082742 – Elettrotecnica (E-O) Prima prova in itinere, 30 Giugno 2014

Prof. F. Bizzarri

Cognome ____________________ **Nome** ____________________

Matricola ____________________ **Firma** ____________________

AVVERTENZE

- La prova dura **2 ore e un quarto**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **8 punti** invalida la prova.

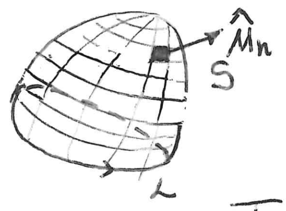
Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2a 4.0 punti	E2b 3.0 punti	E2c 1.0 punto	E3a 5.0 punti	E3b 1.0 punt0	E3c 2.0 punti
Voto							

Voto Finale

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

A partire dalle equazioni di Maxwell in forma integrale ricavare e discutere il principio di conservazione della carica elettrica.



$$\oint_L \bar{B}\cdot d\bar{e} = \mu_0 \int_S \bar{J}\cdot\hat{u}_N\, dS + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \bar{E}\cdot\hat{u}_N\, dS$$

Facendo tendere L ad un percorso chiuso infinitesimo la superficie S diviene chiusa. Allora $\oint_L \bar{B}\cdot d\bar{e} = 0$ (L è nulla)

$$\oint_S \bar{J}\cdot\hat{u}_N\, dS = -\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\oint_S \bar{E}\cdot\hat{u}_N\, dS = -\cancel{\varepsilon_0}\frac{d}{dt}\frac{Q}{\cancel{\varepsilon_0}}$$

con Q carica netta contenuta in S chiusa

$\oint_S \bar{J}\cdot\hat{u}_N\, dS = I$ corrente attraverso S

$I = -\frac{d}{dt}Q$ se $I>0$ allora Q^+ esce da S o Q^- entra e la $\frac{d}{dt}Q<0$, da ciò il "$-$" nella formula.

Duolgamente se $I<0$.

E2a

Per il doppio bipolo in Figura 1a si ricavino i parametri della rappresentazione equivalente "alla Thevénin" in Figura 1b (matrice [R], generatori E_1 ed E_2).

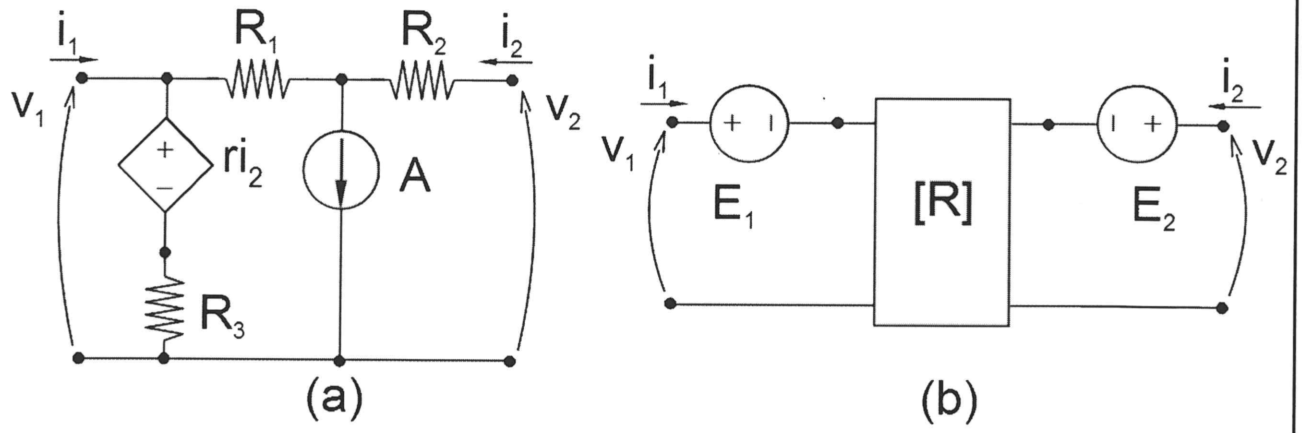


Figura 1

Prove semplici

1) tensione di circuito aperto

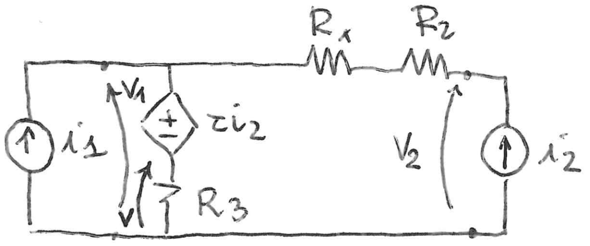
$$\begin{cases} V_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2 + E_1 \\ V_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2 + E_2 \end{cases}$$

