

Indice

I	Introduzione ai concetti dell'astronomia	5
1	Sfera celeste e cenni storici	6
1.1	Nozioni astronomiche	6
1.2	Cenni storici	6
1.2.1	Periodo greco	6
1.2.2	Periodo ellenistico	7
1.2.3	Il periodo medievale	7
1.2.4	La rivoluzione copernicana	7
1.2.5	Le scoperte di Galileo	7
1.2.6	L'astronomia matematica	7
1.2.7	La spettroscopia: nasce l'astrofisica	7
1.2.8	La cosmologia	8
1.2.9	L'astrofisica multi-banda e multi-messaggera	8
1.3	Il cielo come proiezione	8
1.4	Sistemi di coordinate	8
2	Trigonometria sferica	10
2.1	Triangoli sferici e prime definizioni della trigonometria sferica	10
2.2	Coordinate sferiche e trasformazioni	11
2.3	Il triangolo nautico : da equatoriale relativo a orizzontale	12
2.4	Il tempo siderale: da equatoriale assoluto a relativo	12
2.5	Culminazione, levata e tramonto degli astri	12
2.6	Variazioni di coordinate	13
3	Misura del tempo	14
3.1	Gnomoni meridiane e orologi solari	14
3.2	Tempo universale e fusi orari	14
3.3	Esercizi	15
II	Osservazione e studio della sfera celeste	16
4	I telescopi	17
4.1	I parametri fondamentali dei telescopi	17
4.2	Telescopi rifrattori	18
4.2.1	Il telescopio Galileiano	18
4.2.2	Il telescopio Kepleriano	18
4.3	Telescopi riflettori	18
4.3.1	Il telescopio newtoniano	18
4.3.2	Configurazioni moderne	19
4.4	Montatura dei telescopi	19
4.4.1	Montature Coudé e Nasmyth	19
4.5	Aberrazioni	20
4.5.1	Monocromatiche	20
4.5.2	Cromatiche	20
4.5.3	Aberrazioni nei rifrattori	20
4.6	Strumentazione ausiliaria	20
4.7	Location dei telescopi	21

5	Fotometria	22
5.1	Sistemi fotometrici	22
5.2	Intensità	23
5.3	Flusso	23
5.3.1	Flusso in un punto P a distanza D prodotto da una stella	24
5.4	Luminosità	24
5.5	Densità di energia	24
5.5.1	Relazione tra radiazione elettromagnetica e unità radiometrica	25
5.6	Fotometria nei telescopi	25
5.6.1	Sorgente puntiforme	25
5.6.2	Sorgente estesa	26
5.6.3	Costanza dell'Intensità luminosa trasportata da un raggio luminoso	26
5.6.4	Brillanza superficiale del Sole	27
6	Magnitudini	28
6.1	La scala della magnitudine e i tipi di magnitudine	28
6.1.1	Magnitudine apparente	28
6.1.2	Magnitudine monocromatica	29
6.1.3	Magnitudine bolometrica	29
6.2	Lunghezza d'onda efficace	29
6.3	Magnitudine assoluta	29
6.4	Indice di colore	30
7	Effetti dell'atmosfera	31
7.1	Estinzione atmosferica	31
7.2	Seeing	32
7.3	Estinzione interstellare e intergalattica	33
7.4	Arrossamento interstellare	34
7.5	Ottica adattiva contro ottica attiva	34
III	Le Stelle	35
8	Radiazione e spettroscopia	36
8.1	Meccanismi di radiazione	36
8.2	Leggi di Kirchhoff	37
8.3	Allargamenti di riga	38
8.3.1	Allargamento naturale	38
8.3.2	Allargamento collisionale	38
8.3.3	Allargamento termico (o Doppler termico)	38
8.3.4	Effetto Doppler	38
8.4	Spettro continuo	38
8.4.1	Corpo nero	39
8.5	Temperature	41
8.5.1	Temperatura efficace T_e	41
8.5.2	Temperatura di brillanza T_b	41
8.5.3	Temperatura di colore T_c	41
8.5.4	Temperatura cinetica T_k	42
8.5.5	Temperatura di eccitazione T_{exc}	42
8.5.6	Temperatura di ionizzazione T_i	42
9	Stelle	43
9.1	La classificazione stellare	43
9.2	Popolazioni stellari	44
9.3	Diagramma HR	44
9.4	Come le stelle si mantengono in vita e sprigionano energia: la catena protone-protone	45
9.5	Cenni di evoluzione stellare: i tempi scala	45
9.5.1	Tempo scala nucleare	46
9.5.2	Tempo scala termico	46
9.5.3	Tempo scala dinamico (o di freefall)	46
9.6	Parametri che si ricavano dalle osservazioni	46

10 Distanze cosmiche	48
10.1 Scala delle distanze cosmiche	48
10.2 I metodi diretti: la parallasse annua	48
10.3 I metodi indiretti	49
10.3.1 Candele standard: Cefeidi	49
10.3.2 Candele standard: Supernovae I_a	50
10.4 L'espansione dell'universo: la legge di Hubble	50
11 Stelle binarie	51
11.1 Stelle binarie visuali e stelle binari ottiche	51
11.2 Le binari visuali	51
11.2.1 I nodi	52
11.3 Binarie spettroscopiche	53
11.4 Binarie fotometriche	54
12 Esopianeti	55
12.1 Sistemi planetari	55
12.2 Esopianeti	55
12.3 Tecniche di rilevamento degli esopianeti	55

Introduzione al corso

Il corso si divide in tre sezioni:

1. Astronomia sferica: ossia l'astronomia celeste, cenni storici, trigonometria sferica;
2. L'indagine astronomica: ossia l'utilizzo di strumenti come telescopi per compiere misurazioni ed osservazioni sulle stelle; la determinazione dell'età delle stelle e l'osservazione stellare in generale;
3. Gravitazione e meccanica celeste: campo e potenziale celeste con legge di Gauss, problema dei due e tre corpi, fluidi auto gravitanti (fluidi + gravità), struttura stellare.

L'esame consiste in un colloquio orale diviso in tre domande, una per parte del corso.

Parte I

Introduzione ai concetti dell'astronomia

Capitolo 1

Sfera celeste e cenni storici

1.1 Nozioni astronomiche

- Unità astronomica: $1AU = 1.489 \cdot 10^{11}$ metri, equivalente alla distanza media Terra-Sole.
- Anno luce: un anno luce è la distanza che percorre la luce in un anno alla sua velocità (c): $1 \text{ anno luce} = 9.5 \cdot 10^{15} \text{ m}$.
- Parsec: unità di misura delle distanze astronomiche. Vale:

$$1 \text{ pc} = 206265AU = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ m} = 3.26 \text{anni luce}$$

- Velocità della luce $c = 2.998 \cdot 10^5 \text{ km/s}$
- Massa del Sole $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
- Luminosità del Sole $L_{\odot} = 3.83 \cdot 10^{26} \text{ W}$.
- Raggio Solare $R_{\odot} = 6.96 \cdot 10^5 \text{ km}$.
- Temperatura del Sole $T_{\odot} = 5770 \text{ K}$.
- Massa della Terra $M_{\oplus} = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
- Raggio della Terra $R_{\oplus} = 6378 \text{ km}$.
- Un radiante $1 = 206265''$ (secondi).
- ElettronVolt: $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
- Erg: $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$.

1.2 Cenni storici

Lo studio delle costellazioni e del moto di Sole, Luna e pianeti in cielo, pur intrecciato a mitologia e superstizione, fanno sì che l'astronomia sia la prima scienza, già dal paleolitico e neolitico. Le prime effemeridi si devono ai babilonesi, come pure il giorno di 24h ed il calendario lunare. Gli egizi prevedevano inondazioni del Nilo al **sorgere eliaco** (ossia quando una stella sorge per la prima volta nel cielo orientale dopo che è rimasta invisibile a causa della sua vicinanza al Sole) di Sirio. Le piramidi di Giza ricordano la posizione esatta delle stelle della cintura di Orione.

1.2.1 Periodo greco

- Eudosso di Cnido: sfere omocentriche (4 per pianeta!) con rotazione differenziata per i moti retrogradi, ripreso poi da Aristotele e Tolomeo.
- Aristarco di Samo: ipotizzò il sistema eliocentrico e l'asse terrestre inclinato (stagioni) e stimò la distanza Terra-Sole rispetto a Terra-Luna. Detto il Copernico dell'antichità.
- Eratostene di Cirene: misurò per primo il raggio terrestre (errore 1,5%), sfruttando un pozzo ad Assuan al solstizio.

1.2.2 Periodo ellenistico

- Apollonio di Perga: modello eccentrico, epicicli e deferenti perfezionando il modello di Eudosso.
- Ipparco di Nicea: primo catalogo stellare (850 astri), magnitudini visuali, coordinate eclittiche, anno tropico e stima al 10% della precessione degli equinozi.
- Tolomeo: nel suo monumentale *Almagesto* (150 d.c.), portato in occidente dagli arabi, cristallizza la visione geocentrica di Aristotele, in pratica fino al 1500-1600!

1.2.3 Il periodo medievale

- I vari popoli del centro America (soprattutto i Maya) svilupparono indipendentemente dal mondo occidentale raffinatissimi calendari astronomici, in particolare basati sul culto di Venere. Previsione accurata delle eclissi solari.
- In Europa l'astronomia veniva certamente studiata molto (vedi le conoscenze di Dante), ma non ci furono grandi progressi se non da parte degli arabi in Andalusia (Arzachel, Averroè), grazie anche all'invenzione dell'algebra. Molti termini astronomici e molti nomi di stelle sono islamici.

1.2.4 La rivoluzione copernicana

- L'astronomia moderna nasce con Niccolò Copernico e con la sua grande opera *De revolutionibus orbium coelestium* (1543), che inaugura la visione eliocentrica.
- Tycho Brahe fu il più grande osservatore del passato: già a 30 anni gli fu dato dal re danese un suo osservatorio e misurò con precisione inclinazione ed eccentricità dell'orbita terrestre, redasse un catalogo con più di 1000 stelle, scoprì comete oltre l'orbita della Luna.
- Giovanni Keplero fu il suo grande allievo e successore, basandosi sui dati di Brahe enunciò in *Astronomia nova* (1609) e poi nel 1618 le leggi che sono alla base della meccanica celeste.

1.2.5 Le scoperte di Galileo

Negli stessi anni Galileo Galilei perfezionò il cannocchiale e per primo lo puntò verso il cielo, scoprendo i crateri lunari, le macchie solari, i satelliti Medicei di Giove, gli anelli di Saturno, le fasi di Venere e la librazione della Luna. Dopo il *Dialogo* sopra i due massimi sistemi del mondo, nel 1632 dovette abiurare e fu mandato agli arresti domiciliari ad Arcetri.

1.2.6 L'astronomia matematica

- Isaac Newton nel 1686 pubblica l'opera *Philosophiae naturalis principia mathematica* in cui grazie al calcolo infinitesimale spiega la meccanica celeste con la legge di gravitazione universale. Spiega anche il fenomeno delle maree e la precessione degli equinozi.
- Importanti anche Huygens (migliora gli oculari, scopre gli anelli di Saturno e Titano), Cassini (la divisione negli anelli), Roemer (montatura equatoriale, velocità finita della luce studiando i satelliti Medicei); Halley (cometa periodica, moti propri), Bradley (aberrazione della luce, nutazione), Messier (primo catalogo di oggetti nebulari).
- Trionfo definitivo della meccanica celeste: dalla scoperta casuale di Urano (1781, Herschel) a quella di Nettuno (1846, Le Verrier), basandosi su soli calcoli!

1.2.7 La spettroscopia: nasce l'astrofisica

- Nel 1821 Fraunhofer scoprì righe nere nello spettro solare, inizia l'era della spettroscopia astronomica. Costruisce poi il primo spettroscopio a reticolo di diffrazione.
- Bunsen e poi soprattutto Kirchhoff, associano le transizioni in elementi chimici alle righe di emissione dei gas.
- Il gesuita Angelo Secchi identifica elementi chimici negli spettri stellari, definendo la prima classificazione spettrale che portò poi al diagramma di Hertzsprung-Russel.
- Eddington deduce le relazioni tra massa e raggio delle stelle, i tempi scala caratteristici e la necessità dell'energia nucleare.
- Leavitt sfrutta le Cefeidi per misure di distanze oltre parallasse.

1.2.8 La cosmologia

- Einstein rivoluziona la fisica moderna con la relatività speciale (1905) e generale (1915): gravità e spaziotempo.
- Shapley nel 1917 capisce dalla distribuzione degli ammassi globulari che il sistema solare è periferico nella Via Lattea.
- Hubble nel 1924 scopre che nebulose a spirale sono oggetti extragalattici e classifica le galassie esterne, nel 1929 misura le loro velocità e scopre l'espansione cosmica.
- Zwicky (1933) ipotizza la materia oscura nelle galassie.
- Lemaitre (1931) postula il Big Bang; radiazione di fondo nel 1965; espansione accelerata nel 1998 ed energia oscura.

1.2.9 L'astrofisica multi-banda e multi-messaggera

- Astrofisica non più solo ottica: radio, infrarosso, X, gamma, raggi cosmici, neutrini, onde gravitazionali. . .
- L'esplorazione dello spazio e del sistema solare avvenne con le prime sonde / shuttles: Sputnik (1957), Gagarin (1961), Apollo (1969), poi Shuttle, Stazione Spaziale Internazionale, sonde verso i pianeti e oltre

1.3 Il cielo come proiezione

Gli astri delle costellazioni e gli altri corpi hanno tutti distanze diverse ma a noi appaiono proiettati su di una superficie: dalle tre coordinate per individuare un astro ne bastano quindi due. La Terra, ruotando sul proprio asse, fa sì che il cielo ruoti attorno al polo nord celeste, che non è altro che il prolungamento del polo nord terrestre sulla sfera celeste: di conseguenza tutti i pianeti e le stelle ruotano intorno a questo punto. Dato che si tratta di una superficie sferica, otteniamo le coordinate degli oggetti attraverso gli angoli: servono allora due cerchi per determinare da dove considerare gli angoli.

Tutti gli astri sorgono da Est e tramontano ad Ovest: tuttavia con la latitudine può cambiare l'osservazione dei corpi celesti: in particolar modo cambia l'altezza del Sole. In un dato luogo, il momento della culminazione del SOLE si dice **mezzogiorno astronomico**, e determina sempre il Sud. Si può tuttavia utilizzare come riferimento la stella Polare in quanto il polo Nord celeste è molto vicino a quella stella (dista solo 0.65°) e inoltre, la sua altezza rispetto all'orizzonte, coincide con la latitudine del luogo. Si utilizza anche la proiezione dell'equatore sulla sfera celeste, che prende il nome di **equatore celeste**. Inoltre, l'intersezione del piano tangente alla Terra nel punto di osservazione (orizzonte apparente) con la sfera celeste prende il nome di **orizzonte celeste**. Su questo piano si definiscono i quattro punti cardinali centrati sull'osservatore: il Sud è la direzione dove culmina il Sole, a sinistra si ha l'Est, dietro il Nord e a destra l'Ovest.

Il sistema di (due) coordinate più semplice è quello orizzontale, con cerchi fondamentali orizzonte e meridiano locale per Zenit e Sud. Per passare a sistemi solidali con la sfera celeste delle stelle fisse, si considerano l'equatore celeste (contiene l'equatore terrestre) o l'eclittica (contiene l'orbita della Terra). L'asse terrestre (N-S) ha inclinazione (quasi) fissa, i punti di intersezione tra eclittica ed equatore celeste si dicono vernali (quello di primavera è il punto **gamma**). Coordinate astronomiche e effemeridi sono date nel sistema equatoriale assoluto.

1.4 Sistemi di coordinate

Sistema orizzontale

Il sistema di coordinate più immediato e quello più naturale è il sistema di coordinate locale che ci consente di ottenere le coordinate di un oggetto attraverso due coordinate:

- **Azimut:** coordinate rispetto all'asse Sud-Nord: ossia la differenza angolare rispetto al Nord ($0 \sim 360^\circ$)
- **Altezza:** coordinata rispetto all'orizzonte ($-90^\circ \sim 90^\circ$).

I telescopi semplici (e anche quelli grandi), sono altoazimutali.

Sistema equatoriale relativo

Si utilizza l'inclinazione dell'asse terrestre costante rispetto alle stelle fisse, utilizzando il meridiano locale. E' un sistema di coordinate solidale con la Terra e ci permette di definire due coordinate (è ancora locale perché dipende da dove sono sulla Terra):

- **Declinazione δ** : Ossia l'angolo tra l'oggetto e l'equatore celeste che diventa il cerchio fondamentale della sfera celeste;
- **Angolo orario h** : si misura in ore e ci indica proprio lo spostamento rispetto al meridiano locale celeste (ottenuto con il prolungamento del meridiano sulla sfera celeste) .

I telescopi a montatura equatoriale utilizzano questo sistema di coordinate.

Sistema equatoriale assoluto

Questo sistema di coordinate è definito a partire da due coordinate ma, a differenza di quello relativo, è fisso rispetto alle stelle fisse e permette di avere le stesse coordinate per un oggetto a prescindere dalla posizione sulla superficie terrestre.

- **Declinazione δ** : la differenza angolare rispetto al cerchio fondamentale (l'equatore celeste);
- **Ascensione retta α** : declinazione angolare rispetto al meridiano di Greenwich sulla sfera celeste.

Si può ottenere il **tempo siderale locale**: ossia il tempo siderale è il tempo che impiega la Terra a compiere un giro completo rispetto alle stelle (che è circa 3 min e 56 secondi più veloce del giorno solare a cui siamo abituati).

$$\Theta = h_\gamma = h + \alpha \quad (1.1)$$

Con questo, possiamo ottenere le coordinate equatoriali assolute conoscendo il nostro angolo orario e viceversa.

Sistema eclitticale

In questo sistema di coordinate il cerchio fondamentale è l'Eclittica, ossia il piano dell'orbita terrestre ed il cerchio di riferimento è il cerchio meridiano passante per i poli e i punti equinoziali. Come coordinate si utilizzano le seguenti:

- **Latitudine eclittica β** : ossia l'angolo rispetto all'eclittica;
- **Longitudine eclittica γ** : ossia la longitudine rispetto al punto di contatto tra l'equatore celeste e l'eclittica (ossia rispetto all'equinozio di primavera).

Il sistema galattico

Per studiare corpi nella galassia si utilizzano le coordinate locali rispetto al Sole e come piano fondamentale quello galattico e il piano rispetto al quale determino la longitudine galattica utilizzo la congiungente Sole Centro della Galassia.

Capitolo 2

Trigonometria sferica

2.1 Triangoli sferici e prime definizioni della trigonometria sferica

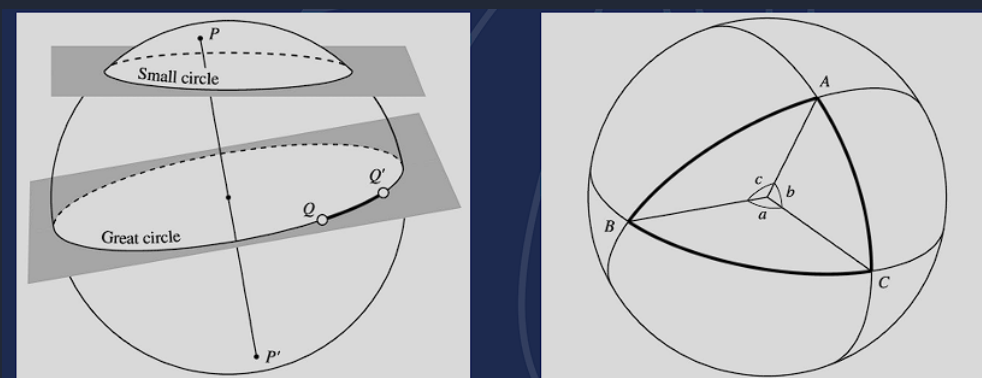


Figura 2.1: I triangoli sferici

Dati due punti Q e Q' , il percorso più breve (geodetica) che li unisce è un arco di cerchio massimo (concentrico con la sfera). Un triangolo sferico ABC è formato da tre archi appartenenti a tre cerchi massimi. Se r è il raggio della sfera, allora si ha che l'arco $|AB| = rc$, ossia l'angolo sotteso tra A e B , anche chiamato **angolo al centro** di AB .

