# Relación de ejercicios 3 EDIP

Carlos García, Bora Goker, Javier Gómez,
Ana Graciani, J.Alberto Hoces

2020/2021

**Ejercicio 1.** Durante un año, las personas de una ciudad utilizan 3 tipos de transportes: metro (M), autobús (A), y coche particular (C). Las probabilidades de que durante el año hayan usado unos u otros transportes son:

M: 0.3; A: 0.2; C: 0.15; M y A: 0.1; M y C: 0.05; A y C: 0.06; M, A y C: 0.01

Calcular las probabilidades siguientes:

*a)* que una persona viaje en metro y no en autobús.

$$P(M \cap \bar{A}) = P(M) - P(M \cap A) = 0{,}3 - 0{,}1 = \underline{0{,}2}$$

*b)* que una persona tome al menos dos medios de transporte.

$$P((M\cap A)\cup(M\cap C)\cup(A\cap C)\cup(M\cap A\cap C)) = P((M\cap A)\cup(M\cap C))+P((A\cap C)\cup(M\cap A\cap C))$$

$$-P(((M \cap A) \cup (M \cap C)) \cap ((A \cap C) \cup (M \cap A \cap C))) =$$

$$P(M\cap A)+P(M\cap C)-P(M\cap A\cap C)+P(A\cap C)+P(M\cap A\cap C)-P(M\cap A\cap C)-P(M\cap A\cap C) =$$

$$0{,}1 + 0{,}05 - 0{,}01 + 0{,}06 + 0{,}01 - 0{,}01 - 0{,}01 = \underline{0{,}19}$$

*c)* que una persona viaje en metro o en coche, pero no en autobús.

$$P((M\cup C)\cap\bar{A}) = P(M\cup C)-P((M\cup C)\cap A) = P(M)+P(C)-P(M\cap C)-[P((M\cap A)\cup(A\cap C))] =$$

$$P(M) + P(C) - P(M \cap C) - P(M \cap A) - P(A \cap A) + P(M \cap A \cap C) =$$

$$0{,}3 + 0{,}15 - 0{,}05 - 0{,}1 - 0{,}06 + 0{,}01 = \underline{0{,}25}$$

*d)* que viaje en metro, o bien en autobús y en coche.

$$P(M \cup (A \cap C)) = P(M) + P(A \cap C) - P(M \cap A \cap C) = 0{,}3 + 0{,}06 - 0{,}01 = \underline{0{,}35}$$

*e)* que una persona vaya a pie. Aquí se nos plantean dos posibilidades: que o el ir a pie sea la única alternativa a los medios de transportes propuestos en el enunciado, o que no sea así. En el segundo caso el problema sería imposible de resolver puesto que faltarían datos. Resolvamoslo para el primer caso:

$$P(\overline{M \cup A \cup C}) = 1 - P(M \cup A \cup C) = 1 - [P(M \cup A) + P(C) - P((M \cup A) \cap C)] =$$

$$1 - [P(M) + P(A) - P(M \cap A) + P(C) - P((M \cap C) \cup (A \cap C))] =$$

$$1 - [0{,}3 + 0{,}2 - 0{,}1 + 0{,}15 - 0{,}05 - 0{,}06 + 0{,}01] = \underline{0{,}55}$$

**Ejercicio 2.** Sean $A, B$ y $C$ tres sucesos de un espacio probabilístico $\Omega, \mathcal{A}, P)$, tales que $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}2$, $P(C) = 0{,}3$, $P(A \cap B) = 0{,}1$ y $(A \cup B) \cap C = \emptyset$. Calcular las probabilidades de los siguientes sucesos:

*a)* sólo ocurre $A$.

$$P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(A \cap (\overline{B \cup C})) = P(A) - P(A \cap (B \cup C)) = P(A) - P((A \cap B) \cup (A \cap C)) =$$

$$P(A) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 0{,}4 - 0{,}1 - 0 - 0 = \underline{0{,}3}$$

*b)* ocurren los tres sucesos

$$P((A \cup B) \cap C) = P((A \cap C) \cup (B \cap C)) = 0 \Rightarrow P(A \cap C) = 0 \text{ y } P(B \cap C) = 0$$

$$P(A \cap B \cap C) = \underline{0}$$

*c)* ocurren $A$ y $B$) pero no $C$.

$$P(A \cap B \cap \bar{C}) = P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C) = P(A \cap B) = \underline{0{,}1}$$

*d)* por los menos dos ocurren.

$$P((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)) = P((A \cap B) \cup ((A \cup B) \cap C)) = P((A \cap B) \cup \emptyset) = P(A \cap B) = \underline{0{,}1}$$

*e)* ocurren dos y no más.

$$P((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)) = P(A \cap B) = \underline{0{,}1}$$

*f)* no ocurren más de dos.

$$P(\overline{A \cap B \cap C}) = 1 - P(A \cap B \cap C) = \underline{1}$$

*g)* ocurre por lo menos uno

$$P(A \cup B \cup C) = P(A \cup B) + P(C) - P((A \cup B) \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) =$$

$$0{,}4 + 0{,}2 + 0{,}4 - 0{,}1 = \underline{0{,}8}$$

*h)* ocurre sólo uno.

$$P((A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)) = P((A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C})) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) - 0 =$$

$$P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) - 0 - 0 =$$

$$P(A \cap \bar{B}) - P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B) - P(\bar{A} \cap B \cap C) + P(\bar{A} \cap C) - P(\bar{A} \cap B \cap C) =$$

$$P(A) - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C) + P(B) - P(A \cap B) - P(B \cap C) +$$

$$+ P(A \cap B \cap C) + P(C) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) =$$

$$P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) + P(C) = 0{,}4 - 0{,}1 + 0{,}2 - 0{,}1 + 0{,}3 = \underline{0{,}7}$$

*i)* no ocurre ninguno.

$$P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 0{,}8 = \underline{0{,}2}$$

**Ejercicio 3.**

**Ejercicio 4.** Una urna contiene a bolas blancas y b bolas negras. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos bolas simultáneamente sean de distinto color?

