

Exercício 01 -

$(PQ \vee P_{10.000})$ - PQ não é fórmula. Logo, $(PQ \vee P_{10.000})$ não é fórmula. Falta um conectivo entre P e Q

$(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow P) \vee \neg \neg R)$ - É fórmula.

$\neg \neg P$ - É fórmula.

$\vee Q$ - Não é fórmula.

$(P \wedge Q) \rightarrow ((Q \leftrightarrow \neg R))$ - É fórmula. Embora haja um parêntese a mais.

Exercício 02

a) Sim, os átomos são fórmulas, como P, Q, R e S, True e False.

b) Três tipos que são:

1. Símbolos de pontuação: (,);

2. Símbolos proposicionais: P, Q, R, S, P1, Q1, R1, S1, P2, Q2...

3. Conectivos proposicionais: \neg , \vee , \wedge , \rightarrow , \leftrightarrow .

c) Existem fórmulas com conectivos e símbolos proposicionais, sem símbolos de pontuação (assumindo que, segundo o livro o único símbolo de pontuação é a vírgula). Mas não existem Fórmulas somente com conectivos, sem pontuação e símbolos proposicionais.

Exercício 03

a)

$$H = ((\neg \neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)) \wedge P_{10.000}$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[(\neg \neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)] + \text{Comp}[P_{10.000}] + 1$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[(\neg \neg P \vee Q)] + 1 + \text{Comp}[(P \rightarrow Q)] + 1 + 1$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[\neg \neg P] + 1 + 1 + \text{Comp}[Q] + \text{Comp}[P] + \text{Comp}[Q] + 1 + 2$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[\neg \neg P] + 2 + 1 + 1 + 1 + 3$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[\neg P] + 1 + 8$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[P] + 1 + 9$$

$$\text{Comp}[H] = 1 + 10$$

$$\text{Comp}[H] = 11$$

b)

$$H = P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$$

$$\text{Comp}[H] = \text{Comp}[P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))]$$

$$= \text{Comp}[P \rightarrow ((Q \rightarrow R))] + 1 + \text{Comp}[(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)]$$

$$= \text{Comp}[P] + \text{Comp}[(Q \rightarrow R)] + \text{Comp}[(P \rightarrow R)] + \text{Comp}[(P \rightarrow R)] + 1 + 1 + 1$$

$$= \text{Comp}[Q] + \text{Comp}[R] + \text{Comp}[P] + \text{Comp}[R] + \text{Comp}[P] + \text{Comp}[R] + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$= 6 + 7$$

$$= 13$$

c)

$$H = ((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q$$

$$\text{Comp } [H] = \text{Comp } [((P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P) \vee Q]$$

$$= \text{Comp } [(P \rightarrow \neg P) \leftrightarrow \neg P] + \text{Comp } [Q] + 1$$

$$= \text{Comp } [(P \rightarrow \neg P)] + \text{Comp } [\neg P] + \text{Comp } [Q] + 1 + 1$$

$$= \text{Comp } [P] + \text{Comp } [\neg P] + \text{Comp } [\neg P] + \text{Comp } [Q] + 1 + 1 + 1$$

$$= \text{Comp } [P] + \text{Comp } [P] + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$= 1 + 1 + 7$$

$$= 9$$

d)

$$H = \neg(P \rightarrow \neg P)$$

$$\text{Comp } H = \neg(P \rightarrow \neg P)$$

$$= \text{Comp } [(P \rightarrow \neg P)] + 1$$

$$= \text{Comp } [P] + \text{Comp } [\neg P] + 1 + 1$$

$$= \text{Comp } [P] + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$= 5$$