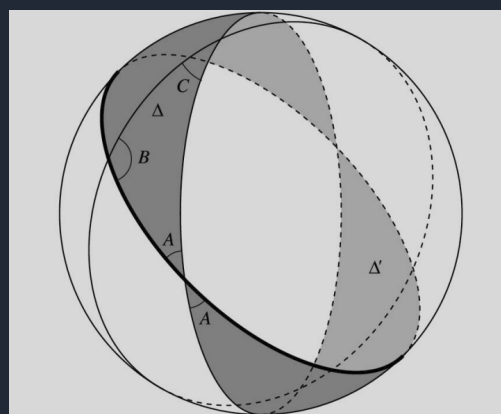
Possiamo trovare l'area del triangolo sferico, che è proporzionale al suo **eccesso sferico**, il quale è sempre diverso da zero ed è diverso per ogni triangolo. L'**eccesso sferico** è la differenza tra la somma dei tre angoli interni del triangolo e l'angolo piatto. Se le ampiezze degli angoli sono A, B, C , allora l'eccesso sferico sarà

$$E = A + B + C - \pi \quad (2.1)$$

L'area di un triangolo sferico è allora

$$S(\Delta) = Er^2 \quad (2.2)$$

Si dimostra a partire dall'area grigia in figura, che è pari a $\frac{A}{\pi}$ la sfera. Sommando anche B e C , si prende 3 volte Δ e 3 volte $\Delta' = \Delta$:



$$\frac{A + B + C}{\pi} 4\pi r^2 = 4\pi r^2 + 4S(\Delta)$$

Si definisce **angolo solido**, un angolo sotteso da una porzione di superficie sferica dal centro della sfera:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \quad (2.3)$$

È la misura in steradiani dell'angolo sotteso al centro della sfera del triangolo sferico.

2.2 Coordinate sferiche e trasformazioni

La posizione di un punto P collocata su di un punto della sfera avente raggio unitario, è determinata in modo univoco da due angoli ϕ , misurato in senso antiorario nel piano xy , e θ , che esprime la distanza angolare dal piano xy . In modo analogo posso definire gli angoli ϕ' e θ' per esprimere la posizione del punto P nel sistema di riferimento x', y', z' . Le coordinate di P nei due sistemi (sferiche) saranno dunque:

$$\begin{aligned} x &= \cos \psi \cos \theta & x' &= \cos \psi' \cos \theta' \\ y &= \sin \psi \cos \theta & y' &= \sin \psi' \cos \theta' \\ z &= \sin \theta & z' &= \sin \theta' \end{aligned}$$

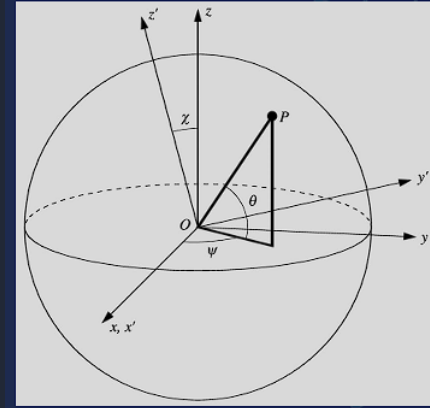
È possibile esprimere le coordinate accentate in funzione di quelle non accentate in questo modo (se il sistema x', y', z' è ruotato intorno all'asse x di un angolo χ):

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y \cos \chi + z \sin \chi \\ z' = -y \sin \chi + z \cos \chi \end{cases} \quad (2.4)$$

Si ottiene, sostituendo in esse i valori indicati sopra:

$$\begin{aligned} \cos \psi' \cos \theta &= \cos \psi \cos \theta \\ \sin \psi' \cos \psi' &= \sin \psi \cos \theta \cos \chi + \sin \theta \sin \chi \\ \sin \theta' &= -\sin \psi \cos \theta \sin \chi + \sin \theta \cos \psi \end{aligned}$$

Si possono allora applicare le coordinate nelle espressioni del triangolo sferico, secondo il seguente disegno:



Dal ragionamento fatto ora, si può ottenere delle relazioni valide per i triangoli sferici, per fare ciò occorre scegliere in modo appropriato i sistemi di riferimento, facendo in modo che l'asse z sia diretto verso il vertice A e l'asse z' verso il vertice B (come in figura), mentre il vertice C corrisponde al punto P . $\phi, \theta, \phi', \theta', \chi$ possono essere espressi nei termini corrispondenti agli angoli e ai lati del triangolo sferico secondo le seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} \psi &= A - 90^\circ & \theta &= 90^\circ - b & \chi &= c \\ \psi' &= 90^\circ - B & \theta' &= 90^\circ - a \end{aligned}$$

Si ottiene allora dalla trigonometria (nell'assunzione secondo la quale il raggio della sfera sia molto grande):

$$\begin{aligned} \sin B \sin a &= \sin A \sin b \\ \cos B \sin a &= -\cos A \sin b \cos c + \cos b \sin c \\ \cos a &= \cos A \sin b \sin c + \cos b \cos c \end{aligned}$$

Da qui posso utilizzare la regola sei seni per ottenere le seguenti relazioni

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Quando $a, b, c \rightarrow 0$ si ritrovano i teoremi per i triangoli piani nello spazio Euclideo.

Figura 2.2: Le coordinate sferiche

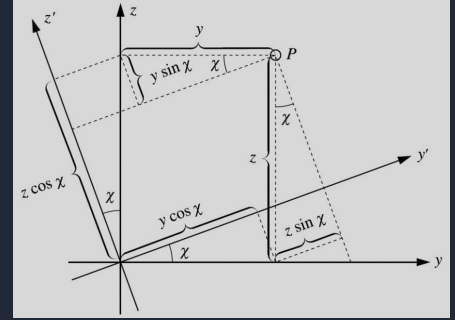
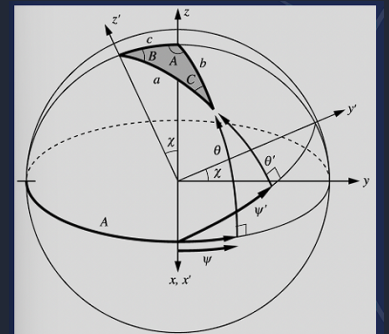


Figura 2.3: Applicazioni al triangolo sferico



2.3 Il triangolo nautico : da equatoriale relativo a orizzontale

Il triangolo nautico serve per trasformare le coordinate equatoriali relative nel sistema orizzontale. Oppure si possono utilizzare le trasformazioni inclinando di un angolo negativo : qui S equatoriale, S' è il sistema orizzontale.

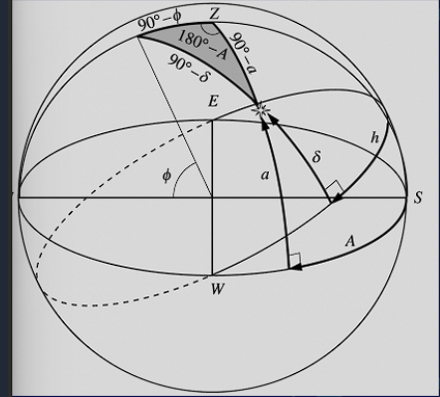
$$\begin{aligned}\psi &= 90^\circ - h & \theta &= \delta \\ \psi' &= 90^\circ - \alpha & \theta' &= a \\ \chi &= -(90^\circ - \phi)\end{aligned}$$

Impostati ora gli angoli, posso ricavare mediante il sistema di riferimento delle coordinate sferiche mediante le relazioni:

$$\begin{aligned}\sin \alpha \cos a &= \sin h \cos \delta \\ \cos \alpha \cos a &= \cos h \cos \delta \sin \phi - \sin \delta \cos \phi \\ \sin a &= \cos h \cos \delta \cos \phi + \sin \delta \sin \phi\end{aligned}$$

Possiamo osservare che la trasformazione da equatoriale relativo ad orizzontale ci permette di ottenere le coordinate azimutali e di altezza (le quali per un osservatore poco esperto sono concettualmente più facili da capire ed utilizzare) di un certo oggetto se qualcuno ha trovato le coordinate equatoriali relative.

Figura 2.4: Il triangolo nautico



2.4 Il tempo siderale: da equatoriale assoluto a relativo

Per trasformare le coordinate equatoriali assolute, ossia la posizione di un astro dal catalogo o dalle effemeridi. La posizione da catalogo indica la posizione di un astro secondo i cataloghi stellari ad una certa ora e giorno dell'anno mentre la posizione di un astro dalle effemeridi è la posizione di un astro tramite il giorno giuliano e il tempo siderale alla mezzanotte di Greenwich. Nel sistema orizzontale serve il tempo siderale (TS locale) ovvero l'angolo orario del punto γ :

$$\Theta \equiv h_\gamma = h + \alpha \quad (2.5)$$

Puntando verso un astro di riferimento con un telescopio dotato di montatura equatoriale posso leggere h sul disco orario e ricavare allora TS in quell'istante. Altrimenti servirebbe un orologio specifico più rapido di circa 3min e 56 secondi rispetto a quelli standard.

2.5 Culminazione, levata e tramonto degli astri

Ci poniamo al meridiano di Greenwich (per cui $h = \alpha = 0$). L'altezza massima raggiunta da un astro si troverà come

$$\sin a = \cos \delta \cos \phi + \sin \delta \sin \phi = \cos(\phi - \delta) = \sin(90^\circ - \phi + \delta).$$

$$a_{max} = 90^\circ - \phi + \delta \implies z_{min} = \phi - \delta \quad (2.6)$$

L'altezza massima è anche chiamata culminazione superiore o transito di un astro; un astro risulta **circumpolare** (ossia rimane sempre sopra l'orizzonte) per una data latitudine se

$$\delta > 90^\circ - \phi$$

Sempre nella terza relazione possiamo porre $a = 0$ l'angolo orario di levata e tramonto di un astro si ricava da:

$$\cos h = -\tan \delta \tan \phi \quad (2.7)$$

2.6 Variazioni di coordinate

Esistono molti motivi per cui le stelle possono cambiare nel tempo le loro coordinate. Il primo è il loro moto proprio, dato che su tempi lunghi non esistono vere stelle fisse. Scomponendo la velocità in tangenziale e radiale, solo la velocità tangenziale porta a variazioni di coordinate celesti, mentre la componente radiale è misurabile tramite effetto Doppler (più preciso). Il satellite Gaia sta mappando un miliardo di stelle con precisione di 20 micro secondi d'arco (distanze e moti propri).

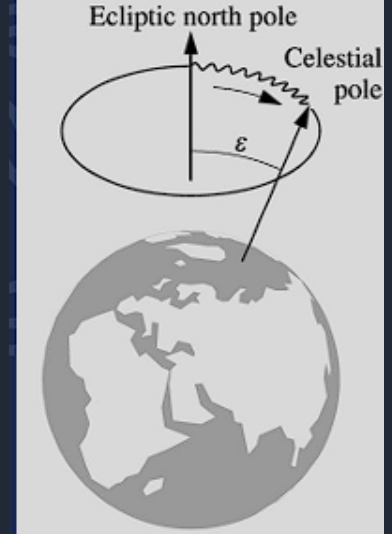
L'asse terrestre in realtà non è fisso: a causa della non-sfericità della Terra si ha un moto di precessione con periodo di 26 mila anni. Il punto d'Ariete si sposta in modo retrogrado sull'eclittica, con incremento delle longitudini galattiche di $50''$ /anno (precessione degli equinozi). Differenziando le trasformazioni tra i due sistemi eclitticale ed equatoriale assoluto:

$$d\delta = d\gamma \sin \epsilon \cos \alpha$$

$$d\alpha = d\gamma(\sin \epsilon \sin \alpha \tan \delta + \cos \epsilon)$$

Ulteriori correzioni che coinvolgono pure l'angolo di inclinazione sono dovute alla Luna (nutazione, periodo di 18.6 anni), di entità minore e spesso trascurate. Il moto di rivoluzione terrestre provoca l'aberrazione (velocità finita della luce, max $21''$, solo $0.3''$ per la rotazione) e per stelle vicine la parallasse annua (se la distanza è un parsec vale $1''$). C'è poi la rifrazione (per $a \lesssim 10^\circ$).

Figura 2.5: Precessione



Capitolo 3

Misura del tempo

3.1 Gnomoni meridiane e orologi solari

Il moto diurno del Sole è lo strumento più ovvio per poter misurare il tempo. Prima dell'orologio, veniva utilizzato lo **gnomone**: un palo, la cui punta, proietta un'ombra su di una **meridiana**, la quale, al mezzogiorno, individua esattamente l'asse Nord-Sud; le ombre che proietta sono diverse per ogni stagione. Uno strumento composto da uno gnomone ed una meridiana con le ore prende il nome di **orologio solare**.

Il giorno è definito come due passaggi successivi in meridiana da parte del Sole. Mentre la Terra ruota su sé stessa, essa sta anche compiendo un moto di rivoluzione intorno al Sole: dato che il giorno è definito come un lasso di tempo di 24h, il giorno siderale (ossia il tempo che impiega la Terra a ruotare su sé stessa) è sempre minore del giorno solare. Se definisco P il tempo assoluto di un anno, con $P = 365.2564$ giorni, e il giorno normale come $\tau = 1$ e τ_s la durata del giorno siderale rispetto a quello normale, ottengo il numero di giorni in più come

$$\frac{P}{\tau_s} - \frac{P}{\tau} = 1$$

Nell'uso civile si considera un giorno solare come 24h, anche se ha durata variabile durante i mesi dell'anno. Si può trovare la durata del giorno effettivo come la differenza tra l'ora solare vera e l'ora solare media:

$$E.T. = T - T_M$$

Se si cercasse di scattare delle foto del Sole alla stessa ora solare media della culminazione del Sole con una macchina fissa, sovrapponendo le immagini di tutto l'anno si ottiene una visualizzazione delle differenze della durata del giorno ed il vero moto del Sole nel cielo chiamato **Analemma solare**.

3.2 Tempo universale e fusi orari

Dato che il Sole non può sorgere in tutti i punti della Terra allo stesso momento, si definisce un tempo universale rispetto al meridiano di Greenwich e si utilizzano i fusi orari (essenzialmente degli sfasamenti rispetto all'orario standard) per ogni zona della terra. Esistono ben 24 fusi orari e ogni paese decide quale utilizzare per determinare l'ora.

Essendo che la rotazione della Terra non è uniforme, non posso definire il secondo come $1/86400$ del giorno solare. Si è dunque passati a definire il secondo attraverso gli orologi atomici che correggono gli effetti della relatività generale basandosi sulla variazione energetica degli elettroni nell'atomo di Cesio-133. Anche la definizione di anno non è universale in quanto nel corso della storia si sono susseguiti diversi calendari, ognuno ottenuto attraverso metodi di calcolo dei giorni diversi tra di loro. Giulio Cesare impose che l'anno sarebbe durato 365.25 giorni, ma rispetto al Calendario Gregoriano si è arrivati ad uno sfasamento di 10 giorni nel 1582; per ovviare al problema, i bisestili non erano stati più contati ogni 4 anni ma in modo tale da avere 97 bisestili ogni 400 anni invece che 100. È possibile stimare il tempo siderale conoscendo i giorni che mancano all'equinozio primaverile (n) e aggiungendo 12 ore al tempo considerato (in quanto si misura da SUD):

$$\Theta \approx T + 12h + n \cdot 4min \quad (3.1)$$

3.3 Esercizi

Esercizio su distanza angolare tra astri

Si calcoli la distanza angolare tra due astri A($\alpha = 11^h$, $\delta = 70^\circ$) e B($\alpha = 10^h$, $\delta = 80^\circ$). Utilizzando la formula del coseno:

$$\begin{aligned}\cos d &= \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \\ &\quad \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta_2\right) \\ &\quad + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta_2\right) \\ &= \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \delta_1 \cos \delta_2 + \sin \delta_1 \sin \delta_2 \\ &= 0.983.\end{aligned}$$

Dunque si ottiene che $d = 10.6^\circ$, che è inferiore ai 18° ottenuti tramite il teorema di Pitagora, ma anche del valore di $1h = 15^\circ$ che si sarebbe ottenuta se fossero stati sull'equatore con $\delta = 0^\circ$.

Esercizio su coordinate alto-azimutali di un astro

Si calcolino azimut e altezza della Luna a Helsinki ($\phi = 60.16^\circ$) alla mezzanotte del 31/12/1996 ($\Theta = 6^h 19^m 26^s$). Le coordinate della Luna erano ($\alpha = 2^h 55^m 7^s$, $\delta = 14^\circ 42'$). Intanto si trasformano le coordinate equatoriali assolute in ($\alpha = 2.9186^h$, $\delta = 14.70^\circ$) e il tempo siderale in $\Theta = 6.3239^h$. Si ricava dunque l'angolo orario come

$$h = \Theta - \alpha = 51.08^\circ$$

Infine, si ricavano, dalla trasformazione delle coordinate equatoriali relative a orizzontali:

$$\sin a = \cos h \cos \delta \sin \phi + \sin \delta \sin \phi \implies a = 31.50^\circ \quad \cos A = \frac{\sin h \cos \delta}{\sin \alpha} \implies A = 62.0^\circ$$

Stima del tempo siderale

Il tempo siderale locale corrisponde a h del punto d'Ariete. All'equinozio di primavera il Sole ed il punto γ coincidono e culminano insieme $h = \Theta = 0$, la differenza tra i tempi è di 12h. Passati n giorni, essendo il giorno siderale più breve di quello solare di circa 4 min al giorno, si stima che

$$\Theta \approx T + 12 h + n \cdot 4 \text{ min.} \quad (3.2)$$

Si trova ora il tempo siderale a Parigi ($\lambda = 2^\circ$ Est) il giorno 15 aprile alle 23:00, ossia le 22:00 dell'ora civile. Si procede ponendo la distanza dal meridiano dell'Europa Centrale, che è di $\frac{13}{15} \cdot 60 \text{ min} = 52 \text{ min}$, dunque $T = 21^h$ e 8 min. Dal 21 marzo si ha che $n = 25$, dunque si aggiunge 12h e 100 minuti e si trova che

$$\Theta = 34 h 48 \text{ min}$$

Un giorno di scarto dall'equinozio induce un errore massimo di 4 min, meno dell'aver trascurato l'equazione del tempo.

Tempo di levata di un astro

La stella di Arturo ha coordinate equatoriali assolute di ($\alpha = 14^h 15.7 \text{ min}$, $\delta = 19^\circ 11'$), si determino il tempo siderale e l'orario della sua levata a Boston ($\phi = 42^\circ 19'$, $\gamma = 71^\circ$ West) il 10 gennaio. Trascurando la rifrazione

$$\cos h = -\tan \delta \tan \phi = -0.317$$

Mentre un calcolo più preciso potrebbe ad avere -0.331. Il tempo siderale è

$$\Theta = \alpha + h = 14 h 16 \text{ min} - 7 h 17 \text{ min} = 6 h 59 \text{ min}$$

Dato che mancano ben 70 giorni all'equinozio, si stima l'ora locale sottraendo 4 min al giorno, trovando

$$\Theta \approx T + 12 h + 70 \cdot 4 \text{ min} = T + 7 h 20 \text{ min}$$

Da qui si ottiene che T vale 23 h e 39 min. Dato che mancano, dal meridiano di riferimento mancano $\frac{13}{15} \cdot 60 \text{ min}$, ossia 52 min, allora Arturo sorge alle 23:23.

