

# Fisica

Tommaso Miliani

2/12/24

## 1 Corpo rigido

All'interno di un sistema di punti che ha un vincolo di rigidità la distanza tra i punti che lo costituiscono è costante nel tempo.

Qualsiasi punto del corpo rigido ha una velocità che è uguale a quella di un altro punto del corpo rigido.

$$\vec{v}_r = \vec{v}_o + \vec{\omega} \times (P - O)$$

$$\vec{v}_{p1} + \vec{v}_p 2 = \vec{\omega} \times (P_i - P_l)$$

Quando  $\vec{V}_p = \vec{V}_o$  allora il moto è rettilineo uniforme ed il corpo trasla senza ruotare.

Nel caso in cui ci sia un O fissato,  $\omega \neq 0$  allora diventa:

$$\vec{V}_p = \vec{\omega} \times (P - O)$$

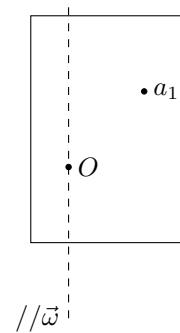
Considerato un asse parallelo non passante per  $\omega$  e parallelo ad  $\omega$  e passante per O; tutti i punti che si trovano sull'asse hanno  $\vec{V}_p = 0$  e quindi non saranno soggetti ad alcuna rotazione.

$$d\phi = \frac{d\phi}{\rho} = \frac{|\vec{a}_1|dt}{d_1}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \phi = \frac{|\vec{V}_{a1}|}{d_1} = \frac{|\vec{\omega}|d_1}{d_1}$$

$$\text{con } |\vec{v}_{a1}| = |\vec{\omega}| \cdot d_1$$

Figura 1: Corpo rigido



Quando  $\vec{\omega}$  è costante in una direzione allora è di rotazione  
Mentre quando  $\vec{\omega}$  non è costante in una direzione è di rotazione  
accelerata (?)

Se invece  $\vec{V}_O \neq 0 \wedge \vec{\omega} \neq 0$  allora si parla di moto rototraslatorio

$$\vec{V}_p = \vec{V}_O + \vec{\omega} \times (P - O)$$

Questo punto O che ho scelto potrà avere sempre una componente della velocità parallela ed una ortogonale ad  $\vec{\omega}$ . Questo si esprime come segue

$$\vec{V}_O = \vec{V}_{O//} + \vec{V}_{O\perp}$$

$$\vec{V}_{O//} \parallel \vec{\omega}$$

$$\vec{V}_{\perp} \perp \vec{\omega}$$

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{O//} + \vec{V}_{O\perp} + \vec{\omega} \times (P - O)$$

Preso dunque un qualsiasi punto A, si sostituisce e sviluppa nella seguente maniera:

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{O//} + \vec{\omega} \times (P - A)$$

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{O//} + \vec{\omega} \times ((P - O) + (O - A))$$

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{O//} + \vec{\omega} \times (P - O) + \vec{\omega} \times (O - A)$$

Devo quindi trovare questo punto A tale che:  $\vec{V}_{O\perp} = \vec{\omega} \times (O - A)$

A questo punto dall'figura si evince che:

$$\vec{V}_a = \vec{V}_{O//} + \vec{\omega} \times (A - A) = \vec{V}_{O//} \vec{V}_p = \vec{V}_a + \vec{\omega} \times (P - A)$$

Ricavando un moto che vale sempre nella rototraslazione generale

## 2 Moto di rotolamento puro

E' il moto di rotazione di una ruota su di una strada, oppure un corpo rigido su un altro corpo rigido che fa una rototraslazione ma il corpo rimane a contatto senza ulteriori definizioni si parla di moto di rotolamento generico o rotolamento puro o senza strisciamento. Quando si ha solo moto di rotazione senza velocità traslazionale allora la ruota rimane a contatto col pavimento e si ha rotolamento puro.

