082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prof. F. Bizzarri

Esame, 10 Settembre 2012

Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Firma** ______________________

AVVERTENZE

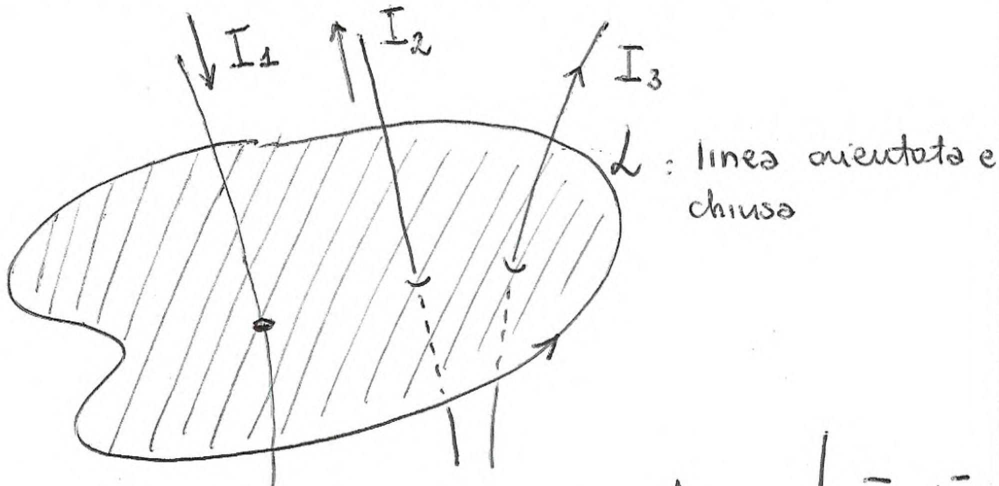
- La prova dura **2.5 ore.**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante. Un punteggio inferiore a 16 invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2 punti	E2 7 punti	E3a 7 punti	E3b 2 punti	E4a 6 punti	E4b 2 punti	E4b 2 punti	Voto Finale
Voto								

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1

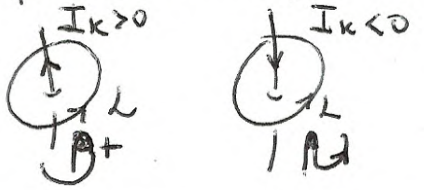
Enunciare e discutere (anche graficamente) la legge di Ampere per il campo magnetico.



Λ_B : circuitazione di $\bar{B}$ lungo L → $\Lambda_B = \oint_L \bar{B} \cdot d\bar{\ell}$

$d\bar{\ell}$ orientato come L è tangente ad L in ogni suo punto.

I_K : presa positiva o negativa in base alla regola della mano dx



$$\oint_L \bar{B} \cdot d\bar{\ell} = \mu_0 \sum_k I_K$$

E2a

Per il circuito in Figura 1, determinare la rappresentazione mediante matrice [R] del doppiobipolo racchiuso dalla linea tratteggiata. Hp. $\mu \neq 3$.

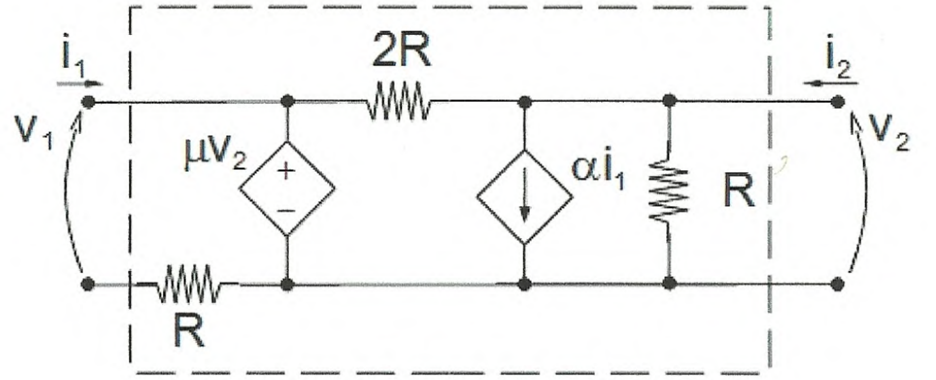
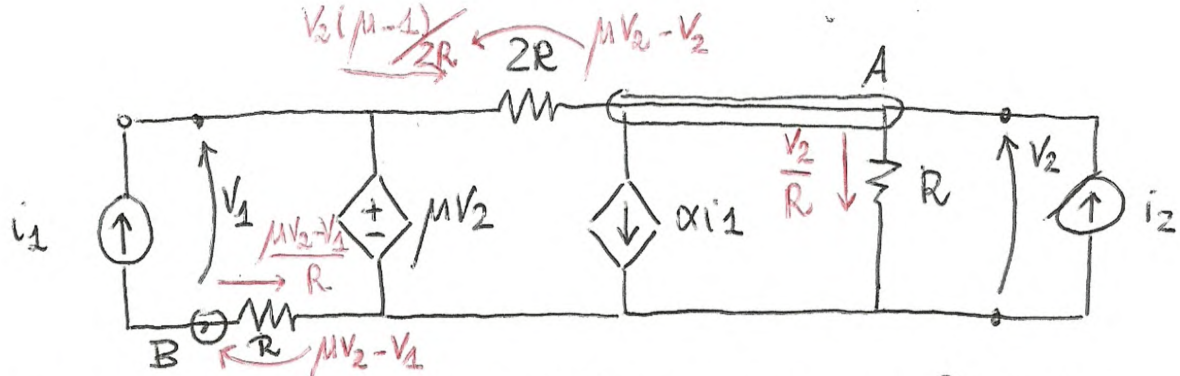


