

Laboratorio di fisica II

Gariboldi Alessandro

1 23/02/26

Definiamo le varie quantità che misureremo, e partiamo dalla legge di Ohm:

$$V = RI$$

Le misure che facciamo in laboratorio sono macroscopiche anche se si parla di cariche di elettroni che sono quantità microscopiche.

La carica dell'elettrone è stata definita esattamente (nel 2019) come:

$$e = 1.602176634 \times 10^{-19} C$$

Da qui si definisce l'ampere come:

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

La corrente la definiamo come:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Ovvero quanta carica passa in un certo intervallo di tempo, ma non si guardano i singoli elettroni ma si misura una quantità macroscopica.

Questo è vero ma non del tutto, per capire meglio è comodo introdurre il concetto di **shot noise**: sostanzialmente invece di pensare agli elettroni come un flusso omogeneo che può essere associato ad un rumore bianco, si considerano come pacchetti ben definiti di carica finita che si può ricondurre se si vuole al rumore della pioggia, da qui shot noise. Questo perché ogni elettrone ha una carica definita ben precisa e siccome passano in momenti leggermente diversi ma casuali, seguono le leggi della statistica e si hanno delle fluttuazioni attorno al valore medio.

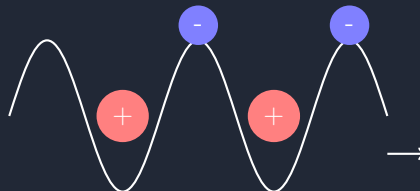
Quindi l'aspetto microscopico è comunque importante e bisogna ricordarsene.

Tutte le tecniche moderne per misurare le correnti sotto lo shot noise, sono le tecniche che vanno al di sotto del singolo elettrone.

In generale bisogna sempre avere in mente il limite delle misure che si stanno eseguendo.

1.1 atto pratico

Supponiamo di avere un conduttore e abbiamo degli ioni (+) che sono posti ad una certa distanza e alcuni elettroni liberi di muoversi, associati ognuno ad uno ione.



Se prendiamo un cavo di rame con una densità di $d = 9g/cm^3$, e quindi $63,5g/mol$

$$n = \frac{N_A \cdot d}{M} = 8.5 \times 10^{22} \text{ atomi}/cm^3$$

Questo vuol dire che in un μm cubo di rame ci sono circa 10^{11} elettroni liberi.

Ora si capisce bene il concetto di densità di carica che è:

$$\rho = n \cdot e$$

Ovvero la quantità di carica per unità di volume.

Questo non è sempre vero perché non tutti gli elettroni sono liberi, ma è una buona approssimazione.

1.2 cos'è una carica

Se ho un campo elettrico con una carica all'interno, questo campo applicherà una forza alla mia carica e quest'ultima avrà una certa accelerazione, quindi si ha che la carica dipende anche dal tempo?

Questo mi spiega la legge di Ohm che mi dice che la corrente è proporzionale alla tensione, e quindi se la tensione è costante allora la corrente è costante, e quindi la carica che passa in un certo intervallo di tempo è costante.

Esempio 1.1.

Prendiamo un gas a una temperatura T , avremo che $\frac{1}{2}mv_t^2 = \frac{3}{2}k_B T$ è una relazione che ci dice che la velocità termica è proporzionale alla temperatura, e quindi se la temperatura è alta allora la velocità termica è alta, e quindi gli elettroni si muovono più velocemente, e quindi la corrente è più alta.

Se infatti la calcoliamo otteniamo:

$$v_t = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{n_e}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,3810^{-23} T / k \cdot 1000}{9,110^{-31}} kg} = 1,16 \times 10^5 m/s$$

Ricordiamo che il moto degli elettroni in un metallo è quantistico ma classicamente possiamo dire che da un moto di agitazione termica di velocità di centinaia di km/s (la stessa velocità a cui viaggiano gli atomi nell'aria), quindi la corrente viaggia più o meno alla stessa velocità?