Parte II

Osservazione e studio della sfera celeste

Capitolo 4

I telescopi

4.1 I parametri fondamentali dei telescopi

Per poter compiere osservazioni sulla radiazione luminosa proveniente dagli oggetti celesti si fa utilizzo di uno strumento ottico che prende il nome di **telescopio**. Esistono diverse tipologie di telescopi che vengono utilizzati ognuno nel loro campo di applicazione. Galileo Galilei fu il primo ad utilizzare e realizzare telescopi per l'osservazione della sfera celeste. Qualunque sia la tipologia di telescopio, ognuno di essi presenta i seguenti parametri:

- **Apertura (D)**: ossia il diametro dell'obbiettivo (anche chiamato specchio primario nei riflettori), che determina il potere di raccolta di luce (proporzionale a D^2).
- **Lunghezza focale (f)**: la distanza tra l'obbiettivo ed il piano focale che definisce, insieme all'oculare, l'ingrandimento del telescopio.
- **Rapporto focale ($\frac{f}{D} = \frac{f}{D}$)**: quantità adimensionale che descrive la velocità o luminosità del sistema: un telescopio "veloce" ha $\frac{f}{D}$ basso ($\frac{f}{D}$ fino a $\frac{f}{6}$), apre a campi molto ampi (con tempi di esposizione veloci). Un telescopio "lento" ha un $\frac{f}{D}$ alto, ossia $\frac{f}{D}$ fino a $\frac{f}{20}$, fornendo maggiori ingrandimenti (e dunque aprendo a campi più stretti), ma con tempi di esposizione lunghi. Il significato di $\frac{f}{D}$ vuol dire che la lunghezza focale è $\#$ volte l'apertura. Il reciproco di $\frac{f}{D}$ è anche chiamato f number (F).
- **Tempo di esposizione**: Non è propriamente una caratteristica dei telescopi; il tempo di esposizione è il tempo per cui si mantiene aperto l'obbiettivo sulla sorgente in modo da poter raccogliere quanta più luce possibile per avere immagini più luminose.
- **Oculare**: E' una lente che sta dopo il punto focale della lente primaria e ha la focale sull'occhio dell'osservatore. Oculari diversi possiedono ingrandimenti diversi.
- **Campo di vista (FOV)**: porzione di cielo che riesce a vedere il telescopio. È inversamente proporzionale alla lunghezza focale a parità di oculare. Spesso è il rilevatore al piano focale a determinare il FOV finale.
- **Ingrandimento (M)**: è dato dal rapporto tra f e f_{oculare} , l'ultima dipende dall'oculare che si sceglie. E' logico quindi pensare che più è "lungo" l'oculare e più ingrandimenti ottengo.
- **Scala spaziale**: Lega le dimensioni angolari a misure spaziali al piano focale. La **Plate scale** è data come segue:

$$Ps[\text{arcsec/mm}] = \frac{206265}{f} \text{ (mm)}$$

Infatti, quando si osserva il cielo, si osserva una proiezione di una porzione del cielo sul piano dell'immagine. Questa grandezza lega le dimensioni degli angoli reali a quella del piano dell'immagine e si ricava nella seguente maniera:

$$\tan \theta = \frac{D}{f} \implies \theta \approx \frac{D}{f}$$

Si può convertire questa a arcosecondi definiti come $1 \text{ rad} = 180 \cdot 3600 \text{ arcsec}$. Si può dunque esprimere l'angolo in radiante e quindi il plate scale come

$$\theta \approx \frac{D}{f} \cdot 180 \cdot 3600 \implies \theta = \frac{180 \cdot 3600}{F}$$

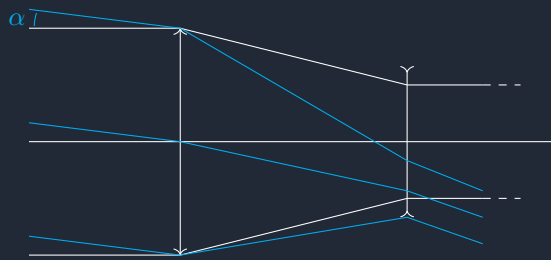
- **Potere risolutivo:** E' l'angolo minimo oltre al quale il telescopio non riesce a distinguere tra due sorgenti puntiformi ad una data lunghezza d'onda. Questo si può ricavare dal limite di diffrazione fatto nel corso di ottica, secondo l'equazione di Rayleigh, legata all'apertura del telescopio:

$$\theta_r \approx 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad \theta_r \approx 2.5 \cdot 10^5 \frac{\lambda''}{D}$$

4.2 Telescopi rifrattori

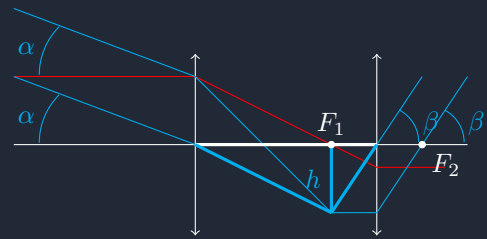
4.2.1 Il telescopio Galileiano

Il telescopio Galileiano presenta una lente primaria convergente ed un oculare con lente divergente in modo tale che l'oculare viene a trovarsi prima del fuoco dell'obiettivo, ad una distanza da questo pari alla distanza focale dell'oculare. Questo telescopio produce immagini dritte ma ha un campo molto ristretto ($\frac{f}{10}$ e $\frac{f}{15}$):



4.2.2 Il telescopio Kepleriano

Il telescopio Kepleriano è il tipo di telescopio più semplice da realizzare. È un telescopio costituito da due lenti convergenti poste ad una distanza che è la somma delle loro lunghezze focali, in modo tale che il fuoco primario cada all'interno del tubo e l'oculare intercetta i raggi convergenti. Questa tipologia di telescopio presenta dunque un percorso ottico più lungo di quello Galileiano ma produce una immagine capovolta dell'oggetto osservato pur presentando un campo visivo più ampio e luminoso ($\frac{f}{5}$ e $\frac{f}{15}$). Si vede come non sia possibile ridurre maggiormente lo spessore delle lenti per poter ottenere F number più grossi poiché quest'ultime diventerebbero estremamente fragili. Questo perché il vetro è un fluido estremamente viscoso. La lente più grande mai realizzata è l'elemento L-1 progettato per la fotocamera del Vera C. Rubin Observatory con un diametro di 1.57 metri.

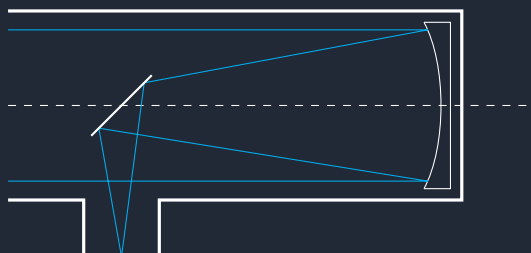


4.3 Telescopi riflettori

I telescopi riflettori utilizzano la riflessione invece della rifrazione per poter concentrare i raggi luminosi. La luce di un dato oggetto celeste colpisce uno specchio primario concavo, viene riflessa e poi focalizzata verso un punto o verso un secondo specchio che ne devia il fascio verso l'oculare o il sensore.

4.3.1 Il telescopio newtoniano

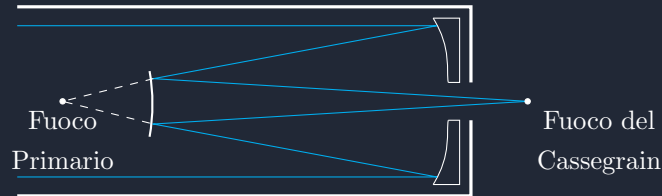
Il telescopio newtoniano è il telescopio riflettore a configurazione più semplice. Il suo specchio primario è uno specchio paraboloidale mentre il suo specchio secondario è uno specchio piano diagonale. In questo modo arriva un'immagine specchiata e capovolta. Questo telescopio ha un F number basso di circa $\frac{f}{3} \sim \frac{f}{10}$.



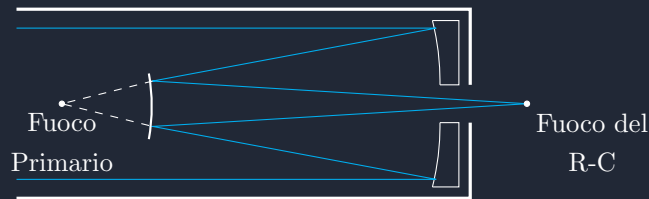
4.3.2 Configurazioni moderne

Tra le varie configurazioni moderne di telescopi riflettori si hanno

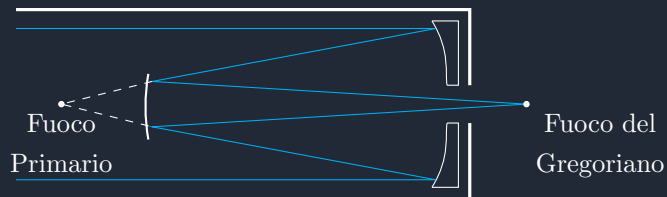
- Telescopio Cassegrain: classico telescopio con F number alto, uno specchio primario parabolico e uno specchio secondario iperbolico, l'immagine è capovolta.



- Ritchey-Chrétien: telescopio con F number alto simile al Cassegrain ma con due specchi iperbolici. Permette la correzione di "coma" e dell'astigmatismo e produce un'immagine capovolta.



- Gregoriano: presenta un tubo più lungo degli altri due tipi di telescopi con uno specchio primario parabolico ed uno specchio secondario ellittico positivo. Dunque produce un'immagine reale dritta.



4.4 Montatura dei telescopi

I telescopi si montano su delle basi che ne guidano il movimento ed il puntamento. Le montature si dividono in due categorie principali:

- **Altazimutali:** muovono il telescopio sull'asse verticale e asse orizzontale (secondo altitudine e azimut). Sono intuitive da usare per puntare oggetti luminosi ad occhio, ma richiedono delle correzioni simultanee su entrambi gli assi per seguire le stelle.
- **Equatoriali:** possiedono un asse parallelo all'asse terrestre chiamato **asse polare**. Un solo motore o sistema di inseguimento mantiene l'oggetto al centro del campo visivo, compensando la rotazione della Terra.

4.4.1 Montature Coudé e Nasmyth

Si analizzano ora altre due tipologie di montature nel caso in cui si necessiti di focali più lunghe del telescopio stesso. Queste montature sono utilizzate nei telescopi riflettori.

Montatura Coudé

La montatura Coudé utilizza una serie di specchi terziari e quaternari che indirizzano la luce lungo l'asse di montatura verso un piano focale esterno. In questo modo lo strumento rimane fermo quando il telescopio si muove. Questa montatura permette di collocare strumenti pesanti in posizione fissa evitando dunque carichi sull'ottica mobile, come per esempio per spettrografi ad alta risoluzione, garantendo un'elevata stabilità termica e meccanica degli strumenti utili nella spettroscopia ad alta risoluzione. Ha anche il vantaggio di alimentare in modo semplice sistemi di calibrazione e fibre ottiche verso strumenti remoti. Lo svantaggio di questa montatura è che per un telescopio a montatura già altazimutale si deve anche utilizzare un **derotatore** per compensare la rotazione degli astri in quanto il piano dell'immagine ruota mentre si insegue l'astro. Inoltre, dato che si aggiungono più specchi, c'è una perdita considerevole di luce.

Montatura Nasmyth

La montatura Nasmyth utilizza uno specchio terziario che indirizza la luce orizzontalmente insieme all'asse verticale (altitudine) verso un lato del telescopio. Quindi la montatura Nasmyth si muove con il telescopio lungo l'asse azimutale ma il fascio di luce rimane orizzontale rispetto al terreno. Come nella montatura Coudé, il campo visivo ruota mentre si mette a fuoco un particolare oggetto, che può essere compensato utilizzando un derotatore o montando lo strumento su di una piattaforma ruotante che ruota con il campo visivo.

4.5 Aberrazioni

Le aberrazioni sono delle deviazioni del sistema ottico dal comportamento previsto dal limite parassiale. Queste sono un difetto di un sistema ottico (lente o specchio) che causa la deviazione dei raggi di luce dalla loro traiettoria ideale, impedendo la formazione di una immagine perfetta e puntiforme di un oggetto puntiforme. Esse sono delle sfocature o distorsioni dell'immagine finale. Le aberrazioni sono una conseguenza intrinseca della natura ondulatoria e del comportamento della luce (riflessione o rifrazione) quando interagisce con superfici non ideali. Esistono due principali tipologie di aberrazioni:

- **Monocromatiche:** sono aberrazioni che si verificano anche con singole lunghezze d'onda.
- **Cromatiche:** si verificano con luce composta da più lunghezze d'onda.

4.5.1 Monocromatiche

Sono dovute alla geometria del sistema ottico e al fatto che i raggi non parassiali vengono focalizzati in punti diversi. La teoria delle aberrazioni di Seidel le descrive matematicamente al terzo ordine, estendendo anche l'approssimazione parassiale (non in programma). Esistono diverse tipologie di aberrazione

- **Aberrazione sferica:** i raggi paralleli all'asse ottico che passano attraverso le zone periferiche di una lente sferica convergono in un punto focale diverso rispetto a quelli che passano vicino al centro.
- **Coma:** Si manifesta per oggetti posti fuori dall'asse ottico. L'immagine di un oggetto puntiforme non è un punto vero e proprio ma forma una sorta di scia che si allunga radialmente causata dalle differenze di ingrandimento dei raggi che attraversano diverse zone della lente.
- **Astigmatismo:** Anch'esso per oggetti fuori dall'asse ottico. L'immagine di un punto si forma come se fossero due linee focali di cui una radiale (tangenziale) ed una circonferenziale (sagittale), a distanze diverse dalla lente. Questo porta a immagini che sono nitide solo in una direzione.
- **Curvatura di campo:** Un sistema ottico con curvatura di campo non proietta un oggetto piano su di un'immagine piana ma su di una superficie curva. Di conseguenza, non è possibile mettere a fuoco per intero tutto l'oggetto su di un sensore piano.
- **Distorsione:** non altera la nitidezza ma è deforma geometricamente l'immagine. Le linee rette, specialmente quelle lontane dall'asse ottico, appaiono curve. Esistono due tipologie di distorsioni: a **barilotto** (con linee curve verso l'esterno) o a **cuscinetto** (con linee curve verso l'interno).

4.5.2 Cromatiche

Si verificano con luce composta da diverse lunghezze d'onda (luce bianca) a causa della **dispersione**, ossia la dipendenza dell'indice di rifrazione di un materiale dalla lunghezza d'onda.

4.5.3 Aberrazioni nei rifrattori

Nel telescopio Galileiano non è presente nessuna aberrazione cromatica aggiuntiva all'oculare ma la nitidezza dell'immagine è limitata dal piccolo obiettivo. Mentre per il Kepleriano si ha una aberrazione cromatica dell'obiettivo visibile senza vetri correttivi, necessitando di oculari di qualità per mantenere il contrasto.

4.6 Strumentazione ausiliaria

Il telescopio è solo uno strumento per ingrandire oggetti molto lontani anche se, da solo, non è sufficiente per osservazioni scientifiche. Al telescopio si aggiunge dunque della strumentazione, che prende il nome di strumentazione piano focale, che utilizza l'immagine prodotta dal telescopio stesso per analizzare la radiazione che vi arriva. I principali strumenti che analizzano le immagini prodotte dai telescopi sono i seguenti:

- **Spettrometri:** analizzatori di spettro.
- **Fotometri:** analizzatori di flusso.
- **Polarimetri:** analizzatori di polarizzazione.

4.7 Location dei telescopi

I telescopi professionali sono spesso situati lontani dall'inquinamento luminoso (e atmosferico) delle città, oppure nello spazio. Per condurre osservazioni molto precise è anche possibile combinare diversi telescopi in tutta la Terra, come l'Event Horizon Telescope che ha ricavato la prima immagine di un buco nero. Per ovviare al problema dell'assorbimento atmosferico di determinate lunghezze d'onda e dell'inquinamento luminoso delle città, è possibile utilizzare i **radiotelescopi**, i quali, permettono di compiere osservazioni nelle onde radio. Questa tipologia di telescopi sono costituiti da delle enormi parabole che possono anche essere combinate in array come il **Very large array** in Messico. Alternativamente è possibile utilizzare dei telescopi nello spazio per ovviare a tutti i problemi connessi all'atmosfera. Alcuni di questi telescopi sono il **James Webb Space Telescope**, un telescopio Cassegrain ad infrarossi, o l'**Euclid** (un telescopio ottico e ad infrarossi). Questi telescopi sono situati nel punto L_2 , anche chiamato **Secondo punto Lagrangiano**, dove le forze orbitali e gravitazionali si bilanciano, permettendo ai telescopi di rimanere fermi (relativamente) rispetto alla Terra, orbitando con lo stesso periodo orbitale.

Capitolo 5

Fotometria

La maggior parte delle osservazioni astronomiche si fonda sull'acquisizione di radiazione elettromagnetica. La **fotometria** si occupa di misurare il flusso di una sorgente in una banda di lunghezze d'onda per ottenere informazioni sulla sorgente stessa. Dalle misure fotometriche si ottengono:

- **Intensità:** detta anche **Radianza** o **Brillanza**.
- **Flusso:** anche chiamato densità di flusso o **Emittanza** se emesso da una sorgente di radiazione o **Irradianza** se raccolto da un rivelatore.
- **Luminosità:** quantità di "erg" ricevuta per unità di tempo.
- **Densità di energia:** ossia la radiazione contenuta in un dato volume.
- **Magnitudine:** misura logaritmica della luminosità apparente.
- **Colori:** differenza di magnitudine tra due bande, utile per stimare la temperatura di un corpo celeste, la composizione, distanza,

5.1 Sistemi fotometrici

Un sistema fotometrico è un insieme di **filtri** e **procedure di calibrazione** usati per misurare la luminosità di un oggetto celeste in specifiche bande di lunghezza d'onda, confrontando le misure fatte con strumenti diversi in tempi diversi. Fornisce informazioni sul colore e quindi sulla temperatura, composizioni e stato evolutivo degli oggetti. Le componenti principali di un sistema ottico sono le seguenti:

- **Filtri:** selezionano intervalli di lunghezze d'onda (come l'ultravioletto, il blu, verde, rosso e infrarosso, onde gamma, onde radio e così via).
- **Curve di trasmissione:** descrivono l'efficienza del sistema filtro-ottica-rilevatore.
- **Stelle standard:** Sono utilizzate per calibrare le misurazioni effettuate dai sistemi fotometrici.

Alcuni sistemi fotometrici diffusi sono il Johnson-Cousins UBVRI, ossia il più famoso sistema fotometrico. È un sistema fotometrico storico che utilizza filtri per gli ultravioletti, il blu, il verde, il rosso e gli infrarossi, così definito

	$\lambda_0(nm)$	$\Delta\lambda(nm)$
U	365	70
B	440	100
V	550	90
R	700	220
I	880	240

5.2 Intensità

Assumendo che una certa quantità di radiazione fluisca attraverso una superficie dA . Una parte di tale radiazione attraverserà dA , entro l'angolo solido $d\Omega$ centrato lungo la direzione indicata dalla freccia in figura, formante un angolo di θ con la normale alla superficie dA . Si può determinare la quantità di energia caratterizzata da una frequenza tra ν e $\nu + d\nu$ entrante l'angolo solido $d\Omega$ in un certo intervallo di tempo dt come

$$dE_\nu = I_\nu \cos \theta \, dA \, d\nu \, d\Omega \, dt \quad (5.1)$$

In questa formula si identificano le seguenti:

- I_ν prende il nome di **Intensità specifica** della radiazione considerata ad una data frequenza ν nella direzione dell'angolo solido $d\Omega$. Infatti, la sua unità di misura è $\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}\text{sr}^{-1}$, dove sr è lo **steradiano**.
- $dA \cos \theta$: si deve al fatto che l'elemento di superficie considerato dA è visto dalla direzione θ .

Adesso è possibile definire l'Intensità luminosa totale a tutte le frequenze come l'integrale su tutto il dominio delle frequenze:

$$I = \int_0^{+\infty} I_\nu d\nu \quad (5.2)$$

L'Intensità può assumere diversi nomi:

- **omogenea**: se $\frac{dI_\nu}{dP} = 0$;
- **isotropa**: se $\frac{dI_\nu}{d\Omega} = 0$;
- **stazionaria**: se $\frac{dI_\nu}{dt} = 0$.

