

Appunti di fluidi

Tommaso Miliani

16-10-25

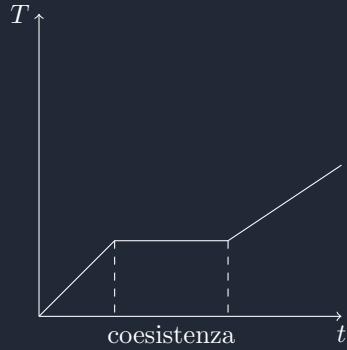
0.1 Ridefinizioni di termostato e temperatura

Il termostato diventa quindi un sistema la cui capacità termica $C \rightarrow \infty$ in quanto il termostato deve avere la capacità di non mutare la propria temperatura pur scambiando quantità di temperature molto grande. Un termometro, invece, è un sistema termodinamico $C \rightarrow 0$, in quanto deve poter scambiare quantità di calore molto piccole e causare una sua variazione di temperatura grande. Si dice allora che un qualsiasi sistema termodinamico S_1 è un termostato rispetto ad un sistema termodinamico S_2 se $\mathcal{C}(S_1) \gg \mathcal{C}(S_2)$; mentre un sistema termodinamico S_1 si dice termometro rispetto ad un sistema termodinamico S_2 se $\mathcal{C}S_1 \ll \mathcal{C}(S_2)$.

1 Cosa accade agli scambi termici durante le trasformazioni

Se si vuole far avvenire un passaggio di stato si deve fornire dell'energia o sottrarre dell'energia al materiale per cui vogliamo far avvenire il passaggio di stato. Durante il passaggio di stato, il fluido è in stato di coesistenza tra le due fasi tra cui avviene il passaggio. Durante quel tempo, si definisce il **calore latente** (l), ossia l'energia che si deve fornire al fluido durante quel periodo di coesistenza per far sì che il corpo finisca il passaggio di stato. I valori per il passaggio da liquido a gas e da solido a liquido sono diversi tra di loro e si indicano con l_v e l_F rispettivamente e sono proprie di ogni sostanza. Il calore latente di vaporizzazione è sempre più grande di quello di fusione in quanto gli atomi hanno più movimenti e possono, in media, avere più legami tra di loro in quanto sono più liberi di muoversi; inoltre per ottenere un gas devo necessariamente romperli tutti i legami intermolecolari mentre per il passaggio da solido a liquido basta che se ne rompano una quantità sufficiente tale per cui gli strati del reticolo possano scorrere uno sopra l'altro.

Figura 1: Coesistenza delle fasi durante un passaggio di fase



1.1 La relazione tra energia interna e capacità termica a volume costante

Se si decidesse di considerare l'energia interna come funzione solamente del volume e della temperatura. Se io volessi scrivere il differenziale di questa funzione:

$$U(V, T) \quad dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

Il fatto che il valore di T sia fissato quando derivo parzialmente il volume è dovuto al fatto che le funzioni di stato potrebbero essere funzioni di diverse variabili, allora devo specificare se la derivata parziale rispetto al volume devo dire se è stata fatta a temperatura costante oppure a pressione costante in quanto ho scelto la dipendenza funzionale di U rispetto a sole due variabili. Dato che

$$dU = \delta Q - \delta L \implies \delta Q - \delta L = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

Nel caso particolare in cui il volume sia costante, allora non compirò alcun lavoro sull'ambiente esterno e dunque posso esprimere il calore come

$$\delta Q = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT$$

Dato che sono a volume costante, posso utilizzare la capacità termica e devo anche considerare che $dV = 0$ poiché è una trasformazione a volume costante:

$$C_V dT = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT \implies C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (1)$$

Questo risultato mi permette di dire che esiste una relazione diretta tra la capacità termica a volume costante e la derivata parziale dell'energia interna rispetto alla temperatura calcolata a volume costante. Posso allora dire che questa è una funzione di stato (ma solo in questo caso particolare per un fluido).

2 Conseguenze del primo principio per i gas perfetti

2.1 Trasformazioni adiabatiche

Ricordando cosa succede nell'espansione libera di un gas il lavoro compiuto dal sistema è esattamente zero e, dato che non viene fornito nessun calore al gas, allora l'energia interna è anch'essa zero: vale

$$\Delta U = Q - L = 0$$

Se lo facessi con un gas qualunque e non un gas perfetto, allora la temperatura varierebbe di un pochino. Nel caso di gas perfetto con $\Delta T = 0$ possiamo esprimere la trasformazione come:

$$\begin{aligned} (V_A, T) &\rightarrow (V_B, T) \\ (p_A, T) &\rightarrow (p_B, T) \end{aligned}$$

Se è vero che $\Delta U \neq 0$, allora vuol dire che la funzione

$$U(V_A, T) = U(V_B, T)$$

Siccome lo stato è variato ma l'energia interna non è variata, allora l'energia interna non dipenderà da V . Posso fare il medesimo ragionamento per la pressione e ottenere che

$$U(p_A, T) = U(p_B, T)$$

E dunque l'energia interna non dipenderà dalla pressione. L'energia interna è allora solo funzione della temperatura per un gas perfetto. Se la temperatura è costante allora l'energia interna è nulla per un gas perfetto e si ottiene l'utile relazione

$$Q = L = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV \implies nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = Q \quad (2)$$

Nel caso di un gas perfetto il risultato ottenuto per la capacità termica rispetto all'energia interna è generalizzabile come

$$C_V = \frac{dU}{dT} \quad (3)$$

Dato che si è dimostrato che l'energia interna è funzione della temperatura, posso dire che anche la capacità termica è funzione della temperatura.

$$C_V = C_V(T) \quad (4)$$

Questo mi porta a dire che dalla relazione per l'energia interna

$$dU = \delta Q - \delta L$$

Posso ottenere, per un gas perfetto le seguenti sostituzioni:

$$C_V dT = \delta Q - pdV$$

Figura 2: Trasformazione adiabatica



Quando la pressione è costante si ottiene una relazione che lega le capacità termiche a volume e pressione costante:

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_V dT &= \mathcal{C}_P dT - pdV \\ \implies (\mathcal{C}_P - \mathcal{C}_V) dT &= pdV\end{aligned}$$

Adesso devo trovare una relazione che possa legare il volume alle altre due variabili termodinamiche. Posso vedere che il volume è una funzione con la seguente espressione:

$$V = V(p, T) \implies dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT$$

Allora la relazione tra le capacità termiche diventa (ricordando che siamo a pressione costante):

$$\mathcal{C}_P - \mathcal{C}_V = p \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Adesso posso anche esplicitare l'espressione per il volume ricordando che

$$V = \frac{nRT}{p} \implies \mathcal{C}_P - \mathcal{C}_V = nR$$

Per un gas perfetto si ottiene allora il risultato generale:

$$\mathcal{C}_P - \mathcal{C}_V \geq 0$$

Questo è dovuto al fatto che se \mathcal{C}_V è una certa funzione rispetto alla temperatura, allora lo è anche \mathcal{C}_P secondo la seguente:

$$\mathcal{C}_V = g(T) \implies \mathcal{C}_P = g(T) + nR$$

Quello che ci dice la termodinamica per un gas perfetto, queste considerazioni non mi bastano per poter determinare una equazione di stato.