

Appunti di fluidi

Tommaso Miliani

14-10-25

1

Il lavoro adiabatico su di una curva qualsiasi γ_1 è lo stesso che di quello per un'altra curva γ_2 se le due trasformazioni hanno lo stesso stato iniziale e finale (anche se le trasformazioni non sono quasi statiche).

$$L_{i \rightarrow f, \gamma_1}^{(adiabatica)} = L_{i \rightarrow f, \gamma_2}^{(adiabatica)}$$

C'è anche un altro aspetto su di questo: se questa trasformazione è anche ciclica, allora il suo lavoro è sempre zero.

$$L_{i \rightarrow i}^{(adiabatica)} = 0$$

Queste conseguenze rispecchiano i dati sperimentali anche se non si ha una legge della fisica classica che mi permetta di dire questo. Questo risultato in realtà ci dice moltissimo sulla natura: questo risultato è un vincolo su quello che accade a livello di trasformazioni. E' un qualcosa che ci da un sacco di informazioni sulla fisica.

Se io avessi una quantità di lavoro adiabatico che compie il mio sistema e dipende solamente dallo stato iniziale e finale, allora ci deve essere necessariamente una funzione che mi permetta di esprimere il lavoro in termini dello stato iniziale e dello stato finale:

$$L_{i \rightarrow f}^{(adiabatica)} = F(i, f) = F(p_i, V_i, p_f, V_f) \quad (1)$$

Inoltre questa deve essere tale che se $i \equiv f$ allora si annulla. Questa funzione assomiglia molto all'energia potenziale nelle forze conservative nella meccanica (anche se non si sta parlando di energia potenziale). Si definisce questa funzione come **Energia interna**, che è definita come

$$\Delta U = U(f) - U(i) = -L_{i \rightarrow f}^{(adiabatica)}$$

Questa non è energia potenziale anche se utilizza lo stesso simbolo, ma è una funzione di stato. Si dimostra che è definita a meno di una costante poiché se si definisce $U' = U + c$, nella differenza è possibile rimuovere la costante, anche se la funzione U non è univoca. In generale dipende solamente dallo stato iniziale e finale poiché c'è la condizione $F(i, i) = 0$.

2 Primo principio della termodinamica

In generale non esiste una trasformazione adiabatica che mi permetta di passare da uno stato finale B ad uno stato iniziale A , anche se esiste una trasformazione adiabatica che mi permetta di passare da A a B . Nel gas perfetto, per esempio, so che esiste sempre una trasformazione adiabatica che mi permetta di passare da

$$A(V_1, T) \rightarrow B(V_2, T) \quad V_2 > V_1$$

anche se non esiste una trasformazione adiabatica che mi permetta di tornare indietro (in altre parole non esiste la compressione adiabatica poiché la temperatura di un gas si alza sempre quando viene compresso). Si può dimostrare che per solo per un caso particolare esistono trasformazioni termodinamiche adiabatiche per entrambi i sensi supponendo che si abbiano due trasformazioni adiabatiche in entrambi i sensi:

$$A \rightarrow B \quad B \rightarrow A$$

L'energia interna del sistema per le due trasformazioni sarà data:

$$\begin{aligned} U(B) - U(A) &= -L_{A \rightarrow B}^{(adiabatica)} \\ U(A) - U(B) &= -L_{B \rightarrow A}^{(adiabatica)} \end{aligned}$$

Ossia, quando esistono entrambe le possibilità il lavoro che va da uno stato all'altro è esattamente l'opposto del lavoro che va dall'altro stato a quello di partenza:

$$L_{A \rightarrow B} = -L_{B \rightarrow A}$$

Tutte le volte che non esiste una trasformazione adiabatica in un verso, esisterà nel verso opposto per qualsiasi stato iniziale e finale e per qualsiasi trasformazione termodinamica. Il resto del primo principio della termodinamica è che il lavoro del sistema non dipende dal set di trasformazioni che compie il sistema per raggiungere uno stato finale qualsiasi da uno stato iniziale qualsiasi. In generale posso dire che se il lavoro è esprimibile come funzione di stato (ossia in condizioni adiabatiche) che

$$\Delta U = -L^{(adia)} \quad (2)$$

Dato che l'energia interna del sistema è proprio il lavoro del sistema, allora il lavoro che compie il sistema corrisponde alla diminuzione dell'energia all'interno del sistema e che può essere usata per compiere lavoro meccanico sull'ambiente esterno.

