Appunti di astronomia

Tommaso Miliani

01-10-25

1 Ultima grandezza del pisel

La densità di energia è definita attraverso un cilindro attraverso il quale passa una intensità di radiazione lungo una certa direzione per un certo intervallo di tempo dt:

Figura 1:

$$dE = I\cos\theta \; dAdtd\Omega$$

DAto che il volumetto si esprime come

$$dV = dAcdt$$

Moltiplicando e dividendo l'espressione di dE per c allora posso ottenere con l'integrale di linea dell'angolo solido e la densità di energia come

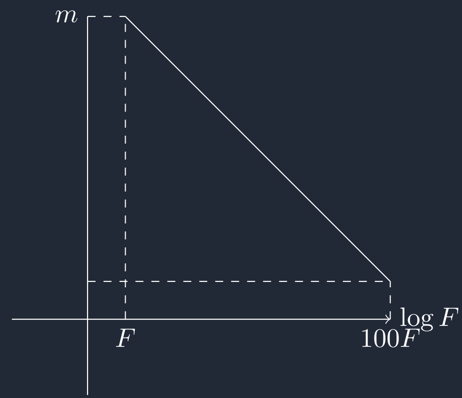
$$u = \oint_{4\pi} \frac{dE}{dV} = \oint_{4\pi} \frac{I}{c} d\Omega = 4\pi\frac{I}{c} \tag{1}$$

2 Magnitudini

2.1 Magnitudine apparente

Già nell'antica Grecia Ipparco cercava di classificare le stelle in base alla loro luminosità apparente nel cielo. Divise così le stelle in 6 classi: nella prima classe c'erano le stelle molto luminose mentre nella classe 6 ci stavano le stelle appena percettibili. Tuttavia la risposta dell'occhio alla luce non è lineare bensì logartimica; di questo se ne accorse Norman R. Pogson nel 1856 che diede forma matematica alla classificazione di Ipparco secondo il grafico a fianco. Definì che il rapporto tra le luminosità apparenti delle stelle di classe n e $n+1$ era pari a $100^{\frac{1}{5}}$, ossia di circa ≈ 2.512. Si può ottenere allora la magnitudine apparente di un corpo come

Figura 2:



$$m = -100^{\frac{1}{5}} \frac{F}{F_0} \;\approx\; -2.5\frac{F}{F_0} \tag{2}$$

Si può definire la magnitudine come rapporto di flussi ed è dunque un numero puro; la magnitudine è stata introdotta come quantità comoda per poter confrontare la luminosità di oggetti diversi. La magnitudine è tarata in modo tale da poter essere zero per la stella Vega. Per farlo io considero la scala di Ipparco ed esprimo le magnitudini 1 e 6 come

$$1 = a\log F + b$$
$$6 = a\log F + b$$

Facendo la sottrazione membro a membro si ha

$$-5 = a\log\frac{100F}{F} \implies a \approx -2.5$$

Allora la differenza di magnitudini tra due oggetti è data da:

$$m_1 = -2.5 \log F_1 + b$$
$$m_2 = -2.5 \log F_2 + b$$
$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

Tutti gli oggetti con magnitudine più grande di zero sono meno luminosi di Vega mentre tutti gli oggetti con magnitudine più piccola di zero sono più luminosi di Vega.

3 Fotometria

Le immagini delle galassia o dei corpi celesti sono la combinazione di immagini prese con filtri diversi e combinate insieme per ottenere le immagini ”belle” che si vedono su internet. L’occhio umano si è tarato per osservare meglio il colore verde in quanto è stata selezione genetica. L’occhio umano più acuto riesce a vedere solo oggetti fino a magnitudine 6. La fotometria misura il flusso di una sorgente in una banda di lunghezza d’onda. Dalle misure fotometriche si ottengono le seguenti misure:

- **luminosità**: quantità di energia ricevuta per unità di tempo;
- **Magnitudine**: misura logaritmica della luminosità apparente;
- **Colori**: differenza di magnitudine tra due bande, utile per stimare temperatura e composizione, distanze, . . .
- :
- :
- :

Per ottenere le immagini a colori devo utilizzare i filtri (ossia degli oggetti che riescono a far passare un determinato intervallo di radiazione luminosa).

3.1 Fotometria nei telescopi

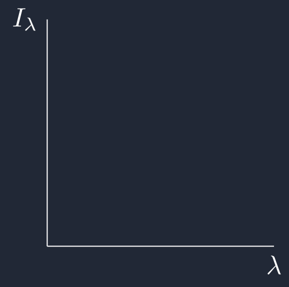
Ricordando i parametri del telescopio, si può determinare l’energia raccolta dal telescopio da una sorgente puntiforme come

$$E = \pi \frac{R_\star^2}{d^2} A \int_{-\infty}^{+\infty} I_\lambda \eta_\lambda \epsilon_\lambda \; \Delta t \; d\lambda \tag{3}$$

Dove

- I_λ è l’intensità luminosa in funzione della lunghezza d’onda
- η_λ è la correzione rispetto all’energia assorbita dall’atmosfera;
- ϵ_λ l’efficienza del filtro, ossia l’assorbimento del filtro.
- A è l’apertura della lente del telescopio;
- Δt è il tempo di esposizione del telescopio alla luce della sorgente.

