

# Esperienza Polarizzazione

Gruppo 19

Fabbri Marco, Miliani Tommaso, Mongatti Giulio, Tinacci Lorenzo

26 Novembre 2025

## 1 Scopo dell'esperienza e relazioni funzionali

L'obiettivo dell'esperienza della polarizzazione consiste nella verifica delle leggi di Malus.

Per la lamina  $\frac{\lambda}{2}$ :

$$I_{\parallel}(\theta) = I_0 \cos^2(2\theta) \quad (1)$$

$$I_{\perp}(\theta) = I_0 \sin^2(2\theta) \quad (2)$$

Mentre per la lamina  $\frac{\lambda}{4}$ :

$$I_{\parallel} = I_0 \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\theta)\right) \quad (3)$$

$$I_{\perp} = \frac{I_0}{2} \sin^2(2\theta). \quad (4)$$

Dove si definiscono i seguenti elementi:

- $\theta$ : angolo di rotazione dell'asse fast e l'asse slow di ciascuna lamina di ritardo attorno ad un asse parallelo alla direzione di propagazione dell'onda elettromagnetica entrante. Si sceglie per convenzione  $0^\circ$  come l'angolo per cui i suddetti assi coincidono con le direzioni delle due componenti lungo cui si scompone il campo elettrico (una parallela, l'altra ortogonale rispetto al piano di incidenza dell'onda).
- $I_0$ : intensità dell'onda precedentemente all'entrata di essa nella lamina di ritardo con campo elettrico dato dalla sola componente parallela al piano di incidenza.

Inoltre ci proponiamo di mostrare qualitativamente il diverso comportamento delle due lamine in seguito ad un doppio passaggio di un fascio di luce.

Per la validità della verifica sperimentale, si ipotizza che:

- il laser utilizzato abbia una potenza costante nel tempo.
- L'onda elettromagnetica uscente dal laser sia idealmente piana e che incida sul film dielettrico dei cubi polarizzatori con un angolo di incidenza di  $\frac{\pi}{4}$  rispetto alla normale del film birifrangente.
- Le facce dei cubi polarizzatori e delle lamine siano perfettamente ortogonali alla direzione di propagazione dell'onda.
- Che il cubo polarizzatore sia di fattura ideale:

$$n_{\perp} = n_{\text{vetro}} \frac{\sqrt{2}}{2} \quad n_{\parallel} = n_{\text{vetro}}$$

Dove con  $n_{\perp}$  e  $n_{\parallel}$  si indicano gli indici di rifrazione.

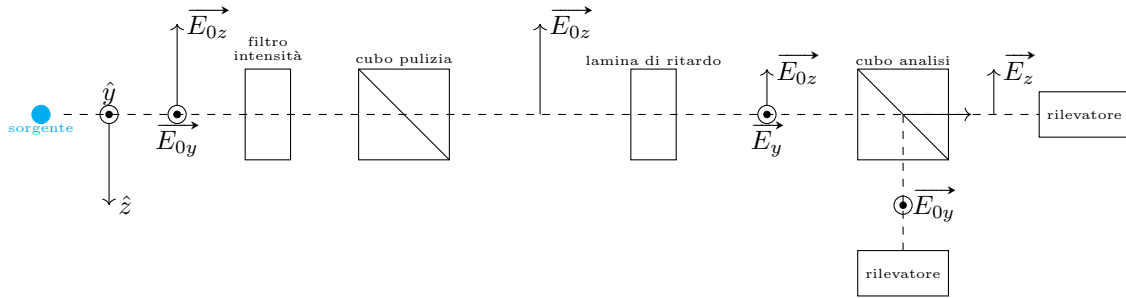
## 2 Schema generale di misura

L'esperienza consiste nel preparare un fascio laser, di potenza costante, con una polarizzazione lineare mediante un cubo polarizzatore detto di pulizia. Successivamente il fascio attraversa una lamina con asse slow inclinato di un angolo  $\theta$  rispetto alla direzione iniziale della polarizzazione. Sfruttando un secondo cubo, detto di analisi, è possibile misurare la potenza trasmessa e riflessa al variare di  $\theta$ . Le 20 misure sono analizzate mediante un programma scritto in Mathematica. Effettuando un fit non-lineare mediante la funzione

$$f(a, b, \phi, o, x) = a \cos^2(bx + \phi) + o \quad (5)$$

è possibile verificare se le curve che meglio descrivono l'andamento dei dati sperimentali corrispondono, entro le barre di errore associate ai parametri liberi del fit, alle equazioni delle leggi di Malus. In caso affermativo si considerano verificate le suddette leggi.

