

... terminata l'analisi del pendolo fisico in moto IDEALE, cominciamo ad affrontare l'altro fenomeno fisico che avevamo in progetto di prendere in esame, come "complicazione" rispetto al caso del pendolo SEMPLICE in moto IDEALE, cioè lo

PRESENZA DI FORZE D'ATTRITO che possono agire sul sistema fisico.

- * Realisticamente, osserviamo nel moto del Pendolo in LAB. una lenta ma progressiva diminuzione dell'ampiezza angolare ϕ dell'oscillazione col crescere del numero di oscillazioni compiute dal rilascio del pendolo \Rightarrow per quanto di "piccola rilevanza" sono infatti presenti forze d'attrito che agiscono sul sistema nella situazione reale \Rightarrow gli effetti di questi attriti si manifestano in modo OSSERVABILE sull'ampiezza angolare ϕ dell'oscillazione, attraverso il progressivo e lento SMORZAMENTO dell'oscillazione stessa.

\Rightarrow Se $n =$ numero di oscillazioni compiute dal pendolo DAL SUO RILASCIO, osserveremo che

$$\phi_0 = \phi_0(n), \text{ con } \phi_0(n) \text{ DECRESCENTE col CRESCERE di } n.$$

- * RIPARTENDO DALLA SCHEMATIZZAZIONE DI PENDOLO SEMPLICE, RILASCIEREMO LA SOLA IPOTESI DI "MOTO IDEALE", mantenendo tutte le altre valide, per cercare di

- DEFINIRE UNA NUOVA SCHEMATIZZAZIONE del problema fisico CHE INCLUDA GLI EFFETTI DELLE FORZE D'ATTRITO,
- RICAVARE, da questa, una RELAZIONE FUNZIONALE che definisce $\phi_0 = \phi_0(n)$,
- sulla base della relazione ottenuta per $\phi_0 = \phi_0(n)$, OPERARE UN'ANALISI Sperimentale e QUANTITATIVA del fenomeno "SMORZAMENTO DELLE OSCILLAZIONI", che è l'oggetto della parte finale e OZIONALE dell'esperienza in LAB.



→ da questa analisi sperimentale saremo in grado di quantificare gli effetti degli attriti presenti nel MOTO REALE del NOSTRO PENDOLO IN LABORATORIO e attraverso la nuova Schematizzazione ottenuta, che determina un PENDOLO SEMPLICE IN MOTO "REALE", potremo valutare se nella nostra configurazione Sperimentare l'adozione della schematizzazione di pendolo SEMPLICE IN MOTO IDEALE per interpretare le misure È EFFETTIVAMENTE ADEGUATA e CORRETTA

→ in ultima analisi, la DOMANDA FONDAMENTALE E' : pur osservando una diminuzione MISURABILE dell'ampiezza angolare ϕ col crescere di t dal rilascio (svuotamento dovuto alla progressiva azione dissipativa degli attriti di piccola entità, ma comunque presenti ...), IL PERIODO NEL LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI T_0 , che abbiamo misurato indirettamente (dalle nostre misure di periodo per oscillazioni di ampiezza generica) basandoci sulla SCHEMATIZZAZIONE DI PENDOLO SEMPLICE IDEALE, È EFFETTIVAMENTE CORRETTO ?

OVVERO: NELLA "NUOVA" SCHEMATIZZAZIONE DI PENDOLO SEMPLICE "REALE", CHE INCLUSA UNA DESCRIZIONE DEGLI ATTRITI DI PICCOLA ENTITÀ CHE AGISCONO SUL PENDOLO, il PERIODO NEL LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI rimane INFLUENZATO E VARIATO "significativamente" (rispetto a quanto previsto dalla schematizzazione di pend. semp. in moto IDEALE) dalla presenza e dall'azione di forze d'attrito come quelle che agiscono sul sistema in laboratorio ?

⇒ SE, COSTRUENDOMI UN ERRORE DI SCHEMATIZZAZIONE RELATIVO

$$\left(\frac{\delta T_0}{T_0} \right)_{\text{schem.}} = \left| \frac{T_0' - T_0}{T_0} \right|$$

(dove T_0' indica il periodo nel limite P.O. previsto nel CASO "REALE"),

riuscirò a verificare che l'effetto sul periodo nel limite P.O. è tale che

$$\left(\frac{\delta T_0}{T_0} \right)_{\text{schem.}} \ll \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} \right)_{\text{esperim.}}$$

ALLORA ... →

- $T'_0 \approx T_0 \Rightarrow$ il periodo T'_0 NON differisce da T_0 , previsto nel CASO IDEALE, in modo "significativo" PER LA NOSTRA CONFIGURAZIONE Sperimentale e l'EFFETTO della presenza di altri (valutabile anche quantitativamente dalle nostre misure sullo smorzamento delle oscillazioni in LAB.) sul periodo NEL LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI è PER IL NOSTRO SISTEMA TRASCURABILE, PUR ESSENDO OSSERVABILE SULL'AMPIZZA ANGOLARE DELLE OSCILLAZIONI....

