Appunti di Ottica

Tommaso Miliani

20-10-25

1 Sommare due lunghezze d'onda diverse

Se i due fasci in ingresso sono di lunghezze d'onde diverse, si è già detto l'intensità totale come è ottenuta. Se le intensità sono equivalenti per entrambi i fasci di luce, allora posso esprimere le intensità come

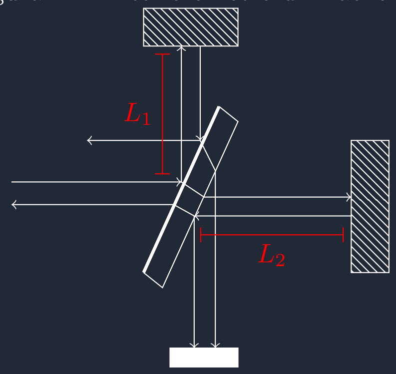
$$I_1 = I_2 = I_0$$

Sfruttando le formule di Prostaferesi e le considerazioni trigonometriche sul seno quadro per cui $\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(\alpha)}{2}$, posso esprimere l'intensità totale dei due fasci luminosi come

$$I_0\left(1 - \cos((k_1 + k_2)\Delta L) \cdot \cos((k_1 - k_2)\Delta L)\right)$$

Il primo contributo del coseno rappresenta l'oscillazione più lunga mentre il secondo è una oscillazione più corta (spazialmente) per cui la variazione di lunghezza d'onda δl per entrambi i fasci sono:

Figura 1: L'interferometro di Machelson



$$\delta l_1 = \frac{2\pi}{k_1 + k_2}$$
$$\delta l_2 = \frac{2\pi}{k_1 - k_2}$$

L'ampiezza del secondo termine determina la modulazione dell'onda che introduce una dipendenza spaziale all'oscillazione delle onde. Tramite l'interferometro e spostando gli specchi di un certo ΔL, la luce in ingresso nell'interferometro risulta modulata.

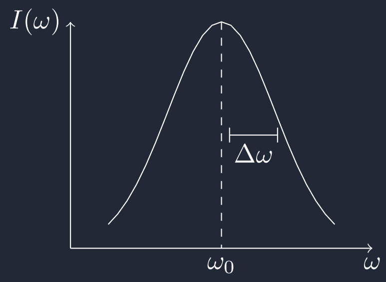
1.1 Lo spettro continuo

Nel caso in cui si utilizzi una sorgente luminosa di luce bianca: questa conterrà tutte le lunghezze d'onda del visibile in maniera continua. Si può ora andare ad analizzare cosa accade nell'interferometro al variare di ΔL. La luce emessa da un led bianco è centrato intorno ad un valore di ω_0 e λ_0: con una certa distribuzione dell'intensità luminosa, io so che

$$\omega_0 = ck_0 \implies \omega_0 = c\frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Dato che il led è costruito in modo tale che sia visibile all'occhio umano, io posso fare in modo che il $\Delta\lambda$ sia circa uguale a $150nm$ per poter stare nel visibile. Per trovare il corrispettivo intervallo in termini di ω posso dire che, dato che esiste una relazione lineare tra ω e λ,

Figura 2: L'intensità luminosa in funzione della pulsazione



$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

Conosciuto $\Delta\lambda$, allora è possibile trovare $\Delta\omega$, ossia l'intervallo della pulsazione della luce. Il $\Delta\lambda$ e $\Delta\omega$ sono delle stime qualitative della distanza del centro della distribuzione gaussiana della lunghezza d'onda dal punto di metà altezza . Con queste considerazioni posso determinare l'intensità luminosa che riceve il rilevatore in funzione dello scostamento delle distanze dei due specchi ΔL in maniera discreta:

$$I(\Delta L) = \sum I_i \sin^2(k_i \Delta L)$$

Posso allora passare al caso continuo attraverso l'integrale nella seguente maniera:

$$I(\Delta L) = \int I(\omega)\Delta\omega \sin^2(k_\omega \Delta L) = \int I(\omega) \sin^2\left(\frac{\omega}{c}\Delta L\right) d\omega$$

Il led che si ha non ha necessariamente una distribuzione gaussiana delle lunghezze d'onda centrate intorno ad un certo λ_0 ma supponiamo che lo sia entro certe approssimazioni. Posso allora cercare di risolvere l'integrale della funzione dell'intensità luminosa secondo la distribuzione Gaussiana:

$$I(\omega) = \frac{I_0}{\sqrt{\pi}\Delta\omega} \exp\left(-\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega}\right)^2$$

Di conseguenza la risoluzione dell'integrale di $I(\Delta L)$ è:

$$\frac{I_0}{2}\left(1 - \exp\left(-\frac{(\Delta L \Delta\omega)^2}{c}\right) \cos\left(\frac{2\Delta L \omega_0}{2}\right)\right)$$

Da questo di può vedere cosa succede quando $\Delta L \to 0$:

$$\frac{I_0}{2}\left(1 - \cos\left(2\frac{\Delta L \omega_0}{2}\right)\right) \implies \frac{I_0}{2}\sin^2(k_0 \Delta L)$$

