

QCM

Nom et prénom :

.....

.....

Durée/Duration : 15 minutes.

Aucun document n'est autorisé.

No document allowed.

L'usage de la calculatrice est interdit.

Using a calculator is forbidden.

Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs bonnes réponses.

Questions with ♣ symbole may have one or several correct answers.

Les autres ont une unique bonne réponse.

The other ones have a unique correct answer.

- Si aucune réponse n'est cochée pour une question, alors aucun point n'y est attribué ni retranché.
If no answer is marked, then no point is earned nor removed.
- Sinon, si seules toutes les bonnes réponses sont cochées, alors un point y est attribué.
Otherwise, if only all the correct answers are marked, then one point is earned.
- Sinon un point y est retranché.
Otherwise a point is removed.

Question [polseparable1] Le polynôme $(x^2 + x) \in \mathbb{F}_2[x]$ est séparable.
The polynomial $(x^2 + x) \in \mathbb{F}_2[x]$ is separable.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [polseparable2] Le polynôme $(x^3 + 1) \in \mathbb{F}_3[x]$ est séparable.
The polynomial $(x^3 + 1) \in \mathbb{F}_3[x]$ is separable.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [polseparable3] Le polynôme $(x^2 - x + 1) \in \mathbb{F}_3[x]$ est séparable.
The polynomial $(x^2 - x + 1) \in \mathbb{F}_3[x]$ is separable.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [polseparable4] Le polynôme $(x^2 + 1) \in \mathbb{F}_4[x]$ est séparable.
The polynomial $(x^2 + 1) \in \mathbb{F}_4[x]$ is separable.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [polseparable5] Le polynôme $(x^2 + 1) \in \mathbb{F}_5[x]$ est séparable.
The polynomial $(x^2 + 1) \in \mathbb{F}_5[x]$ is separable.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [polseparable6] Le polynôme $(x + 1) \in \mathbb{F}_3[x]$ est séparable.
The polynomial $(x + 1) \in \mathbb{F}_3[x]$ is separable.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [Berlekampreturn1] L'algorithme de Berlekamp renvoie toujours un facteur irréductible du polynôme donné en entrée.
The Berlekamp algorithm always returns an irreducible factor of the input polynomial.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [Berlekampreturn2] L'algorithme de Berlekamp renvoie toujours un facteur du polynôme donné en entrée.
The Berlekamp algorithm always returns a factor of the input polynomial.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [Berlekampreturn3] L'algorithme de Berlekamp détecte toujours correctement que le polynôme donné en entrée est irréductible.

The Berlekamp algorithm always correctly detects that the input polynomial is irreducible.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [Berlekampreturn4] L'algorithme de Berlekamp détecte toujours correctement que le polynôme donné en entrée n'est pas irréductible.

The Berlekamp algorithm always correctly detects that the input polynomial is not irreducible.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [Berlekampreturn5] L'algorithme de Berlekamp ne sait pas déterminer le nombre de facteurs irréductibles du polynôme donné en entrée.

The Berlekamp algorithm does not know how to determine the number of irreducible factors of the input polynomial.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [kernel0] Le noyau de matrice calculé dans l'algorithme de Berlekamp peut être réduit au vecteur nul.

The matrix kernel computed in the Berlekamp algorithm can consist in the zero vector

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [kernelA11] Le noyau de matrice calculé dans l'algorithme de Berlekamp peut être l'espace tout entier.

The matrix kernel computed in the Berlekamp algorithm can consist in the whole space.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [kernelcomp1] L'algorithme de Berlekamp appelé sur $x^4 - 2 \in \mathbb{F}_{17}[x]$ calcule le noyau de

The Berlekamp algorithm called on $x^4 - 2 \in \mathbb{F}_{17}[x]$ computes the kernel of

☒
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{pmatrix}.$$

☐
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

Question [kernelcomp2] L'algorithme de Berlekamp appelé sur $x^5 - 1 \in \mathbb{F}_5[x]$ calcule le noyau de

The Berlekamp algorithm called on $x^5 - 1 \in \mathbb{F}_5[x]$ computes the kernel of

☒
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

☐
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Question [kernelcomp3] L'algorithme de Berlekamp appelé sur $x^5 + 9 \in \mathbb{F}_{11}[x]$ calcule le noyau de

The Berlekamp algorithm called on $x^5 + 9 \in \mathbb{F}_{11}[x]$ computes the kernel of

☒
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

☐
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Question [certiff] L'algorithme de Berlekamp peut détecter que F n'est pas irréductible mais renvoyer F , lui-même, comme certificat.

The Berlekamp algorithm can detect that F is not irreducible but return F , itself, as the certificate.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [certif1] L'algorithme de Berlekamp peut détecter que F n'est pas irréductible mais renvoyer le polynôme 1 comme certificat.

The Berlekamp algorithm can detect that F is not irreducible but return the polynomial 1 as the certificate.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [certif1] L'algorithme de Berlekamp peut détecter que F n'est pas irréductible mais renvoyer le polynôme 1 comme certificat.

The Berlekamp algorithm can detect that F is not irreducible but return the polynomial 1 as the certificate.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [charnot2] L'algorithme de Berlekamp renvoie un facteur non trivial du polynôme donné en entrée avec probabilité au moins $1/2$ en caractéristique $p > 2$.