## 3 Apparato Sperimentale



La sorgente luminosa è un laser a diodo in continua alla lunghezza d'onda di  $\lambda = 532 \text{ nm}$ . I rilevatori utilizzati sono due fotodiodi al silicio il cui segnale può essere misurato mediante due multimetri. Tali rilevatori hanno una risposta pressoché lineare in un intervallo di circa 10 Volt, per cui viene posto davanti alla sorgente un filtro regolabile per assicurarsi di non superare tale valore. Davanti ai rilevatori sono posti dei filtri ulteriori in modo tale che venga filtrata la luce della stanza e che possa passare solamente la luce con lunghezza d'onda vicino a 532 nm. Per effettuare la calibrazione dei due rilevatori, si ricorre alla lamina  $\frac{\lambda}{2}$  che ci permette di inviare una potenza luminosa ben definita (perché costante in un breve intervallo di tempo) prima su un rivelatore e subito dopo sull'altro. Per cui, per ogni rivelatore, si sono ricavati, ruotando la lamina, i valori massimi. Per ciascuno di questi due valori, si sono successivamente normalizzate le intensità misurate dal corrispondente rivelatore da cui è stato letto. Alle varie misure è sottratto un offset ottenuto dalla lettura del valore indicato da ciascun rivelatore in azione in assenza del raggio laser incidente. La misura non viene effettuata tappando i rilevatori, ma bloccando unicamente l'uscita del laser, in maniera tale da considerare nell'offset l'intensità rilevata della luce della stanza non bloccata dal filtro (che può comunque, di per sé, essere soggetta a fluttuazioni). Come si legge dai dati, la differenza degli offset misurati per ciascun rivelatore rientra nell'errore di sensibilità. Ogni lamina è inserita all'interno di un rotatore goniometrico.

Le incertezze associate agli strumenti utilizzati sono le seguenti:

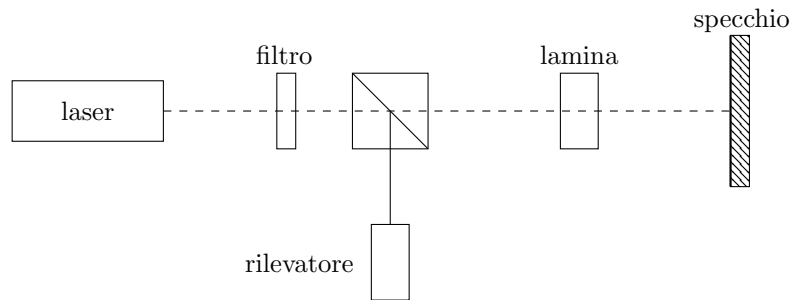
- Multimetri: 0.01 Volt.
- Rotatore goniometrico delle lamine:  $2^\circ$ ;
- Offset rivelatore: 0.03 Volt e 0.04 Volt.

Dopo aver opportunamente regolato il filtro, per quanto riguarda l'intensità massima dei due fasci, abbiamo ottenuto i seguenti valori:

- Fascio riflesso: 8.96 Volt;
- Fascio trasmesso: 9.67 Volt.

Si sono dunque utilizzati questi valori come coefficienti di calibrazione per poter ottenere fit sinusoidali comparabili. Di seguito vi è una schematizzazione dell'apparato sperimentale utilizzato per la doppia

riflessione:



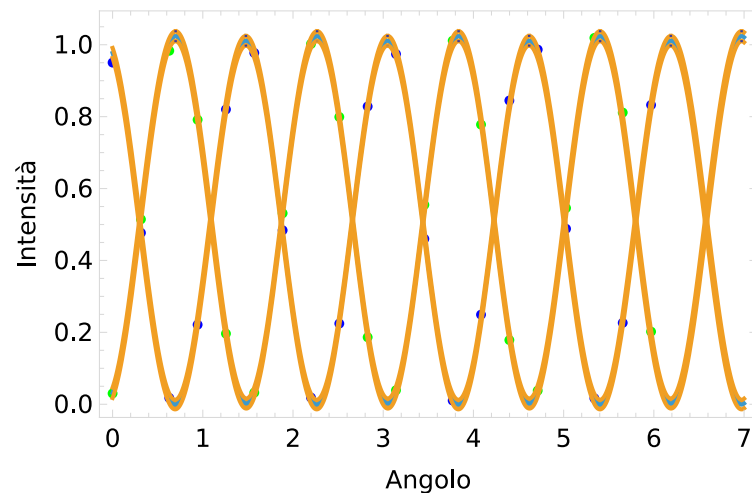
## 4 Misure e analisi

### 4.1 Lamina $\frac{\lambda}{2}$

Qui di seguito si riporta una tabella delle intensità dove, ad ogni angolo del rotatore goniometrico, corrisponde una potenza misurata per il rilevatore della luce riflessa e quella trasmessa.