Exercício 4

a)

$$((\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P))$$

$$(\neg(\neg P)) \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P)$$

$$\neg\neg P \leftrightarrow ((\neg((\neg(\neg(P \vee Q))) \rightarrow R)) \wedge P)$$

$$\neg\neg P \leftrightarrow (\neg(\neg\neg(P \vee Q) \rightarrow R) \wedge P)$$

b)

$$(\neg P \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$$

$$\neg P \rightarrow (Q \vee R) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg\neg R \vee \neg P))$$

c)

$$((P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow (\neg Q)))$$

$$(P \vee Q) \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)$$

Exercício 5

a) $P \vee \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$

$$(P \vee \neg Q) \rightarrow (R \leftrightarrow \neg R) \parallel ((P \vee \neg Q) \rightarrow R) \leftrightarrow \neg R$$

b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$

$$(Q \rightarrow \neg P) \wedge Q \parallel Q \rightarrow (\neg P \wedge Q)$$

c) $\neg P \vee Q \leftrightarrow Q$

$$\neg P \vee (Q \leftrightarrow Q) \parallel (\neg P \vee Q) \leftrightarrow Q$$

d) $\neg\neg P \rightarrow Q \leftrightarrow P \wedge P \neg\neg R$

Não é fórmula.

6.a

3 a)

$$\begin{aligned}
 & ((\neg\neg P \vee_1 Q) \leftrightarrow_2 (P \rightarrow_3 Q)) \wedge_4 P_{10.000} \\
 & ((\neg\neg P \vee_1 Q) \leftrightarrow_2 (P \rightarrow_3 Q)) \wedge_4 P_{10.000} \\
 & (\underline{\vee \neg\neg P Q} \leftrightarrow_2 (\rightarrow P Q)) \wedge_4 P_{10.000} \\
 & \leftrightarrow \vee \neg\neg P Q \rightarrow P Q \wedge_4 P_{10.000} \\
 & \wedge \leftrightarrow \vee \neg\neg P Q \rightarrow P Q P_{10.000}
 \end{aligned}$$

3 b)

$$\begin{aligned}
 & (\neg P \rightarrow_1 (Q \vee_2 R)) \leftrightarrow_3 ((P \wedge_4 Q) \leftrightarrow_5 (\neg\neg R \vee_6 \neg P)) \\
 & (\neg P \rightarrow_1 (\vee Q R)) \leftrightarrow_3 ((\wedge P Q) \leftrightarrow_5 (\vee \neg\neg R \neg P)) \\
 & (\rightarrow \neg P \vee Q R) \leftrightarrow_3 (\leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg\neg R \neg P) \\
 & \leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee Q R \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg\neg R \neg P
 \end{aligned}$$

3 c)

$$\begin{aligned}
 & ((P \rightarrow_1 \neg P) \leftrightarrow_2 \neg P) \vee_3 Q \\
 & (\rightarrow P \neg P \leftrightarrow_2 \neg P) \vee_3 Q \\
 & (\leftrightarrow \rightarrow P \neg P \neg P) \vee_3 Q \\
 & \vee \leftrightarrow \rightarrow P \neg P \neg P Q
 \end{aligned}$$

3 d)

$$\begin{aligned}
 & \neg(P \rightarrow_1 \neg P) \\
 & \neg(\rightarrow P \neg P) \\
 & \neg \rightarrow P \neg P
 \end{aligned}$$

4 a)

$$\begin{aligned}
 & \neg\neg P \leftrightarrow_1 (\neg(\neg\neg(P \vee_2 Q) \rightarrow_3 R) \wedge_4 P) \\
 & \neg\neg P \leftrightarrow_1 (\neg(\neg\neg \vee P Q \rightarrow_3 R) \wedge_4 P) \\
 & \neg\neg P \leftrightarrow_1 (\neg\neg\neg \rightarrow \vee P Q R \wedge_4 P) \\
 & \neg\neg P \leftrightarrow_1 \wedge \neg\neg\neg \rightarrow \vee P Q R P \\
 & \leftrightarrow \neg\neg P \wedge \neg\neg\neg \rightarrow \vee P Q R P
 \end{aligned}$$

4 b)

$$\begin{aligned}
 & (\neg P \rightarrow_1 (Q \vee_2 R)) \leftrightarrow_3 ((P \wedge_4 Q) \leftrightarrow_5 (\neg\neg R \vee_6 \neg P)) \\
 & (\neg P \rightarrow_1 \vee Q R) \leftrightarrow_3 (\wedge P Q \leftrightarrow_5 \vee \neg\neg R \neg P) \\
 & \rightarrow \neg P \vee Q R \leftrightarrow_3 \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg\neg R \neg P \\
 & \leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee Q R \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg\neg R \neg P
 \end{aligned}$$