5.3 Flusso

Il flusso, o densità di flusso, esprime la potenza della radiazione per unità di area in un dato intervallo temporale, avendo dunque grandezza fisica $\text{Wm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$. Il flusso ad una certa frequenza ν è esprimibile come:

$$F_\nu = I_\nu \oint_{4\pi} \cos \theta \, d\Omega \quad (5.3)$$

Dato che il flusso è un'unità di misura molto grande, si utilizza il Jansky, che vale $10^{-26} \text{ Wm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$. È possibile determinare il flusso attraverso una superficie sferica attraversata da un'intensità isotropa, partendo dalla definizione di un piccolo angolo solido:

$$d\Omega = \frac{dA \cos \theta}{r^2}$$

Si ottiene allora che il flusso (rispetto ad una data lunghezza d'onda λ), è dato dalla seguente:

$$F_\lambda = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta I_\lambda \cos \theta \sin \theta = 2\pi I_\lambda \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta \, d\theta = 2\pi I_\lambda \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \right]_0^\pi = 0$$

Data la simmetria della sfera, se si potesse osservare contemporaneamente sia la metà rivolta verso l'osservatore, che quella non rivolta verso l'osservatore, il flusso totale sarebbe nullo, e dunque la sfera apparirebbe

Figura 5.1: Schematizzazione dell'Intensità attraverso una definita superficie dA

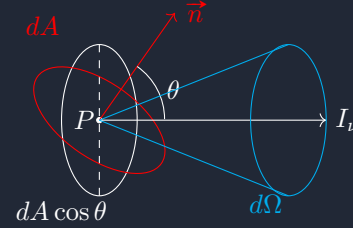
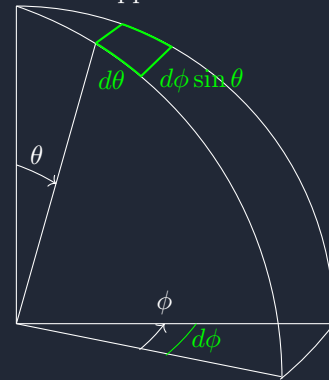


Figura 5.2: Rappresentazione del flusso



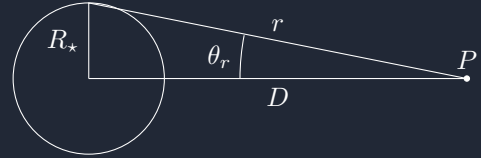
completamente buia. Se invece il flusso emergesse da solo metà della superficie sferica con Intensità isotropa, si otterrebbe un integrale diverso da zero che descrive il **flusso specifico**:

$$\begin{aligned} F_\lambda &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta I_\lambda \cos \theta \sin \theta = \\ &= 2\pi I_\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \cos \theta \sin \theta = 2\pi I_\lambda \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi I_\lambda \end{aligned}$$

5.3.1 Flusso in un punto P a distanza D prodotto da una stella

Si analizza ora il flusso della radiazione luminosa in un punto P a grande distanza D prodotto da una stella. La stella è schematizzabile come se fosse un corpo sferico ad emissione isotropa. L'angolo θ su cui si integra arriva fino a θ_r , definito dalla trigonometria come

$$\sin \theta_r = \frac{R_\star}{D}$$



nel caso in cui l'angolo tra R_\star e D sia $\frac{\pi}{2}$. Ogni elemento della superficie avrà un flusso infinitesimo, definito come prima, che contribuisce al flusso totale emesso dalla stella. Si può adesso quantificare il flusso di questa stella f_λ ad una certa distanza come il flusso semisferico per unità di angolo solido. Dunque

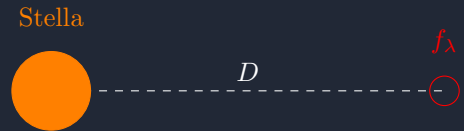
$$\begin{aligned} f_\lambda &= \int_0^{\theta_r} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi I_\lambda \cos \theta \sin \theta = 2\pi \int_0^{\arcsin \frac{R_\star}{D}} I_\lambda \cos \theta \sin \theta d\theta \\ &= 2\pi I_\lambda \int_0^{\frac{R_\star}{D}} \sin \theta d \sin \theta = 2\pi \int_0^{\frac{R_\star}{D}} y dy = 2\pi I_\lambda \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^{\frac{R_\star}{D}} = \pi \frac{R_\star^2}{D^2} I_\lambda \end{aligned}$$

Il flusso è proporzionale a $\frac{1}{D^2}$.

5.4 Luminosità

La **luminosità specifica** corrisponde al flusso totale che passa attraverso la superficie che contiene la sorgente. La luminosità specifica avrà dunque dimensioni WHz^{-1} .

$$L_\nu = \int_A F_\nu dA \quad (5.4)$$



Per una stella si integra il flusso sulla sua superficie A , se F_λ è costante. Dato che A corrisponde esattamente alla superficie della stella, se questa avesse raggio R_\star ,

$$L_\lambda = 4\pi R_\star^2 F_\lambda \quad (5.5)$$

Se l'osservatore si ponesse ad una certa distanza D da questa stella, la quale si assume emetta isotropicamente con $F_\lambda = \pi I_\lambda$ e che non ci sia assorbimento lungo D , allora si ha che

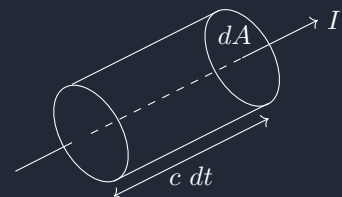
$$f_\lambda = \frac{L_\lambda}{4\pi D^2} = \frac{4\pi R_\star^2 F_\lambda}{4\pi D^2} = \frac{R_\star^2}{D^2} \pi I_\lambda$$

5.5 Densità di energia

Si può calcolare la densità di energia di un campo di radiazione contenuta in un certo volume

$$dV = dA \cdot c dt$$

Supponendo che della radiazione con intensità I attraversi una superficie dA perpendicolarmente, e che questa radiazione percorra un certo spazio $c \cdot dt$ riempiendo dunque un volume di



$dV = c \, dt \, dA$. L'energia attraverso questo volume è data dalla seguente relazione

$$dE = I \, dA \, d\Omega \, dt = \frac{I}{c} \, d\Omega \, dV$$

Pertanto è possibile ricavare la densità di energia u come la derivata rispetto al volume dell'energia:

$$\left. \frac{dE}{dV} \right|_{\Omega} = u|_{\Omega} = \frac{I}{c} \, d\Omega$$

Se l'emissione di I è isotropa, allora è possibile integrare per ottenere la densità di energia come

$$u = \oint_{4\pi} u|_{\Omega} \, d\Omega = \frac{4\pi}{c} I \quad (5.6)$$

5.5.1 Relazione tra radiazione elettromagnetica e unità radiometrica

Si utilizza il **Vettore di Poynting** per descrivere il flusso di energia associato alla propagazione del campo elettromagnetico:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (5.7)$$

Il modulo di questo vettore si trova secondo le seguenti relazioni

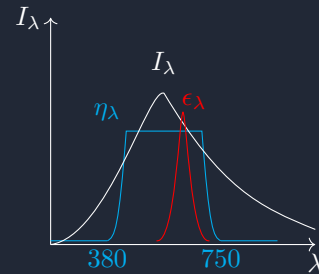
$$\frac{E}{B} = c \implies I = \frac{1}{T} \int_T |\vec{S}| \, dt = \frac{1}{c\mu_0} \frac{E_{rms}^2}{2}$$

5.6 Fotometria nei telescopi

5.6.1 Sorgente puntiforme

Le immagini delle galassie o dei corpi celesti sono la combinazione di immagini prese con filtri diversi e combinate insieme per ottenere le immagini "belle" che si vedono su internet. L'occhio umano, durante il processo evolutivo, è stato tarato per osservare meglio la radiazione luminosa dello spettro vicino al colore verde. Ricordando i parametri del telescopio, si può determinare l'energia raccolta dal telescopio da una sorgente puntiforme secondo la seguente relazione:

$$E = \pi \frac{R_*^2}{d^2} A \int_0^{+\infty} I_{\lambda} \eta_{\lambda} \epsilon_{\lambda} \, \Delta t \, d\lambda \quad (5.8)$$



Dove

- I_{λ} : intensità luminosa in funzione della lunghezza d'onda
- η_{λ} : estinzione atmosferica e interstellare;
- ϵ_{λ} : efficienza del filtro, ossia l'assorbimento del filtro.
- A : apertura della lente del telescopio;
- Δt : tempo di esposizione.

Per una sorgente luminosa puntiforme dunque $E \propto A$.

5.6.2 Sorgente estesa

Nel caso di una sorgente estesa si deve anche considerare la dimensione dell'elemento sensibile che definisce la porzione di sorgente estesa rilevata. Se si indica con S l'estensione della sorgente, al piano focale questa sorgente non sarà più puntiforme ma avrà una estensione pari a S' . Chiamando A l'apertura del telescopio, f la sua lunghezza focale e D la distanza dell'oggetto osservato rispetto alla lente, si ottiene l'angolo solido per la sorgente in P ed il rapporto tra la dimensione reale dell'oggetto e la dimensione sul led della CCD (sensore) come:

$$\Omega = \frac{A}{D^2} \quad \frac{S^2}{D^2} = \frac{S'^2}{f^2}$$

Allora il flusso in funzione della lunghezza d'onda sarà

$$f_\lambda = \frac{S^2}{D^2} I_\lambda \quad f_\lambda = \frac{I_\lambda}{D^2} \pi R_\star^2$$

Dunque l'energia che riceve il rilevatore ad una certa lunghezza d'onda sarà data, per una certa esposizione Δt , da

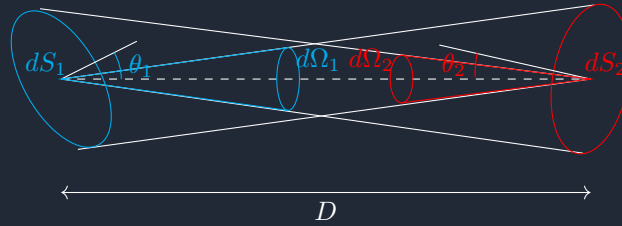
$$E_\lambda = I_\lambda \Omega S^2 \eta_\lambda \epsilon_\lambda \Delta t$$

Per ottenere l'energia totale ricevuta per tutte le lunghezze d'onda si deve integrare

$$E = \Delta t A \frac{S'^2}{f^2} \int I_\lambda \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda \quad (5.9)$$

Dove gli estremi di integrazione non sono definiti in quanto dipendono dalle lunghezze d'onda determinate dal filtro utilizzato. Per una sorgente estesa dunque $E \propto \frac{A}{f^2} = \left(\frac{1}{F\#}\right)^2$. Il parametro ϵ_λ determina la **Magnitudine monocromatica** nel sistema fotometrico di Johnson-Morgan-Cousins e dipende da svariati fattori come il rilevatore, il filtro, il telescopio ma anche le condizioni atmosferiche. Infatti, il cielo ha tantissime variabili che possono interferire sulla qualità delle osservazioni. Parametri come l'umidità, la luce zodiacale, il vento e l'inquinamento possono modificare sostanzialmente la quantità di luce raccolta. Quando vengono soddisfatte queste condizioni si parla di fotometria assoluta.

5.6.3 Costanza dell'Intensità luminosa trasportata da un raggio luminoso



È possibile dimostrare come l'Intensità luminosa non dipenda dalla distanza. Date due superfici dS_1 , dS_2 , con vettori normali \vec{n}_1 e \vec{n}_2 , angoli solidi $d\Omega_1$ e $d\Omega_2$ e angoli rispetto ai vettori normali di θ_1 e θ_2 :

$$dE_1 = I_1 dS_1 \cos \theta_1 dt_1 d\Omega_1 \quad dE_2 = I_2 dS_2 \cos \theta_2 dt_2 d\Omega_2$$

Se le due superfici sono spaziate tra loro di una certa distanza D , allora è possibile esprimere gli angoli sferici nella seguente maniera:

$$d\Omega_1 = \frac{dS_2 \cos \theta_2}{D^2} \quad d\Omega_2 = \frac{dS_1 \cos \theta_1}{D^2}$$

Dunque

$$I_1 dS_1 \cos \theta_1 dt_1 \frac{dS_2 \cos \theta_2}{D^2} = I_2 dS_2 \cos \theta_2 dt_2 \frac{dS_1 \cos \theta_1}{D^2}$$

Ossia

$$I_1 dt_1 = I_2 dt_2$$

per far sì che l'energia che attraversa le due superfici sia uguale, si deve porre $dt_1 = dt_2 = dt$. Se così fosse si avrebbe che $dE_1 = dE_2$, dunque $I_1 = I_2$.

5.6.4 Brillanza superficiale del Sole

Si assuma che il Sole irradi in modo isotropo. Dato R il raggio del Sole, F_{\odot} la densità di flusso sulla sua superficie e F la densità di flusso a distanza r . Dal momento che la luminosità è costante si avrà che

$$L = 4\pi R^2 F_{\odot} = 4\pi r F$$

Dunque la densità di flusso ad una distanza r sarà data dalla seguente:

$$F = F_{\odot} \frac{R^2}{r^2}$$

A distanza $r \gg R$, il Sole sottende un angolo solido di

$$\Omega = \frac{A}{r^2} = \frac{\pi R^2}{r^2}$$

Allora la brillanza dovrà essere

$$B = \frac{F}{\Omega} = B = \frac{F_{\odot}}{\pi}$$

Ottenendo dunque che $B = I_{\odot}$. La brillanza superficiale risulta dunque indipendente dalla distanza e corrisponde all'intensità del Sole. La densità di flusso del Sole sulla Terra, detta **costante solare**, è data da

$$S_{\odot} \approx 1370 W m^{-2}$$

Il diametro angolare del sole α è all'incirca 32 primi, ossia corrispondo a circa 0.00465 radianti, uguale al rapporto tra il raggio del Sole e la sua distanza da noi. L'angolo solido che sottende il sole sarà allora di

$$\Omega = \pi \left(\frac{R_{\odot}}{r} \right)^2 = 6.81 \cdot 10^{-5} \text{ sr}$$

Allora la brillanza superficiale

$$B = \frac{S_{\odot}}{\Omega} = I_{\odot} = 2.01 \cdot 10^7 W m^{-2} sr^{-1}$$

Capitolo 6

Magnitudini

6.1 La scala della magnitudine e i tipi di magnitudine

L'idea di classificare le stelle in base alla loro luminosità è nata già nell'antica Grecia con Ipparco, il quale divise le stelle in 6 classi: nella prima classe c'erano le stelle molto luminose mentre nella classe 6 ci stavano le stelle appena percettibili. Si introducono adesso i concetti principali della **magnitudine**.

6.1.1 Magnitudine apparente

Norman R. Pogson nel 1856 si accorse che la risposta dell'occhio umano alla differente luminosità dei corpi celesti non era lineare, bensì logaritmica. Egli diede dunque forma matematica alla classificazione di Ipparco secondo il grafico a fianco. Definì che il rapporto tra le luminosità apparenti delle stelle di classe n e $n + 1$ era pari a $100^{\frac{1}{5}}$, ossia circa ≈ 2.512 . Si può ottenere la **magnitudine apparente** di un corpo come

$$m = -100^{\frac{1}{5}} \log \frac{F}{F_0} \approx -2.5 \log \frac{F}{F_0} \quad (6.1)$$

La magnitudine apparente è dunque definita in funzione della densità di flusso osservata, F , stabilendo, per esempio, che alla magnitudine zero corrisponda un valore noto e standard di F_0 . La magnitudine è tarata in modo tale che F_0 corrisponda al flusso della stella Vega; in altre parole, la stella Vega ha magnitudine zero. Per ricavare la differenza tra la magnitudine tra due oggetti celesti con magnitudine m_1 e m_2 , si potrebbe esprimere considerando la scala di Ipparco ed esprimo le magnitudini 1 e 6 come

$$1 = a \log F + b$$

$$6 = a \log F + b$$

Facendo la sottrazione membro a membro si ha

$$-5 = a \log \frac{100F}{F} \implies a \approx -2.5$$

Allora la differenza di magnitudini tra due oggetti è data da:

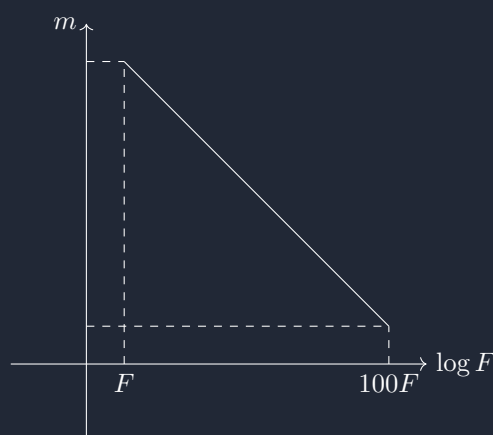
$$m_1 = -2.5 \log F_1 + b$$

$$m_2 = -2.5 \log F_2 + b$$

Dunque si ottiene

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2} = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

Tutti gli oggetti con magnitudine più grande di zero sono meno luminosi di Vega mentre tutti gli oggetti con magnitudine più piccola di zero sono più luminosi di Vega. Questa tipologia di magnitudine prende il nome di **apparente** perché dipende dallo strumento con cui si compiono le osservazioni, dalla lunghezza d'onda osservata e dalla distanza dell'oggetto dall'osservatore. La magnitudine fino ad ora discussa non fornisce dunque alcun tipo di informazione sulla luminosità propria di un oggetto.



6.1.2 Magnitudine monocromatica

La magnitudine monocromatica si definisce con ϵ_λ secondo il sistema fotometrico Johnson-Morgan-Cousins e non è facile da definire. Infatti essa dipende dalle seguenti condizioni

- Rilevatore
- Filtri
- Telescopio
- Osservatorio
- Cielo fotometrico

Nel caso in cui queste condizioni siano perfette, si parla di fotometria assoluta.

6.1.3 Magnitudine bolometrica

La magnitudine **bolometrica** è la magnitudine che si otterrebbe se si riuscisse a misurare la radiazione emessa da un corpo celeste in tutto lo spettro. In pratica è impossibile poiché la maggior parte della radiazione di un corpo celeste è assorbita dall'atmosfera e dal mezzo interstellare, oltre che è impossibile, con un singolo rilevatore, osservare tutta la radiazione emessa da un corpo celeste. Si può derivare la magnitudine bolometrica applicando la **correzione bolometrica**.

$$m_{bol} = m_V - BC \quad (6.2)$$

Sempre che si assuma $\eta_\lambda = \epsilon_\lambda = 1$. Per le stelle di tipo spettrale F5 (come il Sole), $BC = 0$.

6.2 Lunghezza d'onda efficace

Assumiamo $F(\lambda)$ sia variabile all'interno della banda spettrale monocromatica, si calcola la sua variazione totale come

$$F(\lambda) \approx F(\lambda_0) + \left. \frac{dF(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_0} (\lambda - \lambda_0)$$

Di conseguenza è possibile integrare da entrambe le parti per ottenere l'energia che giunge al telescopio da una certa distanza D

$$\begin{aligned} E &\approx A \frac{R_*^2}{D^2} \Delta t \int_0^\infty \left(F(\lambda_0) + \left. \frac{dF(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} (\lambda - \lambda_0) \right) \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda = \\ &= A \frac{R_*^2}{D^2} \Delta t \left(F(\lambda_0) \int_0^\infty \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda + \left. \frac{dF(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} \int_0^\infty (\lambda - \lambda_0) \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda \right) = \\ &= A \frac{R_*^2}{D^2} \Delta t F(\lambda_0) \int_0^{+\infty} \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda \end{aligned}$$

Il secondo integrale è nullo poiché il flusso di una variazione infinitesima è anch'esso infinitesimo. Dunque si può ottenere il valore di λ_0 , anche chiamato **lunghezza d'onda efficace**, come il valore medio di λ pesato su η_λ e ϵ_λ .

$$\lambda_0 = \frac{\int_0^\infty \lambda \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty \eta_\lambda \epsilon_\lambda d\lambda}$$

6.3 Magnitudine assoluta

La **magnitudine assoluta** è una grandezza che descrive la vera luminosità di un oggetto celeste e non dipende dalla sua posizione rispetto all'osservatore. Per rendersi indipendenti dalla posizione, si fa in modo di definire la magnitudine assoluta come la magnitudine apparente dell'oggetto come se fosse posto a 10 parsec di distanza dall'osservatore. Dunque la magnitudine assoluta si ricava mediante la differenza tra

$$m - M \approx -2.5 \log \frac{F(r)}{F(10 \text{ pc})} = -2.5 \log \frac{E(r)}{E(10 \text{ pc})} = -2.5 \log \left(\frac{10 \text{ pc}}{r} \right)^2 \quad (6.3)$$

Dove r è la distanza effettiva dell'oggetto dall'osservatore. Con questa formulazione è dunque possibile sia ricavare la magnitudine assoluta che la distanza, se si ha una delle due. Svolgendo i conti e semplificando, la differenza prende il nome di **modulo di distanza**:

$$m - M = 5 \log r - 5 \quad (6.4)$$

Dove r è dato in parsec.