$$\vec{V}_q = \vec{V}_M = 0$$

$\vec{Q}$  costante alla ruota

$M$  costante alla strada

A questo punto i vettori sono

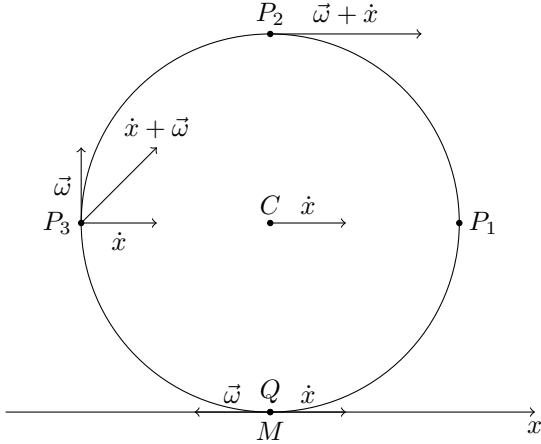
$$\vec{V}_p = \vec{V}_c + \vec{\omega} \times (P - C)$$

$$\vec{V}_c = \dot{x}_c \hat{i}$$

$$\vec{\omega} = \omega \hat{j} = \dot{\phi} \hat{j}$$

$$\vec{V}_p = \dot{x}_c \hat{i} + \dot{\phi} \hat{j} \times (P - C)$$

Per le traslazioni un corpo rigido ha due gradi di libertà mentre per ruotare ha un grado di libertà e quindi in totale nel piano ha ben 3 gradi di libertà. Essendo però  $C$  vincolata allora trasla e ruota e quindi i gradi di libertà si riducono a due. Abbiamo però anche il vincolo che la ruota gira dalla stessa parte. Quindi:



$$\vec{V}_Q = \dot{x}_c \hat{i} + \dot{\phi} \hat{j} \times (Q - C)$$

$$(Q - C) = -R \hat{k}$$

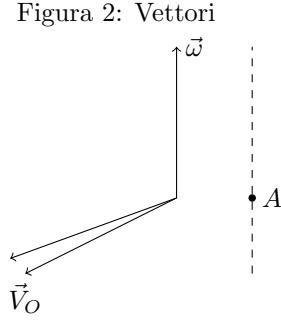
$$\vec{V}_Q = \dot{x}_c \hat{i} + \dot{\phi} \hat{j} \times (-R \hat{k})$$

$$\vec{V}_Q \dot{x}_c \hat{i} + (-R \dot{\phi} \hat{i}) = 0$$

$$\dot{x}_c - R \dot{\phi} = 0$$

$$\dot{x}_c = R \dot{\phi}$$

Quindi esiste solo un grado di libertà. La parte a contatto della ruota col terreno è immobile ed ha un asse che cambia nel tempo ma rimane sempre parallelo a sé stesso ed ad omega. Il punto al vertice esegue un moto chiamato



*cicloide* ossia si ha che le coordinate di  $P_2$  nel sistema di rif. scelto si ha che le sue coordinate variano secondo:

$$\begin{cases} x_p = x_i + \mu R \sin \phi \\ z_p = z_c + \mu R \cos \phi \end{cases}$$

*Ossia*

$$\begin{cases} x_p = R\phi + \mu R \sin \phi \\ z_p = R + \mu R \cos \phi \end{cases}$$

### 3 Forza e definizione operativa

Si introduce un dinamometro: una molla collegata ad un estremo fissato ed una scala graduata a fianco che misura la deformazione della molla dovuta dall'azione di una forza.

Per dare una definizione operativa devo dire quando due grandezze sono uguali e come si sommano.  $F_1$  e  $F_2$  sono uguali se producono la stessa deformazione della molla (che sia allungamento o accorciamento). Dal momento che la forza ha una direzione (quella della molla) e un verso ossia quello che determina l'accorciamento o l'allungamento. Se io ho due forze, per far sì che queste siano vettori io dico che la loro somma è un'altra forza che produce una deformazione sulla molla pari alla somma delle loro deformazioni.