082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prof. F. Bizzarri

Esame, 5 Febbraio 2014

Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Firma** ______________________

AVVERTENZE

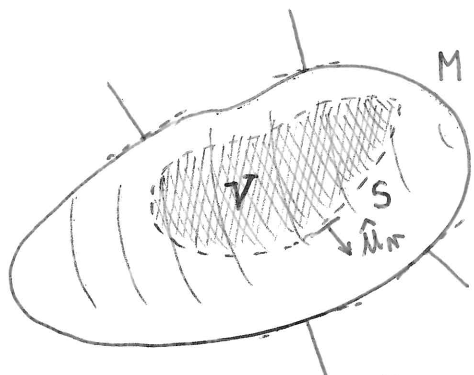
- La prova dura **3 ore**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **16 punti** invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2 9.0 punti	E3 8.0 punti	E4 9.0 punti	Voto Finale
Voto					

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1

Sia *M* un solido costituito da materiale conduttore immerso in un campo elettrostatico $\overline{E}$. Sia inoltre *S* una superficie chiusa, che racchiude una porzione *V* di *M*, completamente interna a *M* e sufficientemente lontana dalla superficie che delimita *M*. Utilizzando il teorema di Gauss, ricavare la carica netta *Q* contenuta in *S* (giustificare la risposta).



M di $\bar{E}$ non sono note le linee di forza ma, dato che il solido è un conduttore ..., esse sono ⊥ ad M sulla sua superficie.

Per il fenomeno dell'INDUZIONE ELETTROSTATICA all'interno di M si crea un campo elettrico che annulla l'effetto di $\bar{E}$ e che fa sì che all'interno di M ci sia campo elettrico nullo $\bar{E}_M$.

$$\oint_S \bar{E}_M \cdot \hat{u}_n \, dS = 0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$ quindi la carica netta in V è nulla

ε_r: permettività relativa del materiale che costituisce M.

E2

Il circuito in Figura 1 è asintoticamente stabile e, per t=0⁻, evolve in regime stazionario. Sapendo che

- **$r \neq 0$,**
- **$a(t) = 0$ per $t < 0$ ed $a(t) = A$ per $t > 0$,**
- **$v_C(-\infty) = V_0$,**

rispondere alle domande seguenti.

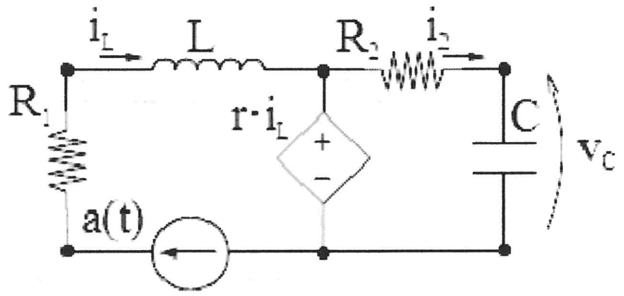
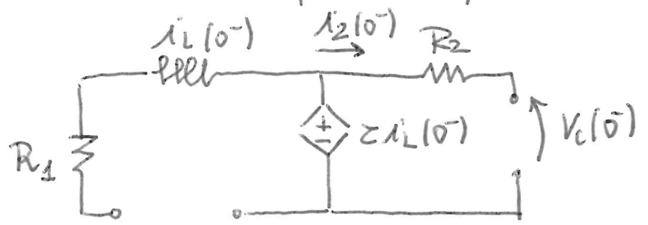


Figura 1

E2a

Determinare $v_C(0^-)$ e $i_L(0^-)$. [2 punti]

In $t = 0^-$ il circuito è x hp. in regime stazionario e $a(t) = 0$



si deduce quindi che $i_L(0^-) = 0$.

dato che il condensatore si comporta come un circuito aperto

$i_2(0^-) = 0$. $V_C(0^-) = -R_2 i_2(0^-) + r i_L(0^-) = \emptyset$.

E2b

Ricavare $V_C(t)$ per $t \in [0^-, +\infty)$

Ricavare l'equazione di stato che governa la dinamica del circuito per t > 0. [4 punti]

Il circuito ha due variabili candidate ad essere variabili di stato: i_L e V_C.

Tuttavia esiste una relazione algebrica tra le candidate e gli ingressi, $i_L(t) = a(t)$, e quindi solo $V_C(t)$ è variabile di stato

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_2(t)$$

$$i_2(t) = \frac{1}{R_2}\left(\tau a(t) - V_C(t)\right)$$

$$\frac{d}{dt} V_C(t) = -\frac{1}{R_2 C} V_C(t) + \frac{\tau}{R_2 C} a(t)$$

per $t > 0$

$$\frac{d}{dt} V_C(t) = -\frac{1}{R_2 C} V_C(t) + \frac{\tau A}{R_2 C} \qquad \text{Eq.ne di stato} \times t > 0$$

$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 0$ $\times$ che $V_C(t)$ è variabile di stato e quindi è più continua dell'ingresso.

$$V_C(t) = K e^{-\frac{t}{R_2 C}} + \underbrace{H}_{\text{integrale particolare}} \rightarrow \text{scelgo } H = \text{cost}$$

$$\frac{dH}{dt} = \varnothing = -\frac{1}{R_2 C} H + \frac{\tau A}{R_2 C} \longrightarrow H = \tau A$$

$$V_C(0) = K + \tau A = 0 \longrightarrow K = -\tau A \qquad V_C(t)\Big|_{t>0} = \left(1 - e^{-\frac{t}{R_2 C}}\right)\tau A$$

