

Anderson 局部化实验报告 2

flag

2020 年 2 月 8 日

1 探究参数何时最优

1.1 α 的选取

我们先从一维的简单情况开始。一维区间分成 20 段， $K=1000$ ， V 是均匀分布的随机数，Neumann 边界条件。选取 x_0 为 0.5 对不同的 α 模拟。如图??

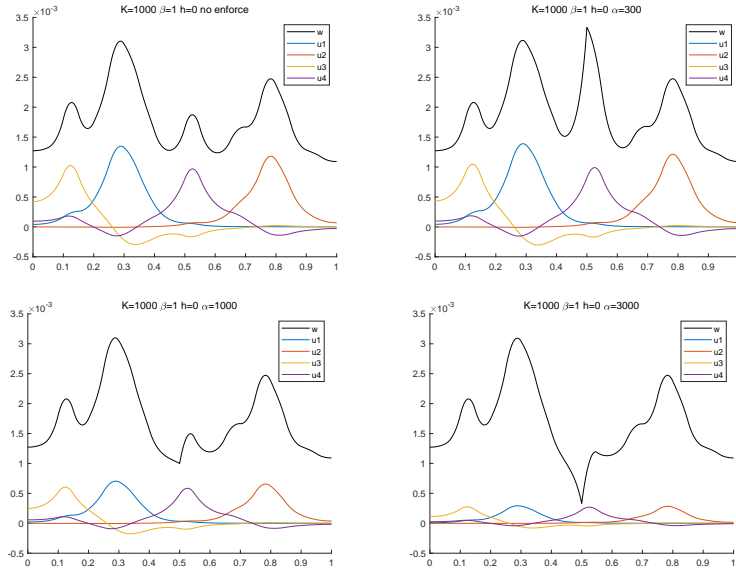


图 1: 一维, 不同 alpha 下的表现

可以看到, 在 x_0 附近 landscape 会间断。我们希望的情况是下面彩色的线和上面黑色的线比较靠近。可以看出, 没有 enforce 的 landscape 是四幅图里最优的。

把四条 landscape 画在一起，发现强制的边界仅仅改变了 x_0 附近的函数值，对更远的地方就没有效果了。在二维情况，这种现象特别特别明显。如图??。图中二维分割成 20×20 的小块， $\alpha = 200$ 其他参数同上。

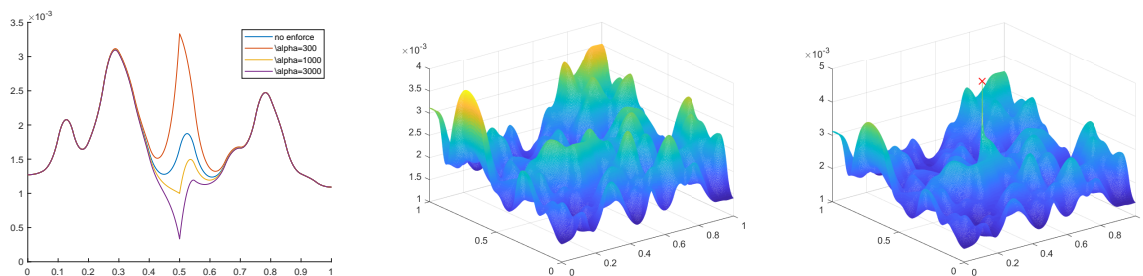


图 2: 左图是一维的情况，中间是 no enforce 的二维曲面，右边是把 $(0.5, 0.5)$ 处强行设成 $1/200$ 的曲面。红叉下面那个特别细的就是 enforce 对它的影响。

综合以上现象，我觉得 α 直接选成 landscape 最大值的倒数就好。

1.2 β 的选取

首先在一维情况下实验，Robin 边界条件，取 $h=1$ ，其他参数同上。结果如图??

