

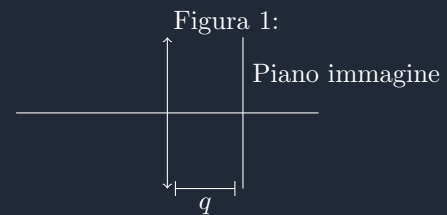
# Appunti di Ottica

Tommaso Miliani

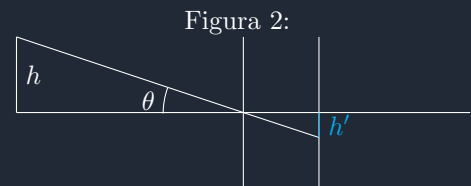
26-09-25

## 1 Funzionamento dell'occhio umano

L'occhio ha una forma sferica con un indice di rifrazione di circa  $n = 1.4$ . Sulla parte posteriore abbiamo la retina, ossia il rilevatore dell'occhio in grado di raccogliere la luce in entrata dal cristallino e poi trasferita al nostro cervello tramite il nervo ottico. Sulla retina si forma l'immagine che noi vediamo e dunque la retina è il piano immagine. Poiché non si riesce a cambiare la distanza  $q$  tra il cristallino e la retina, io posso mettere a fuoco piani sorgenti diversi utilizzando dei muscoli che contraggono il cristallino o lo rilassano e contribuisce per solo un terzo del potere convergente dell'occhio. Gli altri due terzi del potere convergente dell'occhio derivano dalla cornea posta davanti al cristallino ed immersa nell'humor acqueo mentre l'occhio è immerso nell'humor vitreo (ognuno con i suoi indici di rifrazione). La distanza  $q = 0.02m$ . E' l'analogo del sistema ottico in figura.



La distanza minima di messa a fuoco aumenta con l'età in quanto diminuisce la capacità di strizzare il cristallino da parte dei muscoli del cristallino: la distanza minima è di  $p_{min} \approx 0.3m$ . Un occhio sano riesce inoltre a mettere a fuoco fino ad una distanza  $p_{max} = +\infty$ . La distanza  $q$  dell'occhio è  $0.02m$ . La distanza focale dell'occhio è di  $0.02m$ , voglio vedere cosa succede alla focale dell'occhio quando si vuole osservare un oggetto alla distanza minima:



$$\frac{1}{f} = \frac{q+p}{pq} \implies f = \frac{pq}{p+q} \implies f \approx 19.2mm$$

Posso allora ricavare l'ingrandimento dell'occhio: più gli oggetti sono vicini e più sono grandi all'interno del nostro occhio.

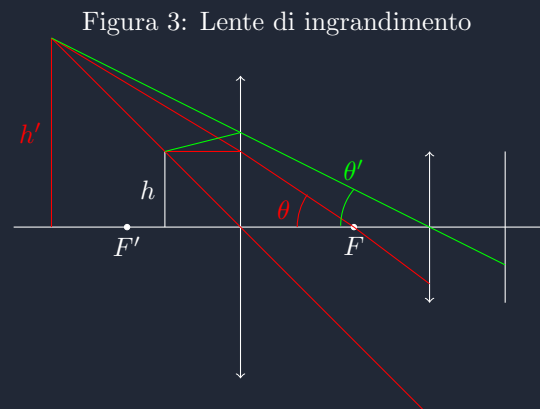
$$I = \frac{h'}{h} = -\frac{p}{q}$$

## 2 Lente di ingrandimento

Per poter allora ingrandire gli oggetti, si utilizzano delle lenti in grado di avere un potere di ingrandimento tale per cui si possa vedere meglio oggetti molto piccoli. Ponendo un oggetto prima della focale della lente, si osserva che i raggi luminosi dell'oggetto non si incontrano; l'oggetto apparirà quindi più grande quando arriva all'occhio umano ad una certa distanza  $d$ . Data la legge delle lenti sottili, con  $p < f$  allora sappiamo che

$$\frac{1}{q} = \frac{p-f}{fp} < 0$$

I raggi luminosi per l'occhio, appaiono come se si formino prima dell'oggetto stesso: l'occhio umano osserva allora la sorgente virtuale dell'immagine. Posso allora studiare l'angolo con cui l'immagine virtuale  $h'$  si intersechi con l'occhio umano anche se in realtà il raggio verde è generato dall'oggetto  $h$ . La



distanza dove si forma l'immagine virtuale adesso è proprio  $q$ ; voglio ora trovare l'angolo verde  $\theta'$ ; sappiamo che, in assenza della lente, l'oggetto con altezza  $h$  formerebbe un angolo

$$\tan \theta = \frac{h}{p+d}$$

Invece, l'angolo  $\theta'$  che si forma sarà dato da:

$$\tan \theta' = \frac{h'}{q+d} \quad q < 0 \quad (1)$$

Possiamo ora determinare quale sarà l'angolo più grande. Dall'espressione dell'ingrandimento possiamo ricavare  $h'$  in funzione della lente e di  $h$ :

$$\frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} = -\frac{pf}{p-f} \frac{1}{p} \implies h' = \frac{f}{f-p} h$$

Allora posso combinare le due espressioni della tangente per vedere quale è l'angolo più grande

$$\tan \theta' = \frac{f}{f-p} \frac{h}{q+d}$$

Posso allora riscrivere  $q$  attraverso le relazioni con  $f$  e  $p$  (ho invertito  $p-f$  con  $f-p$  a causa del segno di  $q$ ):

$$q = \frac{pf}{f-p} \implies \tan \theta' = \frac{f}{f-p} \frac{h}{\frac{pf+df-dp}{f-p}}$$

Allora posso confrontare le due espressioni direttamente:

$$\tan \theta = \frac{h}{p+d} \implies \tan \theta' = \frac{h}{p+d - \left(\frac{dp}{f}\right)}$$

Si ottiene allora che  $\theta' > \theta$  proprio perché il denominatore è più piccolo e allora l'immagine si ingrandisce.

### 3 Sistema di lenti

Si vuole dimostrare il comportamento di due lenti convergenti: l'ipotesi è che aumenti il potere convergente e che quindi il sistema di lenti si possa comportare come una unica lente con un potere convergente maggiore per cui la focale totale sarà la somma della focale. Tuttavia questa cosa è sbagliata in quanto il potere convergente è maggiore se la focale della lente è piccola: allora il potere convergente mi aspetto che sia direttamente proporzionale all'inverso della lente

$$\frac{1}{f} \approx \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Questo è dimostrabile a partire dall'applicazione della legge delle lenti sottili a tutto il sistema di lenti (così come si era fatto per l'occhio) e quindi vale per qualsiasi distanza  $d_{1,2}$  tra le due lenti.

$$d_{1,2} = q + p'$$

E quindi si ottiene

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (2)$$

Esperimento a lezione con 4 lenti:

$$\begin{aligned} f_1 &= 50mm \\ f_2 &= -100mm \\ f_3 &= 300mm \\ f_4 &= -500mm \end{aligned}$$

