

Exercice 1 : Dames sur un échiquier

Le but du problème des huit dames est de placer huit dames d'un jeu d'échecs sur un échiquier de 8×8 cases sans que les dames ne puissent se menacer mutuellement, conformément aux règles du jeu d'échecs (la couleur des pièces étant ignorée). Par conséquent, deux dames ne devraient jamais partager la même rangée, colonne, ou diagonale. Nous considérons dans cet exercice la variante généralisée où il s'agit de placer n dames sur un échiquier $n \times n$.

1.a] L'approche classique pour résoudre ce problème de façon algorithmique utilise le *retour arrière* (*backtracking*, en anglais). Le retour arrière est une approche algorithmique qui permet de résoudre efficacement un grand nombre de problèmes combinatoires.

L'idée informelle du retour arrière est de placer les dames une par une dans différentes colonnes, en commençant par la colonne la plus à gauche. Lorsque nous plaçons une reine dans une colonne, nous vérifions les affrontements avec les dames déjà placées. Dans la colonne actuelle, si nous trouvons une ligne pour laquelle il n'y a pas de conflit, nous marquons cette ligne et cette colonne comme faisant partie de la solution. Si nous ne trouvons pas une telle ligne à cause d'affrontements, ça signifie qu'il n'existe aucune solution possible étant donné le placement des dames précédentes. Nous revenons alors en arrière à la colonne précédente pour trouver une nouvelle position pour la reine à partir de celle qu'elle occupait précédemment. Si on trouve une nouvelle position, l'algorithme reprend sa progression vers la colonne suivante, sinon on revient une nouvelle fois en arrière sur la colonne précédente. Si on revient ainsi jusqu'à la première colonne et qu'il n'y a plus de position possible sur cette ligne, alors c'est qu'il n'y a pas de solution au problème des n dames.

Implanter cet algorithme dans le langage de programmation de votre choix.

1.b] Nous allons maintenant considérer une variante probabiliste simple. L'idée informelle est de placer les dames une par une dans différentes colonnes, en commençant par la colonne la plus à gauche. Pour placer une reine dans une colonne, nous vérifions les affrontements avec les dames déjà placées et nous considérons les lignes où une reine peut être placée. Nous plaçons la nouvelle reine sur une ligne tirée uniformément aléatoirement parmi les lignes compatibles avec les placements précédents. Si il n'existe aucune ligne de ce type, alors nous recommençons l'algorithme à partir d'un échiquier vide (sans *retour arrière*).

Implanter cet algorithme dans le langage de programmation de votre choix.

1.c] Comparer l'efficacité des deux approches