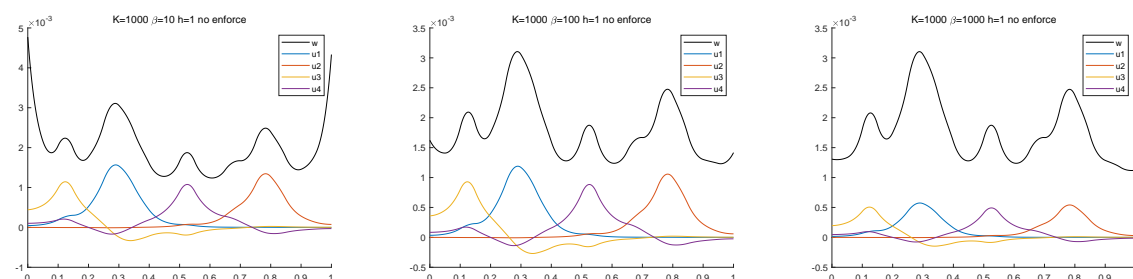


图 3: beta 对结果的影响

从图中可以看出， β 不能太小，否则边界会翘起来，也不能太大，否则不等式就不精确了。之前猜测 β 应该大概取成 Kh ，现在看起来并不是这样。

同样， β 的选取仅仅影响 landscape 在边界附近的性质，对内部影响比较小。如图??

对于什么样的参数是“最优”，并没有一个确切的有指标刻画的标准。对于 β 具体取什么样的值比较好，现在只能说可以在边界不会翘起来的情况下，可以尽量取得小一点。

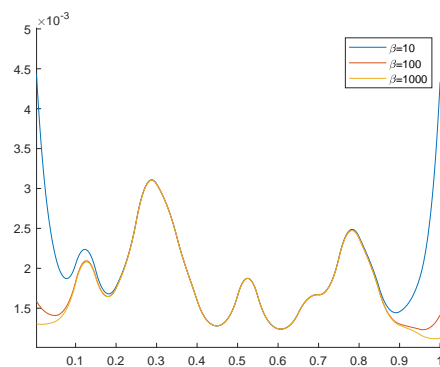


图 4: beta 对结果的影响

2 画出 valley line

目前得 valley line 画出来是这样。

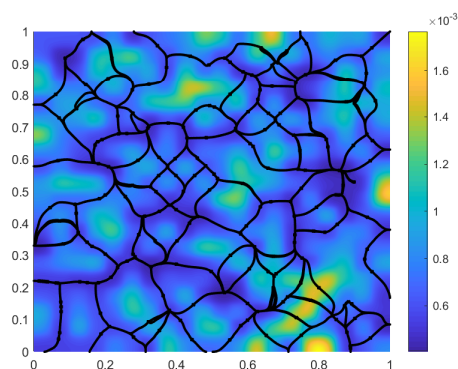


图 5: K=3000, 均匀分布

画出其中大于 $1/(2\lambda_1)$ 的 valleyline 是这样。

3 不同边界条件下的比较

在实验中我们发现，边界条件是 Dirichlet 还是导数型的，主要影响 landscape 的边界，对 landscape 的内部影响较小。对 eigenmode 的影响就比较大，因为原来不会聚集到边界的峰有可能聚集到边界了。

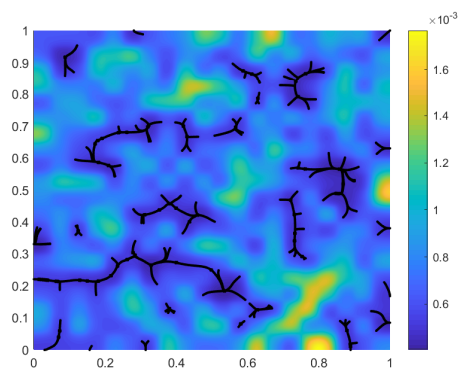


图 6: $K=3000$, 均匀分布

还是先看一维的情况，在一个特定的 V 下模拟，这里的 V 故意在边界选取得比较小，能够突出局部化到边界的效果。如图??