4 c)

$$\begin{aligned}
 & (\underline{P \vee_1 Q}) \rightarrow_2 (\underline{P \rightarrow_3 \neg Q}) \\
 & \vee P Q \rightarrow_2 \rightarrow P \neg Q \\
 & \rightarrow \vee P Q \rightarrow P \neg Q
 \end{aligned}$$

6.b

$\vee \rightarrow P Q \leftrightarrow R \rightarrow \vee P Q \neg S$
 $\vee \rightarrow P Q \leftrightarrow R \rightarrow \vee P Q \neg S$
 $\vee (P \rightarrow Q) \leftrightarrow R \rightarrow (P \vee Q)(\neg S)$
 $(P \rightarrow Q) \vee \leftrightarrow R (P \vee Q) \rightarrow (\neg S)$
Não é. Dois conectivos juntos.

$\rightarrow \leftrightarrow P Q \vee \rightarrow P Q \rightarrow \neg R R$
 $\rightarrow (P \leftrightarrow Q) \vee (P \rightarrow Q) ((\neg R) \rightarrow R)$
 $((P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)) \vee (\neg R \rightarrow R)$
É notação Polonesa

$\rightarrow \neg P \neg Q R \vee \vee P Q \vee \neg R \neg P$
 $(\neg P \rightarrow \neg Q) R \vee (P \vee Q) (\neg R \vee \neg P)$
Não é, não há conectivos para as fórmulas: $(\neg P \rightarrow \neg Q)$ e R

$\leftrightarrow \rightarrow \neg P \vee Q R \leftrightarrow \wedge P Q \vee \neg \neg R \neg P$
 $\leftrightarrow \rightarrow (\neg P) (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) (\neg \neg R \vee \neg P)$
 $\leftrightarrow ((\neg P) \rightarrow (Q \vee R)) ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg \neg R \vee \neg P))$
 $((\neg P) \rightarrow (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg \neg R \vee \neg P))$
É notação Polonesa

Exercício 7

a) Não. A lógica proposicional é uma linguagem determinista. Nesse caso, H pode ter tão somente um sentido. Caso H seja 'x', jamais será lido como 'y'.

b) Não. Pelo mesmo motivo do citado acima, agora notação Polonesa é um sistema que somente reorganiza a escrita da lógica proposicional, não lhe atribuindo nenhum novo sentido ou valor.

Exercício 8

$P \vee \neg Q \rightarrow R \leftrightarrow \neg R$
 $P Q \neg \vee R R \neg \leftrightarrow \rightarrow \parallel P Q \neg \vee R \rightarrow R \neg \leftrightarrow$

b) $Q \rightarrow \neg P \wedge Q$
 $Q P \neg \rightarrow Q \wedge \parallel Q P \neg Q \rightarrow \wedge$

c) $\neg P \vee Q \leftrightarrow Q$
 $P \neg Q Q \leftrightarrow \vee \parallel P \neg Q \vee Q \leftrightarrow$

Exercício 10

H pode ter qualquer tamanho. Mas, se, somente se, H não possui o conectivo '¬' entre suas sub fórmulas, então o valor de seu comprimento sempre será ímpar, já que o conectivo, em si conta como tamanho.

Se não há '¬', assim, todos os conectivos serão binários, logo para cada conectivos, há uma necessidade de se ter dois valores entre eles. Dito isso, o $\text{Comp}[H]$ será sempre seu valor +1. Numa relação de proporção constante igual a 2.

CAP 2

1.

- a) Usamos T para simbolizar o símbolo sintático quando o colocamos junto ao nosso alfabeto semântico. Embora *true* seja um símbolo sintático, T é um símbolo semântico.
- b) Tais quais T e *true*, F e *false* mantêm a mesma relação.
- c) \rightarrow conectivo, lemos como “implica” (implicação) \Rightarrow é usado para representação de relação causal (causalidade), ou seja um evento que leva a outro. Usamos esse símbolo para representar os diversos instantes onde queremos dizer que um “levou” ao outro.
- d) \leftrightarrow conectivo sse. \Leftrightarrow símbolo da metalinguagem que usamos para demonstrar.