e

- IN QUESTO CASO, la nostra stima del periodo T_0 sulla base della schematizzazione di PENDOLO SEMPLICE e IDEALE È RAPPRESENTATIVA E CORRETTA rispetto alle incertezze di misura che caratterizzano la nostra esperienza $\Rightarrow (T_0)_{mis} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$
- e
- la nostra misura di g , basata sulla relazione
- $$g = \frac{4\pi^2 l}{T_0^2}$$
- È ugualmente CORRETTA.

→ procedendo nella nostra analisi vedremo che sarà così!

⇒ PENDOLO SEMPLICE E IDEALE come rappresentazione CORRETTA E ADEGUATA PER LA MISURA DI g , nella nostra configurazione sperimentale.

⇒ MA, per arrivare a questa conclusione, vediamo come procedere ⇒

① COME DESCRIVERE LE FORZE D'ATTRITO

* possibili forme d'attrito : $\left\{ \begin{array}{l} * \text{ resistenza viscosa dell'aria} \\ * \text{ attriti al sistema ("punto") di Sospensione} \end{array} \right.$

* Sia la rilevanza che la descrizione delle forze d'attrito dipendendo dalla specifica realizzazione del pendolo e la rappresentazione delle forze d'attrito è in generale piuttosto complessa, se si entra nel dettaglio
⇒ il NOSTRO SCOPO è dare di queste forze una schematizzazione sufficientemente semplice da consentire di studiarne le conseguenze sul moto REALE del pendolo.

⇒ ad esempio, come possiamo rappresentare la RESISTENZA VISCAJA DELL'ARIA, come FLUIDO in cui il pendolo si muove ? ↓

fenomeno complesso nel dettaglio, la cui rappresentazione SEMPLIFICANDO AL MASSIMO, dipende :

- * dalle caratteristiche del fluido (per noi ARIA) in cui il corpo si muove (... densità, viscosità...)
- * dalle dimensioni e dalle caratteristiche geometriche del corpo in moto
- ** ... e, date le caratteristiche sopra menzionate, dalla VELOCITÀ del corpo in moto nel fluido.



⇒ SEMPRE SEMPLIFICANDO AL MASSIMO una materia ben più complessa, date le caratteristiche sopra specificate, si possono identificare 2 REGIMI LIMITE per i e fenomeno, distinti da un "valore caratteristico" della velocità, individuato qui con

$$N_{car} = N_{car}(\text{fluido, geometria, dimensioni corpo}),$$

tale che

* per $N >> N_{car} \Rightarrow$ l'attrito si esplica in un REGIME "VORTICOSO" ⇒ attrito generato dal fluido sul corpo prevalentemente tramite la formazione di VORTICI nello scia del corpo in moto ⇒ in questo caso si può schematicamente rappresentare le forze di attrito come $|F_a| \propto N^2$
(verso opposto a quello di \vec{v})
⇒ descrizione completa del moto

* per $N < N_{car} \Rightarrow$ REGIME LAMINARE ⇒ attrito esercitato da strati (lamine) di fluido che "scorrono" a diretto contatto col corpo ⇒ forza d'attrito descrivibile come

$$|F_a| \propto N$$

(sempre opposta in verso rispetto a \vec{v})

⇒ descrizione del problema "Semplificata".

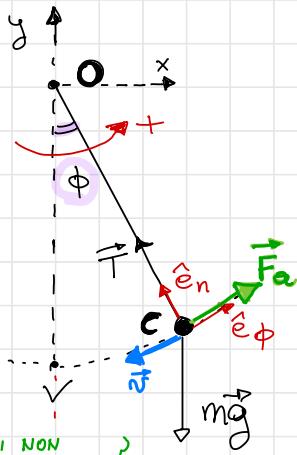
⇒ ai nostri scopi e per semplificare delle schematizzazioni, sceglieremo di rappresentare TUTTE le eventuali componenti d'attrito riassumendole in una forza

$$\vec{F}_a = -b\vec{v}$$

dove b è un coefficiente che "riassume" in sé tutte le caratteristiche delle forze d'attrito in gioco. $[b] = \left[\frac{F}{N} \right] = \left[m t^{-1} \right]$

2) EQUAZIONE DI MOTO PER IL PENDOLO SEMPLICE IN MOTO "REALE"

NON IDEALE!



