

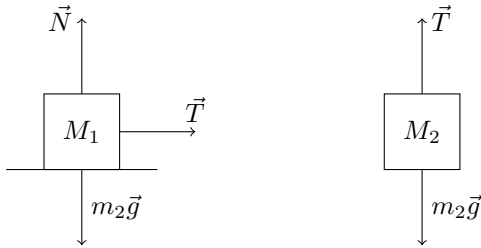
Fisica

Tommaso Miliani

16-12-24

1 Dinamica di Fletcher

Per lo studio di questo sistema prima di tutto si individua un sistema di riferimento inerziale: in questo caso si centra le assi del nostro sistema di riferimento nel primo oggetto. Così si può approssimare il sistema di riferimento come se fosse inerziale e solidale con la Terra entro certe approssimazioni. Disegniamo ora lo schema delle forze che agiscono sui corpi.



A questo punto possiamo impostare il sistema con tutte le forze e si ottiene per il primo corpo (considerato che non si ha attrito ed il suo sistema di riferimento considerato prima del blocco stesso):

$$\begin{cases} \vec{N} = N\vec{j} \\ m_1\vec{g} = -m_1g\vec{j} \\ \vec{T} = T\vec{i} \end{cases}$$
$$\vec{N} + m_1\vec{g} + \vec{T} = m_1\vec{a}_1$$
$$\begin{cases} (y) & N - m_1g = 0 \\ (x) & T = m_1\ddot{x}_1 \end{cases}$$
$$N = m_1g$$
$$T = m_1\ddot{x}_1$$

Adesso si scrive lo schema delle forze per quanto riguarda il secondo corpo con il sistema di riferimento sotto la carrucola:

$$\begin{cases} \vec{T}' = -T'\vec{j} \\ m_2\vec{g} = m_2g\vec{j} \end{cases}$$
$$\vec{T}' + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2$$
$$-T' + m_2g = m_2\ddot{x}_2$$

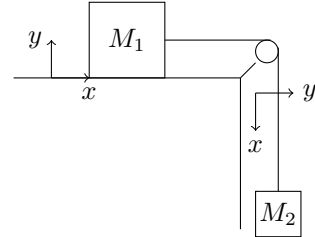
A questo punto si fanno delle assunzioni per risolvere il problema: prima di tutto il filo è ideale (non si estende né si deforma); inoltre ho considerato le tensioni come se fossero uguali e da questo si ottiene che:

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$$
$$|\vec{T}| = |\vec{T}'|$$
$$T = T'$$

Imposto ora il sistema tra le tensioni ottenendo:

$$\begin{cases} T = m_1\ddot{x}_1 \\ -T + m_2g = m_2\ddot{x}_1 \end{cases}$$

Figura 1: Dinamica di due corpi ed una carrucola.



Sommando si ottiene:

$$m_2 g = (m_1 + m_2) \ddot{x}_1$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Questo ci torna poiché l'inerzia è la somma delle masse e la forza che agisce su questo oggetto è solo la forza peso del secondo oggetto. Se ora tolgo m_1 allora m_2 è in caduta libera. Altrimenti se non ci fosse m_2 allora $\ddot{x}_1 = 0$ Si ottiene allora la tensione moltiplicando per m_1 :

$$T = m_1 \ddot{x}_1 = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

Adesso integriamo quella di prima:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} t + a \\ x_1 &= \frac{m_2 g}{2(m_1 + m_2)} t^2 + at + b \end{aligned}$$

La posizione fisicamente è descritta con queste formule ma sono io che decido dove mettere l'origine degli assi cartesiani e se io decido che l'origine di essi è dove si trovava m_1 al tempo $t = 0$ allora $b = 0$ altrimenti b diventa la distanza dall'origine della massa al tempo $t = 0$.

