EXERCICE ex00 : LA SUPERPOSITION QUANTIQUE

Sujet

Écrivez un programme qui produira un circuit quantique avec un seul qubit pour obtenir cet état: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ en utilisant le principe de superposition quantique.

Théorie

l'etat : $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ peut s'écrire

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

ou encore :

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad avec \quad \alpha \in \mathbb{C} \quad et \quad \beta \in \mathbb{C}$$

Pour notre état $|\psi\rangle$, $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

La norme de $|\psi\rangle$ noté $||\psi||$ est $|\alpha|^2 + |\beta|^2$ soit

$$||\psi|| = |\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 + |\frac{1}{\sqrt{2}}|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Comme $|\psi\rangle$ a une norme de 1, on peut *mesurer* l'état quantique à la sortie du circuit, avec une probabilité pour:

- **0** : de $|\alpha|^2$ soit $\frac{1}{2}$
- **1** : de $|\beta|^2$ soit $\frac{1}{2}$

Solution

Pour avoir cet état, on va utiliser un circuit avec une *porte* de ***Hadamard***

```
           ┌───┐
q0 ────────┤ H ├───┤M├──>
           └───┘
```

Ce circuit applique la ***porte Hadamard*** sur un qubit initialement dans l'état $|0\rangle$.

Nous aurons en sortie :

- **50%** de chance d'avoir **1** et
- **50%** de chance d'avoir **0**