Aunque en el enunciado del problema se nos especifique que ambas bolas se extraen de la urna simultáneamente, podemos considerar la extracción de una bola y luego de otra sin reemplazamiento con el fin de facilitar el cálculo de la probabilidad que se nos pide. Nombraremos B y N a los sucesos "sacar bola blanca" y "sacar bola negra" respectivamente. Que sean de distinto color significa que primero se saca una bola negra y luego una blanca o bien una blanca y después una negra. Por lo tanto, el cálculo de la probabilidad del suceso pedido será igual a la suma de estas dos probabilidades:

$$P(B/N) \cdot P(N) \Rightarrow \text{Que salga blanca después de sacar una negra}$$

$$P(N/B) \cdot P(B) \Rightarrow \text{Que salga negra después de sacar una blanca}$$

$$P(\text{2 bolas de distinto color}) = P(B/N) \cdot P(N) + P(N/B) \cdot P(B) =$$

$$= \frac{b}{n+b-1} \cdot \frac{n}{n+b} + \frac{n}{n+b-1} \cdot \frac{b}{n+b} = \frac{2nb}{n^2+b^2+2nb-n-b}$$

**Ejercicio 5.**

**Ejercicio 6.**

**Ejercicio 7.**

**Ejercicio 8.**

**Ejercicio 9.** Una tienda compra bombillas en lotes de 300 unidades. Cuando un lote llega, se comprueban 60 unidades elegidas al azar, rechazándose el envío si se supera la cifra de 5 defectuosas. ¿Cuál es la probabilidad de aceptar un lote en el que haya 10 defectuosas?

Estamos ante un problema de combinatoria. Haremos uso del esquema dado en clase:

¿Intervienen todos los elementos? $\longrightarrow$ No, pues de cada 300 uds. se toman 60.
¿Influye el orden? $\longrightarrow$ No, ya que lo único que nos importa es si las unidades son o no defectuosas, las mismas 60 unidades dispuestas en distinto orden no va a alterar la decisión de descartar el lote.
¿Se pueden repetir los elementos? $\longrightarrow$ No, ya que no se puede escoger la misma bombilla dos veces.
Por lo tanto, estamos ante combinaciones sin repetición. El número total de combinaciones posibles será $C_{300}^{60} = \frac{300!}{60!240!}$. Ahora necesitamos hallar las probabilidades de los sucesos favorables a que el lote sea aceptado, es decir, que de las 60 uds. escogidas haya 0, 1, 2, 3, 4 o 5 bombillas defectuosas. Llamemos A, B, C, D, E y F a los sucesos de sacar 0, 1, 2, 3, 4 y 5 piezas defectuosas entre las 60 escogidas respectivamente. Si tenemos 10 bombillas defectuosas entre las 300, habrá 290 bombillas perfectas. Para calcular la probabilidad de que en las 60 escogidas haya 0 defectuosas (suceso A) tendremos que hallar el cociente entre $C_{290}^{60}$ (combinaciones de 290 elementos tomados de 60 en 60) y $C_{300}^{60}$ (esto se debe a la regla de Laplace):

$$P(A) = \frac{C_{10}^{0} \cdot C_{290}^{60}}{C_{300}^{60}} = \frac{\binom{10}{0}\binom{290}{60}}{\binom{300}{60}} = \underline{0{,}10333}$$

Para la probabilidad de que en las 60 haya una defectuosa (suceso B) hemos de tener en cuenta que habrá 1 bombilla defectuosa y 59 buenas, por lo que por cada combinación de bombillas defectuosas que se han fijado en las 60 habrá $C_{290}^{59}$ combinaciones posibles de bombillas buenas, y concluimos que la probabilidad del suceso B es:

$$P(B) = \frac{C_{10}^{1} \cdot C_{290}^{59}}{C_{300}^{60}} = \frac{\binom{10}{1}\binom{290}{59}}{\binom{300}{60}} = \underline{0{,}26838}$$

Repetimos los mismos razonamientos con los sucesos C, D, E y F:

$$P(C) = \frac{C_{10}^{2} \cdot C_{290}^{58}}{C_{300}^{60}} = \frac{\binom{10}{2}\binom{290}{58}}{\binom{300}{60}} = \underline{0{,}307137} \quad P(D) = \frac{C_{10}^{3} \cdot C_{290}^{57}}{C_{300}^{60}} = \frac{\binom{10}{3}\binom{290}{57}}{\binom{300}{60}} = \underline{0{,}20388}$$

$$P(E) = \frac{C_{10}^{4} \cdot C_{290}^{56}}{C_{300}^{60}} = \frac{\binom{10}{4}\binom{290}{56}}{\binom{300}{60}} = \underline{0{,}08691} \quad P(F) = \frac{C_{10}^{5} \cdot C_{290}^{55}}{C_{300}^{60}} = \frac{\binom{10}{5}\binom{290}{55}}{\binom{300}{60}} = \underline{0{,}024853}$$

Y calculamos la probabilidad de aceptar el lote como la suma de todas las probabilidades calculadas:

$$P(\text{Aceptar lote con 10 piezas defectuosas}) = \underline{0{,}99449}$$

**Ejercicio 10.**