Angolo Misura	Potenza misurata(Volt) $\perp$	Potenza misurata(Volt) $\parallel$
0°	0.30	9.23
18°	4.64	4.65
36°	8.84	0.21
54°	7.12	2.18
72°	1.79	7.97
90°	0.32	9.49
108°	4.79	4.72
126°	9.01	0.22
144°	7.19	2.21
162°	1.70	8.05
180°	0.38	9.46
198°	5.00	4.49
216°	9.09	0.14
234°	7.00	2.45
252°	1.63	8.21
270°	0.37	9.58
288°	4.92	4.76
306°	9.16	0.20
324°	7.30	2.23
342°	1.84	8.09

Dato che le due potenze massime distano di ben 0.71 Volt, la discrepanza non è comparabile con l'errore di sensibilità dello strumento ed è da attribuirsi al fatto che i due rilevatori utilizzati, nonostante siano lo stesso modello, possano rispondere in maniera diversa a sollecitazioni uguali. Da queste misure si è ottenuto, tramite il programma scritto in Mathematica, il seguente fit sinusoidale:



Il fit restituisce i seguenti dati sperimentali per le due curve dell'intensità dell'onda riflessa sul cubo di analisi:

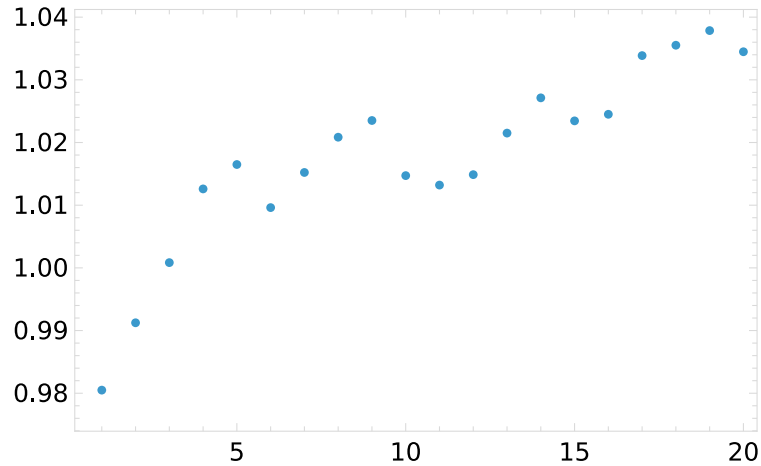
- $a \pm \Delta a = 1.022 \pm 0.008$ ;
- $b \pm \Delta b = 2.003 \pm 0.002$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = 1.742 \pm 0.007$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.002 \pm 0.005$ .

Mentre per quanto riguarda il fit sinusoidale dell'onda trasmessa restituisce i seguenti dati:

- $a \pm \Delta a = 1.012 \pm 0.007$ ;
- $b \pm \Delta b = 2.001 \pm 0.002$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = 0.185 \pm 0.007$ ;
- $o \pm \Delta o = -0.001 \pm 0.005$ .

### Analisi quantitativa sui parametri del fit

Dai valori calcolati dal fit, si osserva che i valori di  $a$  distano tra di loro di  $\sim 0.7\sigma$ , dove  $\sigma = \sigma_a^{\parallel} + \sigma_a^{\perp}$ . Si noti inoltre che entrambe le misure di  $a$  risultano essere più lontane dal valore atteso  $a = 1$  (rispettivamente di  $\sim 2.7\sigma_a^{\perp}$  e di  $\sim 1.7\sigma_a^{\parallel}$  per il fascio riflesso e trasmesso). Dato che le ampiezze dei fit risultano compatibili tra di loro, si è ipotizzato che il discostamento significativo dei valori di  $a$  misurati rispetto al valore teorico sia dovuto alla variazione di intensità del laser col tempo. Si riporta nel seguente grafico l'intensità totale misurata dai rilevatori in funzione delle nostre misure.



Per quanto riguarda le fasi, la loro differenza  $\phi_{\perp} - \phi_{\parallel}$  è di  $\phi_D = 1.557 \pm 0.014$ , che è compatibile col valore atteso di  $\overline{\phi_D} = 1.5710$  (infatti la differenza di fasi si discosta di un  $\sigma_{\phi}$ ). Per quanto riguarda il coefficiente  $b$ , ottenuto dal programma di fit, si osserva che il suo valore, nel caso della luce riflessa dal cubo, dista dal valore atteso di  $1.5\sigma_b$ , mentre, per quanto riguarda la luce trasmessa, il suo valore è entro un  $\sigma_b$ . Infine, la distanza per i valori degli offset risulta essere di  $0.4\sigma_o$  e  $0.2\sigma_o$  rispettivamente per il fascio riflesso e quello trasmesso.

