Fisica II

Gariboldi Alessandro

1 Introduz. al corso

23/02/26

professori:

- Prof. Massimo Gurioli (@unifi.it)
- Prof. Giovanni Ferioli (@unifi.it)
- Prof. Francesco Biccari (@unifi.it)

Libri:

- C. Mencuccini, V. Silvestrini
- Fisica 2 Liguori editore J.D. Jackson
- Classical Electrodynamics 3rd edition.

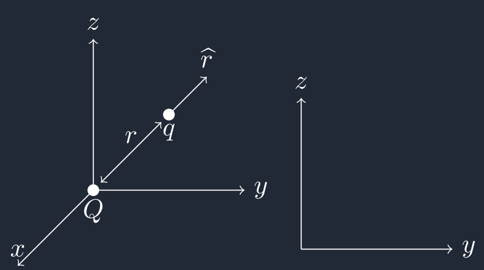
Modalità d'esame:
Lo scritto ha validità di un anno, si passa con 18, con 17 anche ma si fa un esercizio all'orale.
Ci sono due parziali per sostituire che gli scritti , 16 a in ciascuno, e 18 in media.
Ogni scritto ha 3 esercizi con tre domande ciascuno. si ha un massimo di 36 punti e sono concessivi su piccli errori, il terzo è in media più difficile dei primi due.
L'orale non fa media aritmetica, decide il voto finale.

Generale introduzion storica:
Dalla bottiglia di Leila (primo esempio di condensatore) si cercò di misurare la carica che produceva.
Coulomb definì la forza tra due cariche, e da lì si definì la costante dielettrica.

$$\vec{F} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

q aveva una precisione molto bassa oggi dopo varie misurazioni si è arrivati a $q \approx 10^{-16}$

1.1 Legge di Coulomb



Date due cariche puntiformi ad una certa distanza la forza che la carica q sente dalla carica Q è esattamente:

$$F_q = \frac{q\ Q}{r^2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \widehat{r}$$

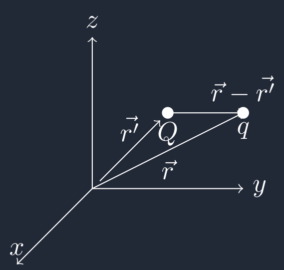
Con r che p la distanza tra la carica Q e la carica q. E il versore indica il verso, qeusto perchè la forza può essere reulsiva (quando si hanno q e Q di segno opposto) o attrattiva (quando hanno segno concorde).
Si ha poi:

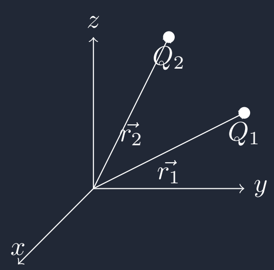
$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}_q}{q}}$$

Da qui troviamo che il campo elettrico nel limite di carica puntiforme ($q \to 0$) è:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\widehat{r}$$

In breve il corpo due se <u>non</u> c'è il corpo uno, il corpo due non subisce nessuna forza.
In più si deve pensare che il campo elettrico sia qualcosa che è fatto di energia ma è proprio un costituente della natura, alla pari della materia, sono qualcosa che permiano lo spazio e sono regolati da leggi fisiche ben precise.
Cos'è un campo elettrico?
Di fatto è matematicamente un campo vettoriale ovvero associa ad ogni punto dello spazio un vettore che rappresenta l'intensità e la direzione del campo elettrico in quel punto.
Il campo in un punto dello spazio è la somma delle forze in quel punto.
Iniziamo col generalizzare la legge di Coulomb senza che la carica Q sia nell'origine del sistema di riferimento scelto, altra cosa non si può cercare la forza tra due cariche nello stesso punto, poichè si considera la somma delle due.





$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}(\vec{r} - \vec{r}')$$

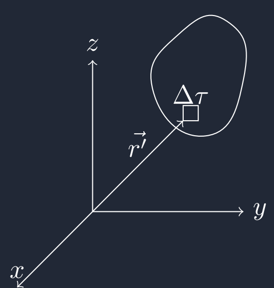
Considerando la fig. 2 ho sapendo che ho:

$$\begin{aligned}
\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3}(\vec{r} - \vec{r}_1) + \frac{Q_2}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^3}(\vec{r} - \vec{r}_2)\right) \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N_c}\frac{Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}(\vec{r} - \vec{r}_i)
\end{aligned}$$

Con N_c che è il numero di cariche presenti.