这三个 eigenmode 很不一样，尤其是 Dirichlet 和 Neumann 边界的，相差很多。但是把它们 landscape 画在一起，就会发现在内部很相似。图??中比较了不同边界条件下的 landscape。

二维的也一样。二维的曲面画在一起就乱了，我们只能画切面图。如图??。landscape 在内部差不多。在 $y=0$ 和 $y=1$ 的时候就不一样了。

之前有一个问题是当 localize 的位置在边界时，要如何选取 β 的值，这时的结果会不会有变化。我们用同样的势函数，换不同的 β 模拟。结果如图??。得到的结果和原来差不多。由于在最终的不等式里出现的是 β 和特征值相加，所以 β 选取和特征值在同一数量级的数就差不多。

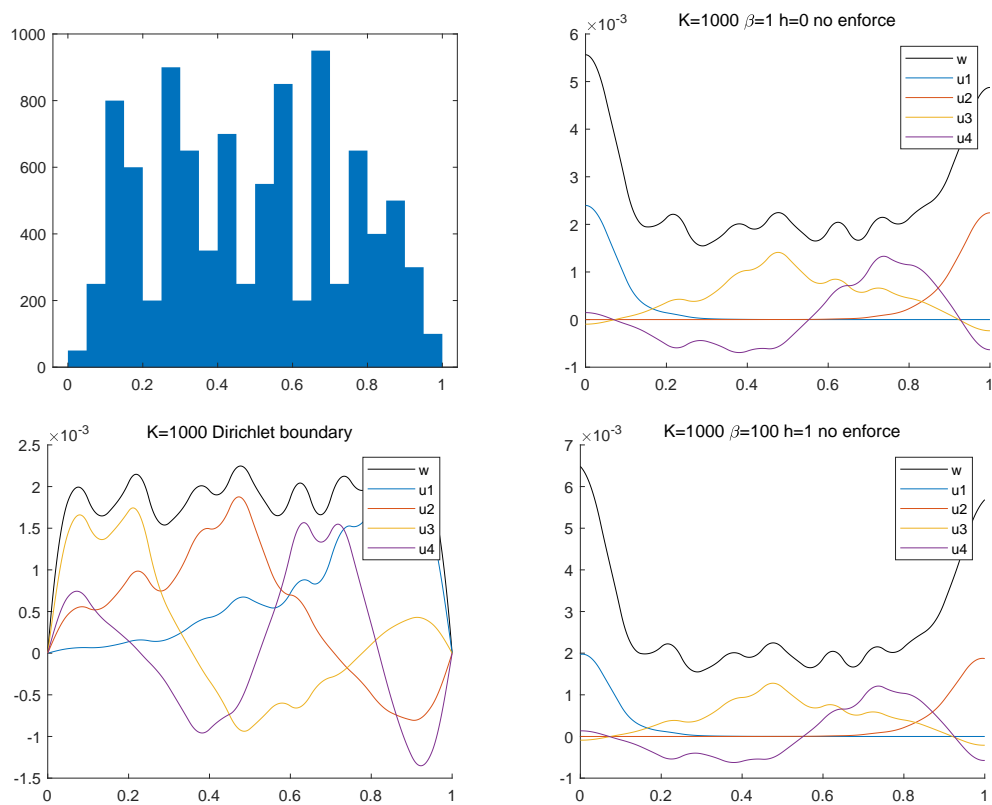


图 7: 左上为 V ，剩下三个是不同边界条件下的模拟结果

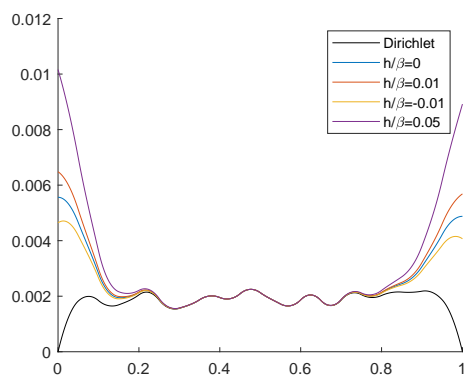


图 8: 不同边界条件下的 landscape

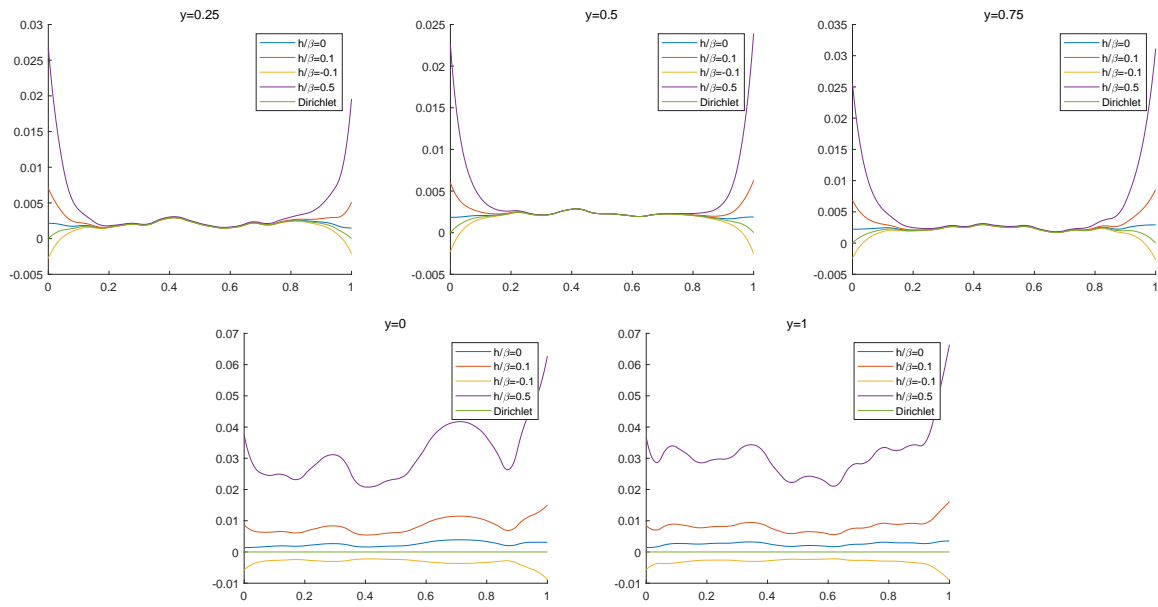


图 9: 二维不同边界条件下的 landscape

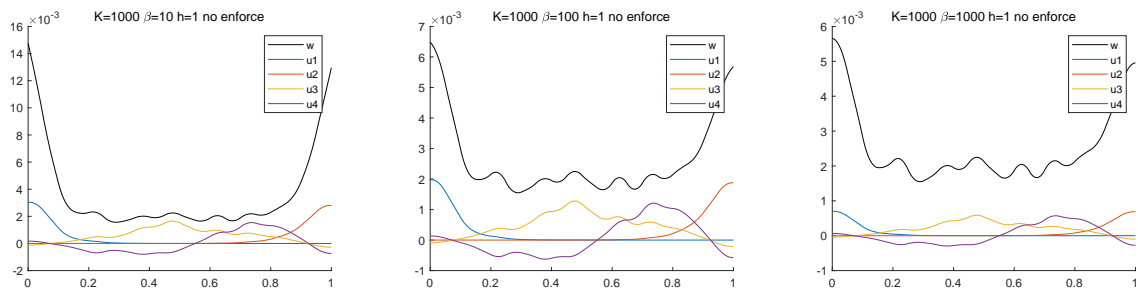


图 10: localize 到边界的 landscape