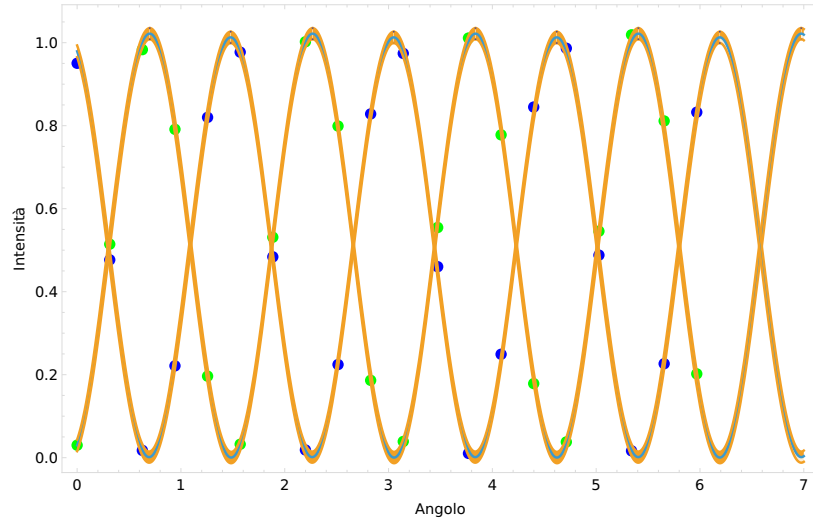
### Possibili correzioni sulla fase e sulla pulsazione

Nonostante i valori di  $b$  siano compatibili con il valore atteso ( $\bar{b} = 2$ ), si è fatta ipotesi che, data l'alta incertezza associata al rotatore goniometrico, sia stato compiuto qualche errore di lettura sull'angolo che non ci ha permesso di ottenere valori ancora più vicini a quelli attesi. Per verificare ciò, abbiamo scelto di variare di un grado ( $198^\circ$  a  $199^\circ$ ) l'angolo relativo ad un valore sensibile, ovvero un valore di intensità lontano dai massimi e dai minimi teorici (dove la derivata è massima). Si è ottenuto dunque un valore di  $b$  sensibilmente più preciso: per il fascio riflesso la distanza è diminuita a un  $\sigma_b$  dal valore atteso, mentre per quanto riguarda il fascio trasmesso rientra comunque dentro un  $\sigma_b$ . La differenza di fasi, invece, è aumentata leggermente a  $\phi_D = 1.558 \pm 0.014$ , mentre l'errore assoluto è diminuito leggermente a  $\sim 0.8\sigma_{\phi}$ . Infine, anche la distanza dal valore atteso degli offset è ulteriormente diminuita: per il fascio riflesso il valore dell'offset è diventato direttamente comparabile con il valore teorico, mentre l'offset per il fascio trasmesso è rimasto distante di  $0.2\sigma_o$  rispetto al valore atteso. Si riportano dunque i dati trovati per i due fit:

- $a \pm \Delta a = 1.021 \pm 0.008$ ;
- $b \pm \Delta b = 2.002 \pm 0.002$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = 1.741 \pm 0.007$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.000 \pm 0.005$ .

Mentre per il fit trasmesso:

- $a \pm \Delta a = 1.011 \pm 0.008$ ;
- $b \pm \Delta b = 2.000 \pm 0.002$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = 0.183 \pm 0.007$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.001 \pm 0.005$ .

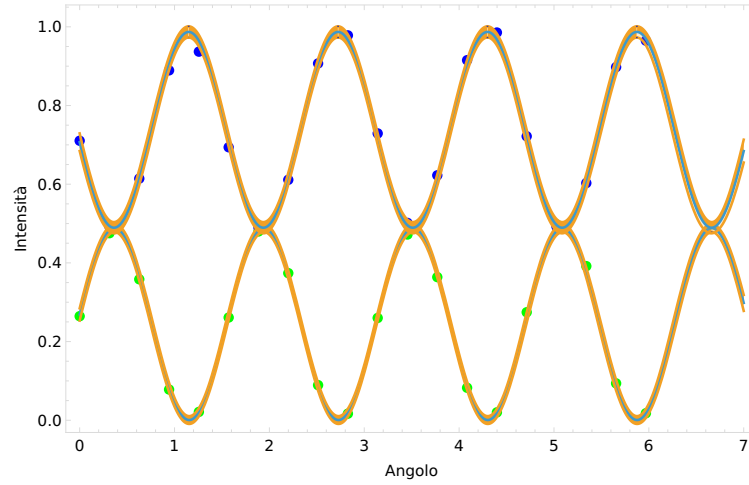


## 4.2 Lamina $\frac{\lambda}{4}$

Qui di seguito riportiamo i grafici e le tabelle delle potenze misurate al variare dell'angolo del rotatore contenente la lamina  $\frac{\lambda}{4}$  e i risultati del fit non lineare. Nella tabella, ad ogni angolo del rotatore goniometrico, corrisponde una potenza misurata per il rilevatore della luce riflessa e quella trasmessa.

