082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prof. F. Bizzarri

Esame, 17 Settembre 2013

Cognome ______________________	**Nome** ______________________
Matricola ______________________	**Firma** ______________________

AVVERTENZE

- La prova dura **3 ore**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **16 punti** invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2 -8.0/8.0 punti	E3 9.0 punti	E4 9.0 punti	Voto Finale
Voto					

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

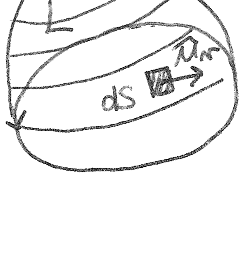
E1

Enunciare e discutere la legge di Ampere-Maxwell.

La legge di Ampere-Maxwell fu teorizzata da Maxwell che "corresse" la legge di Ampere per trovare un equivalente della legge di Faraday-Henry che legasse variazioni di un campo elettrico ad un campo magnetico.

$$\overbrace{\oint_L \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 \int_S \bar{J}\cdot\hat{u}_N\, dS}^{\text{Legge di Ampere}} + \underbrace{\mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \bar{E}\cdot\hat{u}_N\, dS}$$

questo termine ci dice che anche se $\bar{J}\equiv 0$ (non ci sono correnti concatenate con L) oppure se $\bar{J}$ ha flusso nullo attraverso S, la presenza di un campo $\bar{E}$ il cui flusso attraverso S sia non costante nel tempo genera $\bar{B}$.



S con bordo L

verso positivo delle correnti concatenate con L che fisse $\hat{u}_N$ in ogni dS

E2

Si risponda alle seguenti domande spuntando la domanda che si ritiene corretta senza riportare i calcoli. La risposta <u>esatta vale 1 punto</u>, una risposta <u>errata vale –1 punto</u> e la "non risposta" vale 0 punti.

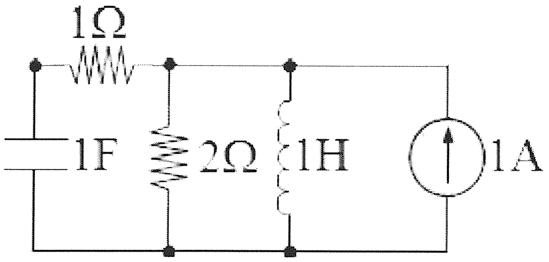


Figura 1

Il circuito in Figura 1 evolve in regime stazionario. L'energia immagazzinata nell'induttore vale:

- ☐ **–0.5 J**
- ☐ **0 J**
- ☒ **0.5 J**
- ☐ **1.0 J**
- ☐ **nessuna delle precedenti**
- ☐ **non lo so**

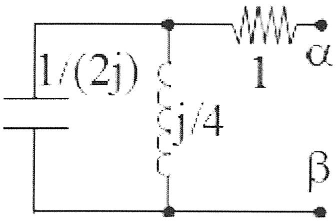


Figura 2

Nel circuito in Figura 2, l'impedenza tra i morsetti α e β è di tipo

- ☐ **capacitivo e vale 1–0.5j**
- ☒ **induttivo e vale 1+0.5j**
- ☐ **resistivo e vale 1**
- ☐ **capacitivo e vale 1+0.5j**
- ☐ **nessuna delle precedenti**
- ☐ **non lo so**

$$\frac{1}{2}\mathrm{sen}\left(\omega t+\frac{3}{4}\pi\right)$$

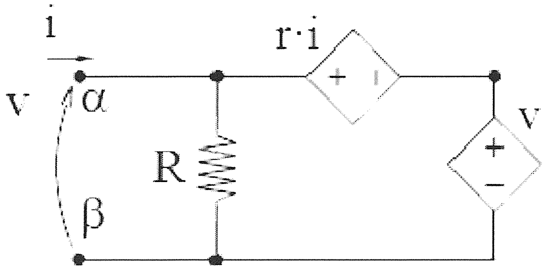
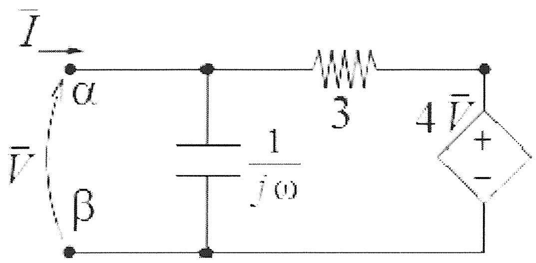
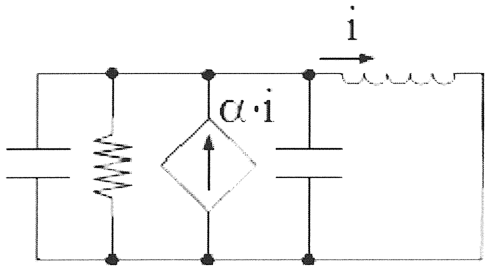
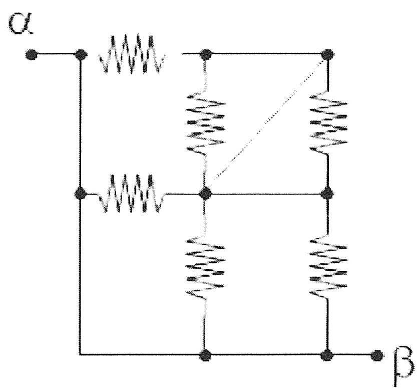
Il fasore corrispondente alla funzione nel riquadro a sinistra vale

