Tommaso Miliani

Compito Novembre

1 Esercizio 1

1.1 Punto 1

Si può imporre la condizione di statica, ma si prova che le reazioni vincolari che agiscono sul blocco sono

$$m_1 g \cos\alpha \qquad m_2 g \cos\alpha$$

Si trova dunque F_a, imponendo dunque la condizione di attrito statico.

1.2 Punto 2

Si studiano tutte le componenti del sistema in modo indipendente, dunque si impostano le equazioni di moto per tutti i corpi del sistema, dunque i due gradi di libertà x_1 e x_2 si evolvono in modo indipendente ma il centro di massa ha un solo grado di libertà. A questo punto il centro di massa non si muove di moto uniformemente accelerato, anche se non sono in grado di dire che tipo di moto hanno i due corpi da soli. Il centro di massa compie dunque un moto armonico. Scrivere x_{cm} e scrivere allora in funzione di x_{cm} il moto di x_1 con due termini: uno dell'oscillazione del moto e si verifica anche che x_1 non riesce a salire. Trattare questo corpo come un corpo unico in modo tale che la molla non oscilli è un errore. I due gradi di libertà infatti possono essere scomposti in due gradi di libertà indipendenti tra di loro: la stessa cosa accade anche alla variabiel Δ e si risolvono dopo in modo scollegato i due e infine si unisce il risultato.

1.3 Punto 3

Nel sistema di riferimento il blocco M si vuole fisso

2 Esercizio 2

2.1 Punto 1

Se si ignora il corpo di sotto che trasla, i due rulli fanno rotolamento puro rispetto alla tavola sopra, e dunque con la formula di rotolamento puro, il punto di contatto sulla tavola che scorre sotto ha velocità doppia, e dunque istantaneamente il punto di contatto è fisso e dunque la velocità della sbarretta è esattamente due volte la velocità del centro di massa del disco. Si trova dunque

$$V_E = 2R\omega \qquad V_A = V_B = R\omega$$

2.2 Punto 2

Si studia il moto capendo le condizioni iniziali:

$$x_C(0) = x_C(A) = \frac{L}{2}$$

SI scrive dunque l'energia in funzione al pezzo che scende, alla sbarretta che trasla e la rotazione dei due dischi (l'energia del centro di masssa no è inclusa in quanto la sto calcolando rispetto ad un polo fisso). Trovata la x di equilibrio che coincide con E derivando l'energia meccanica, si utilizzano le condizioni iniziali: integrando le espressioni della velocità si ottengono le condizioni per le quali durante l'oscillazione si abbia velocità massima per A imponendo che A non vada mai oltre il punto E.

$$x_A \geq x_E \qquad x = x_{MAX}$$

Se lo spostamento è massimo, tutto ritorna allo stato di quiete e si poteva ugualiare l'energia potenenziale iniziale a quella finale.

2.3 Punto 3

IL modulo finale della velocità dei rulli si trova attraverso la soluzione del moto armonico semplice, dunque facendo i conti si ha che

$$\omega = \frac{2}{5}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Infine il

$$t = \frac{5}{4}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

2.4 Punto 4

In funzione del tempo le tensioni si trovano attraverso le forze che agiscono sulle tavole superiori: ossia le forze di tensione, la reazione vincolare dei due dischi e la forza di attrito che permette il rotolamento e la forza peso. Dato che sono vincoli unilateri, i loro moduli devono essere positivi: si studia dunque le due forze di attrito:

$$T = f_A + f_B \qquad T > 0 \begin{cases} T_C = 0 \\ T_D = |T| \end{cases} \qquad T < 0 \begin{cases} T_C = |T| \\ T_D = 0 \end{cases}$$

Ossia sono i due casi in cui una delle due tira e l'altra no (ossia sono impercettibilmente tese solamente per tenere ferma la tavola sopra). Sui singoli dischi adesso agiscono: le forze peso e quelle di attrito.

2.5 Punto 5

La condizione di non strisciamento deriva esattamente dalla condizione di rotolamento puro sui dischi:

$$F_{A_1} = \frac{3}{4} m R \dot{\omega}$$

Le due $\vec{N}$ dei dischi non sono uguali e sono dirette verso il basso rispetto ai punti di contatti. Studiando l'equazione cardinale della tavola sopra:

$$\overrightarrow{N_A} + \overrightarrow{N_B} = M\vec{g}$$

Per capire se sono diversi si studiano i moemnti rispetto ad un polo qualsiasi imponendo la condizione di non rotolamento: dato che un disco si avvicina e l'altro si allontana, le due reazioni vincolari devono necessariamente essere diverse