PS: Nem \Leftrightarrow ou \Rightarrow são símbolos da lógica.

2.

Citando o próprio João Nunes em seu livro:

“[...]Essa visão que diferencia sintaxe e semântica é importante nas Ciências em geral e também na Filosofia. Na Ciência da Computação, por exemplo, o computador é uma máquina estritamente sintática, sendo necessário dar uma interpretação, significado ou semântica, aos símbolos por ela manipulados. Isso significa que o ato de programar somente é bem entendido se a diferença entre sintaxe e semântica fica bem clara.[...] (NUNES,2020 p.20)

Sintaxe são regras. A formalidade. É aquilo de delimita e determina o uso da linguagem (lógica no caso).

Já a semântica são os significados que aquilo que é escrito (ou descrito) possui(em) dentro dessa linguagem. É na semântica que teremos contato com a realidade pois o significado vem dela.

3. Sim, o significado de ‘ \vee ’ pode ser lido como “ou”(um conectivo com ideia de escolha, “uma coisa” **OU** “outra”. $P \vee Q$. É explícito aqui, a ideia de condição.) em Língua Portuguesa.

P = Vou ao teatro.

Q = Vou ao cinema.

($P \vee Q$) Na Lógica pode-se assumir que é possível ir ao teatro e ao cinema ao mesmo tempo, já que caso P ou Q sejam verdadeiro a fórmula ($P \vee Q$) será verdadeira. Extrapolando, podemos assumir que a sala de cinema fica num teatro ou que o cinema abrigue um palco de teatro... etc.

Agora, se assumirmos que Teatro e Cinema são locais físicos distintos, é impossível ir aos dois ao mesmo tempo.

4.

$H = (P \rightarrow Q)$

$I[H] = (P \rightarrow Q)$

a) Se $H = T$

Então $I[P]$ não poderá ser T e $I[Q]$ ser F

b) $I[Q] = T$, pois H só será T sse $(T \rightarrow T)$

c) $I[H] = T$, já que a única forma de H ser F é caso $(T \rightarrow F)$

d) Nada podemos concluir a respeito de $I[Q]$, pois tanto $Q = T$ e $Q = F$ satisfará $H = T$.

e) $I[H] = F$, já que cai na única possibilidade de $H = F$ que é: $(T \rightarrow F)$

5.

a)

$I[(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)]$

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

$I[P] = T \mid I[Q] = F \mid I[R] = F$

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
T	F	F	F	F	T
T	F	F	F	F	T

$J[P] = T$

Para que $I[J] = T$ necesariamente Q deverá ser F

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$(\neg P \vee Q) \leftrightarrow (P \rightarrow Q)$
T	F	F	F	F	T
T	F	F	F	F	T

b) $I[P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))]$

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$	$(Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$	$P \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = T$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$ por ser uma tautologia, independe as interpretações de Q e R

c) $I[(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P]$

P	Q	$\neg Q$	$\neg P$	$(P \rightarrow \neg Q)$	$(P \rightarrow \neg Q) \leftrightarrow \neg P$
T	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = F$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, então $Q = T$

d) $I[(Q \rightarrow \neg P)]$

Q	P	$\neg P$	$Q \rightarrow \neg P$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	T
F	F	T	F

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = T$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, então $Q = F$

e) $I[(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)]$

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$	$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \rightarrow R)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	T
F	T	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	F	T	T	T

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = T$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, independente da interpretação de R.

f) $I[(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)]$

R	P	$\neg P$	$R \wedge \neg P$	$P \wedge R$	$(R \wedge \neg P) \leftrightarrow (P \wedge R)$
T	T	F	F	T	F
T	F	T	T	F	F
F	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	T

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = T$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, então $R = F$

g) $I[(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))]$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow P$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \leftrightarrow Q$	$((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q)$	$(P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))$
T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	T	F	T
F	T	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	F	T	T	T

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = T$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$

h) $(false \rightarrow Q) \leftrightarrow R$

<i>false</i>	Q	R	$false \rightarrow Q$	$(false \rightarrow Q) \leftrightarrow R$
F	T	T	T	T
F	T	F	T	F
F	F	T	T	T
F	F	F	T	F

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = F$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, então $R = T$ e Q poderá ter qualquer interpretação.

