1)

Considere os predicados:

- f(x, y): x é pai de y
- g(x, y): x é mãe de y
- h(x, y): x é marido de y
- s(x, y): x é irmã de y
- b(x, y): x é irmão de y

Considere também as constantes:

- e : Ed
- c : Carlos
- m : Monique
- p : Patrícia

Traduza as seguintes fórmulas para a lógica de predicados.

(a) Todas as pessoas têm uma mãe.

D{Humanos}

$(\forall y)(\exists x)g(x,y)$

(b) Todas as pessoas têm um pai e uma mãe.

D{Humanos}

$(\forall y)(\exists x)(\exists z)(f(z,y) \wedge g(x,y))$ //x e z são “pessoas diferentes”

(c) Todo mundo que têm uma mãe também têm um pai.

D{Humanos}

$(\forall y)(\exists x)(\exists z)((f(z,y) \rightarrow g(x,y))$

(d) Ed é avô.

D{Humanos}

$(\exists z)(\exists y)(f(e,y) \wedge (g(y,z) \vee f(y,z)) \equiv (\exists z)(\exists y)(f(e,f(y,z) \vee f(e,g(y,z)))$

//Ed, pode ser pai da mãe ou do pai de “z”

(e) Nenhum tio é uma tia.

D{Humanos}

$\neg(\exists x)(\exists y)(\exists z)\ ((b(x,y)\wedge (g(y,z) \vee f(y,z))\wedge(s(x,y) \wedge (g(y,z) \vee f(y,z)))$

(f) Nenhuma avó de alguém é pai de alguém.

D{Humanos}

//x = Avó y = pai/mãe z = alguém

$\neg(\exists x)(\exists y)(\exists z)g(x,y) \wedge (f(y,z) \vee g(y,z)) \wedge (f(x,z)$

(g) Ed e Patrícia são casados.

D{Humanos}

h(e,p)

(h) Carlos é o cunhado de Monique.

D{Humanos}

//Carlos casado com “x” e “x” é irm@ de Monique

$(\exists x)\ (h(c,x) \wedge (s(x,m) \vee b(x,m)))$

2 - Escreva cada frase abaixo em linguagem lógica, usando quantificadores:

(a) Todo brasileiro é técnico da seleção.

D{brasileiros}

p(x) x é técnico da seleção

$(\forall x)\ p(x)$

D{Humanos}

p(x) x é técnico da seleção

g(x) x é brasileiro

$(\forall x)\ (g(x) \rightarrow p(x))$

(b) Há brasileiros que já viram a neve, mas não há finlandeses que nunca a viram.

D{Humanos}

b(x) x é brasileiro

f(x) x é finlandês

n(x) x já viu neve

$(\exists x)(b(x) \wedge n(x)) \wedge \neg(\exists x)(f(x) \wedge \neg n(x))$

- -

D{Humanos}

b(x) x é brasileiro

f(x) x é finlandês

n(x) x já viu neve

m(x) x não viu neve

$(\exists x)(b(x) \wedge n(x)) \wedge \neg(\exists x_{99})(f(x_{99}) \wedge m(x_{99}))$

(c) Todo ser humano ou é do hemisfério sul ou do hemisfério norte.

D{Humanos}

p(x) x é do hemisfério Norte

g(x) x é do hemisfério Sul

$(\forall x)\ p(x) \rightarrow \neg g(x)\ (\forall x)\ ((p(x) \vee g(x)) \wedge \neg(\ p(x) \wedge g(x))$

(d) Existe um ser humano que mora na lua.

D{Humanos}

P(x) x mora na lua

$(\exists x)\ p(x)$

- -

D{Todo Mundo}

p(x) x é humano

q(x) x mora na lua

$(\exists x)\ p(x) \wedge q(x)$

(e) Quem não arrisca não petisca.

D{Humanos}

p(x) x arrisca

q(x) x petisca

$(\forall x)\ (\ \neg p(x) \rightarrow \neg q(x))$

- -

p(x) x não arrisca

q(x) x não petisca

$(\forall x)\ (\ p(x) \rightarrow q(x))$

3 - Considere, no universo dos números naturais, os seguintes predicados:

D{ℕ}

p(x): x é par

q(x, y): x = 2y

r(x, y, z): z = x + y

s(x, y): y = x + 1

(a) (∀x) p(x)

"Todo número natural é par"

(b) (∀x)(∃y) (s(x, y))

"Todo número natural possui um sucessor"

(c) (∀x)(∀y)(∃z)(r(x, y, z))

"Toda soma de dois números naturais resulta em um número natural"

(d) (∀x)(∀y)(s(x, y) → (p(x) ∧ p(y)))

"Todo número natural se par, seu sucessor também será par"

(e) (∀y)(∃x)(q(x, y))

"*Para todo número natural, existe um número natural que é o dobro de outro número natural"*

(f) (∀x)(∀y)(q(x, y) → p(x))

"Todo dobro de um número natural é par" (GG Gabriel!)

4 – Seja:

A = (∃x)(p(y,z) ∧ (∀y(¬q(y,x) ∨ p(y,z)))

a)Livres = y, z   Ligadas = y e x

b) y

5)Considere: N(x) "x visitou Dakota do Norte" e D{Estudantes da sua escola}

a) (∃x) N(x)

D{Estudantes da sua escola}

"Existe um estudante da sua escola, que visitou Dakota do Norte"

b)(∀x) N(x)

"Todos os estudante da sua escola, que visitaram Dakota do Norte"

c) ¬(∃x) N(x)

Nenhum estudante da sua escola visitou Dakota do Norte

d)(∃x) ¬N(x)

"Existe um estudante da sua escola, que **não** visitou Dakota do Norte"

e) $\neg(\forall x)\ N(x)$

"Não é o caso que todos os estudante da sua escola, visitaram Dakota do Norte"

f) $(\forall x)\ \neg N(x)$

"Todos os estudante da sua escola, não visitaram Dakota do Norte"

6 – Transcreva considerando: $C(x)$ = "x é Comediante" $F(x)$ = "x é Divertido" D{Pessoas}

a)

D{Pessoas}

$(\forall x)(C(x) \rightarrow F(x))$

"Toda pessoa que é comediante, então ela também é divertida."

b)

D{Pessoas}

$(\forall x)(C(x) \wedge F(x))$

"Todo pessoa é comediante e é divertida"

c)

D{Pessoas}

$(\exists x)(C(x) \rightarrow F(x))$

"Uma pessoa que é comediante, então também é divertida."

d)

D{Pessoas}

$(\exists x)(C(x) \wedge F(x))$

"Existe pessoa que é comediante e é divertida"

7 – Considere $P(x)$ como "$x = x^2$" e D{$\mathbb{N}$}:

a) $P(0^2) = 0 = T$

b) $P(1^2) = 1 = T$

c) $P(2^2) = 4 = F$

d) $P(-1^2) = 1 = F$

e) $(\exists x)\ P(x) = T$

f) $(\forall x)\ P(x) = F$