Figura 3:



Possiamo anche determinare il grafico dell’intensità luminosa in funzione della lunghezza d’onda e osservare che il parametro di correzione η_λ è esattamente un rettangolo dentro l’area totale dell’intensità luminosa in quanto è il filtro che mi permette di ricevere solamente certe lunghezze d’onda.

3.2 Sorgenti estese

Nel caso di sorgenti estese S, attraverso la lente io osservo che , data S l'estensione della sorgente, al piano focale questa sorgente non sarà più puntiforme ma S'. Posso determinare l'angolo solido come

$$\Omega = \frac{A}{d^2} \qquad \frac{S^2}{d^2} = \frac{S'^2}{f^2}$$

Allora il flusso in funzione della lunghezza d'onda sarà

$$F_\lambda = \frac{S^2}{d^2} I_\lambda \qquad F_\lambda = \frac{I_\lambda}{d^2}\pi R_\star^2$$

Allora l'energia che riceve il sensore ad una certa lunghezza d'onda sarà esattamente data da

$$E_\lambda = I_\lambda \Omega S^2 \eta_\lambda \epsilon_\lambda \Delta t$$

Per ottenere l'energia totale ricevuta per tutte le lunghezze d'onda si deve integrare

$$E = \Delta t A \frac{S'^2}{f^2} \int I_\lambda \eta_\lambda \epsilon_\lambda \, d\lambda \tag{4}$$

Dove gli estremi di integrazione non sono definiti in quanto dipendono dalle lunghezze d'onda determinate dal filtro utilizzato. Il parametro ϵ_λ determina la **Magnitudine monocromatica** nel sistema fotocromatico di Johnson-Morgan-Cousins si definisce

	$\lambda_0(nm)$	$\Delta\lambda(nm)$
U	365	70
B	440	100
V	550	90
R	700	220
I	880	240

Il valore di ϵ_λ dipende da svariati fattori:

- Il rivelatore;
- Il filtro;
- Telescopio;
- Quota dell'osservatorio;
- Cielo limpido: il cielo ha tantissime variabili che possono interferire sulla qualità delle osservazioni. Parametri come l'umidità, la luce zodiacale, il vento e l'inquinamento possono modificare sostanzialmente la quantità di luce raccolta.

Quando vengono soddisfatte queste condizioni si parla di fotometria assolute.

3.3 Lunghezza d'onda efficace

Assumiamo $F(\lambda)$ sia variabile all'interno della bada spettrale monocromatica, allora posso calcolare la sua variazione totale come

$$F(\lambda) \approx F(\lambda_0) + \left.\frac{dF(\lambda)}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_0} (\lambda - \lambda_0)$$

Di conseguenza posso integrare da entrambe le parti per ottenere l'energia che giunge al telescopio come

$$E \approx A\frac{R_\star^2}{d^2}\Delta t \int_0^\infty \left(F(\lambda_0) + \frac{dF(\lambda)}{d\lambda}(\lambda-\lambda_0)\right)\eta_\lambda\epsilon_\lambda \, d\lambda =$$
$$A\frac{R_\star^2}{d^2}\Delta t \left(F(\lambda_0)\int_0^\infty \eta_\lambda\epsilon_\lambda \, d\lambda + \frac{dF(\lambda)}{d\lambda}\int_0^\infty (\lambda-\lambda_0)\eta_\lambda\epsilon_\lambda \, d\lambda\right)$$

Il secondo integrale è nullo poiché è il flusso di una variazione infinitesima è anch'esso infinitesimo e dunque è uguale a zero, allora posso dire che

$$E = A\frac{R_\star^2}{d^2}\Delta t F(\lambda_0)\int_0^\infty \eta_\lambda\epsilon_\lambda \, d\lambda$$

E quindi

$$\lambda_0 = \frac{\int_0^\infty \lambda\eta_\lambda\epsilon_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty \eta_\lambda\epsilon_\lambda \, d\lambda}$$

3.4 Magnitudine Bolometrica

La magnitudine **bolometrica** è la magnitudine che ottengo sottraendo alla magnitudine di vega la correzione bolometrica e non si riesce mai a determinarla

3.5 Magnitudine assoluta

La magnitudine assoluta, a differenza della magnitudine apparente è una quantità intrinseca della stella e non dipende dalla distanza dall'osservatore. La magnitudine assoluta è la magnitudine apparente quando l'oggetto viene posto ad una distanza di 10 pc. Possiamo allora stimare la distanza di un oggetto conoscendo la magnitudine apparente e la magnitudine assoluta:

$$m - M = -2.5 \log \frac{F(d)}{F(10\ pc)} \tag{5}$$

Quello dentro al logaritmo è approssimabile come

$$\frac{F(d)}{F(10\ pc)} = \frac{L_\star}{4\pi d^2} \frac{(4\pi(10\ pc)^2)}{L_\star} = \frac{(10\ pc)^2}{d^2}$$

Allora la differenza tra le magnitudini prende il nome di **modulo di distanza**:

$$m - M = 5 \log d - 5 \tag{6}$$