Figura 1

La rappresentazione mediante matrice [R] significa poter assegnare le correnti i_1 ed i_2 alle porte e ricavare V_1 e V_2 come

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$



Per ispezione diretta è possibile esprimere in funzione di V_1 e V_2 le grandezze segnate in rosso.

KCL nodo A: $$\frac{V_2(\mu-1)}{2R} + i_2 = \alpha i_1 + \frac{V_2}{R}$$

KCL nodo B: $$\frac{\mu V_2 - V_1}{R} + i_1 = 0$$

$$\begin{cases} V_1 = \mu V_2 + i_1 R \\ V_2(\mu - 1) + 2Ri_2 = 2R\alpha i_1 + 2V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2(\mu - 3) = +2R\alpha i_1 - 2Ri_2 \\ V_1 = \mu V_2 + i_1 R \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = \dfrac{2R\alpha}{\mu - 3} i_1 - \dfrac{2R}{\mu - 3} i_2 \\ V_1 = \mu \left[\dfrac{2R\alpha}{\mu - 3} i_1 - \dfrac{2R}{\mu - 3} i_2 \right] + i_1 R \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = \dfrac{2R\alpha}{\mu - 3} i_1 - \dfrac{2R}{\mu - 3} i_2 \\ V_1 = R\left(\dfrac{2\alpha\mu}{\mu - 3} + 1 \right) i_1 - \dfrac{2R\mu}{\mu - 3} i_2 \end{cases}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \dfrac{2R\alpha}{\mu - 3} & -\dfrac{2R}{\mu - 3} \\ R\left(\dfrac{2\alpha\mu}{\mu - 3} + 1 \right) & -\dfrac{2R\mu}{\mu - 3} \end{bmatrix}$$

E2a

Per t < 0 il circuito in Figura 2 evolve in regime stazionario e l'interruttore S si trova da molto tempo nella posizione a. In t=0 l'interruttore S commuta la sua posizione e si porta in b. Calcolare l'andamento della tensione $v_C(t)$ per t > 0.

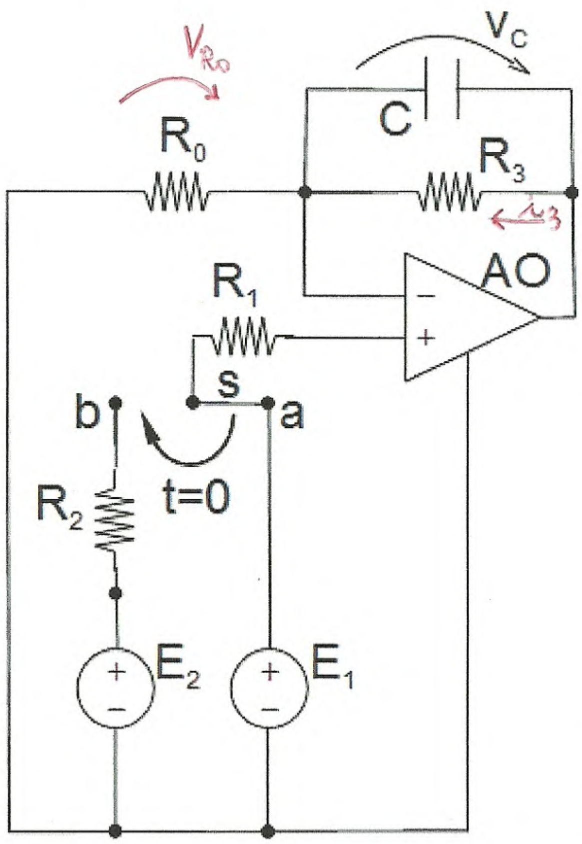


Figura 2

Date le ipotesi dell'esercizio, per $t<0$ il condensatore C si comporta come un circuito aperto.