Se il lavoro non è compiuto da una trasformazione adiabatica, allora U non è una funzione di stato, allora è esprimibile sempre a prescindere dalle trasformazioni del sistema e dai suoi stati. Inoltre, la somma tra l'energia potenziale ed il lavoro del sistema è definita come una quantità chiamata **quantità di calore**:

$$\Delta U + L = Q \quad (3)$$

Quando si analizza una trasformazione qualunque si ha il calore in modo univoco (e senza dover sapere gli stati del sistema) e dunque posso riesprimere l'energia interna come

$$Q - L = \Delta U \quad (4)$$

E prende il nome di funzione matematica integrale del primo principio della termodinamica.

- $Q > 0$: Il sistema ha acquisito dell'energia dall'ambiente;
- $Q < 0$: Il sistema ha ceduto dell'energia all'ambiente.

Un sistema può scambiare con l'esterno o lavoro meccanico o lavoro. Si può esprimere come conseguenza la forma differenziale dl primo principio della termodinamica:

$$\delta Q - \delta L = dU$$

A livello matematico è notevole in quanto le due espressioni sono legate tra di loro.

- Adiabatica: per definizione, una trasformazione adiabatica ha quantità di calore zero: le pareti adiabatiche allora non permettono il passaggio di energia di tipo termico e permettono solamente gli scambi energetici di tipo meccanico.
- Trasformazione ciclica: $\Delta U = 0$, allora $Q - L = 0$ e $Q = L$. La quantità di calore fornito deve equivalere al lavoro svolto dal sistema. Il lavoro sarà positivo se percorro la curva in senso orario o negativo se la percorro in senso antiorario.

Dato che si è data una definizione operativa di calore secondo il primo principio, posso dire che la quantità di calore che scambio in una certa trasformazione, per definizione, è data da:

$$Q_{A \rightarrow B} = \Delta U + L_{A \rightarrow B} \quad \Delta U = U(B) - (A)$$

A pressione costante se si fornisce del calore senza che aumenti il volume del sistema, allora posso dire che

$$Q = \Delta U \quad L \approx 0$$

2.1 Il mulinello di Joule

L'esperimento che fece Joule per definire il calore utilizzava un contenitore con all'interno un sistema di pale e sopra un mulinello collegato alle pale con dei pesi per ogni parte. L'energia potenziale dei pesi viene trasferita al sistema sotto forma di attrito delle pale con l'acqua, in modo tale che tutta l'energia che viene fornita al sistema è dovuta solo al calore e non al lavoro per cui

$$Q = \Delta U \implies Q \propto \Delta T$$

Il che mi suggerisce che

$$\delta Q = c \, dt$$

con \mathcal{C} si indica la **capacità termica** che è definita come la quantità di calore infinitesima che devo fornire al sistema per ottenere un aumento di temperatura infinitesimo. Tuttavia questo non è applicabile per tutti gli esperimenti (ossia quelli nei quali si fornisce solamente calore al sistema senza fare alcun tipo di lavoro meccanico). Dato che il calore fornito dipende dal tipo di trasformazione, allora devo definire la capacità termica quando fisso la pressione (per le isobare) e quando fisso il volume (per le isocore) in maniera diversa:

$$\mathcal{C}_p = \left(\frac{\delta Q}{dt} \right)_p \quad c_V = \left(\frac{\delta Q}{dt} \right)_V$$

La capacità termica adiabatica è zero per qualsiasi sistema, mentre la capacità termica di una trasformazione non è definita. Generalmente per i liquidi $\mathcal{C}_P \approx c_V$ mentre per i gas sono molto diversi. Si definisce il **calore specifico** come

$$c = \frac{\mathcal{C}}{M} \tag{5}$$

Ossia il calore per quantità di massa. Si può anche definire il calore per quantità di sostanza, come

$$c = \frac{\mathcal{C}}{n} \tag{6}$$

Ossia la capacità termica per numero di mole. IN generale, dato che è una quantità additiva, si ha che $\mathcal{C} \geq 0$.