Angolo Misura	Potenza misurata (Volt) $\perp$	Potenza misurata (Volt) $\parallel$
0°	2.41	6.90
18°	4.30	4.79
36°	3.25	5.97
54°	0.74	8.63
72°	0.23	9.09
90°	2.38	6.74
108°	4.34	4.77
126°	3.39	5.94
144°	0.84	8.80
162°	0.19	9.49
180°	2.37	7.08
198°	4.27	4.88
216°	3.30	6.05
234°	0.78	8.88
252°	0.22	9.56
270°	2.50	7.01
288°	4.50	4.79
306°	3.55	5.86
324°	0.88	8.71
342°	0.20	9.36

Anche per questo gruppo di misurazioni si sono utilizzate le potenze massime, come si è precedentemente fatto per la prima lamina, come coefficienti di calibrazione. Da queste misure si è ottenuto, tramite il programma scritto in Mathematica, il seguente fit sinusoidale.



Il fit sinusoidale calcolato restituisce i seguenti dati sperimentali per le due curve dell'intensità dell'onda riflessa sul cubo di analisi:

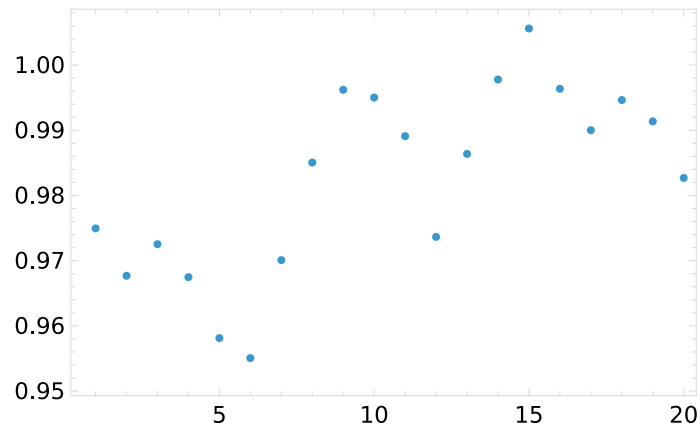
- $a \pm \Delta a = 0.488 \pm 0.006$ ;
- $b \pm \Delta b = 1.996 \pm 0.003$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = -0.735 \pm 0.011$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.001 \pm 0.003$ .

Mentre per quanto riguarda il fit sinusoidale dell'onda trasmessa restituisce i seguenti dati:

- $a \pm \Delta a = 0.498 \pm 0.008$ ;
- $b \pm \Delta b = 1.995 \pm 0.004$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = 0.849 \pm 0.015$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.489 \pm 0.005$ .

### Analisi quantitativa delle misure

I valori ottenuti dal fit per il parametro  $a$  distano tra di loro di  $\sim 0.8\sigma$ , dove  $\sigma = \sigma_a^{\parallel} + \sigma_a^{\perp}$ . Tali valori risultano, inoltre, confrontandoli con quelli della  $\frac{\lambda}{2}$ , più vicini al valore atteso  $\bar{a} = 1$ :  $a_{\perp}$  si discosta di  $\sim 2\sigma_a$ , mentre  $a_{\parallel}$  rientra di gran lunga entro il limite del singolo sigma ( $\sim 0.3\sigma_a$ ). Supponiamo che, fatta pratica con le precedenti misure, ciò sia dovuto ad una presa dati più rapida da parte di noi sperimentatori, per cui il laser non ha avuto modo di aumentare sensibilmente la sua intensità, risultando dunque in parametri migliori del fit. Tuttavia, ciò non ha portato ad una miglior compatibilità tra le due misure di  $a$ . Anche per le stime di  $b$  abbiamo ottenuto valori inferiori al valore atteso  $\bar{b} = 2$ , discostandosi di  $\sim 1.3\sigma_b$  per  $b_{\perp}$  e di  $\sim 1.3\sigma_b$  per  $b_{\parallel}$ . La differenza tra le fasi  $\phi_{\parallel}$  e  $\phi_{\perp}$  rientra nei valori attesi:  $\phi_D = 1.58 \pm 0.03$ . Per quanto riguarda gli offset, uno di loro è più vicino al valore atteso di  $\bar{o} = 0.5$ : l'offset del fascio di luce trasmesso ha un discostamento di  $\sim 0.3\sigma_o$  mentre per quanto riguarda il fascio riflesso ha un discostamento di  $\sim 2.2\sigma_o$ .



#### Possibili correzioni applicabili al fit

Visti i dati del fit sinusoidale, si è provato a modificare leggermente gli angoli delle misure ottenute, così come si è fatto per la lamina  $\frac{\lambda}{2}$ , ma non si è osservato nessun miglioramento significativo per i dati dei due fit.

