Appunti di Ottica

Tommaso Miliani

17-11-25

Telescopi

1 Principio di funzionamento di un telescopio

Il telescopio è uno strumento ottico in grado di poter osservare degli oggetti molto lontani dall'occhio umano. Dato che se volessi un ingrandimento dell'angolo, dovrei avere che $f_1 > f_2$. I raggi di luce che vengono dalla sorgente luminosa hanno un certo angolo α rispetto all'asse ottico. Dunque, il raggio che viene dall'estremità della luna si proietta sul punto focale della lente del telescopio e dunque, con la seconda lente lente formerà un angolo $\beta > \alpha$, ottenendo così un ingrandimento dell'immagine stessa. La dimensione dell'immagine si esprime come

$$f_1 \tan\alpha = f_2 \tan\beta$$

Si conclude allora che

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\beta}{\alpha} > 1$$

E dunque sul mio occhio la Luna ha una dimensione maggiore rispetto a quando non utilizzo un telescopio.

2 L'effetto della diffrazione

Ci si deve immaginare che ci siano altri raggi che impattano sulla lente e che risultano deflessi di un certo angolo rispetto ai raggi che arrivano dalla sorgente luminosa che dipende dalla lunghezza d'onda. L'immagine in corrispondenza del fuoco primario della prima lente ha un allargamento (spread), a causa della diffrazione della prima lente pari a

$$\delta y_1 = f_1 \cdot \frac{\lambda}{D_1}$$

Tutti i dettagli dell'oggetto osservato non sono più definiti ma l'immagine tende dunque a sfocarsi. Posso pensare inoltre che esista anche uno spread angolare associato all'angolo che risulta sull'occhio:

$$\delta\beta_1 = f_1 \frac{\lambda}{D_1}\frac{1}{f_2}$$

E dunque ottengo che

$$\delta y_1 = f_2 \delta\beta_1 \tag{1}$$

Dunque sulla seconda lente

$$\delta\beta_2 = \frac{\lambda}{D_2}$$

Dunque posso ottenere l'effetto combinato delle due lenti sullo spread dei raggi luminosi come

$$\delta\beta = \frac{\lambda}{D_1}\frac{f_1}{f_2} + \frac{\lambda}{D_2}$$

Dove si è usato $\tan\beta_1 \approx \beta_1$ e $\tan\beta_2 \approx \beta_2$ secondo l'approssimazione parassiale. Inoltre posso trascurare il secondo termine dello spread su β in quanto è molto piccolo e considerare solamente il termine dovuto dal rapporto delle focali. Si ha inoltre che

$$f_1\delta\alpha = f_2\delta\beta \implies \delta\beta = \frac{f_1}{f_2}\delta\alpha = \frac{\lambda}{D_1}$$

Esperienza diffrazione

3 Scopo dell'Esperienza

Gli scopi dell'esperienza sono i seguenti:

- Verifica delle legge di una onda piana da una fenditura nel limite di campo lontano (legge di Fraunhofer);

$$I(\theta) = I_0 sinc^2 \left(\frac{KD}{2} \sin\theta \right)$$

4 L'apparato sperimentale

Il laser che si utilizza è un laser a $668,66 \pm 0.01$ nm che punta su di un filtro in assorbimento variabile. Dopo il filtro c'è una fenditura larga circa $30 - 40$ μm che è posta ad una distanza x rispetto al rilevatore. Ogni posizione y' sul rilevatore corrisponde ad un certo angolo θ per il seno cardinale. Nel limite di Fraunhofer, ossia quando $x >> D$, in più ci si mette nel limite in cui $x >> y'$ (che è possibile in quanto il rilevatore ha una dimensione di circa un centimetro). Dunque

$$\theta << 1 \implies \sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$$

Il rilevatore è composto da 1032×1032 pixel ognuno di una dimensione di $d \approx 5\mu m$. Ogni raggio di luce eccita gli elettroni dei led e dunque misurare l'intensità incidente in base alla quantità di elettroni incidenti. Dato che ogni pixel è in grado di restituire un valore di intensità al massimo di 2^8, bisogna regolare il filtro in modo tale che nessun led possa saturare; se i pixel saturassero, non riuscirei a determinare se l'intensità è effettivamente massima oppure il led arriva a saturazione troppo presto.
Si utilizza un programma in Mathematica per poter fittare il seno cardinale in funzione degli indici dei pixel. La coordinata y' di ogni pixel dipende dalla larghezza del pixel e dal suo indice. Dunque l'intensità diventerà la seguente funzione:

$$I(y') = I_0 sinc^2 \left(\frac{KD}{2} \sin\theta \right) = I_0 sinc^2 \left(\frac{KD}{2} \frac{d}{x} y \right)$$

