GROUP PROJECT

Конспект по лекции А. М. Райгородского 'Математика и её приложения. Задача о кандидатах'

Бауэр Никита Владимирович
Т-Банк (создатель конспекта)

Райгородский А. М. (ИИ)
Университет МФТИ (создатель лекции)

Постановка задачи

1.

У нас есть 20 школьников, которые тренируются в олимпиадной школе. Их наставникам нужно сформировать сильную команду. Есть перечень мат. дисциплин, которые необходимо уметь решать: Коминаторика, Планиметрия, Теория чисел, Алгебра, ... (всего 18 штук) **Нужно составить команду таким образом, чтобы в команде были люди, которые являются одними из лучших в своей дисциплине, при этом чтобы участников команды было как можно меньше** Пока что для каждой дисциплины будем отбирать 5 лучших комбинаторщиков, 5 лучших алгебраистов и тд. **Заранее известно, что найдутся школьники, которые будут сильны в нескольких дисциплинах**, ведь $5 \cdot 18 > 20$	*(R2) (this is a marking)*

2. Попробуем глупую идею: занумеруем школьников и не будем никого тренировать. Заранее решим, что на олимпиаду поедут ребята с номерами от 1 до 16.

   (a)

Среди этих ребят обязательно будет кто-то, кто входит в топ-5 по комбинаторике, ведь мы не взяли на олимпиаду только 4 человека. Возьмем прямоугольник шириной 20 см (ширина репрезентирует номер участника) и высотой r (минимальное количество дисциплин, в которых представителем может быть только один школьник). Внутрь такого прямоугольника будем помещать прямоугольники поменьше с шириной 5 и высотой 1, который репрезентирует команду из 5 человек для какой-то дисциплины (которых ровно 18 штук). Тогда 20r - это площадь прямоугольника, в который пытаются вместить 5*18 прямойгольников. Таким образом:	

$20r \geq 5 \cdot 18$

$r \geq 4,5$

Таким образом точно найдется школьник который является представителем хотя-бы пяти предметов

(b) **Жадный алгоритм**

(C6)

Таким образом можно продолжить алгоритм поиска людей, которые станут представителями хотя-бы k предметов.

Мы выбрали представителя для пяти предметов, осталось найти представителей для 13 предметов из 19 (уже не 20) школьников

$$\begin{gathered} 13,\ 19 \\ \frac{5 \cdot 13}{19} \approx 4 \\ 9,\ 18 \\ \frac{5 \cdot 9}{18} \approx 3 \\ 6,\ 17 \\ \frac{5 \cdot 6}{17} \approx 2 \\ 4,\ 16 \\ \frac{5 \cdot 4}{16} \approx 2 \\ 2,\ 15 \\ \frac{5 \cdot 2}{15} \approx 1 \end{gathered} \tag{1.1}$$

3. Принцип перекрытия пятерок

Есть другой метод решения данной задачи, дающий иной результат. Давайте для каждой дисциплины распрепедим учеников, которые могут быть её представителями: Комбинаторика: 1, 2, 3, 4, 5 Планиметрия: 6, 7, 8, 9, 10, Теория чисел: 11, 12, 13, 14, 15, Алгебра: 16, 17, 18, 19, 20 ... Понятно, что в следующих дисциплинах люди будут повторятся. Теперь, из известных нам шестерок (5+1),нужно выбрать наименьшее количество представителей, который будут идти на оставшиеся дисциплины. Число таких представителей не равно 1, ведь тогда можно составить пятёрку без него. Тогда число равно двум, ведт без этих двух представителей пятерку не составить. Всего шестерок у нас три (20 / 6 $\approx$ 3). Тогда из каждой из трех шестерок берем по два человека, что в сумме даёт 6. **Графы и гиперграфы** Графы — это математические структуры, которые состоят из объектов (вершин) и соединяющих их линий (рёбер). Пример: города как вершины, а дороги между ними — рёбра. Графы используются для моделирования сетей: транспортных, социальных, компьютерных и многих других. Гиперграфы — это обобщение графов. Здесь каждое “ребро” (их называют гиперрёбра) может связывать не две вершины, а сразу несколько, то есть группу объектов. Например, если представить, что у вас есть проектные команды из нескольких учеников, то каждая команда будет гиперребром, соединяющим всех членов команды одновременно.	*(C6)*

,

)