Relación de ejercicios 3 EDIP

Carlos García, Bora Goker, Javier Gómez,
Ana Graciani, J.Alberto Hoces

2020/2021

Ejercicio 1. Durante un año, las personas de una ciudad utilizan 3 tipos de transportes: metro (M), autobús (A), y coche particular (C). Las probabilidades de que durante el año hayan usado unos u otros transportes son:

M: 0.3; A: 0.2; C: 0.15; M y A: 0.1; M y C: 0.05; A y C: 0.06; M, A y C: 0.01

Calcular las probabilidades siguientes:

a) que una persona viaje en metro y no en autobús.

$$P(M \cap \bar{A}) = P(M) - P(M \cap A) = 0{,}3 - 0{,}1 = \underline{0{,}2}$$

b) que una persona tome al menos dos medios de transporte.

$$P((M\cap A)\cup(M\cap C)\cup(A\cap C)\cup(M\cap A\cap C)) = P((M\cap A)\cup(M\cap C))+P((A\cap C)\cup(M\cap A\cap C))$$

$$-P(((M \cap A) \cup (M \cap C)) \cap ((A \cap C) \cup (M \cap A \cap C))) =$$

$$P(M\cap A)+P(M\cap C)-P(M\cap A\cap C)+P(A\cap C)+P(M\cap A\cap C)-P(M\cap A\cap C)-P(M\cap A\cap C) =$$

$$0{,}1 + 0{,}05 - 0{,}01 + 0{,}06 + 0{,}01 - 0{,}01 - 0{,}01 = \underline{0{,}19}$$

c) que una persona viaje en metro o en coche, pero no en autobús.

$$P((M\cup C)\cap\bar{A}) = P(M\cup C)-P((M\cup C)\cap A) = P(M)+P(C)-P(M\cap C)-[P((M\cap A)\cup(A\cap C))] =$$

$$P(M) + P(C) - P(M \cap C) - P(M \cap A) - P(A \cap A) + P(M \cap A \cap C) =$$

$$0{,}3 + 0{,}15 - 0{,}05 - 0{,}1 - 0{,}06 + 0{,}01 = \underline{0{,}25}$$

d) que viaje en metro, o bien en autobús y en coche.

$$P(M \cup (A \cap C)) = P(M) + P(A \cap C) - P(M \cap A \cap C) = 0{,}3 + 0{,}06 - 0{,}01 = \underline{0{,}35}$$

e) que una persona vaya a pie. Aquí se nos plantean dos posibilidades: que o el ir a pie sea la única alternativa a los medios de transportes propuestos en el enunciado, o que no sea así. En el segundo caso el problema sería imposible de resolver puesto que faltarían datos. Resolvamoslo para el primer caso:

$$P(\overline{M \cup A \cup C}) = 1 - P(M \cup A \cup C) = 1 - [P(M \cup A) + P(C) - P((M \cup A) \cap C)] =$$

$$1 - [P(M) + P(A) - P(M \cap A) + P(C) - P((M \cap C) \cup (A \cap C))] =$$

$$1 - [0{,}3 + 0{,}2 - 0{,}1 + 0{,}15 - 0{,}05 - 0{,}06 + 0{,}01] = \underline{0{,}55}$$

Ejercicio 2. Sean A, B y C tres sucesos de un espacio probabilístico $\Omega, \mathcal{A}, P)$, tales que $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}2$, $P(C) = 0{,}3$, $P(A \cap B) = 0{,}1$ y $(A \cup B) \cap C = \emptyset$. Calcular las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) sólo ocurre A.

$$P(A\cap\bar{B}\cap\bar{C}) = P(A\cap(\overline{B\cup C})) = P(A)-P(A\cap(B\cup C)) = P(A)-P((A\cap B)\cup(A\cap C)) =$$

$$P(A) - P(A\cap B) - P(A\cap C) + P(A\cap B\cap C) = 0{,}4 - 0{,}1 - 0 - 0 = \underline{0{,}3}$$

b) ocurren los tres sucesos

$$P((A\cup B)\cap C) = P((A\cap C)\cup(B\cap C)) = 0 \Rightarrow P(A\cap C) = 0 \text{ y } P(B\cap C) = 0$$

$$P(A\cap B\cap C) = \underline{0}$$

c) ocurren A y B) pero no C.

$$P(A\cap B\cap\bar{C}) = P(A\cap B) - P(A\cap B\cap C) = P(A\cap B) = \underline{0{,}1}$$

d) por los menos dos ocurren.

$$P((A\cap B)\cup(B\cap C)\cup(A\cap C)) = P((A\cap B)\cup((A\cup B)\cap C)) = P((A\cap B)\cup\emptyset) = P(A\cap B) = \underline{0{,}1}$$

e) ocurren dos y no más.

$$P((A\cap B)\cup(B\cap C)\cup(A\cap C)) = P(A\cap B) = \underline{0{,}1}$$

f) no ocurren más de dos.

$$P(\overline{A\cap B\cap C}) = 1 - P(A\cap B\cap C) = \underline{1}$$

g) ocurre por lo menos uno

$$P(A\cup B\cup C) = P(A\cup B) + P(C) - P((A\cup B)\cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) =$$

$$0{,}4 + 0{,}2 + 0{,}4 - 0{,}1 = \underline{0{,}8}$$

h) ocurre sólo uno.

$$P((A\cap\bar{B}\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap B\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap\bar{B}\cap C)) = P((A\cap\bar{B}\cap\bar{C})\cup(\bar{A}\cap B\cap\bar{C})) + P(\bar{A}\cap\bar{B}\cap C) - 0 =$$

$$P(A\cap\bar{B}\cap\bar{C}) + P(\bar{A}\cap B\cap\bar{C}) + P(\bar{A}\cap\bar{B}\cap C) - 0 - 0 =$$

$$P(A\cap\bar{B}) - P(A\cap\bar{B}\cap C) + P(\bar{A}\cap B) - P(\bar{A}\cap B\cap C) + P(\bar{A}\cap C) - P(\bar{A}\cap B\cap C) =$$

$$P(A) - P(A\cap B) - P(A\cap C) + P(A\cap B\cap C) + P(B) - P(A\cap B) - P(B\cap C) +$$

$$+P(A\cap B\cap C) + P(C) - P(A\cap C) - P(B\cap C) + P(A\cap B\cap C) =$$

$$P(A) - P(A\cap B) + P(B) - P(A\cap B) + P(C) = 0{,}4 - 0{,}1 + 0{,}2 - 0{,}1 + 0{,}3 = \underline{0{,}7}$$

i) no ocurre ninguno.

$$P(\overline{A\cup B\cup C}) = 1 - P(A\cup B\cup C) = 1 - 0{,}8 = \underline{0{,}2}$$