$V_1^{c.a.} = -AR_3 \quad (r \cdot i_2 = \emptyset)$

$V_2^{c.a.} = -A(R_1 + R_3)$

$V_1^{c.a.}\Big|_{i_1=i_2=0} = E_1 \qquad V_2^{c.a.}\Big|_{i_1=i_2=0} = E_2$

2) Passivo A e ricalo [R]



$V = (i_1 + i_2) R_3$

$V_2 - (R_1 + R_2) i_2 - r i_2 - R_3 (i_1 + i_2) = 0$

$V_2 = + R_3 i_1 + (R_1 + R_2 + R_3 + r) i_2$

$V_1 = r i_2 + R_3 (i_1 + i_2) \quad = (r + R_3) i_2 + R_3 i_1$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_3 & r + R_3 \\ R_3 & R_1 + R_2 + R_3 + r \end{bmatrix}$$

E2b

Si assumano adesso $R_1 = R_2 = R_3 = r = R$ e si ricavi l'equazione di stato per il circuito in Figura 2 dove [R], E_1 ed E_2 sono quelli ricavati al punto precedente.

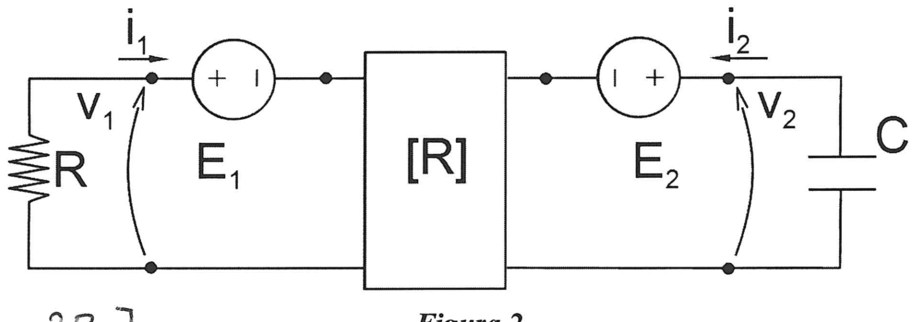


Figura 2

$$[R] = \begin{bmatrix} R & 2R \\ R & 4R \end{bmatrix} \qquad E_1 = -AR \qquad E_2 = -2RA$$

$$V_1 = -R i_1 = R i_1 + 2R i_2 - AR$$

$$2R i_1 = -2R i_2 + AR \longrightarrow i_1 = -i_2 + \frac{A}{2}$$

$$V_2 = R\left(-i_2 + \frac{A}{2}\right) + 4R\left(-C\frac{dV_2}{dt}\right) - 2RA$$

$$V_2 = -R\left(-C\frac{dV_2}{dt}\right) - 4RC\frac{dV_2}{dt} - 2AR + \frac{RA}{2}$$

$$3RC \frac{dV_2}{dt} = -V_2 - \frac{3}{2}AR$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{3RC}V_2 - \frac{1}{2}\frac{A\cancel{R}}{\cancel{R}C} =$$

$$= -\frac{1}{3RC}V_2 - \frac{1}{2}\frac{A}{C}$$

E2c

sapendo che $A = \text{cost.}$

Quanto vale l'energia immagazzinata nel condensatore C per t che tende all'infinito?

Il circuito è asintoticamente stabile dato che $\lambda = -\frac{1}{3RC} < 0$. In regime stazionario $V_2 = \text{cost}$

$$\frac{d}{dt}H = 0 = -\frac{1}{3RC}H - \frac{1}{2}\frac{A}{C} \qquad H = -\frac{1}{2}\frac{A}{\cancel{C}}3R\cancel{C} =$$

$$= -\frac{3}{2}AR$$

$$w_a^C(\infty) = \frac{1}{2}C\left(-\frac{3}{2}AR\right)^2 = \frac{9}{8}A^2R^2C$$

E3a

Per il circuito in Figura 3, assumendo e(t)=E sin(ωt) e a(t) = A sin(ωt), si determini il fasore della corrente i_L. Il circuito opera in regime sinusoidale e l'amplificatore operazionale è ideale e funziona in zona lineare ($v_{+-} = 0$).