- ☐ $\frac{1}{4}(1-j)$
- ☐ $\frac{1}{4}(1+j)$
- ☒ $\sqrt{\frac{1}{8}}(1+j)$
- ☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-j)$
- ☐ **nessuna delle precedenti**
- ☐ **non lo so**

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Un doppio-bipolo DB è descritto dalla matrice di resistenza indicata nel riquadro di sinistra. La potenza assorbita da DB vale

- ☐ $i_1^2 + 5i_1i_2$
- ☐ $(i_1 + 2i_2)^2$
- ☐ $i_2^2 - i_1i_2$
- ☒ $i_1^2 + i_2^2 + 4i_1i_2$
- ☐ **nessuna delle precedenti**
- ☐ **non lo so**

 *Figura 3*	**Il bipolo composito individuato ai morsetti α e β in Figura 3 ammette** ☐ **base tensione e base corrente** ☒ **solo base tensione** ☐ **solo base corrente** ☐ **nessuna base** ☐ **nessuna delle precedenti** ☐ **non lo so**
 *Figura 4*	**La potenza complessa assorbita dal bipolo composito individuato ai morsetti α e β in Figura 4 vale** ☐ $\frac{1}{2}(1+j\omega)\lvert\bar{V}\rvert^2$ ☐ $(1-j\omega)\lvert\bar{V}\rvert^2$ ☐ $-\frac{1}{2}(1-j\omega)\lvert\bar{V}\rvert^2$ ☒ $-\frac{1}{2}(1+j\omega)\lvert\bar{V}\rvert^2$ ☐ **nessuna delle precedenti** ☐ **non lo so**
 *Figura 5*	**Quante sono le variabili di stato del circuito in Figura 5?** ☐ **3** ☒ **2** ☐ **1** ☐ **0** ☐ **nessuna delle precedenti** ☐ **non lo so**
 *Figura 6*	**La resistenza equivalente individuata ai morsetti α e β in Figura 6 vale** ☐ **2R** ☐ **R** ☐ **0.5R** ☒ **0** ☐ **nessuna delle precedenti** ☐ **non lo so**

E3

Il circuito in Figura 7, per $t = t_0^- > 0$ evolve in regime stazionario. Sapendo che

- **$\alpha < 1$,**
- **$e(t) = E_0 > 0$ per $t < t_0$,**
- **$e(t) = E_0 + E_1 > 0$ per $t > t_0$,**

determinare la corrente $i_2(t_0^-)$ e $i_2(t)$ per $t \in (t_0^+, +\infty)$.

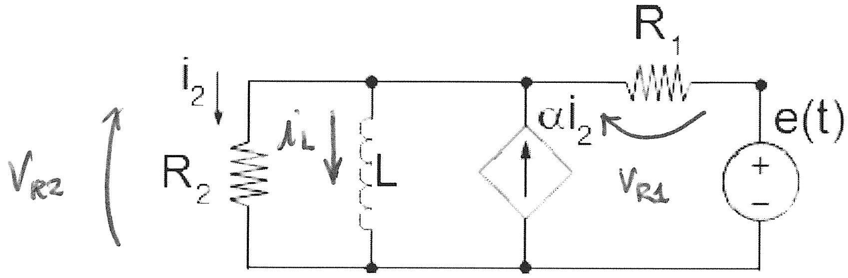
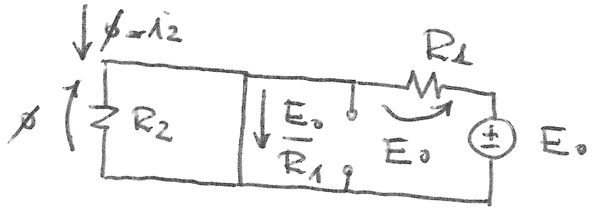