Poichè AO è ideale, R_1 non è attraversata da corrente.

$V_{R_0} = E_1$ e $i_3 = \frac{V_{R_0}}{R_0} = \frac{E_1}{R_0}$

allora $V_C(0^-) = \frac{R_3}{R_0} E_1$

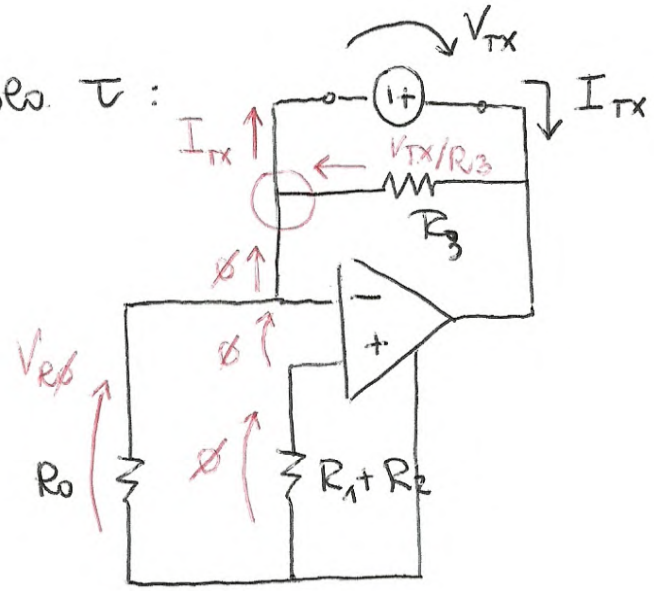
Analogamente per $t \to \infty$, assumendo che il circuito sia stabile assolutamente, $R_1 + R_2$ non è percorsa da corrente, C si comporta come un circuito aperto e $V_{R_0} = E_2$. Si ricava quindi

$V_C(\infty) = \frac{R_3}{R_0} E_2$. Poichè V_C è variabile di stato,

$V_C(0^+) = V_C(0^-) = V_C(0)$. Poichè x $t > 0$ l'impresso E_2 è costante, è possibile ricavare $V_C(t)\Big|_{t>0} =$

$$= V_C(\infty) + \left(V_C(0) - V_C(\infty)\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Calcolo τ :



$$V_{R\varnothing} = \varnothing \longrightarrow i_{R_0} = \varnothing$$

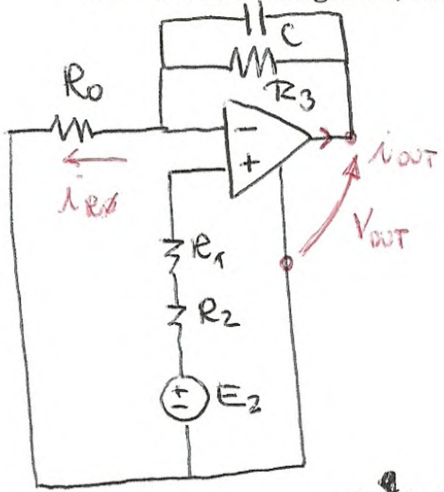
quindi $\dfrac{V_{TX}}{I_{TX}} = R_3$

$$\tau = R_3 C$$

$$V(t) = \frac{R_3}{R_0} E_2 + \left(E_1 - E_2\right) \frac{R_3}{R_0} e^{-\frac{t}{R_3 C}}$$

E2b

Per il circuito in Figura 2, calcolare la potenza istantanea erogata da AO per t > 0.



$$P_e\Big|_{t>0} = V_{OUT}(t) \cdot i_{OUT}(t)$$

$$i_{OUT} = i_{R0} = \frac{E_2}{R_0}$$

$$V_{OUT} = V_C(t) + E_2$$

$$P_e(t) = \frac{E_2}{R_0}\left[\frac{R_3}{R_0}E_2 + (E_1 - E_2)\frac{R_3}{R_0}e^{-\frac{t}{R_3C}} + E_2\right]$$

E3a

Il circuito in Figura 3 evolve in regime sinusoidale con e(t) = (2/3)sen(ωt). Determinare il fasore della tensione v_C(t).