2 Il filo ideale (NON COMPLETO)

Il concetto di filo ideale in fisica presuppone che: applicata una forza da entrambe le parti del filo di pari intensità allora non si ha alcuna deformazione. Nel caso del filo da solo allora, assumendo:

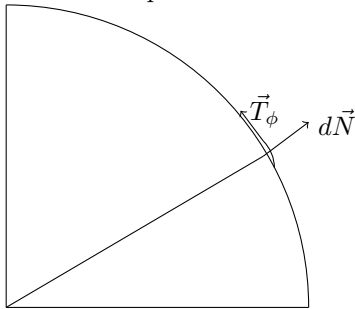
$$m_{filo} \sim 0 \quad \vec{T} + \vec{T}' = m_{filo} \vec{a} = 0$$

Figura 2: Filo ideale



Nel caso della dinamica di Fletcher invece si ha che lo stesso filo ideale e le stesse tensioni hanno però somma diversa

da zero in quanto la carrucola riesce in qualche modo ad "agire" sul filo con una forza diversa da zero



Dal punto di vista fisico il sistema si esprime quindi con le seguenti:

$$d\vec{N} + \vec{T}_\phi + \vec{T}'_\phi = m_{filo} \vec{a} \sim 0 \left\{ dN - T_\phi \sin\left(\frac{d\phi}{2}\right) - T_\phi \right.$$

3 Macchina di Atwood

La macchina di Atwood è forse una delle macchine più importanti della fisica classica poiché è riuscita a dare una spiegazione al secondo principio della dinamica. Se siamo nel piano si hanno 2 gradi di libertà e complessivamente se ne hanno quattro in quanto si ha anche la possibilità di oscillare. Il filo in questo caso si appoggia per metà giro della carrucola. Attraverso un'accorta preparazione dell'esperimento si possono ridurre a due eliminando i gradi di libertà. Utilizziamo inoltre un filo ideale e quindi le posizioni delle masse sono legate in modo tale che il filo possa scendere dalla parte della massa più grande riducendo il grado di libertà a 1.

$$\begin{aligned}
1: \quad & \vec{T} + m_1 \vec{g} = m_2 \vec{a}_1 \\
2: \quad & \vec{T}' + m_2 \vec{g} = m_1 \vec{a}_2 \\
\left\{ \begin{array}{l} T - m_2 g = m_2 \ddot{y}_1 \\ T' - m_1 g = m_1 \ddot{y}_2 \end{array} \right. \\
\text{Posto } T = T' \wedge \ddot{y}_2 = -\ddot{y}_1
\end{aligned}$$

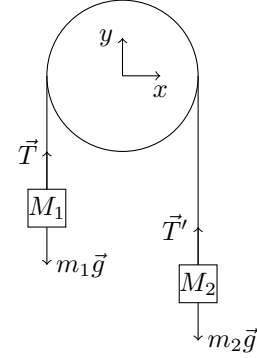
$$\boxed{\ddot{y}_1 = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}} \quad (3)$$

Posto $m_2 \gg m_1$ allora $\ddot{y}_1 = g$. Se invece $m_1 \gg m_2$ allora $\ddot{y}_1 = -g$. Troviamo ora la tensione:

$$T = m_1 g + m_1 \ddot{y}_1 \Rightarrow$$

$$\boxed{T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g} \quad (4)$$

Figura 3: Macchina di Atwood



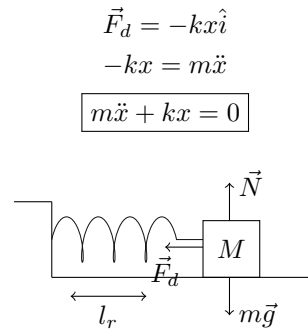
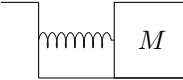
4 La molla ideale

Una molla ha una posizione di riposo e quando essa si trova in quella posizione allora non esercita forze. Dallo schema la forza della molla è come segue:

$$\vec{F} = -k(x - l_r)\hat{i} \quad (5)$$

La Molla tende ad esercitare una forza che è la fa tornare sempre alla posizione di riposo. Lo schema delle forze del sistema si rappresenta come segue, ponendo il sistema di riferimento inerziale proprio nel punto in cui la molla è a riposo. Dal punto di vista delle forze quindi:

Figura 4: La molla ideale



Ossia l'equazione del moto armonico. Questa equazione differenziale del secondo ordine omogenea non è integrabile facilmente, comunque si ottiene:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} + \frac{k}{m}x &= 0, \text{ posto } \omega^2 = \frac{k}{m} \\
\ddot{x} + \omega^2 x &= 0
\end{aligned}$$

Quindi diventa:

$$\begin{aligned}
x &= A \cos(\omega t + \phi) \\
\dot{x} &= -A \sin(\omega t + \phi) \omega \\
\ddot{x} &= -A \cos(\omega t + \phi) \omega^2 \\
-A \cos(\omega t + \phi) \omega^2 + \omega^2 A \cos(\omega t + \phi) &= 0
\end{aligned}$$