Figura 7

in t_0^- :



$$i_2(t_0^-) = 0$$

$$i_L(t_0^-) = \frac{E_0}{R_1}$$

in t_0^+ : $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ perché $e(t)$ è discontinuo ma i_L (variabile di stato) è più continua degli ingressi. In generale, invece, $i_2(0^+) \neq i_2(0^-)$

$$i_2(t)\Big|_{t>t_0} = \frac{1}{R_2} \cdot L \frac{di_L}{dt} \quad \text{e quindi} \quad i_2(t_0^+) = \frac{L}{R_2} \frac{di_L}{dt}\Big|_{t=t_0^+}$$

Risolvo x ricavare $i_L(t)$ per $t \in (t_0^+, +\infty)$ e quindi ricavo $i_2(t)$

$$i_2(t) + i_L(t) - \alpha i_2(t) + \overbrace{(\underbrace{R_2 i_2(t)}_{V_{R2}} - e(t))}^{V_{R1}} / R_1 = \varnothing$$

$$\left(1 - \alpha + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{L}{R_2} \frac{di_L}{dt} = - i_L(t) + \frac{\overbrace{e(t)}^{E_0+E_1}}{R_1}$$

$$\frac{di_L}{dt} = - \frac{R_1 R_2}{[R_2 + (1-\alpha)R_1]L} i_L(t) + \frac{\cancel{R_1} R_2}{[R_2 + (1-\alpha)R_1]L} \cdot \frac{E_0 + E_1}{\cancel{R_1}}$$

$$\lambda = -\frac{R_1 R_2}{\underbrace{[R_2 + (1-\alpha) R_1]}_{>0 \text{ dato che } \alpha<1 \text{ x hp}} L}$$

$$i_{L_{i.p.}} = H$$

$$\frac{d}{dt} H = 0 = -\frac{R_1 R_2}{[R_2 + (1-\alpha) R_1] L} H + \frac{R_2 (E_0 + E_1)}{[R_2 + (1-\alpha) R_1] L}$$

$$H = \frac{E_0 + E_1}{R_1}$$

$$i_L(t)\Big|_{t > t_0} = k\, e^{\lambda(t-t_0)} + H$$

$$i_L(t_0^-) = \frac{E_0}{R_1} \longrightarrow \quad i_L(t) = \left(\frac{E_0}{R_1} - \frac{E_1 + E_0}{R_1}\right) e^{\lambda(t-t_0)} + \frac{E_1 + E_0}{R_1} =$$

$$= -\frac{E_1}{R_1} e^{\lambda(t-t_0)} + \frac{E_1 + E_0}{R_1}$$

$$i_2(t) = \frac{L}{R_2} \frac{d}{dt} i_L(t) = \frac{\cancel{L}}{\cancel{R_2}} \left(-\frac{E_1}{\cancel{R_1}} \cdot -\frac{\cancel{R_1 R_2}}{[R_2 + (1-\alpha) R_1] \cancel{L}}\right) e^{\lambda(t-t_0)} =$$

$$= \frac{E_1}{R_2 + R_1 (1-\alpha)} e^{\lambda(t-t_0)}$$

$$i_2(t_0^+) = \frac{E_1}{R_2 + R_1 (1-\alpha)}$$

E4

Il circuito in Figura 8 evolve in regime sinusoidale con pulsazione ω. Determinare la potenza attiva erogata dal generatore indipendente di tensione e(t), associato al fasore $\bar{E}$.

