Appunti ottica

Tommaso Miliani

19-09-25

1 Onde elettromagnetiche

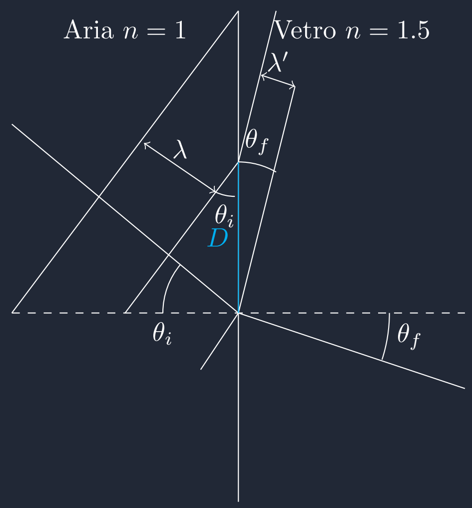
1.1 I metalli

All'interno dei metalli gli elettroni si muovono liberamente e, mentre oscillano sotto un certo campo elettrico esterno, essi iniziano ad oscillare e generano un campo elettrico in **controfase** al campo elettrico incidente annullando il campo elettrico in arrivo e incontrando resistenza nel loro movimento; l'effetto è la liberazione di energia sottoforma di calore nel metallo. L'effetto complessivo è che certe lunghezze d'onda sono assorbite mentre altre sono riflesse.

1.2 Incidenza di onde piane ad un certo angolo

Preso un sistema di riferimento piano, da una parte abbiamo l'aria (con indice di rifrazione molto simile al vuoto) e dall'altra del vetro (o qualsiasi altro materiale con $n_2 \neq n_1$). Possiamo allora vedere cosa succede ai fronti d'onda che attraversano l'interfaccia tra i due materiali con un angolo di incidenza diverso da zero. Si può vedere che l'onda nel dielettrico è un'onda piana anch'essa in quanto lavoriamo sempre nella stessa ipotesi di onda piana. So inoltre che i fronti d'onda nel dielettrico sono gli stessi che al di fuori del dielettrico ma con lunghezza d'onda minore. Per far sì che i fronti d'onda coincidono, fisicamente succede che l'onda si inclina rispetto all'angolo di incidenza θ_i di un certo angolo θ_f chiamato di **rifrazione**. L'ipotenusa identificata con D al centro del disegno è in relazione alle lunghezze d'onda e agli angoli di incidenza e di rifrazione secondo la seguente formulazione

Figura 1: Relazione tra fronti d'onda e angolo di incidenza



$$D \sin\theta_i = \lambda$$
$$D \sin\theta_f = \lambda'$$

Se combiniamo le due equazioni si ottiene l'utile relazione (considerando che l'indice di rifrazione dell'aria è n_1 e quello del vetro è n_2)

$$\frac{\lambda}{n_2}\frac{1}{\sin\theta_f} = \frac{\lambda}{n_1}\frac{1}{\sin\theta_i} \implies \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_f}{\sin\theta_i}$$

Ossia la **Legge di Snell**:

$$n_2 \sin\theta_f = n_1 \sin\theta_i \tag{1}$$

Le onde che sono riflesse, vengono riflesse con un angolo di riflessione $\theta_r = \theta_i$ in quanto si riflettono all'interno dello stesso dielettrico e dunque per la legge di Snell si riflettono con lo stesso angolo con cui incidono.

1.3 Riflessione totale interna e prisma

Supponendo di avere sempre la stessa interfaccia, ma stavolta le onde arrivano da dentro il dielettrico con indice di rifrazione maggiore, quindi quando arrivano all'interfaccia si rifrangono con un angolo molto grande. Il raggio di luce dunque, sopra un certo angolo, tenderà a rifrangersi con un angolo sempre più grande: in questo caso si arriva a dire che non si rifrangerà nessun raggio di luce all'esterno del dielettrico; si parla allora di **riflessione totale interna**. Questo si ha quando $\theta_i > \theta_c$ ossia l'angolo critico oltre al quale non si rifrangerà più alcun raggio di luce. L'angolo critico si ricava dalla legge di Snell:

$$n_2 \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_f$$
$$n_2 \sin\theta_c = n_1 \sin\frac{\pi}{2}$$

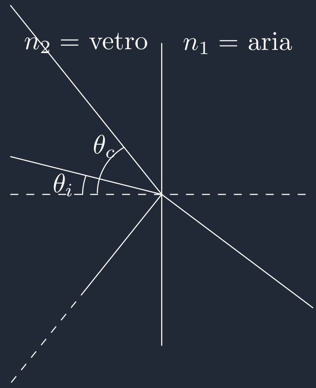


Figura 2: Riflessione totale interna

Allora l'angolo critico sarà

$$\sin\theta_c = \frac{n_1}{n_2} \tag{2}$$

Dove $n_2 > n_1$. Nel caso del prisma, quando entra il laser dalla parte perpendicolare al fascio di luce, la luce subisce un accorciamento della sua lunghezza d'onda mentre quando dall'interno colpisce le pareti inclinate del prisma (a 45 gradi e quindi maggiore dell'angolo critico), e quindi riflette solo all'interno rimbalzando fino a che non esce dalla parte nuovamente perpendicolare al fascio iniziale. Ruotando il prisma posso ottenere una parziale rifrazione della luce in modo da inclinare il fascio uscente.