- torniamo all'equazione che esprime il II principio delle dinamiche per il punto materiale C, aggiungendo alle forze agenti su C anche la forza d'attrito

$$\vec{F}_a = -b \vec{v} = -b \omega \dot{\phi} \hat{e}_\phi$$

col \hat{e}_ϕ versore della direzione tangenziale al moto (traiettoria = arco di circonferenza)

$$\Rightarrow \vec{F}_a + \vec{T} + \vec{m g} = \vec{m a}$$

\Rightarrow poiché il punto materiale C è vincolato a muoversi su un arco di circonferenza, ancora una volta di punto equazione vettoriale ci interessa la componente lungo la DIREZIONE TANGENZIALE (direzione del moto) \Rightarrow

$$-b l \ddot{\phi} - m g \sin \phi = m l \ddot{\phi}$$

$$ml \ddot{\phi} + bl \ddot{\phi} + mg \sin \phi = 0 \Rightarrow$$

(diviso per)
 ml

$$\ddot{\phi} + \frac{b}{m} \dot{\phi} + \frac{g}{l} \sin \phi = 0$$

$$\vec{v} = v \hat{e}_\phi = (l \dot{\phi}) \hat{e}_\phi$$

$$\alpha_\phi = l \ddot{\phi}$$

$$\vec{g} \cdot \hat{e}_\phi = -g \sin \phi$$

\Rightarrow in questa forma generale, valeva per oscillazioni di幅度 generica anche questa equazione (EQUAZIONE DI MOTO PER IL PENDOLO SEMPLICE IN MOTO "REALE")

NON È RISOLUBILE ANALITICAMENTE in modo semplice

\Rightarrow ma, anche in questo caso, esiste un LIMITE in cui l'equazione di moto si LINEARIZZA E HA UNA RISOLUZIONE ANALITICA "semplice" . . . \Rightarrow

3) LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI

- in modo del tutto analogo al caso del pendolo semplice in moto ideale periodico, anche per le presenti caso di moto NON IDEALE, definire le LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI come il caso in cui le oscillazioni sono di ampiezza ϕ sufficientemente piccola da consentire, per ogni valore delle coordinate angolari ϕ attorno del pendolo nella sua traiettoria di rappresentare

$$\sin \phi \approx \phi \Rightarrow$$

L'equazione di moto diventa così

e, ponendo $\frac{g}{l} = \omega_0^2$

$$\ddot{\phi} + \frac{b}{m} \dot{\phi} + \frac{g}{l} \phi = 0$$

($\omega_0 = \frac{g\pi}{l}$: frequenza angolare nel limite delle piccole oscill. per il CASO IDEALE)

si può riscrivere come

$$\ddot{\phi} + \frac{b}{m} \dot{\phi} + \omega_0^2 \phi = 0$$

\Rightarrow In questo LIMITE, l'equazione di moto è diventata una equazione differenziale del II ordine lineare, omogenea e a coefficienti costanti \Rightarrow RISOLVIBILE ANALITICAMENTE

\Rightarrow proveremo studiando le LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI, perché

* alle nostre misure di periodo come $T=T(\phi_0)$, abbiamo stimato parlando dalla determinazione di $T_0 \pm \Delta T_0$ (a partire dai $T(\phi_0)$ misurati) utilizzando le relazioni funzionali della schematizzazione di PENDOLO SEMPLICE in MOTO IDEALE \Rightarrow DUNQUE, DETERMINARE IL PERIODO NEL LIMITE DELLE PICCOLE OSCILLAZIONI NEL CASO DI MOTO REALE $= T_0'$ sarà importante per confrontarlo col T_0 del caso IDEALE e verificare se la nostra scelta di descrivere le misure di periodo in LAB. sulla base del "PENDOLO SEMPLICE IDEALE" è CORRETTA

* potremo ricavare la relazione $\phi_0 = \phi_0(n)$ che descrive lo SMORZAMENTO delle oscillazioni NEL LIMITE P.O., MA ...



→ Con una integrazione numerica dell'equazione nella sua forma generale ($\ddot{\phi} + \frac{b}{m} \dot{\phi} + \omega_0^2 \sin\phi = 0$), si può dimostrare che, fintantoché gli effetti degli attriti sono "di piccola entità", la stessa relazione formale $\phi_0 = \phi_0(n)$ (che descrive la diminuzione dell'ampiezza angolare col crescere del numero n di oscillazioni compiute dal pendolo dal suo rilascio) ottenuta nello studio del moto nel limite delle piccole oscillazioni vale per descrivere l'andamento di ϕ con n anche nel caso di oscillazioni di ampiezza generica, che corrisponde alla nostra situazione sperimentale

→ potremo quindi descrivere il fenomeno dello smorzamento che osserveremo in lab. basandoci su una legge per $\phi_0 = \phi_0(n)$ che è la stessa che ricaveremmo dallo studio del loro limite di p.o. !! studio non fine a se stesso

→ RISOLVIAMO L'EQUAZIONE DI MOTO