i) $true \rightarrow Q$

true	Q	$true \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = F$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, então $Q = T$

j) $(P \rightarrow false) \leftrightarrow R$

P	<i>false</i>	R	$P \rightarrow false$	$(P \rightarrow false) \leftrightarrow R$
T	F	T	F	F
T	F	F	F	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	F

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = T$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$, então $R = F$

k) $P \rightarrow \text{true}$

true	P	$\text{true} \rightarrow P$
T	T	T
T	F	F

Assumindo: $I[P] = T$, $I[Q] = F$, $I[R] = F$, $I[I] = F$

Assumindo: $I[J] = T$ e $J[P] = T$

Exercício 6

Supondo que $I[P \rightarrow Q] = T$

Se $I[P \rightarrow Q] = T$, então podemos dizer que Se $P = T$ então $Q = T$, já que a única interpretação não aceita a partir da suposição é $P = T$ e $Q = F$. Dito isso, vamos aos casos.

a) $I[(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)]$

Sabemos que P pode ser T ou F , Sabemos também que Q pode ser T ou F , a única coisa que não podemos assumir é que $P = T$ e $Q = F$. R pode ser T ou F .

Se $(P \vee R)$ é Verdadeiro, então a fórmula é verdadeira. Mas se $R = F$ a fórmula será falsa. Uma vez que:

$$(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)$$

$$(F \vee F) \rightarrow (F \vee F) = F$$

b) $I[(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)]$

Como explicado acima os símbolos proposicionais P , R e Q podem assumir quaisquer valores. Por isso não é possível assumir nada somente com $I[P \rightarrow Q] = T$.

c) $I[(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)]$

Ainda aqui, P e Q podendo assumir tanto T ou F , não se é possível concluir nada.

Supondo que $I[P \rightarrow Q] = F$

Se $I[P \rightarrow Q] = F$, então $P = T$ e $Q = F$.

a) $I[(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)]$

A fórmula será válida sse $R = T$, já que $P = T$ e $Q = F$. A implicação $(P \vee R) \rightarrow (Q \vee R)$ somente será falsa quando $R = F$.

b) $I[(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)]$

Se $R = T$ a fórmula será Falsa.

Se $R = F$ a fórmula será Verdadeira.

Já que $P = T$ e $Q = F$.

c) $I[(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)]$

Fórmula verdadeira.

Uma vez que $(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)$ é uma implicação, sabendo que $P = T$, logo $\neg P = F$.

Numa implicação um valor Falso sempre implicará numa fórmula verdadeira.

(Finalmente uma certeza nesse exercício!)

b) $I[(P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge R)] = T$

c) Nada se pode concluir a respeito de $I[(\neg P \vee Q) \rightarrow (P \vee Q)]$

Exercício 7

Seja $I[P \leftrightarrow Q] = T$

Nesse caso Se $P = T$ então $Q = T$. Se $P = F$ então $Q = F$.

Seja $I[P \leftrightarrow Q] = F$

Nesse caso Se $P = F$ então $Q = T$. Se $P = T$ então $Q = F$.

Dito isso, vamos aos casos:

a) $I[\neg P \wedge Q]$

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = T$:

Por se tratar de uma conjunção, essa fórmula sempre será **falsa**, uma vez que P e Q possuem a mesma interpretação, $\neg P$ sempre terá um valor diferente de Q, o que impossibilita essa fórmula ser verdadeira.

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = F$:

Por se tratar de uma conjunção, essa fórmula sempre será **verdadeira**, sempre que $Q = T$.

Se $Q = T$, então $P = F$, logo $\neg P = T$.

b) $I[P \vee \neg Q]$

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = T$:

Por se tratar de uma disjunção, essa fórmula sempre será **verdadeira**, uma vez que P e Q possuem interpretações opostas, já que $\neg Q$ sempre terá um valor diferente de Q. Numa possibilidade P será T noutra Q será T

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = F$:

Por se tratar de uma disjunção, essa fórmula será verdadeira sempre que $P = T$. Como já exposto anteriormente.

c) $I[Q \rightarrow P]$

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = T$:

Como P e Q possuem a mesma interpretação, essa fórmula sempre será verdadeira.