1.2 densità di carica

Cerchiamo ora a introdurre il concetto di densità di carica, prendendo un volume generico, e cerco di farne l'integrale di volume.



Considero il volumetto infinitesimo quindi $\Delta\tau \to 0$ e considero il numero di volumetti che tende all'infinito quindi $N \to \infty$.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}(\vec{r}-\vec{r'})d\tau$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\vec{r'})}{|\vec{r}-\vec{r'}|^3}(\vec{r}-\vec{r'})d\tau}$$

Con ρ che è la densità di carica, e si ritrova nella relazione:

$$dQ = \rho(\vec{r'})d\tau$$

Esempio 1.1.
Prendiamo un cavo e un punto ad una distanza x, e cerchiamo di calcolare il campo elettrico in quel punto.

"foto"

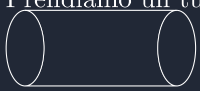
Cosa accade invece se ho $L \gg x \gg d$ Avrò invece che:

$$\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{x}\widehat{x}$$

Quindi se considero un filo infinito ho che il campo va a 0 come $1/x$, e non come normalmente accade che va come $1/x^2$.

1.3 il teorema di Gauss

È di fatto la prima equazione di Maxwell espresso in forma integrale e dice che presa una superficie chiusa
Prendiamo un tubo:



$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \rho v \cancel{\Delta t} S = \vec{J}\widehat{n}S = \phi_{\vec{J}}(S) = \int_S \vec{J}(r')\cdot\widehat{u}dS$$
$$\text{preso } \vec{J} = \rho\vec{v}$$

Con che è il flusso di J attraverso la superficie S.

Se consideriamo una delle sezioni inclinata e abbiamo quindi una situazione di questo tipo:
In questo caso otteniamo che:

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \rho v S\cos\theta = \vec{J}\cdot\widehat{n}S = \phi_{\vec{J}}(S)$$

Teorema 1.1 (di Gauss)**.**

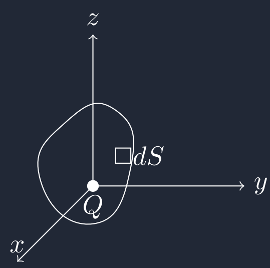
$$d\phi = \vec{E}\cdot\widehat{n}dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\widehat{r}\cdot\widehat{n}dS$$

Considero ora invece che un pezzetto di piano sia perpendicolare rispetto a Q e quindi abbia $\widehat{n} = \widehat{r}$, in questo caso ottengo che da un pezzetto di piano dS ottengo un pezzetto di sfera dS_n:

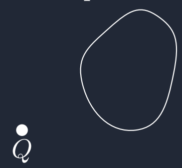
$$d\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dS_n}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}d\Omega$$

Sono passato infine ad una quantità che è il rapporto tra l'area normale e il quadrato della distanza, che è proprio la definizione di angolo solido.

$$\phi = \int_S d\phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_S d\Omega = \frac{Q\cancel{4\pi}}{\cancel{4\pi}\epsilon_0}$$



Consideriamo ora una carica esterna alla superficie chiusa, bisogna considerare che un angolo solido generico proveniente da quella carica o nonintercetta la superficie o la intercetta un numero pari di volte:



$$d\phi = \vec{E_1}\widehat{n_1}S_1 + \vec{E_2}\widehat{n_2}S_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\cos(\theta_1)dS_1}{r_1^2} + \frac{\cos(\theta_2)dS_2}{r_2^2}\right) = 0$$

Fa una quantità di angolo solido positiva e una negativa, che si annullano reciprocamente.
In particolare si ricorda che $0 \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$ *e* $\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 \leq \pi$.
Quindi se Q *è interna:*

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Se Q *è esterna:*

$$\phi = 0$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N_c} \vec{E_i}\phi = \int_S \sum_{i=1}^{N_c} \vec{E_i} \cdot \widehat{n} dS = \sum_{i=1}^{N_c} \int_S \vec{E_i} \cdot \widehat{n} dS = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{Q_i}{\epsilon_0} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$