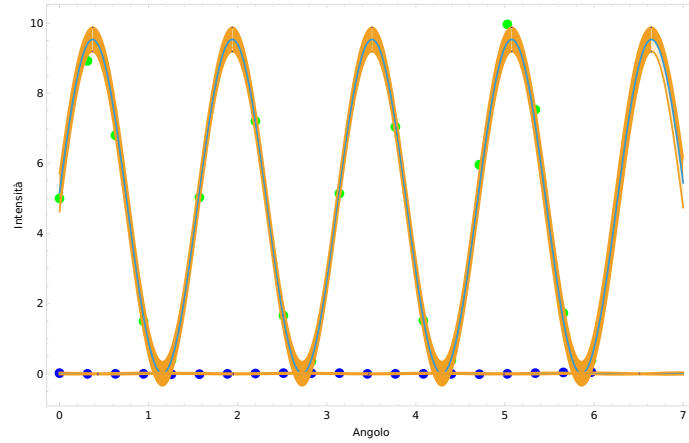
### 4.3 Retroriflessione

Dati della retroriflessione per le due lamine

Retroriflessione lamina $\frac{\lambda}{4}$		Retroriflessione lamina $\frac{\lambda}{2}$	
Angolo Misura	Potenza misurata (Volt)	Angolo Misura	Potenza misurata (Volt)
0°	5.03	0°	0.05
18°	8.95	18°	0.03
36°	6.83	36°	0.03
54°	1.53	54°	0.03
72°	0.42	72°	0.02
90°	5.06	90°	0.02
108°	9.35	108°	0.03
126°	7.23	126°	0.04
144°	1.69	144°	0.05
162°	0.39	162°	0.05
180°	5.17	180°	0.05
198°	9.44	198°	0.03
216°	7.07	216°	0.03
234°	1.55	234°	0.03
252°	0.42	252°	0.03
270°	5.99	270°	0.02
288°	9.99	288°	0.03
306°	7.56	306°	0.05
324°	1.76	324°	0.07
342°	0.41	342°	0.08

## Analisi dati retroriflessione

Da questi dati si è ottenuto il seguente grafico per le due lamine



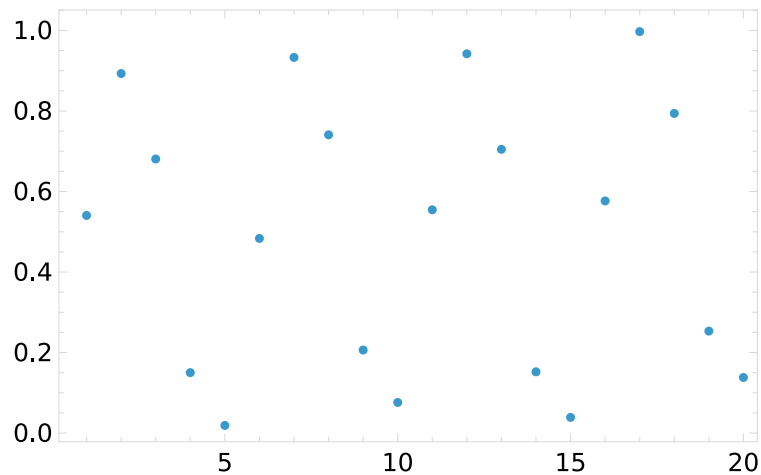
Per la retroriflessione della lamina  $\frac{\lambda}{4}$  si è ottenuto i seguenti dati del fit sinusoidale:

- $a \pm \Delta a = 9.53 \pm 0.19$ ;
- $b \pm \Delta b = 2.003 \pm 0.006$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = 2.40 \pm 0.02$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.00 \pm 0.12$ .

Mentre per quanto riguarda la lamina  $\frac{\lambda}{2}$  si hanno i seguenti dati:

- $a \pm \Delta a = -0.017 \pm 0.011$ ;
- $b \pm \Delta b = 2.067 \pm 0.162$ ;
- $\phi \pm \Delta\phi = -0.9 \pm 0.6$ ;
- $o \pm \Delta o = 0.02 \pm 0.01$ .