$$\bar{e} = -j\frac{2}{3}$$

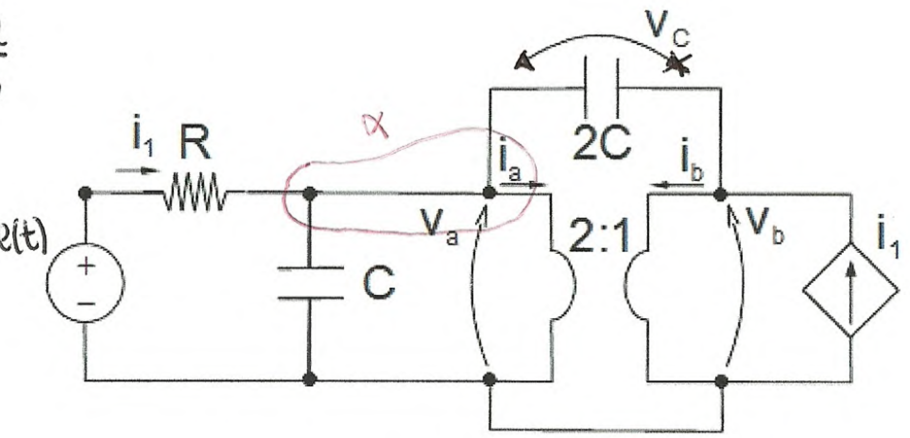


Figura 3

$$\begin{cases} \bar{V}_a = 2\bar{V}_b \\ \bar{i}_a = -\frac{1}{2}\bar{i}_b \end{cases}$$

$$\bar{i}_1 = \frac{-j\frac{2}{3} - \bar{V}_A}{R}$$

$$\bar{i}_b = \bar{i}_1 + j2C\omega\bar{V}_c$$

$$\bar{i}_a = -\frac{\bar{i}_b}{2} = -\frac{\bar{i}_1}{2} - j\omega C\bar{V}_c$$

KCL nodo α : $\bar{i}_1 = j\omega C\bar{V}_a + j2\omega C\bar{V}_c - \frac{\bar{i}_1}{2} - j\omega C\bar{V}_c$

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2}\bar{I}_1 = j\omega C\bar{V}_a + j\omega C\bar{V}_c \\[2ex] \bar{I}_1 = \dfrac{-J\frac{2}{3} - \bar{V}_a}{R} \\[2ex] \bar{V}_a = \bar{V}_c + \bar{V}_b = \bar{V}_c + \dfrac{\bar{V}_a}{2} \longrightarrow \bar{V}_a = 2\bar{V}_c \end{cases}$$

$$\frac{3}{2}\left(\frac{-J\frac{2}{3} - 2\bar{V}_c}{R}\right) = j\omega C \cdot 2\bar{V}_c + j\omega C\bar{V}_c$$

$$-\frac{J}{R} - \frac{3\bar{V}_c}{R} = 3j\omega \bar{V}_c C$$

$$3\left(j\omega C + \frac{1}{R}\right)\bar{V}_c = -\frac{J}{R}$$

$$\bar{V}_c = -\frac{R}{3R}J\left(1 + j\omega RC\right)^{-1} = -\frac{J}{3}\left(1 + j\omega RC\right)^{-1} =$$

$$= -\frac{J}{3(1 + j\omega RC)}$$

E3b

Determinare la tensione $v_C(t)$ di cui si è calcolato il fasore al punto precedente.

$$v_C(t) = \mathrm{Re}\left\{ \bar{V}_C e^{j\omega t} \right\} = -\frac{1}{3} \mathrm{Re}\left\{ \frac{j(1-j\omega RC)}{1+(\omega RC)^2} e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{3\left[1+(\omega RC)^2\right]} \mathrm{Re}\left\{ (j+\omega RC)(\cos\omega t + j \operatorname{sen}\omega t) \right\} =$$

$$= -\frac{1}{3\left[1+(\omega RC)^2\right]} \cdot (\omega RC \cos\omega t - \operatorname{sen}\omega t)$$

E3c

Lasciando indicato il fasore della tensione $v_C(t)$ calcolato al punto E3a, calcolare la potenza complessa erogata dal generatore di corrente controllato in corrente.

$$\bar{A}_E = \frac{1}{2} \bar{V}_b \cdot \bar{I}_1^{*} \qquad \bar{V}_b = \frac{\bar{V}_a}{2} = \frac{2\bar{V}_C}{2} = \bar{V}_C$$

$$\bar{I}_1 = \frac{-j\frac{2}{3} - \bar{V}_A}{R} = \frac{-j\frac{2}{3} - 2\bar{V}_C}{R}$$

$$\bar{I}_1^{*} = j\frac{2}{3R} - \frac{2\bar{V}_C^{*}}{R}$$

$$\bar{A}_E = \frac{1}{2} \bar{V}_C \left(j\frac{2}{3R} - \frac{2\bar{V}_C^{*}}{R} \right) = j\frac{\bar{V}_C}{3R} - \frac{|\bar{V}_C|^2}{R}$$