Fisica (BANCHI)

Tommaso Miliani

13-03-25

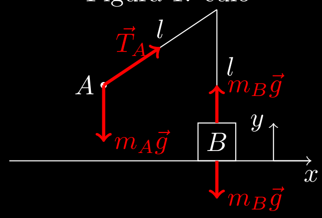
1 Esercizi banchi

1.1 Esercizio su moodle (DPM)

Presi due punti materiali e con l'approssimazione che il filo è teso e che i due oggetti appesi sono due punti materiali, si assume anche che B sia in quiete e che A parta da fermo quando $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Posto il sistema di riferimento, allora posso misurare l'accelerazione con un sistema di riferimento ideale e il filo inizialmente uguale e potrebbe scorrere (si assume quindi un solo grado di libertà dicendo che B è in quitee e che il filo non scorra). Studiando B si ottiene la relazione:

Figura 1: culo



$$\vec{T}_B + \vec{N} + m_b\vec{g} = 0$$

Studiano invece A, il quale si muove all'istante zero e quindi posso dier:

$$m_A\vec{a}_A = m_A\vec{g} + \vec{T}_A$$

Ora dato che A si muove, la sua traiettoria sarà una parabola e quindi posso dire dall'equazione vettoriale devo capire quando si alza: con la schematizzazione del problema posso dire che B si alza quando A inizia a muoversi, definiti allora i versori di A, posso dire che la proiezione lungo $\hat{n}$ è dato da:

$$-m_Al\dot{\theta}^2 = m_Ag\cos\theta - T_A$$

ALlora posso dire che:

$$T_A = m_Ag\cos\theta + m_Al\dot{\theta}^2$$

E quindi

$$N = m_Bg - T_B \geq 0$$

E allora posso riscrovere, dato che la velocitià di A posso esprimerla come $l\dot{\theta}$,

$$m_A(g\cos\theta + \frac{v_A^2}{l}) \leq m_Bg$$

DAto che tutte le forze sono conservative, allora posso utilizzare la conservazione dell'energia meccanica anche perché c'è solo un vincolo:

$$E = \frac{1}{2}m_Av_A^2 + m_Agy_A$$

Allora essendo che tutta questa per deginizione è una costatne, allora devo eguagliarla all'energia al tempo zero:

$$E_i = E(v_A = 0, y_A = l) \Rightarrow = m_Agl$$

Imponendo le due uguaglianze ottengo:

$$v_A^2 = 2g(l - y_A)$$

Sostituendo la velocità nella formula trovata prima posso ottenere, posto

$$\Delta y = l - y_A = l\cos\theta \geq 0$$

Da qui trovo il coseno di teta e quindi Sostituendo tutto nell'espressione sopra

$$m_A(\frac{\Delta y}{l} + 2\frac{\Delta y}{l}) \leq m_B$$

Allora ottengo l'espressione per il delta y come:

$$\Delta y_{max} = \frac{m_B l}{3m_A}$$

Ossia il valore massimo oltre il quale la masssa B inizia ad alzarsi e quindi fa scorrere il filo.

1.2 Esercizio di esame febbraio 2021

DAto il testo (che si spera l'utente abbia letto) si fanno le seguenti assunzioni: essendo la guida fissa, essa è descritta dall'equazione $y = kx^2$, avendo a che fare con un punto materiale non essendoci attrito, ho anche a che fare con un vincolo bilatero, e ho un SDR inerziale poiché la guida non si sposta ed è fissa. Quello che posso fare è scrivere le forze in gioco e la reazione vincolare della guida. Per ipotesi di mancanza di attrito so anche che N è ortogonale alla traiettoria. Tutte le forze sono conservative e quindi l'energia meccanic si conserva ed il vincolo è bilatero

Figura 2: IMMAGINE IDS DS MDOOODLE DE D

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - mgy = const = 0.$$

Allora posso ricavare la velocitià:

$$v = \sqrt{2gy}$$

Essendo $y = kx^2$, la y finale, ossia quella priam che tocchi terra è qurlla della x massima e quindi la x_{MAX} è semplicemente L e allora

$$v_F = \sqrt{2gkL^2}$$

PUNTO B:

Mentre $\vec{N}_x$ è concorde con l'asse di riferimento, allora il segno di $\vec{N}_y$ non lo è e per come abbiamo scelto il sistema di riferimento non è possibile che sia concorde. DAto che la guida può solo spingere ma non tirare, allora

$$\vec{N}_x, \vec{N}_y \geq 0$$

Ora

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Che posso proiettare lungo la direzione x ed y ed ottengo che

$$N_x = m\dot{x}$$
$$mg - m\dot{y} = N_y$$

DAto che si hanno due gradi di libertà, dobbiamo utilizzare delle approssimazioni: fin tanto che il corpo è attaccato alla guida allora questo soddisfa le equazioni della guida:

$$\vec{r} = P - O = x\hat{i} + kx^2\hat{j}$$

Derivando, si ottiene l'eqauzione della velocitià:

$$\vec{v} = \dot{x}\hat{i} + 2kx\dot{x}\hat{j}$$

Derivando ancora:

$$\vec{a} = \ddot{x}\hat{i} + 2k(\dot{x}^2 + x\ddot{x})\hat{j}$$

Il secondo metodo è utilizzare l'energia meccanica:

$$v^2 = 2gy$$

Sostituendo la relaszione ottenuta preimac di v:

$$v^2 = \dot{x}^2(1 + 4k^2x^2) = 2gkx^2$$

Allora:

$$\dot{x}^2 = \frac{2gkx^2}{1 + 4k^2x^2}$$

METODO ALTERNATIVO:
COnsiderato che $\vec{N}_y$ e $\vec{N}_x$ non sono più generici e io so che N deve essere ortogonale alla traiettoria: allora se vado a disegnare la traiettoria, avrò un versore tangente ed un versore invece ortogonale ad $\hat{u}_t$:

$$\vec{N} \cdot \hat{u}_C = 0$$
$$\vec{N} \cdot \vec{v} = 0$$

Sostituendo quelle equzioni della velocitià allora posso ottenere:

$$N_x\dot{x} - N_y 2kx\dot{x} = \dot{x}(N_x - 2kxN_y)$$

Ci sono allora due soluzioni per questa equazione:

$$N_x = 2kxN_y \quad e \quad x = 0$$

Da l'equazione:

$$\begin{cases} N_x = m\ddot{x} \\ N_Y = m(g - \ddot{y}) \end{cases}$$
$$\ddot{x} = \frac{N_x}{m} = \frac{2kxN_y}{m}$$

Sostituendo all'interno della equzione per N_y allora:

$$mg - N_y = m2k(\dot{x} + \frac{2kxN_y}{m})$$

SO anche che:

$$\dot{x}^2 = \frac{2gkx^2}{1 + 4k^2x^2}$$

ALlora sostituendo e raccogliendo N_y:

$$N_y(1 + 4k^2x^2) = mg(1 - \frac{4k^2x^2}{1 + 4k^2x^2})$$

E allora:

$$N_y = \frac{mg}{(1 + 4k^2x^2)^2}$$

E allora non si stacca mai dalla guida.

Figura 3: fdas