Si introduce inoltre un parametro che mi possa centrare il seno cardinale proprio sull'asse che congiunge il centro del rilevatore e la sorgente del fascio di luce:

$$I(y') = I_0 sinc^2 \left(\frac{KD}{2} \sin\theta \right) = I_0 sinc^2 \left(\frac{KD}{2} \frac{d}{x} (y - y_0) \right)$$

Dal fit non lineare del profilo di intensità misurato con la CCD ricavo $B \pm \Delta B$, dove $B = \frac{KD}{2} \frac{d}{x}$. L'idea è ora confrontare tale misura con il valore teorico nel quale sostituisco i valori di k conoscendo λ e le loro incertezze. I dati da trovare sono dunque:

- $k \pm \Delta k$: si ricava conoscendo $\lambda \pm \Delta\lambda$;
- $D \pm \Delta D$: $\begin{cases} 40 \pm 2 \ \mu m \\ 30 \pm 2 \ \mu m \end{cases}$.
- $d = 5.20 \pm 0.01$ μm.
- $x \pm \Delta x$: si misura con il calibro.

Infine confronto i $B_i \pm \Delta B_i$ sperimentali ottenuti e li confronto con quello teorico verificando che siano consistenti per poter dimostrare la legge. I valori B_i sono tutti diversi ognuno per ogni riga di pixel poiché la fenditura non è perfetta, inoltre ogni valore dipende dalla posizione rispetto alla fenditura. Inoltre, se vi sono n fenditure con larghezza D, il seno cardinale presenterà anche un termine in funzione delle n fenditure spaziate di a:

$$I(\theta) = I_0 sinc^2 \left(\frac{KD}{2} \sin\theta \right) \frac{\sin^2\left(\frac{naK}{2} \sin\theta\right)}{n \sin^2\left(\frac{ka}{2} \sin\theta\right)}$$

E dunque

$$\frac{ka}{2} \sin\theta = m\pi \implies \sin\theta = \frac{2m\pi}{ka} \implies m\frac{\lambda}{a}$$

In corrispondenza di multipli interi di questa quantità si osservano i picchi dell'intensità.
Utilizzando dunque la CCD come un reticolo di diffrazione in riflessione, il singolo pixel è fatto di una parte in silicio che riflette la luce ed una parte che contorna il pixel che invece assorbe la luce. La distanza tra i pixel è quindi a_p e la larghezza della parte riflettente è D_p. Si vedrà dunque in riflessione il pattern dell'intensità sulla parete del laboratorio. Si può dunque stimare l'angolo di riflessione del primo ordine rifratto e di quello -1. Posso prendere la distanza sulla parete l tra i due ordini uno e meno uno e la distanza tra la parete e la CCD come L:

$$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{\frac{l}{2}}{L}$$

5 Seconda parte delle'esperienza: verifica della legge di diffrazione

Nella seconda parte dell'esperienza si verifica la legge di diffrazione di un'onda piana incidente su di un reticolo diffrazione. Misuro allora θ_i per valori diversi di λ_i ricavando a_i. Mi assicuro allora che i vari valori di a_i trovati siano consistenti tra di loro. Utilizzando una lampada a gas di Mercurio, si prende una cella di vetro all'interno della quale ci si mette un gas di interesse: ci si mette un catodo ed un anodo e ci si attacca un generatore ad alta tensione. Mediante degli impulsi ad alta tensione si eccitano gli elettroni degli gli atomi di Mercurio, i quali saltano da un orbitale all'alto emettendo dei fotoni che hanno energia

$$\Delta E = h\nu$$

In corrispondenza di un angolo più piccolo si avrà dunque una luce più violacea e, più cresce l'angolo, più la luce tenderà verso il rosso. Per ogni λ_i per lo spettro goniometro si va ad osservare un θ_i^+ ed un θ_i^-, per trovare dunque l'angolo per una data lunghezza d'onda si avrà

$$\theta = \frac{\theta_i^+ - \theta_i^-}{2} \implies \sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$$

Questa misura θ_i^+ e θ_i^- si fa perché, dato che la lettura è fatta con un crocefilo, vicino allo zero la luce è talmente intensa che il crocefilo non è visibile, dunque si osserva cosa accade a destra e a sinistra del laser per ottenere θ. Si ottiene le incertezza sia per θ_i^+ che per θ_i^-.