Geometria

Tommaso Miliani

12-03-25

1 AUtovettori e eautovalroti

Definizione 1.1. *IL polinomio **caratteristico** di una matrice $A \in M(n \times n, K)$ è il polinomio definito come*

$$P_A(t) = \det(A - tI_n) \tag{1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

ALlora il polinomio caratteristico:

$$P_A(t) = \det \begin{pmatrix} 2-t & 0 & 0 \\ 0 & 7-t & 0 \\ 0 & 0 & 7-t \end{pmatrix} = (2-t)(7-t)^2$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Il suo polinomio caratteristico è proprio:

$$P_B(t) = \det \begin{pmatrix} 1-t & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3-t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4-t & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix} = ((4-t)(-t) - (25))(3-t)(1-t)$$

Definizione 1.2. *Sia V uno spazio vettoriale di dimensioni finite e sia la funzione $f : V \to V$ un'applicazione lineare. Definisco allora il polinomio caratteristico dell'applicazione lineare come:*

$$P_f(t) = \det(M_{B,B}(f) - tI_n) \tag{2}$$

Definizione 1.3 (Matrici simili)**.** *Siano A e B due matrici quadrate si dicono **simili** se esiste una matrice invertibile $C \in GL(n, K)$ tale che:*

$$A = C^{-1}BC \tag{3}$$

Proposizione 1.0.1. *LA definizione del polinomio caratteristico della funzione non dipende dalla scelta di B di V.*

Dimostrazione. PRese B e B' due basi di V allora io so che:

$$P_{M_{B,B}(f)} = P_{M_{B',B'}(f)}$$

Dimostriamo allora che matrici simili hanno lo stesso polinomio caratteristico □