6.4 Indice di colore

L'**indice di colore** fornisce informazioni sul colore della stella e dunque della sua temperatura e, in prima approssimazione, sembrerebbe che non dipenda dalla distanza (anche se si dimostrerà che non è così). Si ricava l'indice di colore per una data stella facendo la differenza tra le magnitudini corrispondenti a 2 filtri di colore diversi. Ad esempio, si utilizza la differenza tra la banda blu e quella verde:

$$B - V = m_B - m_V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} + \text{const}$$

La costante dipende dal sistema fotometrico utilizzato (Infatti sistemi fotometrici differenti potrebbero avere scale differenti):

$$\begin{aligned} m_B &= m_{B_0} - 2.5 \log F_B + 2.5 \log F_{B_0} \\ m_V &= m_{V_0} - 2.5 \log F_V + 2.5 \log F_{V_0} \end{aligned}$$

La costante sarà allora

$$c = m_{B_0} - m_{V_0} + 2.5 \log \frac{F_{B_0}}{F_{V_0}}$$

Nel sistema JMK si ha che $m_{B_0} = m_{V_0} = 0$ e quindi i flussi F_{B_0} e F_{V_0} sono dati tali per cui $B - V = 0$ per la stella Vega: questa si chiama **convenzione di Vega**. La costante prende il nome di **zero point** che cambia in base al sistema fotometrico scelto: in questo modo se so quali sistemi utilizzo posso passare dalle magnitudini delle stelle ai flussi. In questo modo si può correlare direttamente l'emissione di luce colorata con la temperatura: nel caso della stella Vega, l'emissione tra il blu ed il verde è zero allora $B - V$. In una stella blu $V > B$, allora la banda B è più luminosa in quanto è proporzionale al logaritmo inverso: si ha prevalenza di flusso blu rispetto al flusso verde:

$$\begin{aligned} B - V < 0 &\implies \text{Stella blu} \\ B - V > 0 &\implies \text{Stella giallo-verde} \end{aligned}$$

Come si vedrà poi in dettaglio nella sezione dedicata alle stelle, più una stella emette in luce blu, e più è calda rispetto ad una stella che ha una emissione maggiore sulla banda verde.

Capitolo 7

Effetti dell'atmosfera

L'atmosfera terrestre presenta sia vantaggi che svantaggi per l'osservazione e lo studio della sfera celeste. I problemi principali derivati dall'atmosfera per l'astronomia sono i seguenti:

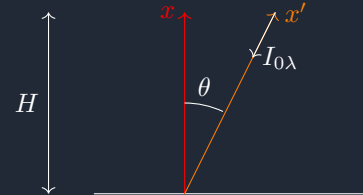
- Solo la finestra ottica e radio sono (quasi) completamente libere;
- Seeing: è la misura della qualità della risoluzione angolare di un'osservazione astronomica da Terra, limitata dalla **turbolenza atmosferica**;
- Airglow: effetto naturale e artificiale dovuto alla luce
- Rifrazione: causa angoli zenitali grandi;
- Estinzione;

Altri effetti dovuti all'atmosfera sono la presenza di nuvole e vento che ostacolano le osservazioni mentre l'umidità ed il particolato atmosferico deteriorano i telescopi.

7.1 Estinzione atmosferica

È possibile schematizzare l'atmosfera come se fossero una serie di piani paralleli tra loro con indici di rifrazione diversi. Nel caso in cui le distanze zenitali non siano troppo elevate, dunque $\theta < 60^\circ$, si possono fare le seguenti considerazioni. Una stella che è posta ad una distanza zenitale θ attraversa una quantità di atmosfera pari a

$$x = \frac{H}{\cos \theta} \quad (7.1)$$



H indica l'altezza totale dell'atmosfera allo zenith e $I_{0\lambda}$ l'intensità proveniente dal corpo celeste osservato. Si può definire adesso $k_\lambda(x)$ come il **coefficiente di estinzione** atmosferica (che dipende dunque solo dalla quota e non dall'angolo). Secondo la legge di Lambert-Beer si può esprimere come si attenua l'intensità luminosa in funzione del coefficiente di estinzione.

$$dI_\lambda = I_\lambda k_\lambda(x) dx' \quad (7.2)$$

Se la direzione di una stella è come quella in figura, si può definire il cammino dx' infinitesimo come

$$dx' = \frac{dx}{\cos \theta} = \sec \theta \, dx \implies dI_\lambda = I_\lambda k_\lambda(x) \sec \theta \, dx$$

Si integra ora per separazione delle variabili ottenendo

$$\int_{I_{0\lambda}}^{I_\lambda} \frac{dI'_\lambda}{I'_\lambda} = \int_H^0 k_\lambda(x) \sec \theta \, dx \implies [\ln I'_\lambda]_{I_{0\lambda}}^{I_0} = - \int_0^H k_\lambda(x) \sec \theta \, dx$$

Ottenendo allora

$$I_\lambda = I_{0\lambda} \exp \left(- \int_0^H k_\lambda(x) \sec \theta \, dx \right) = I_{0\lambda} \exp \left(- \sec \theta \int_0^H d\tau_\lambda \right)$$

Dove si è definito

$$d\tau_\lambda = k_\lambda(x) dx$$

come lo **spessore ottico**. In termini di magnitudini si può relazionare il passaggio attraverso una atmosfera "più fitta" secondo le seguenti espressioni:

$$m_\lambda - m_{\lambda 0} = -2.5 \log \frac{I_\lambda}{I_{0\lambda}} = -2.5 \frac{-\sec\theta \int_0^H d\tau_\lambda}{\ln 10}$$

Ottenendo dunque

$$m_\lambda = m_{0\lambda} + \frac{2.5}{\ln 10} \sec \theta \int_0^H d\tau_\lambda \quad (7.3)$$

Chiamato allora l'ultimo integrale come $\tau_{1\lambda}$, ossia la **massa d'aria**, si può definire

$$x_\lambda = 2.5 \log e\tau_{1\lambda} \approx 1.086\tau_{1\lambda}$$

Dunque si ottiene

$$m_\lambda = m_{0\lambda} + x_\lambda \sec \theta \quad (7.4)$$

Nel caso limite di $\theta = 60^\circ$ si ha che $\sec \theta = 2$. Per determinare il coefficiente di estinzione si deve osservare il moto di una stella nel suo cammino in cielo per diverse masse d'aria si può ricavare la magnitudine m_λ per diversi valori della secante di θ per determinare la magnitudine reale che si avrebbe senza atmosfera tramite un fit lineare quando $\theta \rightarrow 0$.

7.2 Seeing

Si definisce **seeing** il parametro che quantifica la sfocatura dell'immagine dovuta all'atmosfera. Infatti l'atmosfera presenta le seguenti caratteristiche

- L'atmosfera è composta da strati d'aria con temperature e densità diverse.
- Ogni strato ha un indice di rifrazione diverso

L'immagine di ogni stella appare come un disco tremolante e sfocato. Un seeing buono è tra $0.5'' \sim 1.5''$, limitando la **risoluzione effettiva** dei telescopi a Terra, influenzando la qualità delle immagini e la precisione fotometrica e astrometrica. Inoltre, l'atmosfera produce anche **diffrazione**, ossia il fenomeno per il quale le onde si propagano dietro a degli ostacoli. In particolare se un onda luminosa attraversa una fenditura circolare produce una figura di diffrazione che assume la forma della **Figura di Airy**: ossia un disco centrale con tanti dischi intorno. La distanza tra il primo minimo ed il picco (dove D è il diametro della fenditura):

$$\Delta\theta_D = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Questo allargamento angolare è dovuto al fenomeno della diffrazione ed è difficilmente eliminabile. Dato che l'allargamento è un fenomeno casuale, si potrebbe dire che abbia una distribuzione Gaussiana; posso allora determinare (attraverso il principio di FWHM) che $\Delta\theta_S$, ossia l'angolo di allargamento dovuto alla **rifrazione** dell'atmosfera, si metta in relazione con $\Delta\theta_D$:

$$\Delta\theta_S \geq \Delta\theta_D$$

In buoni siti, si ha che $\Delta\theta_S$ è dell'ordine di circa un arcosecondo. Per telescopi piccoli con aperture dell'ordine di $0.1 m$:

$$\Delta\theta_S = \Delta\theta_D = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Si definisce il **parametro di Fried** che definisce, in funzione della lunghezza d'onda, l'apertura del telescopio al limite dell'angolo di diffrazione:

$$1.22 \frac{\lambda}{\Delta\theta_S} = r_0 \quad (7.5)$$

Quindi $\Delta\theta_D$ mi indica il limite teorico al di sotto del quale non si riesce più a distinguere due sorgenti puntiformi. Generalmente, per telescopi con grande potere risolutivo, si può utilizzare solamente $\Delta\theta_S$ in quanto il $\Delta\theta_D$ sarà sempre molto minore.

7.3 Estinzione interstellare e intergalattica

Se tra la sorgente e l'osservatore non c'è il vuoto la radiazione viene diffusa o assorbita dal mezzo interstellare e da quello intergalattico (che ha un effetto minore). Sebbene molto rarefatto, le distanze stellari sono talmente tanto elevate che non è possibile ignorare il suo contributo. Si può comparare il numero di particelle per centimetro cubo:

Media Via Lattea	\implies	1 cm^{-3}
Mezzo intergalattico	\implies	10^{-3} cm^{-3}
Aria al L.D.M.	\implies	$2.4 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$

che vengono fuori dalla relazione

$$n = \frac{P}{kT} \quad T = 300 \text{ K}, P = 10^5 \text{ Pa}$$

Per una stella con luminosità L_0 ad una certa distanza r , la luminosità scenderà ad un valore L_λ e a distanza $r + dr$ ad un valore $L_\lambda - dL_\lambda$ a causa dell'assorbimento (isotropo). Si ha allora che

$$dL_\lambda = -\alpha_\lambda L_\lambda dr$$

Dove α_λ prende il nome di **opacità**. Si definisce

$$d\tau_\lambda = \alpha_\lambda dr$$

come **spessore ottico**. Dunque si esprime la variazione di luminosità della stella in funzione dello spessore ottico come

$$dL_\lambda = -L_\lambda d\tau_\lambda \quad (7.6)$$

Integrando ora la luminosità dalla sorgente all'osservatore si avrà che

$$\int_{L_0}^{L_\lambda} \frac{dL'_\lambda}{L'_\lambda} = - \int_0^{\tau_\lambda} d\tau'_\lambda \implies L_\lambda = L_0 e^{-\tau_\lambda} \quad (7.7)$$

Il flusso della superficie della stella è dato da

$$F_{\lambda_0} = \frac{L_{\lambda_0}}{4\pi R_\star^2}$$

Mentre il flusso ad una profondità ottica

$$f_\lambda = \frac{L_\lambda}{4\pi r^2} \implies f_\lambda = F_0 \frac{R_\star^2}{r^2} e^{-\tau_\lambda}$$

Per determinare la magnitudine assoluta, si ricava il flusso a 10 pc senza estinzione interstellare:

$$f_\lambda(10pc) = F_0 \frac{R_\star^2}{(10pc)^2}$$

Si determina ora la magnitudine della stella

$$m - M = -2.5 \log \frac{f_\lambda(r)}{f_\lambda(10pc)} = -2.5 \log \frac{F_0 \frac{R_\star^2}{r^2} e^{-\tau_\lambda}}{F_0 \frac{R_\star^2}{10^2}} = 5 \log \frac{r}{10pc} + 2.5\tau_\lambda \log e$$

Dunque, definendo $A_\lambda = 2.5\tau_\lambda \log e$, come il valore dell'estinzione del mezzo interstellare, si ottiene la seguente espressione per il modulo di distanza:

$$m - M = 5 \log \frac{r}{10pc} + A_\lambda \quad (7.8)$$

Dove m è la magnitudine apparente estinta e M la magnitudine assoluta corretta per l'estinzione interstellare.

7.4 Arrossamento interstellare

Come avviene nell'atmosfera terrestre, la luce blu viene diffusa di più della luce rossa, anche per le osservazioni nell'universo si assiste al fenomeno dell'**arrossamento interstellare**. L'indice di colore $B - V$ aumenta. La magnitudine m_V di una stella risulta essere

$$m_V = M_V + 5 \log \frac{r}{10pc} + A_V$$

$$m_B = M_B + 5 \log \frac{r}{10pc} + A_B$$

Assumendo che M_V e M_B siano non estinte, si può determinare l'indice $B - V$ come

$$B - V = m_B - m_V = M_B - M_V + A_B - A_V$$

Equivalentemente

$$B - V = (B - V)_0 + E_{B-V} \quad (7.9)$$

Dove $(B - V)_0 = M_B - M_V$ e prende il nome di **indice di colore intrinseco** di una stella mentre $E_{B-V} = A_B - A_V$ viene chiamato **eccesso di colore**. Esiste una relazione che lega l'estinzione nella banda $V(A_V)$ e l'eccesso di colore E_{B-V} . Dunque la magnitudine associata ha un valore all'incirca costante per tutte le stelle.

$$R = \frac{A_V}{E_{B-V}} \approx 3.0 \quad (7.10)$$

Grazie a tale relazione si ottiene il valore di A_V da misure dell'eccesso di colore:

$$A_V \approx 3E_{B-V} \quad (7.11)$$

7.5 Ottica adattiva contro ottica attiva

L'ottica attiva:

- Corregge lentamente deformazioni statiche o a lungo termine dallo specchio primario dovute a gravità, temperatura o flessioni meccaniche: lo specchio primario è mosso da degli attuatori che ne modificano la forma e sensori che misurano la forma dello specchio correggendolo ogni minuti / ore.
- Mantiene lo specchio nella form ottimale.
- Frequenza di correzione molto bassa.
- Alcuni telescopi di grande diametro come VLT e LBT e Keck.

L'ottica adattiva:

- Corregge in tempo reale le distorsioni rapide introdotte dalla turbolenza atmosferica utilizzando un sensore di fronte d'onda che misura le distorsioni della luce stellare centinaia o migliaia di volte al secondo mentre uno specchio secondario cambia forma in tempo reale.
- Ripristina un fronte d'onda piatto per ottenere immagini quasi al limite di diffrazione.
- Frequenza di correzione altissima (centinaia di hertz).
- Sistemi AO, VLT, Subaru.

Parte III

Le Stelle

Capitolo 8

Radiazione e spettroscopia

8.1 Meccanismi di radiazione

Senza scendere troppo nei dettagli, la radiazione elettromagnetica è emessa o assorbita da atomi e molecole quando queste passano da un livello di energia all'altro. Gli elettroni, quando passano da un livello energetico all'altro secondo la seguente relazione

$$E_f - E_i = \Delta E = h\nu \quad (8.1)$$

Dove $h = 6.626 \cdot 10^{-34} Js$ e prende il nome di **costante di Planck**. Se si bombardasse un atomo con dei fotoni con una

certa energia, accadrebbe che gli elettroni dello **stato fondamentale** possano saltare ad un livello energetico superiore che prende il nome di **stato eccitato**. Se l'energia del fotone γ è molto maggiore dell'energia ΔE necessaria per poter far saltare l'elettrone allo stato eccitato, allora l'elettrone viene strappato all'atomo e quest'ultimo prende il nome di **ionizzato**. A meno che non ci sia un flusso di fotoni che tenga stabile gli elettroni allo stato eccitato, dopo un tempo $\delta\tau \approx 10^{-8} s$, gli elettroni decadono rilasciando indietro lo stesso pacchetto di energia γ che li ha investiti, tornando dunque allo stato fondamentale.

Il primo postulato di Bohr afferma che l'elettrone si può muovere attorno al nucleo solo in determinate orbite circolari stabili senza emettere energia sotto forma di radiazione elettromagnetica. Il secondo postulato di Bohr afferma che l'elettrone può saltare da un'orbita all'altra; durante questa transizione l'atomo assorbe o emette un fotone di energia pari alla differenza tra i livelli energetici.

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$$

Secondo la legge di Coulomb, la forza di attrazione esercitata dal protone sull'elettrone è la seguente

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

Dove

- $\epsilon_0 = 8.82 \cdot 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$: permeabilità del vuoto
- $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$: carica dell'elettrone
- r_n : distanza dell'elettrone dal nucleo.

L'accelerazione della particella che si muove lungo l'orbita circolare è dunque

$$a = \frac{v_n^2}{r_n}$$

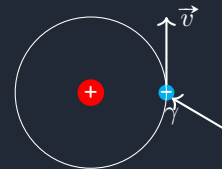
applicando la seconda legge di Newton si ottiene che

$$m_e \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

Si ottiene allora

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar n} \quad r_n = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$$

Figura 8.1: L'atomo di Idrogeno secondo Bohr



L'energia totale di un elettrone che si trovi nell'orbita n è data dalla somma della sua energia cinetica T e potenziale V e risulta dunque pari a

$$E_n = T + V = \frac{1}{2}m_e v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2 n^2} = -k\frac{1}{n^2}$$

Dunque si esprime, con k una costante, la variazione di energia per un certo livello energetico

$$h\nu = \Delta E = k\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

In termini della lunghezza d'onda

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{k}{hc}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$\frac{k}{hc}$ prende il nome di **costante di Rydberg** e si indica con $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$, facendo diventare così

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \quad (8.2)$$

8.2 Leggi di Kirchhoff

Kirchhoff formulò tre leggi che descrivono come si formano i diversi tipi di spettri in base alle condizioni fisiche della sorgente e del mezzo attraversato dalla radiazione.

1. **Legge dello spettro continuo:** Un corpo caldo e denso emette uno spettro continuo: tutte le lunghezze d'onda sono presenti senza interruzioni;
2. **Legge dello spettro a righe di emissione:** un gas caldo rarefatto emette radiazione solo a lunghezze d'onda caratteristiche degli elementi presenti. Questo prende il nome di spettro a righe brillanti. Ogni elemento ha dunque uno spettro di emissione unico.
3. **Legge dello spettro a righe di assorbimento:** se la radiazione di uno spettro continuo attraversa un gas più freddo e rarefatto, questo assorbe fotoni a lunghezze d'onda specifiche, generando dunque uno spettro continuo con righe scure. Le righe di assorbimento coincidono (di posizione) con quelle di emissione dello stesso elemento.

8.3 Allargamenti di riga

Lo spettro di assorbimento è suscettibile a tre tipologie di allargamento (ossia quando il gas non è perfetto le bande di assorbimento e di emissione sono allargate):

- Allargamento naturale
- Allargamento collisionale
- Allargamento termico (o Doppler termico)

8.3.1 Allargamento naturale

L'allargamento di riga naturale è dovuto alla meccanica quantistica e al principio di indeterminazione di Heisenberg.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (8.3)$$

La durata finita dello stato eccitato introduce un'incertezza in energia, dunque quando un'elettrone eccitato decade verso uno stato fondamentale emette una radiazione con un profilo allargato (l'onda che viene emessa non è certa). Questa funzione ha un profilo Lorentziano (simmetrico) e un ordine di grandezza piccolo.

8.3.2 Allargamento collisionale

È una tipologia di allargamento originato dagli urti tra le particelle che perturbano i livelli energetici: più è alta la densità, o pressione, e più frequenti sono le collisioni. Ha un profilo Lorentziano ed è importante in atmosfere stellari dense.

8.3.3 Allargamento termico (o Doppler termico)

L'origine dell'allargamento Doppler è il moto termico casuale causato dalle particelle. Gli atomi che si muovono verso l'osservatore risulteranno avere una frequenza maggiore (spostamento verso il blu), mentre quelli che si avvicinano risulteranno avere una frequenza minore (spostamento verso il rosso) L'effetto redshift si quantifica come

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}$$

Presenta un profilo Gaussiano, al crescere della temperatura la massa atomica diminuisce.