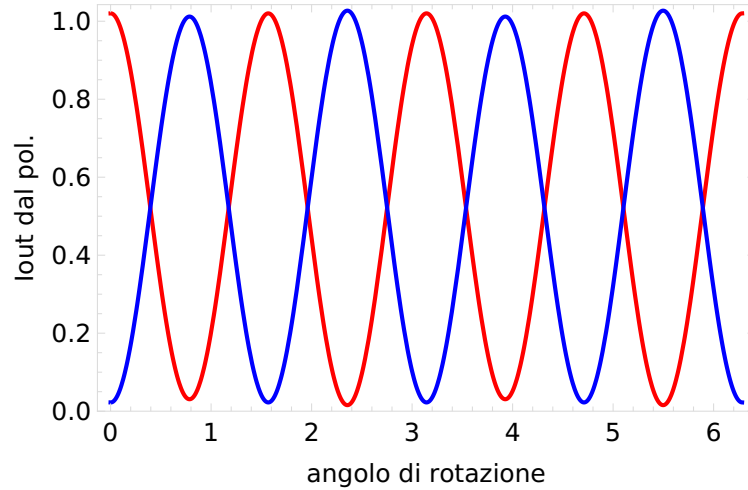
I valori di  $a$  per i due fit differiscono dal valore atteso di  $\bar{a} = 1$  di ben  $\sim 2.5\sigma_a$  per la  $\frac{\lambda}{4}$  e di  $\sim 1.5\sigma_a$  per la  $\frac{\lambda}{2}$ . Sospettiamo che la variazione continua dell'intensità del laser abbia introdotto anche su queste misure un errore sistematico. Inoltre è probabile che il cubo non fosse allineato perfettamente con l'asse ottico del sistema, provocando una piccola differenza tra l'angolo di incidenza di partenza e quello di ritorno. Rispetto al valore di  $\bar{b} = 2$ , il valore trovato di  $b$  per la  $\frac{\lambda}{4}$  differisce di  $\sim 0.5\sigma_b$ , mentre per il fit sinusoidale della  $\frac{\lambda}{2}$  differisce  $\sim 0.4\sigma_b$ . Si vede dunque che la deriva dell'intensità del laser non ha influenzato in modo significativo le misure di  $b$ , che risultano compatibili tra di loro. Infine, nel caso del doppio attraversamento della lamina  $\frac{\lambda}{4}$ , l'offset risulta comparabile con il valore atteso dell'offset del fit, mentre per il doppio attraversamento della  $\frac{\lambda}{2}$  risulta essere più distante a  $\sim 2\sigma_o$  rispetto al valore atteso. La differenza di fase  $\phi_D$  invece risulta essere distante di  $\sim 0.1\sigma_\phi$  dal valore atteso  $\overline{\phi_D} = 1.571$ .



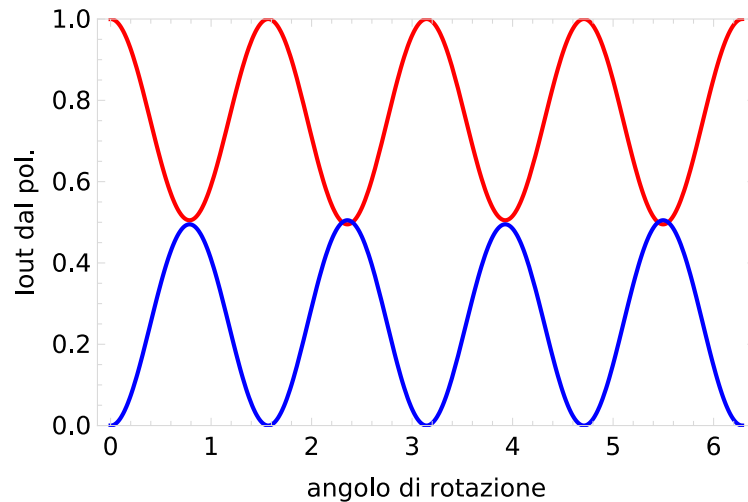


## 5 Conclusioni qualitative

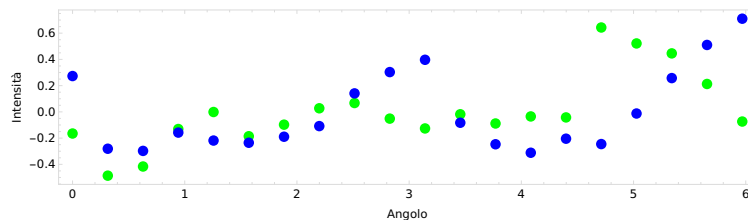
Per rendere i grafici delle due lamine  $\frac{\lambda}{2}$  e  $\frac{\lambda}{4}$  generati dal programma consistenti con i dati sperimentali, abbiamo supposto che le lamine venissero attraversate da un raggio con polarizzazione lievemente ellittica. Si è utilizzato un fattore di polarizzazione di 0.005 per la lamina  $\frac{\lambda}{4}$ , il che indica una lievissima polarizzazione ellittica, mentre per quanto riguarda la lamina  $\frac{\lambda}{2}$  si è utilizzato un fattore di polarizzazione di 0.15, che la rende molto più ellittica rispetto all'altra. Utilizzati questi fattori correttivi nel programma scritto in Mathematica, si è visto che i grafici ottenuti riflettono in maniera più precisa i fit sinusoidali ricavati dai dati raccolti. Per la  $\frac{\lambda}{2}$  si osserva dei picchi leggermente più alti per il seno quadro rispetto al coseno quadro.