$\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{E}\,\bar{I}_L^*$

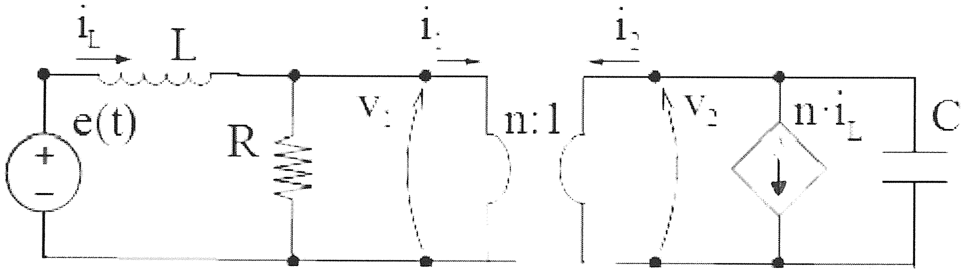


Figura 8

$e(t) \longleftrightarrow \bar{E}$

$\bar{V}_1 = \bar{E} - j\omega L\bar{I}_L \qquad \bar{I}_1 = \bar{I}_L - (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)R^{-1}$

$\bar{V}_2 = (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)n^{-1} \qquad \bar{I}_2 = -n\left(\bar{I}_L - (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)R^{-1}\right)$

$\bar{I}_2 + n\bar{I}_L + j\omega C\bar{V}_2 = 0$

$$-n\left(\bar{I}_L - (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)R^{-1}\right) + u\bar{I}_L + j\omega C\left(\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L\right)u^{-1} = 0$$

$$u\bar{E}R^{-1} - j\omega L\bar{I}_L R^{-1} n + j\omega C u^{-1}\bar{E} + \omega^2 C L u^{-1}\bar{I}_L = 0$$

$$\bar{I}_L\left(\frac{\omega^2 CL}{u} - j\frac{\omega L u}{R}\right) = -\left(\frac{n\bar{E}}{R} + j\frac{\omega C\bar{E}}{u}\right)$$

$$\bar{I}_L\left(\omega^2 LRC - j\omega L n^2\right) = -\left(u^2\bar{E} + j\omega RC\bar{E}\right)$$

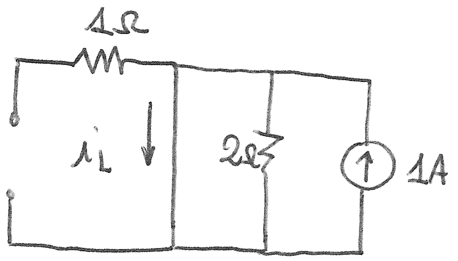
$$\bar{I}_L = -\frac{(u^2 + j\omega RC)\bar{E}}{\omega^2 LRC - j\omega L u^2}$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{E}\,\bar{I}_L^{*} = -\frac{1}{2}\bar{E}\left(\frac{(u^2 + j\omega RC)(\omega^2 LRC + j\omega L u^2)}{(\omega^2 LRC)^2 + (\omega L u^2)^2}\right)^{*}\bar{E}^{*} =$$

$$= -\frac{1}{2}|\bar{E}|^2\frac{\left[\cancel{n^2\omega^2 LRC - \omega^2 RCLu^2} + j\left(\omega^3 R^2 C^2 L + \omega L u^4\right)\right]^{*}}{(\omega^2 LRC)^2 + (\omega L u^2)^2}$$

$$\mathrm{Re}(\bar{A}) \equiv 0$$

Test 1.



$i_L = 1A$

$$E = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 1/2$$

test 2

$$Z_{eq} = 1 + \frac{1}{\frac{4}{J} + 2J} = 1 + \frac{1}{4-2} J = 1 + 0.5J$$

$Re\{Z_{eq}\} \neq 0 \quad Im\{Z_{eq}\} > 0 \longrightarrow$ induttiva

test 3

$$\frac{1}{2} sen\left(\omega t + \frac{3}{4}\pi\right) = \frac{1}{2} \cos\left(\omega t + \frac{3}{4}\pi - \pi/2\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cos\left(\omega t + \pi/4\right) \longleftrightarrow \frac{1}{2} e^{J\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(1+J) =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{8}}\,(1+J)$$

test 4

$$P = V_1 i_1 + V_2 i_2 = (i_1 + 5i_2) i_1 + (-i_1 + i_2) i_2 =$$

$$= i_1^2 + i_2^2 + 4 i_1 i_2$$

Test 5

$V = ri + V \longrightarrow i = 0$ solo base tensione

Test6

$$\frac{1}{2}\bar{V}\bar{I}^* = \frac{1}{2}\bar{V}\left(j\omega\bar{V} + \frac{\bar{V}-4\bar{V}}{3}\right)^* = \frac{1}{2}|\bar{V}|^2\left(-1-j\omega\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}|\bar{V}|^2(1+j\omega)$$

Test 7 3 candidate, 1 maglia C $\longrightarrow$ 2. v. di stato

Test 8 A e B sono equipotenziali $\longrightarrow R_{\alpha\beta} = \emptyset$