1.3 urti nel campo elettrico

Consideriamo ora che gli elettroni che si muovono in un corpo, considero i loro urti in un intervallo generale Δt avrò quindi che la variazione della velocità avrà un'accelerazione:

$$\Delta \vec{v} = \vec{a} \Delta t = \frac{\vec{F}}{m} \Delta t = \frac{-e \vec{E}}{m} \Delta t$$

$$\Delta \vec{v} = -\frac{e \vec{E}}{m} \Delta t$$

$$\vec{v}_d = -\frac{e \vec{E}}{2m} \Delta t$$

Ma $\Delta t = \frac{\Delta l}{v_t}$ e siccome $v_d \ll v_t$

$$\vec{v}_d = -\frac{e \vec{E}}{2m} \frac{\Delta l}{v_t} = k(t) \vec{E}$$

Ricordiamo che $v_d := \langle \Delta v \rangle_T$ è la velocità media degli elettroni liberi in un conduttore. verifichiamo ora l'ipotesi di $v_d \ll v_t$

1.4 densità di corrente

Si parlerà dell'equazione di continuità che deriva dal principio di conservazione della carica. E si arriverà alla prima legge di Kirchhoff.

Prendiamo un elettrone in condizioni stazionarie (che non vuol dire che la corrente è stazionaria che vuol dire che $\vec{E} = 0$ cosa che comunque considereremo per parte di questo corso).

Ora definiamo:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$$

Cos'è \vec{J} ?

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \propto \vec{E}$$

Da questo si vede che vale sempre che $\vec{J} \parallel \vec{E}$ indipendentemente dalla carica. \vec{J} è una densità di corrente, e si misura in A/m^2 .

$$[J] = \frac{C}{s \cdot m^3} \frac{m}{s} = \frac{A}{m^2}$$

2 25/02/26

La scorsa lezione abbiamo detto che possiamo avere delle cariche $n \sim 9 \times 10^{22}$ atomi/cm³, che possono avere una certa densità di carica ρ e che possono essere "accelerate" da un campo elettrico \vec{E} ma che sotto le nostre ipotesi di $v_d \ll v_t$ e di urti che avvengono in un intervallo di tempo Δt possiamo dire che $\vec{v}_d \propto \vec{E}$. Inoltre abbiamo visto che la corrente è data da $I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$ e che $\vec{J} = nq\vec{v}_d \parallel \vec{E}$, quindi possiamo dire che $I \propto E$.

Come ultima cosa siamo arrivati alla legge di Ohm in forma locale:

$$\vec{J}(\vec{r}) = \sigma_c \vec{E}(\vec{r})$$

Dove σ_c è la conducibilità elettrica, che è una proprietà del materiale.

L'unica cosa che avevamo dimostrato era la velocità di deriva, ma avevamo visto che \vec{v}_t è molto grande circa 100km/s

Altro aspetto importante è che la legge di ohm si può riscrivere come:

$$\vec{E} = \rho_c \vec{J}$$

Dove ρ_c è la resistività elettrica, che è l'inverso della conducibilità ovvero $\rho_c = \frac{1}{\sigma_c}$.

2.1 calcoliamo v_d

Prendiamo un cavo con una sezione di raggio $r = 1mm$ e $I = 1A$.

Di conseguenza avremo la sezione $S = \pi r^2 = \pi(1mm)^2$

Ora passando a I

$$I = 1A = n q v_d S =$$

$$\begin{aligned} -dQ &= \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \\ -\frac{dQ(t)}{dt} &= \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} - \frac{dQ(t)}{dt} = - \int_V \frac{\partial \rho(x, y, z, t)}{\partial t} dx dy dz \end{aligned}$$

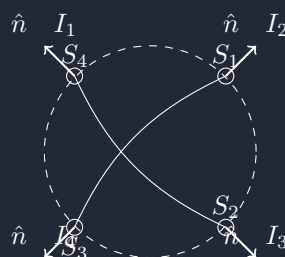
Usando il teorema della divergenza ottengo:

$$\begin{aligned} - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV &= \int_S \vec{J} d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV \\ -\frac{\partial \rho}{\partial t} &= \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0} \\ \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0} &\Rightarrow \boxed{\int_{S_{chiusa}} \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0} \end{aligned}$$

2.2 nodi

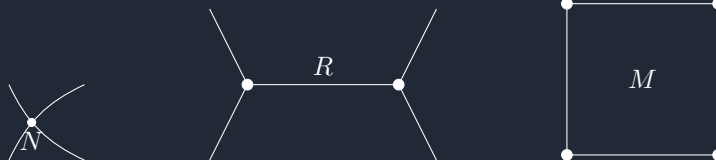
Un nodo è un punto di incontro tra due o più conduttori. La somma algebrica delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma algebrica delle correnti che escono da un nodo.