Per ΔL molto piccoli allora i fasci luminosi oscillano normalmente mentre per ΔL non piccoli invece c'è da considerare anche il termine esponenziale. Il coefficiente $\frac{I_0}{\sqrt{\pi}\Delta\omega}$ è tale per cui si ottiene

$$\int I(\omega) d\omega = I_0$$

Posso determinare il valore minimo di ΔL tale per cui io posso osservare l'oscillazione dell'intensità luminosa. Questa lunghezza è detta **lunghezza di coerenza**, e si indica con L_c e si definisce come l'ampiezza di oscillazione tale per cui il termine L_c è tale per cui l'esponente della e diventa 1, ossia

$$\frac{L_c \cdot \Delta\omega}{c} = 1$$

Si ha quindi

$$L_c = \frac{c}{\Delta\omega} \implies L_c = \frac{c}{\omega_0}\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \tag{1}$$

Ho sostituito $\Delta\omega$ in funzione di λ_0 e inoltre posso esprimere anche ω_0 in funzione di λ_0 come $\omega_0 = c\frac{2\pi}{\lambda_0}$. Dunque

$$L_c = \frac{\lambda_0^2}{2\pi \cdot \Delta\lambda} \tag{2}$$

Si scopre, facendo i conti, che per un led che emette luce bianca nel visibile, la lunghezza di coerenza è di 400 nm. Se si vuole dunque vedere l'oscillazione della luce per un led a luce bianca bisogna utilizzare una lunghezza di coerenza di questa dimensione.

L'esperienza dell'ottica geometrica

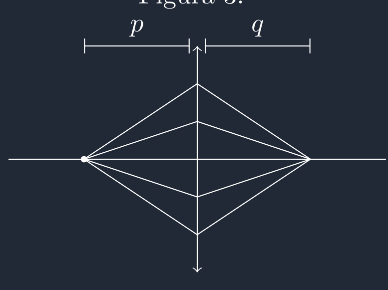
2 Introduzione: obiettivi e finalità

L'esperienza dell'ottica geometrica è la verifica della legge delle lenti sottili e di una misura della focale di una lente convergente incognita. Ricordando la legge delle lenti sottili

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Si eseguono seguenti procedure in laboratorio

Figura 3:



1. Ogni sperimentatore misura $f \pm \Delta f$ ad un valore diverso p (e di conseguenza di q);

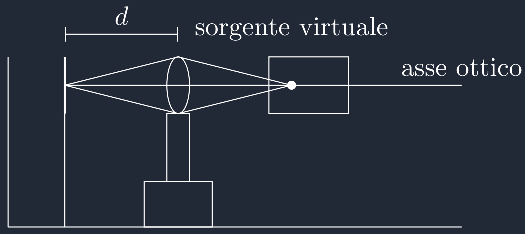
2. Se tutte le misure sono consistenti entro le barre di errore, allora si sarà dimostrata la legge delle lenti sottili.

3. Determinare la migliore stima di f mediante la media pesata del valore di f trovato da ogni sperimentatore.

3 L'apparato sperimentale

L'apparato sperimentale consiste in un regolo lungo circa un metro e mezzo con precisione di un millimetro. Una lente è posta ad una certa distanza con una scala graduata (nonio) che mi permette di ottenere una precisione di posizionamento del decimo di millimetro. La sorgente è realizzata mediante un led che illumina una diapositiva in modo tale che il led giaccia esattamente sull'asse ottico rispetto alla lente e parallelo alla guida.

Figura 4: Rappresentazione apparato Lente di servizio e oculare-occhio



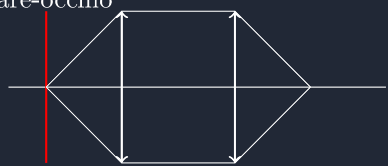
1. Per determinare la distanza della diapositiva dalla lente, devo fare in modo di creare una immagine virtuale utilizzando la lente convergente con $f = 50\ mm$ nella configurazione $2f - 2f$ (dove f è quella della lente conosciuta). La lente che si utilizza prende il nome di **lente di servizio** per cui:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{2f}$$

   Per cui $d = 2f$. L'incertezza associata a questa distanza non è fondamentale in quanto l'immagine nella sorgente virtuale si formerà (più o meno sfuocata) a prescindere dalla precisione.

Ad una certa distanza c'è un oculare che mi permette di osservare l'immagine ottenuta. Sull'oculare c'è un crocefilo che mi permette di osservare l'allineamento dell'immagine sull'oculare. Il fatto che si utilizza un oculare con una lente davanti (che è possibile ruotare con una ghiera), vuol dire che si utilizza l'occhio per osservare l'immagine. Si dispone l'oculare in modo tale che il crocefilo sia visibile e anche l'immagine (questo accade quando il mio occhio li vede nitidi entrambi) e in modo tale che l'immagine sia sovrapposta esattamente sul crocefilo. La schematizzazione oculare-occhio comprende il crocefilo con una lente associata ed il cristallino dell'occhio (che deve essere completamente rilassato in modo tale da avere il fuoco all'infinito). Nel disegno il tratto rosso è il crocefilo, le due lenti convergenti sono invece la lente prima dell'occhio e poi il cristallino.

Figura 5: Schematizzazione del sistema oculare-occhio



Adesso posso spostare l'oculare dal punto dove si forma l'immagine virtuale e mettere una lente ad una certa distanza p dall'immagine virtuale ed una certa distanza q dall'oculare nuovo:

Figura 6: L'apparato sperimentale totale