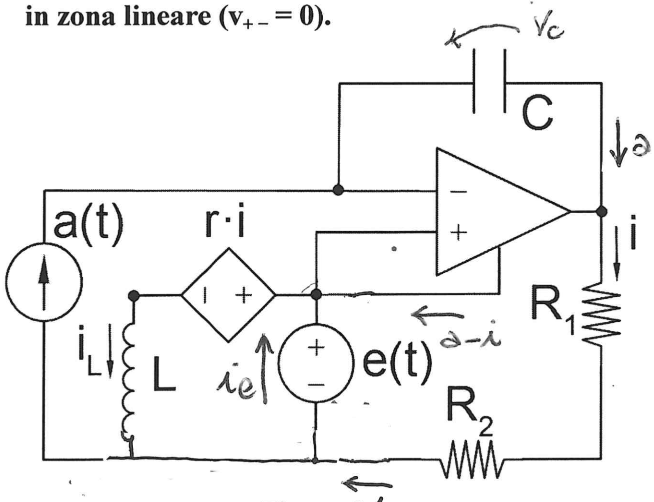


Figura 3

$$\bar{e} = -jE \qquad \bar{a} = -jA$$

$$\bar{V}_c = \frac{1}{j\omega C}\bar{a}$$

$$\bar{i}R_1 + \bar{V}_c - \bar{e} + \bar{i}R_2 = 0$$

$$(R_1+R_2)\bar{i} = \bar{e} - \frac{1}{j\omega C}\bar{a} = \frac{j\omega C\bar{e} - \bar{a}}{j\omega C}$$

$$\bar{i} = \frac{j\omega C\,\bar{e} - \bar{a}}{(R_1+R_2)\,j\omega C}$$

$$\bar{i}_L = \frac{1}{j\omega L}\left(\bar{e} - r\bar{i}\right) = \frac{1}{j\omega L}\left(\bar{e} - r\,\frac{(j\omega C\bar{e} - \bar{a})}{j\omega(R_1+R_2)C}\right) =$$

$$= \frac{1}{j\omega L}\,\frac{j\omega C\bar{e}\left(R_1+R_2-r\right) + r\bar{a}}{j\omega C(R_1+R_2)} = -\,\frac{j\omega C\bar{e}\left(R_1+R_2-r\right) + r\bar{a}}{\omega^2 LC(R_1+R_2)} =$$

$$= -\,\frac{\omega CE(R_1+R_2-r) - jrA}{\omega^2 LC(R_1+R_2)}$$

E3b

Calcolare la corrente $i_L(t)$ corrispondente al fasore calcolato precedentemente.

$$i_L(t) = Re\left\{ \bar{i}_L e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= Re\left\{ - \frac{\omega C E(R_1+R_2-\tau) - j\tau A}{\omega^2 L C (R_1+R_2)} e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= - \frac{\cancel{\omega} C E (R_1+R_2-\tau)}{\omega^{\cancel{2}} L \cancel{C} (R_1+R_2)} \cos \omega t - \frac{\tau A}{\omega^2 L C (R_1+R_2)} \operatorname{sen} \omega t$$

E3c Per quale valore di τ la potenza reattiva erogata dal generatore $e(t)$ è nulla?

$Q_e^{e(t)} = Im\left\{ \frac{1}{2} \bar{e}\, \bar{i}_e^* \right\}$ Dato che $\bar{e} = -jE$, questo è vero se $Re\left\{\bar{i}_e^*\right\} = Re\left\{\bar{i}_e\right\} = \emptyset$

$$\bar{i}_e = -(\bar{a} - \bar{i}) + \bar{i}_L = \bar{i} + \bar{i}_L - \bar{a} = \bar{i} + \bar{i}_L + jA =$$

$$= \frac{j\omega C(-jE) + jA}{j\omega C (R_1+R_2)} - \frac{\omega C E (R_1+R_2-\tau) - j\tau A}{\omega^2 L C (R_1+R_2)} + jA$$

$$Re\left\{\bar{i}_e\right\} = \frac{A}{\omega C (R_1+R_2)} - \frac{\omega C E (R_1+R_2-\tau)}{\omega^2 L C (R_1+R_2)} = 0 \iff A\omega L - \omega C E (R_1+R_2-\tau) = 0$$

$$AL - CE (R_1+R_2-\tau) = 0 \qquad R_1+R_2-\tau = \frac{AL}{CE}$$

$$\tau = R_1+R_2 - \frac{AL}{CE}$$