Se ho una superficie chiusa che racchiude il nodo n considerando $\int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = 0$



$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

2.3 Maglie e rami



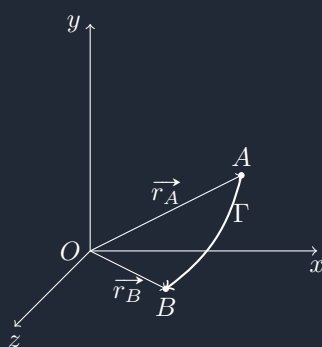
Un ramo è un conduttore che collega due nodi, una maglia è un percorso chiuso che non contiene altri nodi al suo interno.

Più maglie formano una rete.

2.4 Seconda legge di Kirchhoff e il potenziale

rotore uguale a 0 vuol dire conservativo.

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0$$



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$\mathcal{L}_{AB}^{\Gamma} = \int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int q \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr = \int \frac{1}{r^2} dt = -\frac{1}{r}$$

$$\mathcal{L}_{AB}^{\Gamma} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_a} \right)$$

Quest'ultimo è il principio di conservatività del campo (1a legge di Kirchhoff)

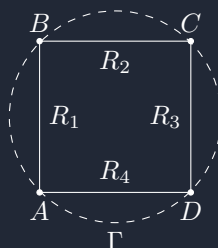
Continuando otteniamo:

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{U}{q} = \boxed{V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + \text{cost.}}$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Ricordiamo che se abbiamo una curva chiusa Γ allora:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



$$\begin{aligned} \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_B^C \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_D^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \\ (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) &= 0 \end{aligned}$$

2.5 parliamo di più della resistività

Partendo da $\vec{E} = \rho_R \vec{J}$ e considerando l'unità di misura della resistività:

$$[\rho_R] = \left[\frac{N}{C} \frac{m^2}{A} \right] = \quad V = \frac{J}{C}$$

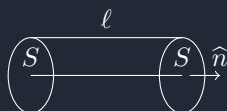
$$\left[\frac{Jm}{CA} \right] = \left[V \frac{m}{A} \right] = [\Omega m]$$

Prendiamo l'esempio del traliccio dell'alta tensione, dove alcune mucche morivano, questo succede perché anche se ovviamente il cavo è la parte che fa meno resistenza e il traliccio ha un punto di materiale isolante, comunque una parte della corrente passa attraverso il traliccio e quindi una piccola parte della corrente passa attraverso il traliccio, questo accadeva con le mucche per via dei passi molto lunghi, quindi facevano sì di avere una differenza di potenziale tra le due zampe, e quindi una corrente che passava attraverso il loro corpo, e questo era sufficiente per ucciderle.

Altra cosa è il fatto che la differenza di potenziale tra il terreno e le nuvole è circa 200V per m, noi non prendiamo la scossa perché fungiamo da conduttori, ma quando si accumula sulle nuvole comunque da qualche parte devono scaricarsi, e quindi quando si accumula una certa quantità di carica sulle nuvole, questa si scarica attraverso un fulmine

2.6 Conduttore a sezione costante

$$\vec{E} = \rho_R \vec{J}$$



$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B = \int_A^B \rho_R \vec{J} \cdot d\vec{l} = \int_A^B \rho_R \frac{\vec{J} S}{S} \cdot \hat{n} dl =$$

$$I \underbrace{\int_A^B \frac{\rho_R}{S} dl}_R = I \frac{\rho_R \ell}{S} = IR \Delta V = IR$$

Quindi $R = \frac{\rho_R \ell}{S}$ è la resistenza elettrica, che è una proprietà del conduttore, e si misura in Ω .

2.7 applicazione delle resistenze



2.8 esercizio extra

Prendiamo un filo di rame (Cu) lunghezza $\ell = 1m$ e raggio della sezione $r = 1mm$, calcoliamo R :

$$R = \frac{1,7 \times 10^{-8} \Omega m}{\pi (10^{-3} m)^2}$$