8.3.4 Effetto Doppler

L'effetto Doppler, nel caso delle onde elettromagnetiche, si verificano le seguenti condizioni:

- **Redshift:** l'oggetto osservato tende verso gli infrarossi se si sta allontanando dall'osservatore
- **Blueshift:** l'oggetto osservato tende verso l'ultravioletto se si sta avvicinando all'osservatore.

8.4 Spettro continuo

Gli spettri di emissione continua si originano per effetto delle ricombinazioni e delle transizioni free-free. Nelle ricombinazioni gli atomi catturano gli elettroni liberi, le cui energie non sono quantizzate, e dunque le righe di emissione che si originano da queste transizioni possono avere qualsiasi lunghezza d'onda, il risultato è che si origina uno spettro continuo. Altrimenti si possono anche formare per gas otticamente spessi o ad alta pressione, poiché all'aumentare della pressione gli atomi si avvicinano da loro e disturbano l'uno i livelli energetici dell'altro. Se la pressione è troppo alta, le righe si sovrappongono e dunque c'è emissione di spettro continuo. Anche i solidi e liquidi gli atomi sono ancora più vicini tra di loro rispetto ai gas e si perturbano a vicenda.

8.4.1 Corpo nero

Un **corpo nero** è un oggetto che non riflette o diffonde la luce che vi incide, ma la assorbe e la riemette completamente. Un corpo nero è, dunque, una sorta di radiatore ideale anche se, nella realtà, un radiatore ideale non esiste, alcuni corpi hanno uno spettro di emissione assimilabile a quello di un corpo nero, come il Sole, le Stelle...

La radiazione dipende solamente dalla temperatura T e non dal materiale di cui è costituito, né dalla sua forma. La distribuzione della sua radiazione segue la **legge di Planck**:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2 \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \text{ Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1} \quad (8.4)$$

Chiamato anche radiazione termica che ha la caratteristica di essere un'emissione isotropa. La funzione di Planck si può esprimere anche in funzione di λ

$$-B_\nu d\lambda = B_\nu d\nu \implies B_\lambda = -B_\nu \frac{d\nu}{d\lambda} = B_\nu \frac{c}{\lambda^2}$$

Dunque si ottiene la funzione di Planck come

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \exp\left(\frac{hc}{\lambda T}\right) - 1} \text{ Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\mu\text{m}^{-1} \quad (8.5)$$

Si ottiene l'intensità totale della radiazione emessa da un corpo nero integrando su tutto il dominio delle frequenze o delle lunghezza d'onda secondo la seguente:

$$B(T) = \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda \quad (8.6)$$

Risolvendo il primo integrale

$$\int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = \frac{2h}{c} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} d\nu \quad x = \frac{h\nu}{kT} \implies B(T) = \frac{2hk^4T^4}{c^2h^4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2k^4}{c^2h^3} \frac{\pi^4}{15} T^4$$

Dunque, chiamando

$$A = \frac{2k^4\pi}{15c^2h^3}$$

Si ottiene

$$B(T) = AT^4 \quad (8.7)$$

Poiché la radiazione di emissione di un corpo nero è isotropa, allora si può esprimere la densità di flusso F come

$$F = \pi B = \sigma T^4 \quad (8.8)$$

che prende il nome di **legge di Stefan-Boltzmann**, dove $\sigma = \pi A = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$, che prende il nome di **costante di Stefan-Boltzmann**. Da questa si trova la relazione tra luminosità di una stella e la sua temperatura superficiale a partire dalla luminosità della stella espressa come il flusso:

$$L = 4\pi R_\star^2 F = 4\pi R_\star^2 \sigma T^4 \quad (8.9)$$

La temperatura che si ottiene da questa relazione prende il nome di **temperatura efficace**. La luminosità è legata alla magnitudine bolometrica secondo la seguente relazione

$$M_{\text{bol}} - M_{\text{bol},\odot} = -2.5 \log \frac{L}{L_\odot}$$

Dunque, secondo la relazione sulla luminosità

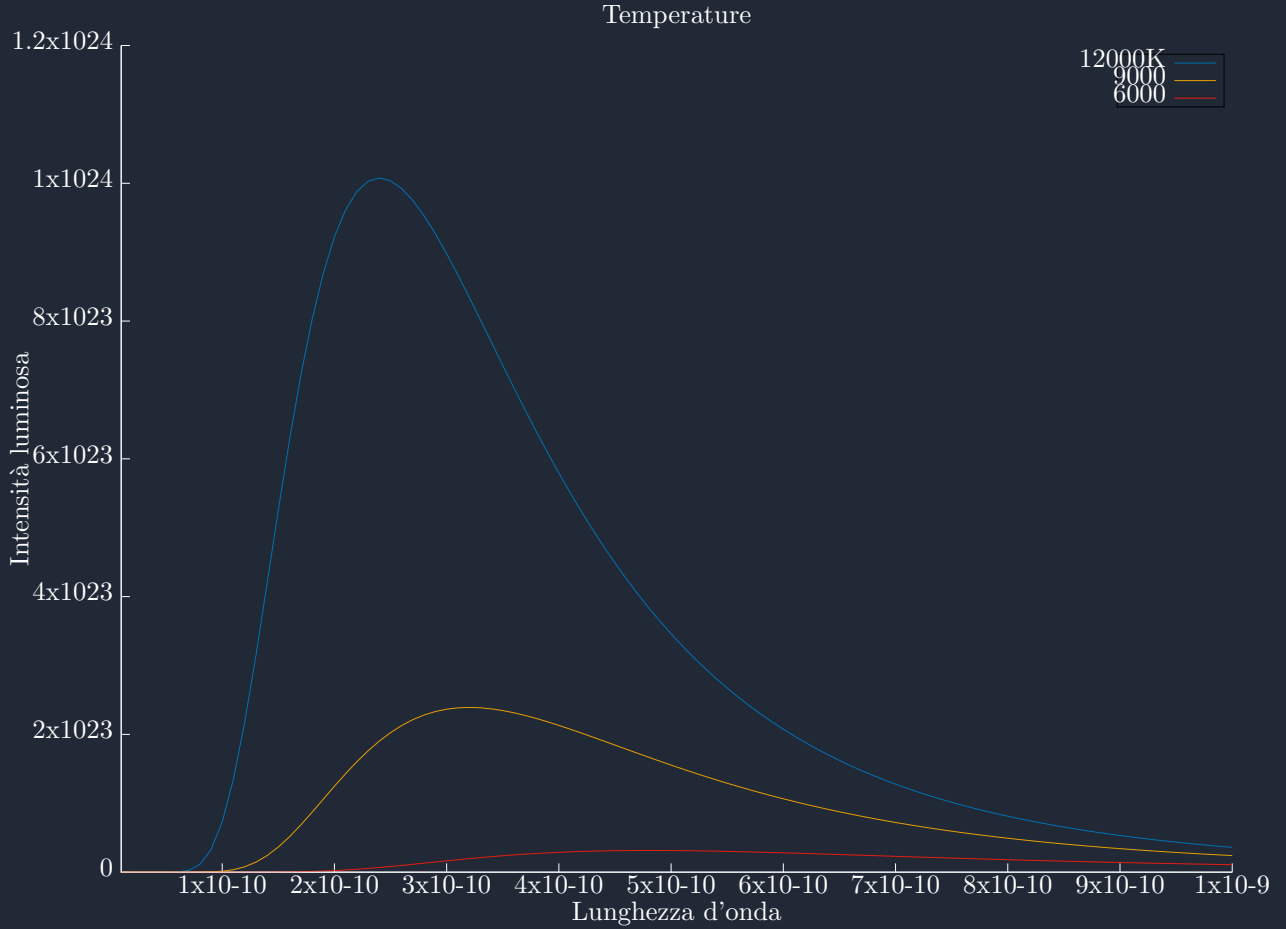
$$M_{\text{bol}} - M_{\text{bol},\odot} = -5 \log \frac{R}{R_\odot} - 10 \log \frac{T}{T_\odot} \quad (8.10)$$

La lunghezza d'onda del massimo si può trovare uguagliando a zero la derivata di $B_\lambda(T)$ rispetto a λ . Il risultato

$$\lambda_{\text{max}} T = b \quad (8.11)$$

è nota come **Legge dello spostamento di Wien**, mentre b prende il nome di **costante dello spostamento di Wien** e ha come valore $b = 0.28978 \cdot 10^{-2} \text{ Km}$.

Figura 8.2: Distribuzioni di intensità di corpi neri aventi temperature di 12000K, 9000K e 6000K, le lunghezze d'onda si ottengono con la relazione di Wien, dato che le temperature sono in relazione tra loro come 4:3:2, le lunghezze d'onda sono in relazione 1:4, 1:3, 1:2 e le intensità sono proporzionali a 4^4 , 3^4 , 2^4 .



La funzione di Planck può essere approssimata in due casi. Se $\lambda \approx \lambda_{\max}$, ossia quando

$$\frac{hc}{\lambda kT} \gg 1 \implies \exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) \gg 1$$

e la planckiana può essere scritta in quella che viene anche chiamata **approssimazione di Wien**:

$$B_{\lambda}(T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{hc}{\lambda kT}\right) \quad (8.12)$$

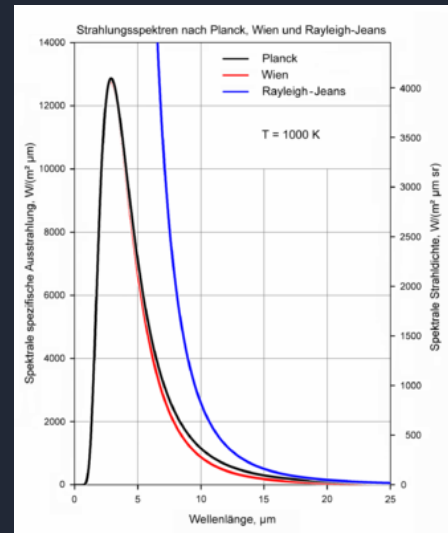
Se invece si avesse $\lambda \gg \lambda_{\max}$, allora si avrebbe che

$$\frac{hc}{\lambda kT} \ll 1 \implies \exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$$

e la planckiana può essere scritta nella forma definita come **approssimazione di Rayleigh-Jeans**:

$$B_{\lambda}(T) \approx \frac{2c^2 kT}{\lambda^4} \quad (8.13)$$

L'approssimazione di Rayleigh, tuttavia, è l'unica prevista dalla fisica classica. Il problema di questa approssimazione è che, quando λ tende a zero, la radiazione luminosa emessa aumenterebbe senza alcun limite. Tale accadimento non trovava alcun riscontro nelle osservazioni ed era noto come **catastrofe ultravioletta**. L'approssimazione di Wien, invece, risulta conforme coi dati sperimentali.



8.5 Temperature

La temperatura in astrofisica variano da $\sim 0\text{K}$ alle decine di milioni di gradi. Si possono definire differenti temperature a seconda del processo che si sta considerando: relazioni diverse producono temperature diverse. La temperatura di una stella, per esempio, è ottenibile attraverso una relazione con un corpo nero, anche se non sono corpi neri.

8.5.1 Temperatura efficace T_e

La **temperatura efficace** è la temperatura corrispondente, per definizione, alla temperatura del corpo nero che irradia una quantità di energia uguale a quella della stella considerata. Per trovare il valore di T_e , sarà dunque necessario utilizzare la legge di Stefan-Boltzmann. Se la densità di flusso alla superficie della stella sarà pari ad F dalla legge di Stefan-Boltzmann

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{F}{\sigma}} \quad (8.14)$$

Se il raggio della stella è R_* allora

$$BB(T_e) \approx B_*(T)$$

Dunque, se la luminosità della stella è $L = 4\pi R_*^2$ e la densità di flusso F' ad una distanza r sarà

$$F' = \frac{L}{4\pi r^2} = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \sigma T_e^4$$

Dunque per misurare T_e si devono conoscere le dimensioni della stella ed il flusso emesso da essa.

8.5.2 Temperatura di brillantezza T_b

Se si assume che ad una determinata lunghezza d'onda λ la densità di flusso sulla superficie della stella F_λ si possa ottenere dalla legge di Planck, si può derivare la **temperatura di brillantezza** T_b . Nel caso di emissione isotropa $F_\lambda = \pi B_\lambda(T_b)$. Se la stella ha raggio R_* e distanza pari a r , allora si osserverà una densità di flusso pari a

$$F'_\lambda = \frac{R_*^2}{r^2} F_\lambda \quad (8.15)$$

Anche in questo caso si deve conoscere la dimensione angolare della stella α . Si ottiene dunque la temperatura di brillantezza prima attraverso la luminosità della stella

$$B_\lambda = \frac{2ck}{\lambda^4} T_b$$

Dunque

$$T_b = \left(\frac{2}{\alpha}\right)^2 \frac{F'_\lambda \lambda^4}{2\pi ck} \quad (8.16)$$

8.5.3 Temperatura di colore T_c

La **temperatura di colore** T_c è legata alla temperatura di picco del corpo nero, perciò non serve conoscere le dimensioni della stella. Si misura dunque lo spettro a due lunghezze d'onda diverse o in due bande diverse. Assumendo ora che la distribuzione di intensità segue la legge di Planck, si uguaglia il rapporto tra le due densità di flusso al rapporto delle corrispondenti relazioni di Planck:

$$\frac{F'_{\lambda_1}(T)}{F'_{\lambda_2}(T)} = \frac{B_{\lambda_1}(T)}{B_{\lambda_2}(T)} = \frac{\lambda_2^5 \exp\left(\frac{hc}{\lambda_2 kT}\right) - 1}{\lambda_1^5 \exp\left(\frac{hc}{\lambda_1 kT}\right) - 1}$$

Il valore della temperatura, ossia la temperatura di colore, definisce la temperatura del colore nell'intervallo λ_1 e λ_2 considerato. In magnitudini

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = -2.5 \log \frac{F'_{\lambda_1}}{F'_{\lambda_2}} + \text{const} = -2.5 \log \frac{B_{\lambda_1}}{B_{\lambda_2}} + \text{const}$$

Se la temperatura non è troppo alta, si può utilizzare l'approssimazione di Wien:

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = -2.5 \log \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^5 + 2.5 \frac{hc}{kT_c} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \log e + \text{const}$$

Dunque

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = a + \frac{b}{T_c} \quad (8.17)$$

Allora l'indice di colore è $\propto \frac{1}{T_c}$.

8.5.4 Temperatura cinetica T_k

La **temperatura cinetica** T_k è legata alla velocità media delle molecole nel gas. In particolare, nel caso di un gas ideale, la teoria cinetica dei gas consente di derivare una relazione semplice tra l'energia cinetica del gas e la sua temperatura

$$E_k = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k T_k$$

La relazione assume dunque che le particelle abbiano tutte massa m e che la velocità \bar{v} , ossia la media dei quadrati della somma di tutte le velocità, mentre k è la costante di Boltzmann. Dunque

$$T_k = \frac{mv^2}{3k} \quad (8.18)$$

8.5.5 Temperatura di eccitazione T_{exc}

La **temperatura di eccitazione** T_{exc} è la temperatura ricavata dalla distribuzione di Boltzmann.

$$\frac{n_i}{n_0} = \frac{g_i}{g_0} \exp \left(-\frac{\Delta E}{k T_{\text{exc}}} \right) \quad (8.19)$$

Se la distribuzione degli atomi nei diversi livelli è dovuta esclusivamente alle loro collisioni, allora la temperatura di eccitazione uguaglia quella cinetica.

8.5.6 Temperatura di ionizzazione T_i

La **temperatura di ionizzazione** T_i si ottiene confrontando il numero di atomi nei diversi stati di ionizzazione. Poiché le stelle non si comportano come veri corpi neri, i valori che si ottengono per le temperature di eccitazione e di ionizzazione dipendono dalle righe spettrali degli che vengono utilizzate. In condizioni di **equilibrio termodinamico** tutte le temperature hanno lo stesso valore.

Capitolo 9

Stelle

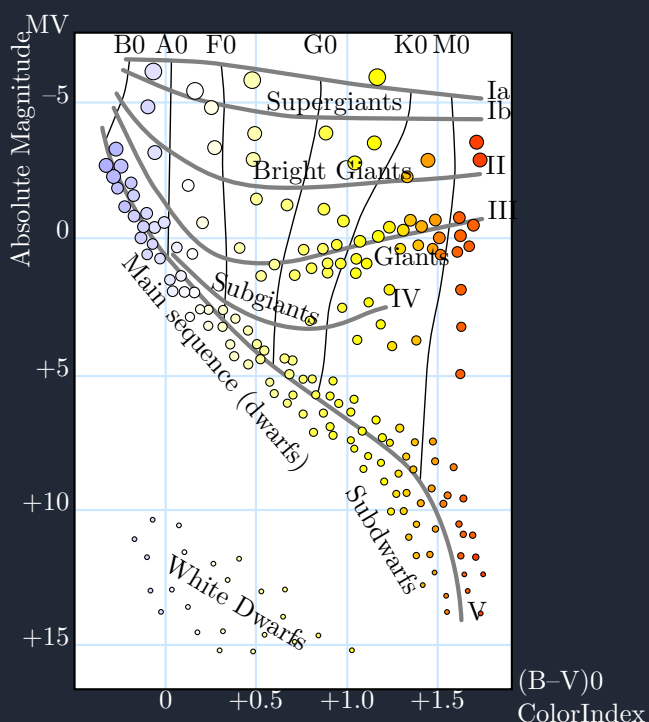
9.1 La classificazione stellare

Una **stella** è un oggetto celeste costituito da gas e plasma nel quale si è raggiunto l'equilibrio tra la forza gravitazionale e la pressione interna dovuta alle reazioni termonucleari. A seconda dell'emissione spettrale di una stella, è possibile classificare le stelle in **classi spettrali**, le quali dipendono dal colore apparente (appunto lo spettro di emissione). La seguente classificazione prende il nome di **classificazione Harvard**.

Temperatura (in kelvin) ^[16]	Colore assoluto	Colore apparente ^[17] ^{[18][19]}	Classe Harvard (di temperatura)	Massa ^[16]	raggio ^[16]	Luminosità ^[16] (bolometrica)	Linee dell'idrogeno	Frazione fra tutte le stelle di sequenza principale ^[20]
$\geq 33\,000\text{ K}$	blu	blu	O	$\geq 16\text{ M}_{\odot}$	$\geq 6,6\text{ R}_{\odot}$	$\geq 30\,000\text{ L}_{\odot}$	Deboli	$\sim 0,00003\%$
$10\,000\text{--}33\,000\text{ K}$	azzurro	blu chiaro	B	$2,1\text{--}16\text{ M}_{\odot}$	$1,8\text{--}6,6\text{ R}_{\odot}$	$25\text{--}30\,000\text{ L}_{\odot}$	Medie	0,13%
$7\,300\text{--}10\,000\text{ K}$	bianco	azzurro	A	$1,4\text{--}2,1\text{ M}_{\odot}$	$1,4\text{--}1,8\text{ R}_{\odot}$	$5\text{--}25\text{ L}_{\odot}$	Forti	0,6%
$6\,000\text{--}7\,300\text{ K}$	bianco- giallo	bianco	F	$1,04\text{--}1,4\text{ M}_{\odot}$	$1,15\text{--}1,4\text{ R}_{\odot}$	$1,5\text{--}5\text{ L}_{\odot}$	Medie	3%
$5\,300\text{--}6\,000\text{ K}$	giallo	bianco-giallo	G	$0,8\text{--}1,04\text{ M}_{\odot}$	$0,96\text{--}1,15\text{ R}_{\odot}$	$0,6\text{--}1,5\text{ L}_{\odot}$	Deboli	7,6%
$3\,900\text{--}5\,300\text{ K}$	arancione	giallo- arancione	K	$0,45\text{--}0,8\text{ M}_{\odot}$	$0,7\text{--}0,96\text{ R}_{\odot}$	$0,08\text{--}0,6\text{ L}_{\odot}$	Molto deboli	12,1%
$\leq 3\,900\text{ K}$	rosso	arancio-rosso	M	$0,08\text{--}0,45\text{ M}_{\odot}$	$\leq 0,7\text{ R}_{\odot}$	$\leq 0,08\text{ L}_{\odot}$	Molto deboli	76,45%

Oltre alle classi O-M, esistono anche altre due classi oltre la M, ossia le classi L e T, alle quali appartengono le **nane brune**, che sono delle stelle deboli di bassa temperatura superficiale e con un colore rosso. Inoltre esistono anche le classi C e S, le quali sono stelle con temperature simili a quelle G-K-M ma con composizione chimica differente. Oltre alla classificazione Harvard esiste anche un'altra classificazione per le stelle, la quale è nata per integrare il sistema Harvard aggiungendo come informazione la **luminosità intrinseca**. Rispetto al sistema Harvard si aggiungono due dettagli fondamentali

- **Tipo spettrale:** oltre alla classificazione da O a M, sono state introdotte delle sottoclassi numeriche che indicano la temperatura superficiale;
- **Classe di luminosità:** espressa in numeri romani, indica la gravità superficiale e dunque la fase evolutiva. Essa va da **I_a** (supergiganti brillanti), **I_b** (supergiganti), fino a **V**, ossia le stelle nane. Il Sole è una nana gialla **G2V**.



