

# El problema de mezcla

Carlos Castro

UTFSM

Marzo 2021

# El problema de mezcla

- Se considera un conjunto de **productos** fabricados a partir de un conjunto de **recursos**.
- Se considera una **matriz tecnológica** que especifica la **cantidad** de **cada recurso** requerido para la fabricación de **cada producto**.
- Cada **producto** fabricado tiene asociado una **utilidad** obtenida por su venta.
- Cada **recurso** tiene asociado una **disponibilidad** máxima.
- El objetivo es determinar la cantidad a fabricar de cada producto (la *mezcla* de productos) para maximizar las utilidades respetando la disponibilidad de cada recurso.

## Ejemplo

Una fábrica de pinturas produce cinco variedades de colores que generan las siguientes utilidades por litro del producto:

Color	Utilidad
Celeste	14.500
Granate	15.000
Gris	14.000
Naranja	17.500
Verde	16.500

Los colores son fabricados mezclando pinturas básicas con las siguientes disponibilidades expresadas en litros:

Color	Disponibilidad
Amarillo	400
Azul	350
Blanco	500
Negro	450
Rojo	300

# Ejemplo

Se cuenta con la siguiente información sobre la cantidad de centímetros cúbicos de cada materia prima necesarios para producir un litro de cada color:

Requerimientos	Amarillo	Azul	Blanco	Negro	Rojo
Celeste		500	500		
Granate				200	800
Gris			700	300	
Naranja	750				250
Verde	600	400			

Problema: determinar la cantidad a producir de cada color de manera tal de maximizar las utilidades respetando la disponibilidad de materias primas.

- Se define una **variable de decisión**  $x_i$  representando la cantidad a fabricar del producto  $i$ .
- Restricciones: se establece una restricción para cada materia prima:
  - **Materia prima:** suma de los recursos utilizados de la materia prima para fabricar cada producto debe ser menor o igual a la disponibilidad de la materia prima.
- Objetivo: maximizar las utilidades totales

- Variables:

- $x_i$ : cantidad del producto  $i$  a ser fabricada;  $\forall i = 1, \dots, 5$  (celeste, granate, gris, naranja y verde).

- Función objetivo:

$$\text{Max } z = 14500x_1 + 15000x_2 + 14000x_3 + 17500x_4 + 16500x_5$$

- **Restricciones:**

- Disponibilidad de cada materia prima:

$$0,75 \times x_4 + 0,60 \times x_5 \leq 400 \text{ (amarillo)}$$

$$0,50 \times x_1 + 0,40 \times x_5 \leq 350 \text{ (azul)}$$

$$0,50 \times x_1 + 0,70 \times x_3 \leq 500 \text{ (blanco)}$$

$$0,20 \times x_2 + 0,30 \times x_3 \leq 450 \text{ (negro)}$$

$$0,80 \times x_2 + 0,25 \times x_4 \leq 300 \text{ (rojo)}$$

- Valores posibles para las variables:

$$x_i \geq 0; \quad \forall i = 1, \dots, 5$$

$$\text{Max } z = 14500x_1 + 15000x_2 + 14000x_3 + 17500x_4 + 16500x_5$$

Sujeto a:

$$0,75 \times x_4 + 0,60 \times x_5 \leq 400$$

$$0,50 \times x_1 + 0,40 \times x_5 \leq 350$$

$$0,50 \times x_1 + 0,70 \times x_3 \leq 500$$

$$0,20 \times x_2 + 0,30 \times x_3 \leq 450$$

$$0,80 \times x_2 + 0,25 \times x_4 \leq 300$$

$$x_i \geq 0; \quad \forall i = 1, \dots, 5$$



- Se tiene  $m$  productos a fabricar a partir de  $n$  materias primas considerándose los siguientes parámetros:

$u_i$ : utilidad asociada a la venta de una unidad del producto  $i$ ;  
 $\forall i = 1, \dots, m$ .

$s_j$ : disponibilidad de la materia prima  $j$ ;  $\forall j = 1, \dots, n$ .

$r_{ij}$ : cantidad recurso  $j$  requerida para fabricar una unidad del producto  $i$ ;  $\forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n$ .

# Modelo general

$$\text{Max } z = \sum_{i=1}^m u_i \times x_i$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^n r_{ij} \times x_i \leq s_j \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$x_i \geq 0$$

# El problema de mezcla

Carlos Castro

UTFSM

Marzo 2021