1.4 Uscita da un mezzo dielettrico

Quando un fascio di luce entra in un mezzo e poi ne esce, questo esce con lo stesso angolo in entrata ma con un discostamento rispetto alla direzione iniziale di entrata nel mezzo. Questo è dato dal fatto che la legge di Snell mi modifica l'angolo in entrata e dunque l'angolo in uscita si ottiene applicando nuovamente la legge al contrario.
All'interno di un prisma è possibile invece far cambiare la direzione della luce completamente in quanto si utilizza la rifrazione per creare raggi con angoli diversi a seconda della lunghezza d'onda in entrata: il fascio di luce bianca che entra dentro un prisma è scomposto in tanti fasci luminosi di lunghezza d'onda diversa tutti distinti ed osservabili.

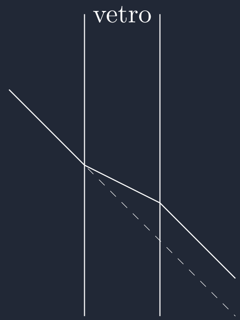


Figura 3: Deviazione della luce

2 Le lenti

2.1 Introduzione alle lenti sferiche

Supponendo di avere una sfera di vetro curvilinea e all'esterno aria; voglio vedere che succede se le onde piane della luce lo colpiscono con un certo angolo rispetto alla direzione del raggio della sfera. Chiamo θ l'angolo di inclinazione rispetto alla congiungente sorgente-centro della circonferenza della lente e p la lunghezza dalla sorgente alla congiungente della verticale dal punto di contatto all'orizzontale. Si può supporre che se l'angolo $\theta << 1$, allora posso approssimare la lunghezza p come la distanza da P alla superficie di contatto della lente (ipotesi **parassiale**). Chiamo allora θ_i l'angolo di incidenza sulla lente e θ_r l'angolo di rifrazione dovuto alla lente rispetto alla congiungente punto di contatto C al centro O della circonferenza. Ottengo degli altri angoli: ϕ, ossia l'angolo tra l'orizzontale e la

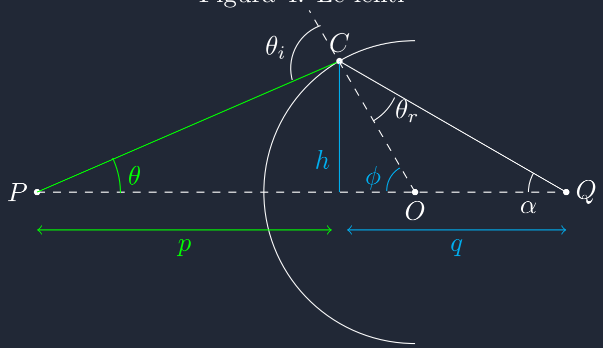


Figura 4: Le lenti

congiungente OC e α, ossia l'angolo che forma la congiungente PQ rispetto all'orizzontale.
Posso chiamare q come $PQ - p$ e Q il punto di contatto tra il fascio e l'orizzontale e l'angolo α di incidenza del fascio rifranto sull'orizzontale. Si ottiene allora la seguente relazione vicino al punto di contatto C:

$$\theta_i + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = \pi \implies \theta_i = \theta + \phi \qquad (1)$$

Inoltre si ottiene un'altra relazione

$$\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) + \theta_r = \frac{\pi}{2} - \alpha \implies \alpha = \phi - \theta_r \quad (2)$$

Inoltre si ha che

$$h = q \tan\alpha = p \tan\theta = R \sin\phi$$

Data l'ipotesi parassiale le relazioni per h sono tutte uguali l'una dall'altra e posso togliere le varie tangenti e seni in quanto per $\theta << 1$ si ha che $\sin\theta, \tan\theta \approx \theta$:

$$h = q\alpha = p\theta = R\phi \qquad (3,4,5)$$

Rifacendosi alla legge di Snell e ricordando l'ipotesi parassiale, si ottiene che

$$n_{aria} \sin\theta_i = n_{vetro} \sin\theta_r \implies n_{aria}\theta_i = n_{vetro}\theta_r$$

Posso far sparire glia angoli utilizzando le varie relazioni: posso utilizzare intanto la (1), poi la (2) e ottenere:

$$n_{aria}(\theta + \phi) = n_{vetro}(\phi - \alpha)$$

Posso allora utilizzare le relazioni dell'altezza per eliminare definitivamente gli angoli:

$$n_{aria}\left(\frac{h}{p} + \frac{h}{R}\right) = n_{vetro}\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{q}\right)$$

Adesso posso semplificare h dappertutto:

$$n_{aria}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{R}\right) = n_{vetro}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{q}\right) \qquad (3)$$

Con questa equazione io vedo che tutti i raggi che emetto dalla mia sorgente P giungono tutti nel medesimo punto Q con angoli sufficientemente piccoli (ossia nel limite parassiale). Se si ripetesse il conto con un'altra interfaccia sferica vetrosa di raggio $R_2 < R$, allora scoprirò che il punto di convergenza di tutti i raggi numerosi è dato da

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_2}\right) \frac{n_{vetro} - n_{aria}}{n_{aria}} + \frac{n_{vetro} d}{p(p-d)}$$