9.2 Popolazioni stellari

Le stelle sono classificate in gruppi, chiamate **popolazioni**, basate principalmente sulla composizione chimica (metallicità) e sull'età. Inizialmente introdotta da Walter Baade negli anni 40, le classi principali sono ora

- **Popolazione I**

- **Metallicità:** alta ($Z \geq 0.01$), ricche di elementi più pesanti dell'elio.
- **Età:** giovani (milioni di anni a pochi miliardi di anni).
- **Localizzazione:** dischi galattici, bracci a spirale e ammassi aperti.
- **Esempi:** Sole, stelle O e B nei bracci a spirale.
- **Origine:** formate da gas arricchito da generazioni precedenti di stelle

- **Popolazione II**

- **Metallicità:** bassa ($Z \leq 0.001$), povere di metalli (poiché si sono formate agli albori dell'universo)
- **Età:** molto antiche (diversi miliardi di anni)
- **Localizzazione:** alone galattico, ammassi globulari e bulge centrale.
- **Esempi:** giganti rosse negli ammassi globulari, cefeidi a corto periodo.
- **Origine:** nate quando l'universo era molto giovane.

- **Popolazione III:** sono l'ultimo tipo di popolazione (aggiunta dopo le altre due) e sono una popolazione teorica, la cui esistenza è dovuta a modelli teorici (non sono mai state osservate): sono state teorizzate poiché non si spiegava la metallicità delle stelle di popolazione II.

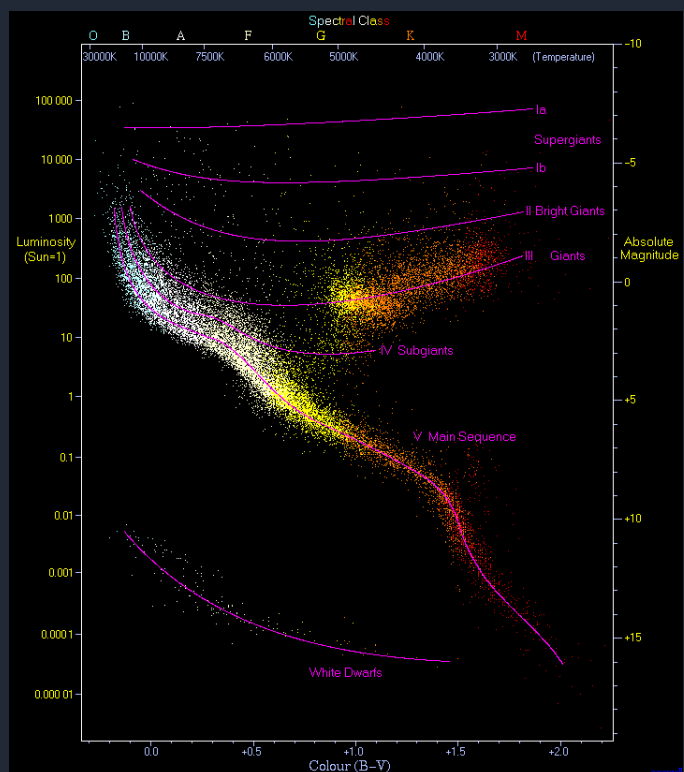
- **Metallicità:** nulla ($Z \approx 0$).
- **Età:** prime stelle dopo il Big Bang
- **Caratteristiche:** masse molto elevate, vita breve, responsabili della prima nucleosintesi di elementi pesanti

9.3 Diagramma HR

Il **diagramma Hertzsprung-Russell**, anche chiamato **diagramma HR**, è un diagramma che mette in relazione la magnitudine assoluta delle stelle gli spettri delle stelle. Le stelle nel diagramma non sono distribuite in modo uniforme ma si trovano concentrate in due gruppi distinti:

- **Main sequence**
- **Giants**

Il ramo delle giganti si dispone in diversi gruppi: il ramo orizzontale, il ramo delle giganti rosse ed il ramo asintotico. Il ramo orizzontale è caratterizzato da stelle giganti con magnitudine assoluta vicino allo zero. Il ramo delle giganti rosse parte tra le stelle di tipo K e M, mentre il ramo asintotico parte dal ramo orizzontale per raggiungere la sommità del ramo delle giganti rosse. Le stelle giganti del ramo orizzontale sono circa 100 volte più luminose del Sole e, dal momento che le stelle nane e giganti dello stesso tipo spettrale sono caratterizzate dalla stessa temperatura superficiale, la differenza di luminosità si ha nel raggio. Le stelle più luminose sono le **supergiganti**, alle quali appartiene **Betelgeuse**, una stella nella costellazione di Orione che è 20000 volte più luminosa del Sole e avente

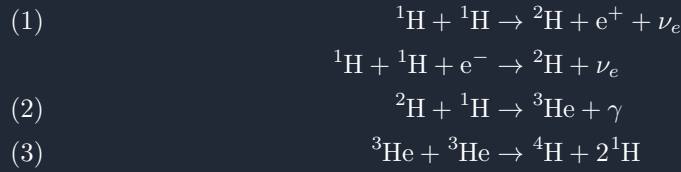


400 volte il raggio della nostra stella. Le nane bianche, invece, sono delle stelle molto deboli ma molto numerosi.

Il diagramma HR è stato notevolmente ampliato grazie al lavoro del satellite Gaia, il quale, tra il 2014 e il 2025, ha compiuto oltre 3 trilioni di osservazioni, creando uno dei cataloghi stellari più forniti di tutti i tempi (con 580 milioni di oggetti).

9.4 Come le stelle si mantengono in vita e sprigionano energia: la catena protone-protone

Le stelle mantengono continuamente un equilibrio tra forza di gravità e la pressione sprigionata dal nucleo della stella. La pressione che permette alle stelle di non collassare su sé stesse è data dalla **fusione nucleare**: ossia il processo nel quale due atomi di idrogeno collidono tra loro. Il processo di fusione nucleare nelle stelle di sequenza principale prende il nome di **catena protone-protone**, che è costituita dai seguenti passaggi:



Per ciascuna delle reazioni (3), le reazioni (1) e (2) devono compiersi due volte. La reazione (1) ha una probabilità molto bassa, essa produce un atomo di deuterio, un neutrino ν_e , il quale scappa velocemente dalla stella, ed un positrone (e^+), il quale incontra un elettrone e si annichiliscono formando due raggi gamma. La reazione sotto la (1) (che è molto simile), è invece più probabile e porta alla reazione (2), la quale è molto veloce. L'ultimo passo della catena si può svolgere in tre modi, ma quello più probabile è quello riportato ed è anche responsabile del 91% dell'energia prodotta da una stella della sequenza principale.

9.5 Cenni di evoluzione stellare: i tempi scala

Le stelle non sono degli oggetti fissi ed eterni nella vastità del cosmo. Esse sono infatti soggette ad una evoluzione continua al loro interno che prende il nome di **evoluzione stellare**. A seconda della massa della stella, la vita di essa può essere più o meno lunga: stelle che bruciano idrogeno molto velocemente emettendo grandi quantità di energia tendono a vivere molto meno di stelle che emettono poca radiazione. Esistono tre principali tempi scala che caratterizzano l'evoluzione stellare:

- **Tempo scala nucleare** (t_n);
- **Tempo scala termico** (t_t);
- **Tempo scala dinamico (o freefall)** (t_d).

Poiché si è già detto come le stelle della sequenza principale (ossia stelle simili al nostro Sole) producano grandi quantitativi di energia, tuttavia è possibile classificare le energie prodotte dalle stelle secondo tre categorie principali

- **Energia gravitazionale (e termica):**

$$E_{gr} \cong E_{term} \cong \frac{1}{2} \frac{GM_\star^2}{R_\star} \cong 1.9 \cdot 10^{41} \text{ J}$$

- **Energia chimica:** nell'ottocento si pensava che il Sole fosse composto per metà di carbonio e ossigeno, dunque si può calcolare l'energia chimica associata come

$$E_{chi} = \frac{M_\star}{28m_H} E_{CO} \cong 6.4 \cdot 10^{37} \text{ J}$$

Dove $E_{CO} = 10 \text{ eV}$, con $\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ e $m_H = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Dato che il Sole è in vita da $t_\odot \cong 4.5 \cdot 10^9$ anni, se si assume che abbia sempre avuto una luminosità costante e pari a $L_\odot = 3.8 \cdot 10^{26} \text{ W}$, si ricava che il sole abbia speso un'energia pari a

$$E_{TOT} = L_\odot \cdot t_\odot \cong 5.5 \cdot 10^{43} \text{ J}$$

Si vanno ora ad analizzare i tempi scala dell'evoluzione stellare.

9.5.1 Tempo scala nucleare

Il **tempo scala nucleare** è il tempo che occorre alla stella per emettere tutta l'energia che è stata prodotta per mezzo delle reazioni nucleari. Il suo valore si può stimare calcolando il tempo che impiega la stella a trasformare tutto l'idrogeno in Elio. Dal momento che solamente $\alpha = 0.79\%$ della frazione di massa a riposo dell'idrogeno viene convertita in energia e che venga consumato almeno il 10 % dell'idrogeno disponibile prima che si inneschino altre reazioni nucleari all'interno della stella. Dunque

$$t_n \approx \frac{0.0079 \cdot 0.1 \cdot M_\star c^2}{L_\star} \quad (9.1)$$

Dove M_\star è la massa della stella e L_\star la sua luminosità. Il tempo caratteristico del Sole è di $t_{n_\odot} \approx 10^{10}$ anni. Dunque il tempo scala di una qualsiasi stella della sequenza principale si ottiene secondo la seguente

$$t_n \approx \frac{ML_\odot}{M_\odot L} \cdot 10^{10} \text{ anni} \quad (9.2)$$

9.5.2 Tempo scala termico

Il **tempo scala termico** è il tempo scala che occorrerebbe ad una stella per irradiare tutta la sua energia se la sorgente di produzione (ossia le reazioni nucleari) venisse improvvisamente spenta. Il teorema del Viriale stabilisce che l'energia cinetica dovuta al moto termico delle particelle è pari a

$$2E_K + U = 0 \implies t_t = \frac{\frac{1}{2}G\frac{M_\star^2}{R_\star}}{L_\star} \quad (9.3)$$

Dato che, per il Sole, è $t_t \approx 2 \cdot 10^7$ anni, si può ricavare per una stella qualsiasi secondo

$$t_t = \frac{\left(\frac{M_\star}{M_\odot}\right)^2}{\frac{R_\star}{R_\odot} \cdot \frac{L_\star}{L_\odot}} \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ anni} \quad (9.4)$$

9.5.3 Tempo scala dinamico (o di freefall)

Il **tempo scala dinamico (o di freefall)** è il tempo che impiegherebbe la stella a collassare su sé stessa se la pressione che la sostiene cessasse del tutto. Si può stimare calcolando il tempo che una particella impiegherebbe a raggiungere il centro dalla superficie e corrisponde a metà del periodo ottenibile secondo la terza legge di Keplero se al semiasse maggiore dell'orbita si sostituisse mezzo raggio della stella:

$$\frac{\left(\frac{R_\star}{2}\right)^3}{(2t_d)^2} = \frac{GM_\star}{4\pi^2}$$

Dunque si ottiene che

$$t_d = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{R_\star^3}{2GM_\star}}$$

Per il Sole, il tempo dinamico è circa 30 minuti. Dato che la massa di una stella si esprime come

$$M_\star = \frac{4\pi}{3} \rho_\star R_\star^3$$

Si può esprimere il tempo dinamico

$$t_d = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_\star}} \quad (9.5)$$

9.6 Parametri che si ricavano dalle osservazioni

Dall'osservazione di una stella si riescono a ricavare diversi parametri

- **Distanza:** metodo diretto con misura della parallasse geometrica
- **Luminosità:** Nota la distanza, è possibile misurare il flusso f il quale, dopo essere stato opportunamente corretto per l'assorbimento interstellare, permette di ricavare la luminosità di una stella.

$$L = 4\pi d^2 f$$

- **Temperatura:** Determinando l'indice di colore, è possibile derivare la temperatura di colore secondo la seguente:

$$B - V = a + \frac{b}{T_c}$$

Se si assume che la stella emetta come un corpo nero, allora la sua temperatura efficace sarà uguale a quella di colore.

- **Raggio:** Con metodi interferometrici si ricava il diametro delle stelle, così come con le occultazioni lunari o con le binarie ad eclisse. Nota la luminosità e la temperatura efficace, invece, si ricava il raggio tramite

$$R_{\star} = \frac{L}{4\pi\sigma T_e^4}$$

- **Massa:** la massa delle stelle si può determinare solo studiando il moto di stelle doppie interagenti gravitazionalmente.
- **Rotazione:** la rotazione delle stelle si misura tramite l'effetto Doppler studiando l'allargamento dello spettro: se una stella gira in senso antiorario, allora la parte destra della stella avrà uno spostamento verso il rosso mentre la parte sinistra verso il blu.

Capitolo 10

Distanze cosmiche

10.1 Scala delle distanze cosmiche

La distanza degli oggetti astronomici è fra i parametri più importanti e difficili da misurare (forse il parametro più difficile). Non esiste, inoltre, un unico metodo per la misura delle distanze, ma si ricorre ad una successione di tecniche calibrate l'una sull'altra, nota come **scala delle distanze cosmiche**. Si suddividono i metodi per misurare le distanze in due categorie principali:

1. **Metodi diretti**: si basano sulle misure geometriche che non richiedono dunque stime sulla luminosità intrinseca. Il metodo diretto per eccellenza è la **parallasse trigonometrica** (o parallasse annua). Le incertezze di questi metodi dipendono principalmente dalla precisione strumentale.
2. **Metodi indiretti**: si basano su oggetti astrofisici o relazioni calibrate. Un esempio sono le **candele standard**, ossia le **Cefeidi** e le **Supernovae** I_a e le **relazioni dinamiche** (Tully - Fisher, Faber-Jackson). La distanza è derivata dunque da una misura osservabile e da un modello empirico o teorico che lega tale osservazione alla luminosità intrinseca.

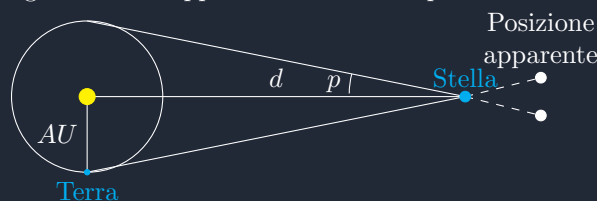
Si riassumono le caratteristiche delle due metodologie nella seguente tabella

	Misure dirette	Misure indirette
Tipologia di misura	geometriche	fotometriche o dinamiche (calibrazioni)
Dipendenza dai modelli	minima	elevata
Campo di applicazione	migliaia di parsec	intero universo
Incertezze principali	errore strumentale	sistematico, legato alla calibrazione

10.2 I metodi diretti: la parallasse annua

Il metodo della parallasse annua si basa sullo spostamento delle stelle nella volta celeste in riflesso allo spostamento terrestre intorno al Sole. Se le misure sono effettuate da Terra, questo metodo è affidabile fino a circa 30 parsec (ossia circa 100 anni luce). Se le misure sono effettuate dallo spazio, invece, è affidabile fino a circa 9 kiloparsec. Adesso si definisce propriamente cosa si intende con **parallasse**: essa è l'angolo sotteso p che si riferisce alla posizione apparente di una stella in due punti della Terra separati da una distanza nota (come l'orbita terrestre).

Figura 10.1: Rappresentazione della parallasse annua



$$\tan p = \frac{1 \text{ AU}}{d} \implies p = \arctan\left(\frac{1 \text{ AU}}{d}\right)$$

Per stelle che approssimano la distanza massima di validità di questo metodo, è possibile utilizzare la seguente approssimazione

$$p \approx \frac{1 \text{ AU}}{d}$$

Ottenendo dunque la distanza in unità astronomiche

$$d(AU) = \frac{206265}{p} \quad (10.1)$$

Dove d è la distanza in unità astronomiche e p è misurato in arco secondi. Si può definire il **Parsec** come la distanza alla quale un oggetto celeste mostra una parallasse annua di un arco secondo quando osservato con la parallasse annua:

$$d(pc) = \frac{1}{p}$$

Di conseguenza il parsec è un unità di misura spaziale che vale esattamente 206265 AU e, inoltre, misura la distanza percorsa dalla luce in 3.26 anni.

10.3 I metodi indiretti

10.3.1 Candele standard: Cefeidi

Le cefeidi sono **stelle pulsanti**, ossia delle stelle la cui luminosità varia in modo periodico. Occupano una posizione specifica nel diagramma HR fuori dalla sequenza principale in una fascia che prende il nome di **fascia di instabilità**. In questa fascia si trovano stelle che, a causa delle loro caratteristiche fisiche, sono soggette a pulsazioni periodiche (ossia variazioni periodiche della loro magnitudine). La distanza delle cefeidi si misura dal loro periodo di pulsazione (P) e dalla loro magnitudine apparente (m_λ). Inizialmente si conosce, dalle cefeidi più vicine, delle relazioni PL calibrate che legano la magnitudine alla pulsazione della stella utilizzando le bande V e I (in quanto sono quelle meno sensibili alla polvere interstellare, così come le bande J, H, K).

$$M_\lambda = a_\lambda \log P + b_\lambda$$

Dove a_λ e b_λ sono i parametri ricavati dalle Cefeidi locali tramite satelliti come Gaia o LMC. Attraverso la misurazione di P si ottiene M_λ . Per trovare sia P che m_λ si seguono i seguenti passaggi:

- Si acquisiscono dei dati fotometrici da cui si misura m_λ in funzione del tempo (si osserva la stella per circa 20 o 30 settimane).
- Si costruisce dunque la **curva di luce**, ossia m_λ in funzione del tempo a partire dai dati di osservazione (cercando sempre un picco ed un minimo).
- Si esegue un fit dei dati per trovare il periodo e la magnitudine apparente media $\langle m_\lambda \rangle$ (e relativa incertezza).
- Si corregge l'estinzione $E(B - V)$, ottenendo una magnitudine "corretta":

$$\langle m_\lambda \rangle^\circ = \langle m_\lambda \rangle - R_\lambda E(B - V)$$

Adesso, da $\langle m_\lambda \rangle^\circ$ e da M_λ si ottiene il **modulo di distanza**:

$$DM = \langle m_\lambda \rangle^\circ - M_\lambda \quad (10.2)$$

E dunque si ottiene la distanza in parsec secondo la seguente relazione

$$d = 10^{\frac{DM+5}{5}} \quad (10.3)$$

Di seguito si elencano le distanze minime raggiungibili da diversi strumenti con questa metodologia:

Strumento	m_{lim}	M_I tipica	distanza massima
Telescopio da Terra 2 - 4 m	21-22	-5	~ 3 Mpc
Hubble ST (ottico)	26-27	-5	~ 30 Mpc
JW ST (Infrarosso)	28-29	-5	~ 100 Mpc

La magnitudine limite si ricava come

$$m_{lim} - M_I = 5 \log d - 5 \quad (10.4)$$

In futuro l'Extremely Large Telescope, dovrebbe riuscire ad arrivare a magnitudini apparenti limiti di 30-31, con distanza massima di ~ 200 Mpc.

