

# Appunti di Ottica

Tommaso Miliani

24-11-25

## Fine esperienza interferenza

### 1 Sorgente luminosa non monocromatica

Se si avesse una sorgente di luce non monocromatica, l'intensità in uscita dall'interferometro di Machelson è data dalla seguente (con le formule di bisezione):

$$I(\Delta L) = I_0 \sin^2 \left( \frac{\Delta L \omega_0}{c} \right)$$

E si riscrive nel modo più canonico:

$$I_0 \sin^2 \left( \pi \frac{\Delta L}{\frac{\lambda_0}{2}} \right)$$

L'uscita dipende dal seno al quadrato perché l'onda riflessa acquisisce un termine di fase negativo, dunque il campo elettrico, e di conseguenza l'intensità, sono zero. Per  $\Delta L \ll 1$  è come se la sorgente fosse monocromatica. Quando invece

$$\frac{\Delta L \Delta \omega}{c} \approx 1$$

Allora questa lunghezza  $l_c = \Delta L$  per cui è uguale ad uno prende il nome di lunghezza di coerenza: questa fa sì che il coseno sia molto piccolo e dunque si ottiene che l'ampiezza dell'oscillazione tende all'asintoto  $\frac{I_0}{2}$ . Dunque si sceglie questa lunghezza di coerenza in modo tale che

$$I(l_c) = \frac{I_0}{2} (1 + e^{-1})$$

Ossia che si trovi un massimo per la funzione. Per stimare la lunghezza di coerenza devo anche dare una stima per  $\Delta \omega$ : dunque si può relazionare questa grandezza con la lunghezza d'onda

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \implies \Delta \omega = \frac{\Delta \lambda \omega_0}{\lambda_0}$$

Allora

$$l_c = \frac{c \lambda_0}{\Delta \lambda} \frac{\lambda_0}{2 \pi c}$$

Ponendo  $\lambda_0 \approx 550 \text{ nm}$  e  $\Delta \lambda \approx 150 \text{ nm}$ , si ha che  $l_c \approx 350 \text{ nm}$ . È fondamentale non toccare lo specchio con la ceramica piezoelettrica in quanto se si sposta dalla condizione di  $\Delta L = 0$  non si vedrà più niente. Sperimentalmente per trovare  $l_c$ , si deve misurare  $\lambda_0$  e poi si utilizza il programma in Mathematica.

- Si ricava una traccia per  $I(\Delta L)$  attorno a  $\Delta L \approx 0$ .
- Si determina la lunghezza d'onda  $\lambda_0$
- Si identificano il numero di oscillazioni  $n$  affinché si ottenga il valore massimo dell'oscillazione sia da  $I_0$  a  $\frac{I_0}{2} (1 + e^{-1})$  e moltiplico per  $\frac{\lambda_0}{2}$  per trovare  $l_c$ .
- Si trova  $\Delta \lambda_0$  con la formula per la lunghezza di coerenza.

La luce è filtrata da un filtro verde in modo tale che la lunghezza d'onda sia centrata intorno a  $\lambda_0 \approx 552 \pm 2 \text{ nm}$  e che ha un intervallo di misura di circa  $\Delta \lambda \approx 5 \pm 2 \text{ nm}$ . In questo modo il rilevatore vede una lunghezza d'onda molto stretta e dunque la lunghezza di coerenza aumenta.

# Approfondimenti dell'ottica

## 2 Interferenza da film sottili

Consideriamo cosa succede ad un'onda piana che attraversa un sottile strato di materiale dielettrico a facce piane e parallele con indice di rifrazione  $n > 1$ .

### 2.1 Legge di Fresnel

La legge di Fresnel sulla riflessione e trasmissione ad una interfaccia stabilisce la quantità di luce riflessa e quella trasmessa:

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (1)$$

Questo coefficiente stabilisce che il campo riflesso e quello trasmesso è dato dalle seguenti relazioni

$$E_r = rE_{in} \quad E_t = tE_{in}$$

Già da qui si scopre che nel caso tipico Aria-Vetro, si scopre che  $r = -0.2$  e dunque si può quantificare l'intensità e le relazioni tra l'intensità riflessa e quella trasmessa:

$$I_r = 0.04I_{in}$$

Ossia si ha una riflessione dell'ordine del 4%. Posso dunque indicare con  $R$  il coefficiente di riflessione dell'intensità luminosa; per le regole di conservazione dell'energia  $T = 1 - R$ , dunque

$$I_T = TI_{in}$$

Allora posso dire che

$$T = 1 - R = 1 - r^2 \quad t = \sqrt{1 - r^2}$$

Ottenendo allora la relazione generale che lega il coefficiente di trasmissione a quello di riflessione: nel caso specifico, dato  $R = 0.04$ , allora si può dire che  $t = 0.98$ : dunque il campo elettrico trasmesso nel dielettrico è ben il 98% del campo totale.