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = F$:

Somente será falsa quando $Q = T$ e $P = F$.

d) $I[(P \wedge R) \leftrightarrow (Q \wedge R)]$

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = T$:

Seja quais forem os valores de P, Q e R sempre será **verdadeira** essa fórmula, uma vez que é uma bi-implicação. Caso $R = F$, então será $F \leftrightarrow F$, caso todos os símbolos sejam T, será uma bi-implicação de $T \leftrightarrow T$, caso algum seja T e os demais não, cairá no caso $F \leftrightarrow F$.

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = F$:

A fórmula será T sse $R = F$.

A fórmula será F sse $R = T$.

$$e) I[(P \vee R) \leftrightarrow (Q \vee R)]$$

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = T$:

Sabemos, pela resposta anterior que por se tratar de uma bi-implicação essa fórmula sempre será **verdadeira**.

Sendo $I[P \leftrightarrow Q] = F$:

Assim como no exercício anterior, essa fórmula será:

T sse $R = F$.

F sse $R = T$.

Exercício 8

$$H = ((P \rightarrow Q) \rightarrow (((P \wedge Q) \leftrightarrow P) \wedge ((P \vee Q) \leftrightarrow Q))) \rightarrow P$$

$$((T \rightarrow Q) \rightarrow (((T \wedge Q) \leftrightarrow T) \wedge (T \leftrightarrow Q))) \rightarrow T$$

$$a) I[H] = F$$

Uma vez que desenvolvendo a fórmula, chegaremos em:

$$(T \rightarrow (T \wedge ((F \vee Q) \leftrightarrow Q))) \rightarrow F$$

Nesse caso, independente da interpretação de Q, $I[H] = F$

$$b) I[H] = T$$

Pois independente das interpretações das subfórmulas, qualquer coisa implicando em F é T.

Logo $I[H] = T$

Exercício 10

(a) José virá à festa e Maria não gostará, ou José não virá à festa e Maria gostará da festa.

P = José vai à festa

Q = Maria gosta da festa

$$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$$

(b) A novela será exibida, a menos que seja exibido o programa político.

P = A novela será exibida.

Q = Exibição do Programa político

$$(P \rightarrow \neg Q)$$

(c) Se chover, irei para casa, caso contrário, ficarei no escritório.

P = Chover

Q = Ir pra casa

S = Ficar no escritório

$$(P \rightarrow Q) \vee (\neg P \rightarrow S)$$

(d) Se Maria é bonita, inteligente e sensível e se Rodrigo ama Maria, então ele é feliz.

P = Maria é bonita, inteligente e sensível

R = Rodrigo ama Maria

S = Rodrigo é feliz

$$(P \wedge R) \rightarrow S$$

e) Se sr. Oscar é feliz, sra. Oscar é infeliz, e se sra. Oscar é feliz, sr. Oscar é infeliz.

P = Sr. Oscar Feliz

Q = Sra. Oscar Feliz

$$(P \rightarrow \neg Q) \wedge (Q \rightarrow \neg P)$$

f) Maurício virá à festa e Kátia não virá ou Maurício não virá à festa e Kátia ficará infeliz.

P = Maurício vai à festa

Q = Kátia virá

S = Kátia ficará feliz

$$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg S)$$

Exercício 12

- a) Possivelmente, irei ao cinema.
- b) Fui gordo, hoje sou magro.
- c) Existe no curso de Ciência da Computação um aluno admirado por todos.
- d) Existe um aluno em minha sala que não gosta de nenhum colega.
- e) Existe aluno de Ciência da Computação que é detestado por seus colegas.
- f) Necessariamente algum político é desonesto.
- g) Amanhã irei ao cinema e depois irei ao teatro.
- h) Quase todo político é desonesto.
- i) Adalton sempre foi amigo de João Augusto.
- j) Toda regra tem exceção.
- k) Quase todo funcionário da Sigma é um talento.
- l) Poucos funcionários da Sigma não são empreendedores.
- m) O presidente da Sigma é admirado por seus colaboradores.

Não é possível, com as ferramentas que possuímos representar tais sentenças.

Com a lógica de predicados seria possível representar, usando os operadores modais e quantificadores.