10.3.2 Candele standard: Supernovae I_a

Le **supernovae** di tipo I_a sono esplosioni termonucleari di nane bianche che si trovano in sistemi binari. Sono delle ottime candele standard in quanto la loro luminosità a picco è molto uniforme. Questa tipologia di supernovae si originano quando una nana bianca si accresce con i gas della stella compagna, arrivando oltre la massa limite di $M_{\max} \approx 1.4M_{\odot}$ (massa di Chandrasekhar). Quando la nana bianca esplode, libera un'energia di $\approx 10^{51}$ erg. Questa tipologia di oggetti celesti è molto più luminosa delle Cefeidi e sono visibili in galassie per cui esiste la misura di distanza con le Cefeidi (per eseguire la calibrazione). La più luminosa delle Cefeidi ha z_{\max} di circa 2.

Per poter eseguire il calcolo della distanza con questa tipologia di oggetti si utilizzano:

- Immagini fotometriche: si acquisiscono molte immagini (per esempio in banda B), per circa un mese e si costruisce una curva di luce da cui ci si calcola la magnitudine apparente in banda al picco ($m_B(t_{\max})$) e il **parametro di declino** Δm_B , definito come

$$\Delta m_B = m_B(t_{\max} + 15d) - m_B(t_{\max})$$

Dunque Δm_B misura di quanto scende la magnitudine nei 15 giorni dopo al picco.

- Legge di Philips: una relazione empirica che lega la magnitudine assoluta al picco M_B (in una data banda), al parametro di declino Δm_B . Applicando questa legge si ottiene

$$M_B = M_B^{\circ} + \gamma(\Delta m_B - 1.1)$$

Dove M_B° è il **valore di calibrazione** ottenuto dalle cefeidi (zero point a circa -19.3) e γ indica la pendenza empirica (~ 1.1 magnitudine per unità di Δm_B). Questi due parametri sono ricavati da supernovae locali a distanza nota (con metodo della parallasse o cefeidi) per definire le calibrazioni. La magnitudine apparente al picco $m_B(t_{\max})$ si corregge, inoltre, per l'estinzione ($E(B - V)$) e dal confronto con M_B si trova il DM :

$$DM = m_B^{\text{cor}}(t_{\max}) - M_B \quad (10.5)$$

E da qui la distanza secondo la relazione vista prima.

10.4 L'espansione dell'universo: la legge di Hubble

La legge di Hubble è una relazione lineare fra la distanza di un dato oggetto celeste ed il suo redshift (z). Il redshift, determinato come

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} = \frac{\lambda_o - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{\lambda_o}{\lambda_{em}} - 1$$

misura lo spostamento verso il rosso, ossia di quanto la radiazione osservata risulta spostata verso la banda rossa (se l'oggetto di cui stiamo facendo l'osservazione si allontana), oppure verso la banda blu (se l'oggetto si sta avvicinando). Ricorrendo alla relazione

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \implies 1 + z = \frac{\nu_{em}}{\nu_o}$$

Da qui si ottiene la **Legge di Hubble**:

$$\nu = H_0 d \quad (10.6)$$

Dunque l'effetto Doppler

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} = \frac{v}{c} = z \quad (10.7)$$

Adesso, dividendo per la velocità della luce i due membri della legge di Hubble si ottiene la relazione che lega la distanza al redshift:

$$d = \frac{c}{H_0} z \quad (10.8)$$

Dove $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Capitolo 11

Stelle binarie

11.1 Stelle binarie visuali e stelle binari ottiche

Dal momento che ciò che si vede nella volta celeste è una proiezione degli oggetti celesti, si potrebbe pensare che, quando due stelle sono vicine tra loro, esse siano delle stelle binarie, tuttavia questo non è il caso nella maggior parte delle volte. Si distinguono due tipi di stelle binarie: le binarie **visuali** (ossia che sono gravitazionalmente legate tra loro) e le binarie **ottiche**. Esistono anche sistemi multipli di stelle che sono gravitazionalmente legati tra loro. Le stelle singole, come il Sole, sono meno del 50 % del totale dei sistemi mentre i sistemi costituiti da almeno due stelle costituiscono la maggioranza e, solitamente, hanno una struttura gerarchica: una centrale attorno alla quale orbita una coppia di stelle oppure due coppie di stelle. Un esempio è Castore e Polluce, Castore è un sistema multiplo di almeno 6 stelle e Polluce è una stella singola, così come Mizar e Alcor.

11.2 Le binari visuali

Le stelle binarie visuali sono quelle stelle che presentano una separazione angolare maggiore di un decimo di arcosecondo (si possono dunque osservare solo con il telescopio). Il problema delle binarie visuali è determinarne l'orbita in quanto l'orbita del sistema è proiettata nel piano del cielo. Serve dunque la distanza del sistema binario e si ottiene la massa totale del sistema secondo la terza legge di Keplero. Si distinguono dunque due tipi di orbite

- **Orbita apparente:** è quella che si vede e misura dalla Terra ed è dunque la proiezione dell'orbita vera sul fondo del cielo. Questo piano bidimensionale sul quale si ha l'orbita visuale (e che è perpendicolare alla nostra linea di vista) prende il nome di **Piano del Cielo**.
- **Orbita reale:** è l'ellisse che la stella secondaria M_2 percorre attorno alla primaria M_1 , o, più correttamente, attorno al centro di massa, che giace su un piano nello spazio chiamato **Piano Orbitale**.

Il problema principale è che un'ellisse (orbita vera) proiettata su un piano inclinato appare comunque come un'ellisse, ma con forma e orientamento diversi da quella reale. Come possiamo ricostruire l'ellisse tridimensionale reale partendo dall'ellisse bidimensionale che si osserva? Per tracciare questa orbita, si raccolgono una coppia di dati (θ, ρ) , che descrivono gli angoli di posizione del sistema e le separazioni angolari della coppia, determinando a'' come il semiasse dell'orbita apparente e periodo P . Si può convertire in unità reali calcolando la distanza d della stella nel sistema ed il semiasse maggiore diventerà dunque

$$[AU]a = a'' \cdot d[pc]$$

Se si considera $s = d \cdot \theta$, come la **distanza lineare** in unità astronomiche, si può determinare l'angolo in radianti a partire dall'angolo in arcosecondi come

$$\theta(rad) = \text{arcosecondi} \cdot \frac{\pi}{648000}$$

da cui si ricava la parallasse.

Per quanto riguarda la determinazione dell'orbita vera, innanzitutto si trova la massa totale del sistema come

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2} [M_\odot] \quad (11.1)$$

Dove a è in unità astronomiche e P è in anni. Se poi si riesce a ricostruire le orbite delle singole stelle attorno al loro centro di massa, allora si ha che

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad (11.2)$$

Dove a_1 e a_2 sono i semiassi maggiori delle due orbite ellittiche attorno al centro di massa. La definizione del centro di massa del sistema è dato dalla seguente

$$\vec{r}_{CM} = \frac{M_1 \vec{r}_1 + M_2 \vec{r}_2}{M_1 + M_2} \quad (11.3)$$

dove \vec{r}_1 e \vec{r}_2 sono i vettori posizione delle due masse e P è il punto di equilibrio del sistema. Spostando il centro del sistema di riferimento in P si ha $\vec{r}_{CM} = 0$, dunque

$$\vec{r}_1 M_1 + \vec{r}_2 M_2 = 0 \implies M_1 r_1 = M_2 r_2$$

dove ora \vec{r}_1 e \vec{r}_2 sono misurati dal centro di massa. Entrambe le ellissi delle orbite delle due stelle condividono un fuoco comune (ossia il centro di massa). Dato che la relazione sopra vale sempre, essa vale anche quando si trovano ai periapsi e all'apoapsi (ossia punto più vicino e lontano, rispettivamente, di un'orbita ellittica, analogo al perielio e afelio o perigeo e apogeo). Dato che il semiasse maggiore è la somma dei semiasse a_1 e a_2 , e che vale

$$M_1 r_{1,apo} = M_2 r_{2,apo} \quad M_1 r_{1,per} = M_2 r_{2,per}$$

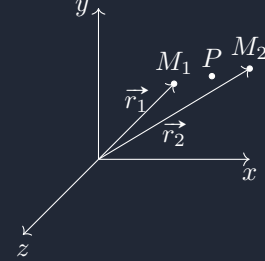
e che

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{r_2}{r_1} = \text{const}$$

Questo rapporto deve valere anche per i semiassi maggiori, dunque si ha la

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Figura 11.1: Il centro di massa di stelle binarie



11.2.1 I nodi

L'orbita della stella secondaria è un'ellisse chiusa. Muovendosi lungo la sua orbita, essa attraversa il piano del cielo in due punti specifici che, per definizione, si trovano sulla linea dei Nodi e dunque prendono il nome di **Nodi**:

- **Nodo Ascendente** (Ω): è il punto in cui la stella secondaria attraversa il piano del cielo allontanandosi all'osservatore. La sua velocità radiale (componente z della velocità) passa da negativa (verso di noi) a positiva (via da noi).
- **Nodo Discendente** (ω): è il punto in cui la stella secondaria attraversa il piano del cielo avvicinandosi all'osservatore. La sua velocità radiale passa da positiva a negativa.

Analogia utile: orbita della Luna attorno alla Terra. Il "Piano del Cielo" è l'eclittica (il piano orbitale della Terra). L'orbita della Luna è inclinata di circa 5° . I punti in cui l'orbita lunare interseca l'eclittica sono i nodi (e sono fondamentali per predire le eclissi!). Si definisce allora **linea dei nodi** come l'intersezione tra il piano orbitale di un corpo ed il piano di riferimento che, per le binarie visuali, è il piano del cielo. Questo segmento congiunge i nodi ascendente e discendente. La linea dei nodi è la linea di riferimento fondamentale per due dei sei elementi ($a, e, i, \Omega, \omega, T_0$) che descrivono l'orientamento dell'orbita:

1. **Inclinazione**: ossia l'angolo tra il piano orbitale e il piano del cielo. Ossia l'angolo tra la linea di vista e la normale al piano orbitale:
 - $i = 0^\circ$: orbita "face-on": l'orbita vera e apparente coincidono e la linea dei nodi è indefinita
 - $i = 90^\circ$: orbita "edge-on": le stelle si muovono avanti e indietro. Questo è il caso limite che dà origine alle **binarie ad eclissi**.
2. **Longitudine del Nodo Ascendente** (Ω): definisce l'orientamento della Linea dei Nodi sul piano del cielo. È un angolo misurato sul piano del cielo a partire da una direzione di riferimento (il Nord celeste) e, ruotando verso Est, fino a incontrare la direzione del Nodo Ascendente.

11.3 Binarie spettroscopiche

Quando le binarie visuali sono troppo vicine per poter essere distinte, anche dai telescopi ottici più potenti del mondo, l'unico modo per poter distinguere tali stelle è utilizzare uno spettroscopio. Nel caso in cui un oggetto osservato presenti uno spettro dalle variazioni periodiche dovuto all'effetto Doppler, si è in presenza di un sistema binario: la separazione delle righe spettrali è massima quando una delle due stelle si avvicina all'osservatore mentre l'altra è lontana. In questi sistemi binari, il periodo di variazione delle righe è legato al periodo orbitale delle stelle. Non si ricavano le orbite ma la velocità delle due stelle in funzione del tempo.

Se si assumesse delle orbite circolari,

$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad a = a_1 + a_2 \implies a_1 = \frac{a m_2}{m_1 + m_2}$$

Si ricava la **velocità orbitale vera**:

$$v_{1,0} = \frac{2\pi a_1}{P} \quad v \text{ orbitale vera} \quad (11.4)$$

Nelle misure si aggiunge un termine $\sin i$ che tiene conto dell'inclinazione dell'orbita (ottenuta ad fit rispetto ad un'orbita circolare):

$$v_1 = \frac{2\pi a_1}{P} \sin i$$

Allora

$$v_1 = \frac{2\pi}{P} \sin i \frac{a m_2}{m_1 + m_2} \quad a^3 = \frac{G(m_1 + m_2)P^2}{4\pi^2}$$

Per la terza legge di Keplero si arriva alla **funzione di massa**:

$$\frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v_1^3 P}{2\pi G} \quad (11.5)$$

Osservando v_1 per la stella primaria e P per la stella secondaria (che è di solito è debole). Se si riesce a osservare entrambi gli spostamenti di riga anche della stella secondaria, si conosce v_2 . Dunque

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

Considerando la definizione di centro di massa:

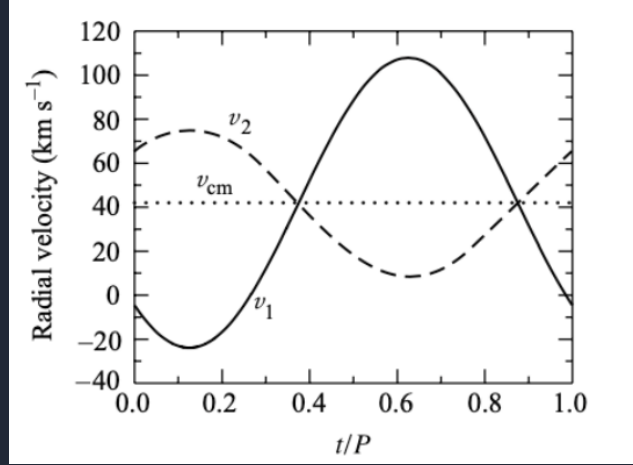
$$m_1 = \frac{m_2 v_2}{v_1}$$

Che, se sostituita nella funzione di massa, permette di avere

$$m_2 \sin^3 i \quad m_1 \sin^3 i$$

Allora le masse vere sono note a meno dell'inclinazione. Le orbite reali sono dunque delle ellissi e le relazioni sopra non sono utilizzabili anche si potrebbe ottenere come parametro **l'eccentricità**, ossia un parametro che permette di determinare quanto circolare è un'orbita (più è vicino ad 1 e più è circolare).

Figura 11.2: Velocità radiale delle stelle binarie



11.4 Binarie fotometriche

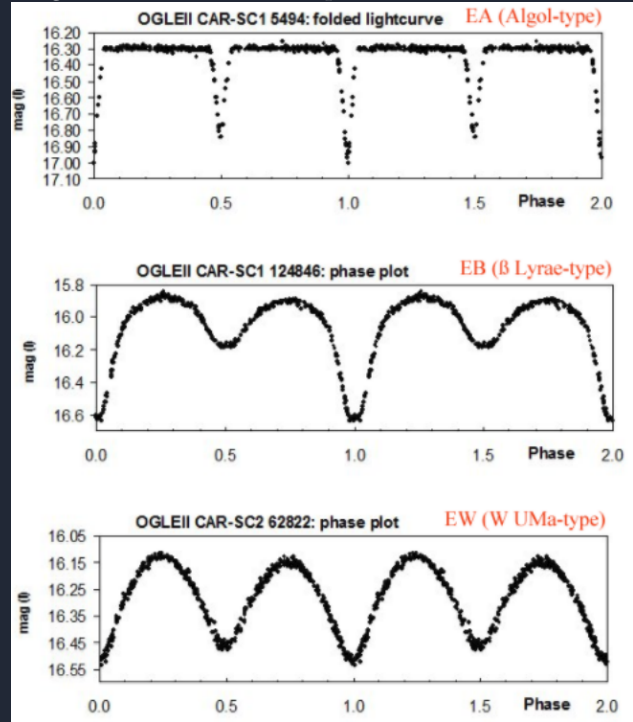
Sono delle stelle che mostrano variazioni periodiche della loro magnitudine, dovute al fatto che le due stelle passano l'una di fronte all'altra note come **variabili ad eclisse**, dunque l'inclinazione del sistema è prossima 90° e sono dunque le uniche stelle binarie di cui si è in grado di misurare l'inclinazione e dunque misurare con una buona precisione la massa. Si misura la **curva di luce**, ossia una variazione della magnitudine in funzione del tempo. Esistono tre tipologie di curve di luce:

- **Algol** (classiche): eclissi nette, si vedono dunque due minimi chiari nella curva di luce (uno più pronunciato rispetto all'altro).
- **β Lyrae**: tipologia di curve di luce in cui vi è un contatto leggero tra le due stelle, la forma delle due stelle diventa dunque quasi ellissoidale e la luce varia quasi continuamente.
- **W Ursa Majoris**: sistema binario a contatto in cui le curve di luce sono quasi sinusoidali.

I parametri che si possono ricavare dalla curva di luce sono i seguenti:

- **periodo orbitale**: distanza tra ripetizioni identiche nella curva;
- **profondità dell'ellisse primaria e secondaria**: ossia Δm_1 e Δm_2 determino i raggi stellari relativi $\frac{r_1}{a}$ e $\frac{r_2}{a}$ e l'inclinazione i .

Figura 11.3: I differenti tipi di binarie fotometriche



Capitolo 12

Esopianeti

12.1 Sistemi planetari

La nostra Galassia contiene 10^{11} stelle e circa $10^9 \sim 10^{10}$ stelle potrebbero far parte di un sistema planetario. Un sistema planetario consiste di diversi oggetti di natura non stellare in orbita attorno ad una stella o ad un sistema stellare. Dato che la **fascia abitabile** (ossia il range di orbite che supporta acqua liquida e atmosfera a temperature simili a quelle della Terra) è molto piccola, la ricerca di esopianeti (e dunque la vita) è una missione difficile poiché dipende dalla luminosità della stella e dal tipo spettrale della stella: stelle meno luminose avranno una zona abitabile molto vicina alla stella, mentre stelle più luminose avranno una zona abitabile molto più lontana dalla stella stessa.

12.2 Esopianeti

I pianeti che non appartengono al sistema solare, ossia che orbitano attorno a una stella diversa dal Sole, prendono il nome di **esopianeti** o **pianeti extrasolari**. Esistono diverse tipologie di esopianeti a seconda delle loro caratteristiche superficiali e a seconda delle loro dimensioni:

- **Hot Jupiter:** giganti gassosi molto caldi e vicini alla stella, con periodo orbitali minore di 10 giorni.
- **Super-Terre:** pianeti rocciosi con massa compresa tra le 1 e le 10 masse terrestri, spesso più grandi della Terra ma più piccoli di Nettuno.
- **Mini-Nettuni:** corpi con strati gassosi spessi attorno al nucleo roccioso o ghiacciato.
- **Pianeti terrestri:** analoghi alla Terra o a Marte, target primari per la ricerca di abitabilità.
- **Pianeti freddi e ghiacciati:** pianeti con orbite lontane, analoghi a Urano e Nettuno.

Al momento si sono riusciti ad osservare ben 5528 esopianeti confermati nella nostra galassia, di cui solamente 7 non sono classificati.

12.3 Tecniche di rilevamento degli esopianeti

Esistono 4 tipologie principali di rilevamento per gli esopianeti:

- **Astrometria:** rilevamento dello spostamento della stella sul piano del cielo causato dal moto orbitale indotto dal pianeta, efficiente per sistemi in cui il pianeta è grande quasi quanto la stella in orbite molto grandi. Il difetto di questo metodo è che, in questi sistemi, il pianeta richiede un tempo molto lungo per completare la sua orbita.
- **Doppler shift:** questo metodo utilizza l'effetto Doppler nella stella del sistema indotta dall'attrazione gravitazionale del pianeta, dipendendo dalle velocità radiali: l'entità dell'effetto Doppler permette di definire la massa del pianeta. Questo metodo è efficiente se i pianeti sono massicci ed orbitano vicino alla stella. (Nel caso del Sole e di Giove, il loro centro di massa giace poco fuori dal volume del Sole).
- **Transit:** tecnica basata sul monitoraggio della diminuzione di luminosità quando il pianeta passa davanti alla stella formando dunque una curva di luce. La diminuzione della luminosità della stella permette la determinazione del diametro del pianeta. Quando il pianeta transita davanti alla stella, alcuna della luce passa attraverso l'atmosfera del pianeta, rendendo possibile studiare la composizione

dell'atmosfera del pianeta. Quando il pianeta torna dietro la stella, la sua emissione di infrarossi è completamente oscurata. Studiando la riduzione della radiazione infrarossa si può determinare la temperatura del pianeta. Questa tecnica è possibile applicarla solo per meno dell'1 % dei pianeti in quanto richiede che l'inclinazione dell'orbita sia quasi 90° .

- **Immagine diretta:** isolamento della luce del pianeta separandola da quella della stella con tecniche di coronografia o ottica adattiva (si cerca di fare una foto al pianeta eliminando la radiazione della stella e cercando di isolare il pianeta).