### 2.2 Applicazione della legge di Fresnel

Preso l'interfaccia dielettrica con indice di rifrazione  $n_2$  immerso nell'aria, supponendo che i raggi di luce incidano con un angolo  $\theta \ll 1$ , sull'interfaccia aria-vetro si ha una prima riflessione e trasmissione: per cui si ottiene che una parte del fascio di luce viene trasmessa e una parte riflessa, così accade per tutti i fasci riflessi all'interno del vetro che provano ad uscire. Dunque, considerato che la luce che viene riflessa all'interno del vetro, devo aggiungere un ritardo di fase per tenere conto di questo cammino extra che è stato compiuto. Il cammino che compie in più il campo che esce dal vetro è dato da

$$l = 2 \frac{d}{\cos \theta'}$$

Il fascio rosso dunque ha modulo del campo:

$$-|r|E_0 \cos(kx - \omega t)$$

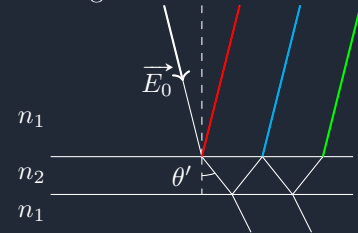
Il fascio rosso invece ha come modulo (dato dalla differenza del cammino):

$$E_0 t^2 r \cos \left( kx - \omega t + 2 \frac{kn_2 d}{\cos \theta'} \right)$$

Mentre il fascio verde è dato da

$$E_0 t^2 r^3 \cos \left( kx - \omega t + 4 \frac{kn_2 d}{\cos \theta'} \right)$$

Figura 1: Interfaccia



Dunque per studiare riflessione e trasmissione basterà studiare semplicemente i primi due fasci in quanto dal terzo in poi i contributi sono molto piccoli e dunque valgono i risultati che si sono ottenuti nell'interferometro di Machelson. Il motivo per il quale le bolle di sapone risultano colorate (dei colori dello spettro luminoso) è dato dal fatto che la luce che esce e rientra nel sapone genera interferenza. Tutte le volte che si usa un laser si deve considerare che ogni volta che il fascio di laser passa attraverso i componenti ottici si perde il 4% dell'intensità.

Per ovviare al problema si può depositare sulla superficie delle lenti un materiale dielettrico molto sottile con un indice di rifrazione  $n_1 > n_2$ , ossia maggiore dell'indice di rifrazione del vetro. Lo spessore del **coating** fatto da questo materiale dielettrico lo scelgo in modo tale che tra i due fasci riflessi ci sia interferenza distruttiva. Dunque l'intensità di luce che viene riflessa dopo che entra nel dielettrico (che deve essere in interferenza con quella inizialmente riflessa) è data da

$$I_r = I_0 t^4 r^6$$

E dunque si perde solamente lo 0.06% della luce.

### 2.3 Coating ad alta riflettività

Si considera un coating ad alta riflettività: si può sfruttare la legge di Snell, e di Fresnel e l'interferenza costruttiva in riflessione per creare specchi ad elevata riflettività. Si utilizzano film sottili alternati a vetro in modo tale che si possa sfruttare l'interferenza costruttiva. Si definiscono allora le proprietà dei seguenti raggi luminosi (quando ovviamente  $\theta \ll 1$ ):

1. Ha uno shift di  $\pi$  dovuto alla riflessione dovuta all'interfaccia aria-mezzo dielettrico con  $n_{aria} < n_d$ .
2. Il secondo raggio ha un ritardo di fase di  $\pi$  dovuto alla doppia propagazione all'interno del dielettrico di spessore di  $\frac{\lambda}{4n_1}$ .
3. Il terzo fascio ha un ritardo di fase di  $\pi$  rispetto al fascio 2 dovuto alla propagazione all'interno del film spesso  $\frac{\lambda}{4n_2}$  ed un ritardo di fase di  $\pi$  dovuto alla riflessione  $n_2 \rightarrow n_1$ .

Anche questo coating deve necessariamente essere utilizzato con una certa lunghezza d'onda e con un determinato angolo di incidenza.

Figura 2: Il coating delle lenti a bassa riflettività

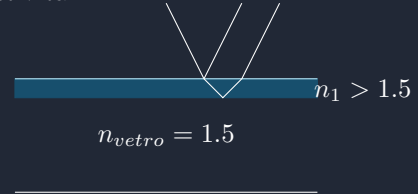


Figura 3: Coating ad alta riflettività