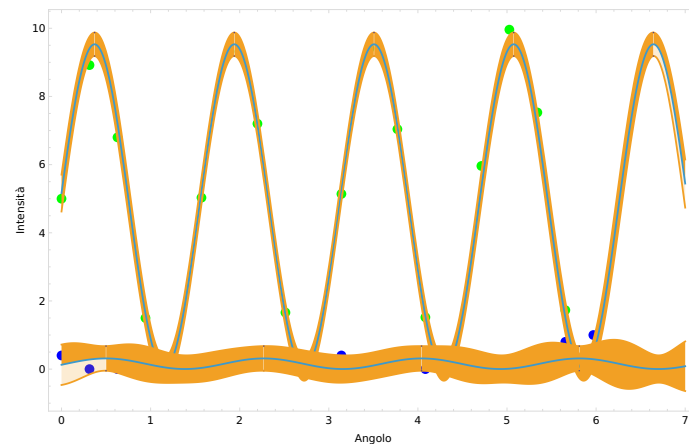
Invece, nella lamina  $\frac{\lambda}{4}$ , si ha una leggera sovrapposizione dei grafici dell'intensità della componente riflessa e trasmessa.



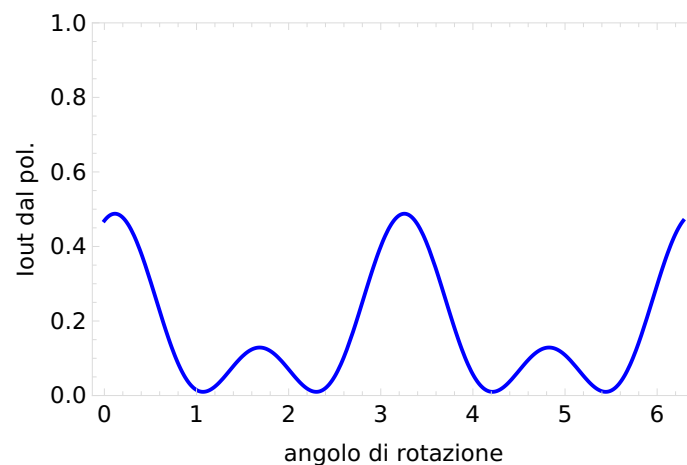
Per quanto riguarda invece il doppio attraversamento, ci si aspetta che le due lamine  $\frac{\lambda}{4}$  e  $\frac{\lambda}{2}$  si comportino rispettivamente come delle lamine  $\frac{\lambda}{2}$  e  $\lambda$  per un singolo attraversamento. Tuttavia, per la lamina  $\frac{\lambda}{2}$ , si osserva come non ci sia una totale assenza di intensità. Ciò potrebbe essere dovuto da comuni fluttuazioni dei valori del multimetro; tuttavia è anche possibile che questo sia dovuto da posizionamento o fattura non ideali delle componenti ottiche costituenti l'apparato sperimentale.



Studiando il grafico dei residui (amplificato di un fattore 20) di questa lamina rispetto al fit ideale, si osserva che i residui (in blu) non seguano l'andamento a 5 picchi del grafico, ma si vadano a disporre sempre seguendo un andamento sinusoidale formando 3 massimi. Amplificando per un fattore 20 si è dunque ottenuto il seguente fit:



Si noti dunque la regolarità dell'andamento dei valori di intensità al variare dell'angolo per la lamina  $\frac{\lambda}{2}$ , i quali seguono una sinusoide, seppur poco pronunciata. Tale andamento è coerente con l'ipotesi di una leggera riflessione introdotta da errori sistematici dell'apparato sperimentale. È possibile, per esempio, che la lamina di ritardo presenti delle imperfezioni che, in questo caso, sono andate a pesare maggiormente sui residui. Per verificare tale ipotesi si è provato a simulare un comportamento analogo a quello osservato per i residui, supponendo che la lamina non sia una lamina  $\frac{\lambda}{2}$  perfetta e che dunque non ritardi la fase di esattamente  $\pi$ . Si è dunque ottenuto il seguente modello



Utilizzando un fattore di polarizzazione di 0.2 sui complessi, il grafico ottenuto riporta l'andamento di retroriflessione di una lamina con un ritardo di fase di  $\sim 1.18\pi$ . Riteniamo che, qualitativamente, questo grafico abbia un andamento comparabile a quello dei residui, per cui si verifica l'ipotesi di lamina di ritardo non ideale.

Sulla base delle nostre misure e di queste ultime considerazioni, possiamo dire sperimentalmente verificate le leggi di Malus.