The Berlekamp algorithm returns a non-trivial factor of the input polynomial with probability at least $1/2$ in characteristic $p > 2$.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [resultantdef1] Le résultant de $x - p$ et $x - q$ est

The resultant of $x - p$ and $x - q$ is

☒ $p - q$.

☐ $q - p$.

Question [resultantdef2] Deux polynômes $A, B \in \mathbb{K}[x]$ sont premiers entre eux si, et seulement si, leur résultant est nul.

Two polynomials $A, B \in \mathbb{K}[x]$ are coprime if, and only if, their resultant is zero.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantdef3] ♣ Le résultant de deux polynômes à coefficients dans $R[x]$ est toujours

☒ dans/in R .

☐ dans $R[x]$ de degré 1/in $R[x]$ of degree 1.

☐ 0.

☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question [resultantcomp1] Le résultant de $P = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ et de sa dérivée P' est

The resultant of $P = ax^2 + bx + c$, with $a \neq 0$ and of its derivative P' is

☒ $4a^2c - ab^2$.

☐ $b^2 - 4ac$.

Question [resultantcomp2] La matrice de Sylvester de $P = x^2 + 1$ et $Q = x^3 + 1$, définis sur \mathbb{F}_2 , est inversible.

The Sylvester matrix of $P = x^2 + 1$ and $Q = x^3 + 1$, defined over \mathbb{F}_2 , is invertible.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantcomp3] La matrice de Sylvester de $x^2 + 1$ et $x^3 + 1$ est de rang plein sur \mathbb{Q} .

The Sylvester matrix of $x^2 + 1$ and $x^3 + 1$ has full rank over \mathbb{Q} .

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [resultantcomp4] La matrice de Sylvester de $x^2 + 1$ et $x^3 + 1$ est de taille
The Sylvester matrix of $x^2 + 1$ and $x^3 + 1$ is of size

☒ 5×5
☐ 7×7

☐ 3×4
☐ 5×7

Question [resultantcomp5] La matrice de Sylvester de $P = x^2 + 1$ et $Q = x^3 + 1$, définis sur \mathbb{F}_3 , est inversible.

The Sylvester matrix of $P = x^2 + 1$ and $Q = x^3 + 1$, defined over \mathbb{F}_3 , is invertible.

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [resultantprop1] Pour tous polynômes $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = \text{Res}(B, A)$.

For all polynomials $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = \text{Res}(B, A)$.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantprop2] Pour tous polynômes $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A} \text{Res}(B, A)$.

For all polynomials $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A} \text{Res}(B, A)$.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantprop3] Pour tous polynômes $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A + \deg B} \text{Res}(B, A)$.

For all polynomials $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A + \deg B} \text{Res}(B, A)$.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantprop4] Pour tous polynômes $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A - \deg B} \text{Res}(B, A)$.

For all polynomials $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A - \deg B} \text{Res}(B, A)$.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantprop5] Pour tous polynômes $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A \deg B} \text{Res}(B, A)$.

For all polynomials $A, B \in \mathbb{K}[x]$, $\text{Res}(A, B) = (-1)^{\deg A \deg B} \text{Res}(B, A)$.

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantcomp11] Le calcul du résultant de $A, B \in \mathbb{K}[x]$ nécessite au moins $(\deg A + \deg B)^2$ opérations dans \mathbb{K} .

The computation of the resultant of $A, B \in \mathbb{K}[x]$ requires at least $(\deg A + \deg B)^2$ operations in \mathbb{K} .

☐ Vrai/True.

☒ Faux/False.

Question [resultantcomp12] Le calcul du résultant de $A, B \in \mathbb{K}[x]$ nécessite au plus $(\deg A + \deg B)^3$ opérations dans \mathbb{K} .

The computation of the resultant of $A, B \in \mathbb{K}[x]$ requires at most $(\deg A + \deg B)^3$ operations in \mathbb{K} .

☒ Vrai/True.

☐ Faux/False.

Question [resultantalgo1] ♣ Le calcul du résultant de $A, B \in \mathbb{K}[x]$ est intimement lié à l'algorithme

The computation of the resultant of $A, B \in \mathbb{K}[x]$ is deeply connected to the

☒ d'Euclide/the Euclidean algorithm.

☐ de Berlekamp/the Berlekamp algorithm.

☐ de Frobenius/Frobenius algorithm.

☐ Aucune de ces réponses n'est correcte.

CATALOGUE

Question [resultantalgo2] ♣ Le résultant de $A, B \in \mathbb{K}[x]$ peut être calculé *via* l'algorithme
The resultant of $A, B \in \mathbb{K}[x]$ can be computed using

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> d'interpolation rapide/the fast interpolation algorithm. | <input type="checkbox"/> de Frobenius/Frobenius algorithm. |
| <input type="checkbox"/> de Berlekamp/the Berlekamp algorithm. | <input checked="" type="checkbox"/> Aucune de ces réponses n'est correcte. |

Question [resultantalgo3] ♣ Le résultant de $A, B \in \mathbb{K}[x]$ peut être calculé *via*
The resultant of $A, B \in \mathbb{K}[x]$ can be computed using

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> l'algorithme d'Euclide/the Euclidean algorithm. | <input type="checkbox"/> Gaussian elimination algorithm. |
| <input checked="" type="checkbox"/> l'algorithme d'élimination de Gauß/the | <input checked="" type="checkbox"/> la formule de Poisson/the Poisson formula. |
| | <input type="checkbox"/> Aucune de ces réponses n'est correcte. |