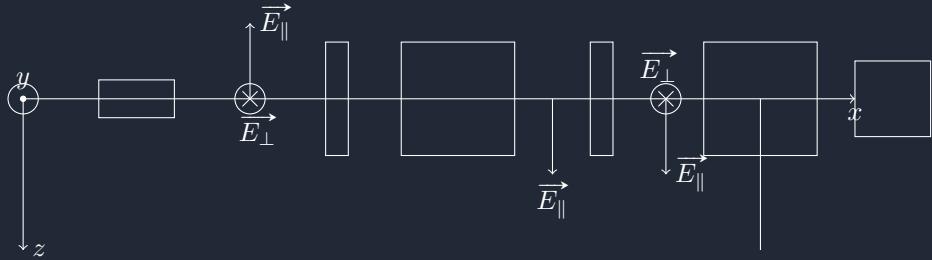
$$E_z = E_{z0} \cos(kx - \omega t + \phi_z)$$
$$E_y = E_{y0} \cos(kx - \omega t + \phi_y)$$

Con la lamina  $\frac{\lambda}{4}$  posso cambiare la spaciatura dell'ellisse che descrive la polarizzazione ellittica generica senza modificare la direzione degli assi: per questo si utilizza la  $\frac{\lambda}{2}$ .



## 2 Apparato sperimentale

Si ha un tavolo con una breadboard: ossia un piano di alluminio con dei fori che permette di fissare gli strumenti ottici. La polarizzazione in uscita dal laser non la conosciamo e potrebbe aver qualsiasi tipo di polarizzazione ma si conosce la lunghezza d'onda che è di  $532\text{ nm}$ .



SI fa passare il campo attraverso un filtro variabile che permette di cambiare (variando il suo angolo di rotazione) l'intensità luminosa che passa. La luce passa poi attraverso un cubo di pulizia, che permette di filtrare il campo perpendicolare e di far passare solo il campo  $\vec{E}_{\parallel}$  che risulta avere verso contrario a quello di entrata.

Si utilizza un supporto con goniometro che permette di ruotare la lamina; dato che il laser passa dentro la lamina, posso fare in modo che l'asse slow e quello fast possano ruotare rispetto alla scala goniometrica. Questo componente ottico sta dopo il cubo di pulizia e permette di cambiare la polarizzazione in base all'angolo di rotazione  $\theta$ . Dopo si pone un altro cubo di pulizia che permette di filtrare nuovamente il campo perpendicolare (che prende il nome di cubo di analisi) e porre i due rilevatori.

## 3 Funzioni del fit

### 3.1 Calibrazione dei laser

Si presentano vari problemi nella raccolta dei dati sperimentali:

- Il rilevatore non è perfetto e dunque non riesce a misurare perfettamente tutta l'intensità;
- Il rilevatore ha una sensibilità diversa da quella dell'altro rilevatore
- I rilevatori sono sporchi oppure tarati male
- L'allineamento dell'apparato ottico non è perfetto

E' possibile ovviare alla calibrazione dei rilevatori sfruttando la lamina  $\frac{\lambda}{2}$ : dopo aver posizionato i rilevatori si ruota la lamina  $\frac{\lambda}{2}$  e si misura il valore massimo che si ottiene in ognuno dei rilevatori.

### 3.2 Lamina $\frac{\lambda}{2}$

Si può ora descrivere le leggi di Malus per i vari assi

$$I_{\parallel}(\theta) = I_0 \cos^2(2\theta)$$

$$I_{\perp}(\theta) = I_0 \sin^2(2\theta)$$

SI ottiene allora le seguenti condizioni



Facendo ora ruotare le polarizzazioni, si ottengono tanti dati sperimentali: in funzione dell'angolo si può allora disegnare il grafico della legge di Malus (circa 20 punti per gli angoli da zero a  $360^\circ$  equispaziati, ossia ogni  $\sim 20^\circ$ ) Mentre si collezionano i dati per l'intensità trasmessa, si collezionano anche i dati per l'intensità riflessa e si disegnerà anche il grafico attraverso quei punti. La funzione del fit sarà ora data da

$$f(a, b, \phi, \text{offset}, x) = a \cos^2(bx + \phi) + \text{offset}$$

Supponendo ora di avere questa funzione da farne il fit, dividendo  $I_{\parallel}(\theta)$  e  $I_{\perp}(\theta)$  per i loro valori massimi ci si aspetta che l'ampiezza dell'oscillazione del coseno e del seno sia  $\bar{a} \approx 1$ . Posso invece dire che  $\bar{b} \approx 2$  in quanto nella legge di Malus deve risultare  $2\theta$  e dove offset = 0. Tra la fase del coseno e del seno ci si aspetta una differenza di circa  $\approx \frac{\pi}{2}$ , e dunque, arbitrariamente, posso dire che  $\bar{\phi} \approx 0$ . Riassumendo

$$\bar{a} \approx 1 \quad \bar{b} \approx 2 \quad \bar{\phi} \approx 0 \quad \text{offset} \approx 0$$

Tuttavia in condizioni non ideali l'offset del laser non sarà zero ma sarà un valore molto piccolo da dover sottrarre a tutti i valori trovati in laboratorio. Si può ora vedere che

$$\cos^2(2\theta) = 1 - \sin^2(2\theta) = 1 - \cos^2(2\theta + \frac{\pi}{2})$$

Data questa legge, si osserva che si trova un altro set di valori con

$$\bar{a} \approx -1 \quad \bar{b} \approx 2 \quad \bar{\phi} \approx \frac{\pi}{2} \quad \text{offset} = 1$$

In questo caso si vede che  $\chi^2$  ha due minimi e permette di ottenere due funzioni dal programma di fit.

### 3.3 La lamina $\frac{\lambda}{4}$

Con la lamina  $\frac{\lambda}{4}$  si per la legge di Malus che

$$I_{\parallel} = I_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \right)$$

$$I_{\perp} = \frac{I_0}{2} (\sin^2(2\theta))$$

Dato che questa lamina mi permette di spiancare l'ellisse, se ruotassi la lamina di un certo angolo  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , il ritardo di fase è lungo una direzione dove il campo elettrico non oscilla neanche, allora la polarizzazione rimane tutta  $\vec{E}_{\parallel}$  e dunque tutta la potenza è trasmessa.



L'ellisse si spancia solamente quando  $\theta = \frac{\pi}{4}$ . Allora, la polarizzazione in uscita diventa circolare.

$$\theta = \frac{\pi}{4} \quad I_{\parallel} = \frac{I_0}{2} \quad I_{\perp} = \frac{I_0}{2}$$

Dato che la lamina  $\frac{\lambda}{2}$  permette di ruotare il campo di un certo angolo  $\theta$  e, quando la luce passa nuovamente all'interno della lamina viene riportata alla polarizzazione iniziale, tutta la luce che torna sul cubo analisi sarà totalmente riflessa. Invece, una  $\frac{\lambda}{4}$  attraversata due volte si comporta come una  $\frac{\lambda}{2}$ : l'effetto complessivo del doppio passaggio è una riflessione rispetto all'asse slow della lamina.

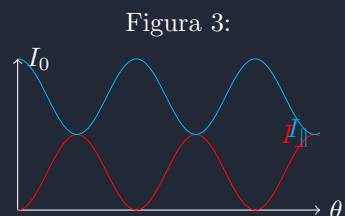


Figura 3: