Appunti astronomia

Tommaso Miliani

17-09-25

1 Sfera celeste

1.1 Il cielo come proiezione

Gli astri delle costellazioni e gli altri corpi hanno tutti distanze diverse ma a noi appaiono proiettati su di una superficie: dalle tre coordinate per individuare un astro ne bastano quindi due. La Terra, ruotando sul proprio asse, fa si che ruoti il cielo intorno e quindi le stelle visibili di notte: tutti i pianeti e le stelle ruotano attorno al polo Nord celeste, che non è altro che il prolungamento del polo nord terrestre sulla sfera celeste. Dato che si tratta di una superficie sferica, otteniamo le coordinate degli oggetti attraverso gli angoli: servono allora due cerchi per determinare da dove considerare gli angoli.
Tutti gli astri sorgono da Est e tramontano ad Ovest: tuttavia con la latitudine può cambiare l'osservazione dei corpi celesti: in particolar modo cambia l'altezza del Sole. Si può tuttavia utilizzare come riferimento la stella Polare in quanto il polo Nord celeste è molto vicino a quella stella; si utilizza anche la proiezione dell'equatore sulla sfera celeste chiamato **equatore celeste**.
Si hanno dunque due tipi di sistemi di coordinate astronomici: sistemi locali e assoluti. Per passare ad un sistema di coordinate assoluti io utilizzo l'equatore celeste o l'eclittica in quanto non dipende dalla latitudine; si utilizza anche il sistema delle stelle fisse che ci permette di ottenere le coordinate di un astro rispetto ad una stella fissa nel cielo (ossia una stella il cui moto proprio è veramente molto piccolo).

1.2 Sistemi di coordinate

1.2.1 Sistema orizzontale

Il sistema di coordinate più immediato e quello più naturale è il sistema di coordinate locale che ci consente di ottenere le coordinate di un oggetto attraverso due coordinate:

- Azimut: coordinate rispetto all'asse Sud-Nord: ossia la differenza angolare rispetto al Nord ($0 \sim 360°$)
- Altezza: coordinata rispetto all'orizzonte ($-90 \sim 90°$).

1.2.2 Sistema equatoriale relativo

Si utilizza l'inclinazione dell'asse terrestre costante rispetto alle stelle fisse, utilizzando il meridiano locale. E' un sistema di coordinate solidale con la Terra e ci permette di definire due coordinate (è ancora locale perché dipende da dove sono sulla Terra):

- Declinazione δ: Ossia l'angolo tra l'oggetto e l'equatore celeste che diventa il cerchio fondamentale della sfera celeste;
- Angolo orario h: si misura in ore e ci indica proprio lo spostamento rispetto al meridiano locale celeste (ottenuto con il prolungamento del meridiano sulla sfera celeste) .

1.2.3 Sistema equatoriale assoluto

Questo sistema di coordinate è definito a partire da due coordinate ma a differenza di quello relativo, questo è fisso rispetto alle stelle fisse e permette di avere le stesse coordinate per un oggetto a prescindere dalla posizione sulla superficie terrestre.

- Declinazione δ: Ossia la differenza angolare rispetto al cerchio fondamentale (ossia l'equatore celeste);
- Ascensione retta α: ossia la declinazione angolare rispetto al meridiano di Greenwich sulla sfera celeste.

Si può ottenere il **tempo siderale locale**: ossia il il tempo siderale è il tempo che impiega la Terra a compiere un giro completo rispetto alle stelle (che è circa 3 min e 56 secondi più veloce del giorno solare a cui siamo abituati).

$$\Theta = h_\gamma = h + \alpha \tag{1}$$

Con questo, possiamo ottenere le coordinate equatoriali assolute conoscendo il nostro angolo orario e viceversa.

1.2.4 Sistema eclitticale

In questo sistema di coordinate il cerchio fondamentale è l'Eclittica, ossia il piano dell'orbita terrestre ed il cerchio di riferimento è il cerchio meridiano passante per i poli e i punti equinoziali. Come coordinate si utilizzano le seguenti:

- **Latitudine eclittica** β: ossia l'angolo rispetto all'eclittica;
- **Longitudine eclittica** γ: ossia la longitudine rispetto al punto di contatto tra l'equatore celeste e l'eclittica (ossia rispetto all'equinozio di primavera).

1.2.5 Il sistema galattico

Per studiare corpi nella galassia si utilizzano le coordinate locali rispetto al Sole e come piano fondamentale quello galattico e il piano rispetto al quale determino la longitudine galattica utilizzo la congiungente Sole Centro della Galassia.

2 Trigonometria sferica

2.1 Triangoli sferici e prime definizioni della trigonometria sferica

IMMGINE GROSSA Un triangolo sferico ABC è formato da tre archi appartenenti a tre cerchi massimi. Se r è il raggio della sfera, allora si ha che l'arco $|AB| = r\theta$. Possiamo trovare l'area del triangolo sferico che è proporzionale al suo eccesso sferico che è sempre diverso da zero ed è diverso per ogni triangolo. L'**eccesso sferico** è la differenza tra la somma dei tre angoli interni del triangolo e l'angolo piatto. Se le ampiezze degli angoli sono α, β, γ, allora l'eccesso sferico sarà

$$E = \alpha + \beta + \gamma - \pi \tag{2}$$

L'area di iun triangolo sferico è allora

$$A = Er^2 \tag{3}$$

2.2 Coordinate sferiche e trasformazioni

IMMAGINE Se ruotiamo due sistemi cartesiani di un certo angolo χ, mantenendo invariata la x in modo tale che $x = x'$.

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y\cos\chi + z\sin\chi \\ z' = -y\sin\chi + z\cos\chi \end{cases}$$

Possiamo allora passare alle coordinate sferiche nel seguente modo:

$$\begin{aligned} x &= \cos\psi\cos\theta & \qquad x' &= \cos\psi'\cos\theta' \\ y &= \sin\psi\cos\theta & \qquad y' &= \sin\psi'\cos\theta' \\ z &= \sin\theta & \qquad z' &= \sin\theta' \end{aligned}$$

A questo punto si possono ottenere le seguenti relazioni risolvendo utilizzando le relazioni che si sono viste fino ad ora

$$\begin{aligned} \cos\phi'\cos\theta &= \cos\psi\cos\theta \\ \sin\psi'\cos\phi' &= \sin\psi\cos\theta\cos\chi + \sin\theta\sin\chi \\ \sin\theta' &= -\sin\psi\cos\theta\sin\chi + \sin\theta\cos\psi \end{aligned}$$

IMMAGINE Si possono allora applicare le coordinate nelle espressioni del triangolo sferico. Considerando il seguente sistema di riferimento nell'immagine, posso trovare le seguenti relazioni per gli angoli ψ, θ, χ:

$$\psi = \alpha - 90^\circ \qquad \theta = 90^\circ - b \qquad \chi = c$$
$$\psi' = 90^\circ - \beta \qquad \theta' = 90^\circ - a$$

Si ottiene allora dalla trigonometria (nell'assunzione secondo la quale il raggio della sfera sia molto grande):

$$\begin{aligned} \sin\beta \sin a &= \sin\alpha \sin b \\ \cos\beta \sin a &= -\cos\alpha \sin b \cos c + \cos b \sin c \\ \cos a &= \cos\alpha \sin b \sin c + \cos b \cos c \end{aligned}$$

Da qui posso utilizzare la regola sei seni per ottenere le seguenti relazioni

$$\frac{\sin a}{\sin\alpha} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin\gamma}$$

2.3 Il triangolo nautico : da equatoriale relativo a orizzontale

IMMAGINE

Il triangolo nautico serve per trasformare le coordinate equatoriali relative nel sistema orizzontale. Oppure si possono utilizzare lòe trasformazioni inclinando di un angolo negativo : qui S equatoriale, S' è il sistema orizzontale.

$$\psi = 90^\circ - h \qquad \theta = \delta$$
$$\psi' = 90^\circ - \alpha \qquad \theta' = a$$
$$\chi = -(90^\circ - \phi)$$

Impostati ora gli angoli , posso ricavare mediante il sistema di riferimento delle coordinate sferiche mediante le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \sin\alpha \cos a &= \sin h \cos\delta \\ \cos\alpha \cos a &= \cos h \cos\delta \sin\phi - \sin\delta \cos\phi \\ \sin a &= \cos h \cos\delta \cos\phi + \sin\delta \sin\phi \end{aligned}$$

2.4 Il tempo siderale: da equatoriale assoluto a relativo

IMMAGINE Per trasformare le coordinate equatoriali assolute, ossia la posizione di un astro dal catalogo o dalle effemeridi. La posizione da catalogo indica la posizione di uh astro secondo i cataloghi stellari ad una certa ora e giorno dell'anno mentre la posizione di un astro dalle effemeridi è la posizione di un astro tramite il giorno giuliano e il tempo siderale alla mezzanotte di Greenwich. Nel sistema orizzontale serve il tempo siderale (TS locale) ovvero l'angolo orario del punto γ:

$$\Theta = h_\gamma = h + \alpha \tag{4}$$

Puntando verso un astro di riferimento con un telescopio dotato di montatura equatoriale posso leggere h sul disco orario e ricavare allora TS in quell'istante. Altrimenti servirebbe un orologio specifico più rapido di circa 3min e 56 secondi rispetto a quelli standard.

2.5 Culminazione, levata e tramonto degli astri

Ci poniamo al meridiano di Greenwich (per cui $h = \alpha = 0$). L'altezza massima raggiunta da un astro si troverà come

$$a_{max} = 90^\circ - \phi + \delta \implies z_{min} = \phi - \delta \tag{5}$$

L'altezza massima è anche chiamate culminazione superiore o transito di un astro; un astro risulta **circumpolare** (ossia rimane sempre sopra l'orizzonte) per una data latitudine se

$$\delta > 90^\circ - \phi$$

Sempre nella terza relazione possiamo porre $a = 0$ l'angolo orario di levata e tramonto di un astro si ricava da:

$$\cos h = -\tan\delta \tan\phi \tag{6}$$

2.6 Variazioni di coordinate

Esistono molti motivi per cui le stelle possono cambiare nel tempo le loro coordinate. Il primo è il loro moto proprio, dato che su tempi lunghi non esistono vere stelle fisse. Scomponendo la velocità in tangenziale e radiale, solo la velocità tangenziale porta a variazioni di coordinate celesti, mentre la componente radiale è misurabile tramite effetto Doppler (più preciso). Il satellite Gaia sta mappando un miliardo di stelle con precisione di 20 micro secondi d'arco (distanze e moti propri).
L'asse terrestre in realtà non è fisso: a causa della non-sfericità della Terra si ha un moto di precessione con periodo di 26 mila anni. Il punto d'Ariete si sposta in modo retrogrado sull'eclittica, con incremento delle longitudini galattiche di 50"/anno (precessione degli equinozi). Differenziando le trasformazioni tra i due sistemi eclitticale ed equatoriale assoluto:

$$d\delta = d\gamma \sin\epsilon \cos\alpha$$
$$d\alpha = d\gamma(\sin\epsilon \sin\alpha \tan\delta + \cos\epsilon)$$

Ulteriori correzioni che coinvolgono pure l'angolo di inclinazione sono dovute alla Luna (nutazione, periodo di 18.6 anni), di entità minore e spesso trascurate. Il moto di rivoluzione terrestre provoca l'aberrazione (velocità finita della luce, max 21", solo 0.3" per la rotazione) e per stelle vicine la parallasse annua (se la distanza è un parsec vale 1"). C'è poi la rifrazione (per $a \lessapprox 10°$).

3 Misura del tempo

3.1 Gnomoni meridiane e orologi solari

Il moto diurno del Sole è lo strumento più ovvio per poter misurare il tempo. Si utilizzava ai tempi lo **gnomone**, ossia la punta di un palo che proietta la sua ombra su di una **meridiana**, la quale, al mezzogiorno, individua esattamente l'asse Nord-Sud; le ombre che proietta sono diverse per ogni stagione. Si usa invece l'orologio solare che è una meridiana che presenta anche le ore sopra di essa.
Il giorno è definito come due passaggi successivi in meridiana da parte del Sole; tuttavia via mentre la terra gira la Terra sta anche girando intorno al Sole: essendo il giorno definito come un moto di 24h, il giorno siderale è sempre minore del giorno solare. Se definisco P il tempo assoluto di un anno di $P = 365.2564$ e il giorno normale come $\tau = 1$ e τ_s la durata del giorno siderale rispetto a quello normale, ottengo il numero di giorni in più come

$$\frac{P}{\tau_s} - \frac{P}{\tau} = I$$

Nell'uso civile ci si rifà alle 24h anche se il giorno in realtà ha durata variabile durante i mesi dell'anno. Si può trovare la durata del giorno effettivo come la differenza tra l'ora solare vera e l'ora solare media:

$$E.T. = T - T_M$$

Se ci cercasse di scattare delle foto del Sole alla stessa ora solare media della culminazione del Sole con una macchina fissa, sovrapponendo le immagini di tutto l'anno si ottiene una visualizzazione delle differenze della durata del giorno ed il vero moto del Sole nel cielo chiamato **Analemma solare**.

3.2 Tempo universale e fusi orari

Dato che il Sole non può sorgere in tutti i punti della Terra allo stesso momento, si definisce un tempo universale rispetto al meridiano di Greenwich e si utilizzano i fusi orari (essenzialmente degli sfasamenti rispetto all'orario standard) per ogni zona della terra. Esistono ben 24 fusi orari e ogni paese decide quale utilizzare per determinare l'ora.
Essendo che la rotazione della Terra non è uniforme, non posso definire il secondo come 1/86400 del giorno solare, come era definito una volta, ma si è passati a definire il secondo secondo degli orologi atomici che correggono gli effetti della relatività generale basandosi sulla variazione energetica degli elettroni nell'atomo di Cesio-133. Anche la definizione di anno non è universale in quanto nel corso della storia si sono susseguiti diversi calendari, ognuno ottenuto attraverso metodi di calcolo dei giorni diversi tra di loro. Giulio Cesare impose che l'anno sarebbe durato 365.25 giorni, ma rispetto al Calendario Gregoriano si è arrivati ad uno sfasamento di 10 giorni nel 1582; per ovviare al problema, i bisestili non erano stati più contati ogni 4 anni ma in modo tale da avere 97 bisestili ogni 400 anni invece che 100. Si può stimare allora il tempo siderale conoscendo i giorni che mancano all'equinozio di primavera e aggiungendo dodici ore in quanto si misurano da SUD

$$\Theta \approx T + 12h + n \cdot 4min \tag{7}$$