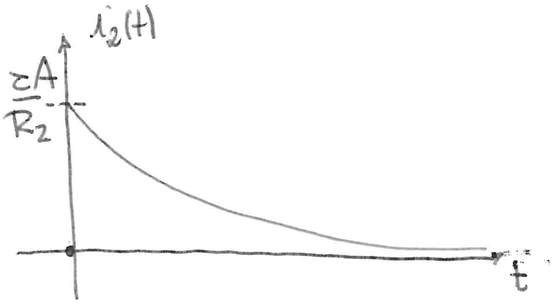
E2c

e fornire il grafico

Determinare l'andamento della corrente i_2 per $t \in [0^-, +\infty)$. [3 punti]

$$i_2(t)\Big|_{t>0} = \left(-V_c(t) + \tau a(t)\right)\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_2}\left[-\left(1-e^{-\frac{t}{R_2C}}\right)\tau A + \tau A\right] =$$

$$= \frac{1}{R_2}\left[\cancel{\tau A} - \cancel{\tau A} + \tau A e^{-\frac{t}{R_2C}}\right] = \frac{A\tau}{R_2}\, e^{-\frac{t}{R_2C}}$$



E3a

Il circuito in Figura 2 evolve in regime sinusoidale permanente. Sapendo che e(t)=E·sin(ωt), determinare l'ammettenza "vista" dal generatore indipendente di tensione tra i morsetti α e β. [3 punti]

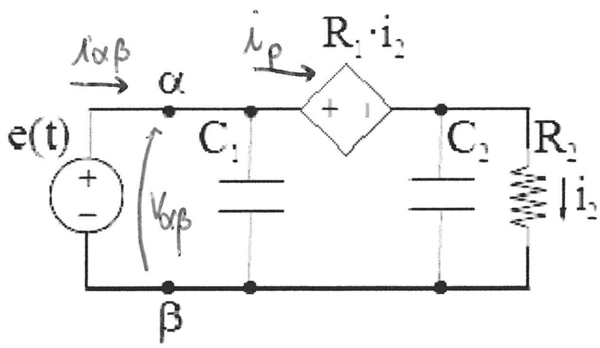


Figura 2

$$\bar{I}_{\alpha\beta} = Y(j\omega)\,\bar{V}_{\alpha\beta} \qquad \bar{V}_{\alpha\beta} = R_1\bar{I}_2 + R_2\bar{I}_2 \qquad \bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{\alpha\beta}}{R_1+R_2}$$

$$\bar{I}_{\alpha\beta} = j\omega C_1 \bar{V}_{\alpha\beta} + \bar{I}_2 + j\omega C_2 R_2 \bar{I}_2$$

$$\bar{I}_{\alpha\beta} = \left[j\omega \left(C_1 + \frac{C_2 R_2}{R_1+R_2} \right) + \frac{1}{R_1+R_2} \right] \bar{V}_{\alpha\beta}$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R_1+R_2} + j\omega \left(C_1 + \frac{R_2 C_2}{R_1+R_2} \right)$$

E3b

Per il circuito in Figura 2, determinare la potenza complessa assorbita dal generatore di tensione pilotato in corrente. [3 punti]

$$\bar{I}_{C_1} = j\omega C_1 \bar{E} \qquad \bar{I}_p = \bar{I}_2 + j\omega C_2 R_2 \bar{I}_2$$

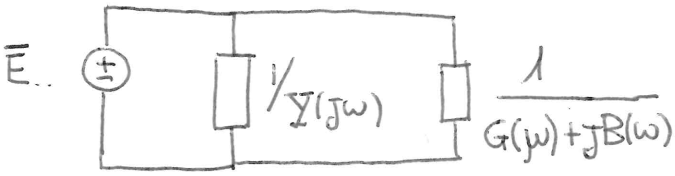
$$\bar{E} - R_1 \bar{I}_2 - R_2 \bar{I}_2 = \varnothing \qquad \bar{I}_2 = \frac{\bar{E}}{R_1+R_2}$$

$$\bar{I}_p = \frac{(1+j\omega R_2 C_2)}{R_1+R_2} \bar{E}$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2} R_1 \bar{I}_2 \cdot (\bar{I}_p)^* = \frac{1}{2} R_1 \frac{\bar{E}}{R_1+R_2} \cdot \frac{(1-j\omega R_2 C_2)}{R_1+R_2} E^* =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{R_1 (1-j\omega R_2 C_2)}{(R_1+R_2)^2} |\bar{E}|^2 = \frac{1}{2} \frac{R_1 (1-j\omega R_2 C_2)}{(R_1+R_2)^2} E^2$$

[*]



E3c

Determinare l'impedenza da collegare in parallelo a C_1 necessaria per far sì che il generatore e(t) eroghi solo potenza attiva. [2.0 punti]

Affinché e(t) eroghi solo potenza attiva l'impedenza in parallelo a C_1 deve annullare la reattanza di $1/\underline{Y}(j\omega)$, ovvero (dato che le ammettenze in parallelo si sommano) [*]

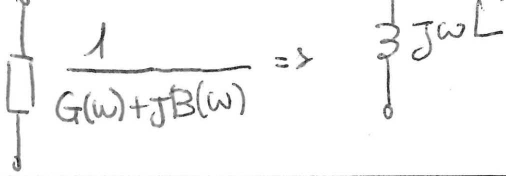
$$j\omega\left(C_1+\frac{R_2C_2}{R_1+R_2}\right)+jB(\omega)=0 \qquad B(\omega)=-\omega\left(C_1+\frac{R_2C_2}{R_1+R_2}\right)$$

posso mettere un induttore di induttanza opportuna

$$\frac{1}{j\omega L}=-j(\omega L)^{-1}=jB(\omega) \rightarrow -(\omega L)^{-1}=-\omega\left(C_1+\frac{R_2C_2}{R_1+R_2}\right)$$

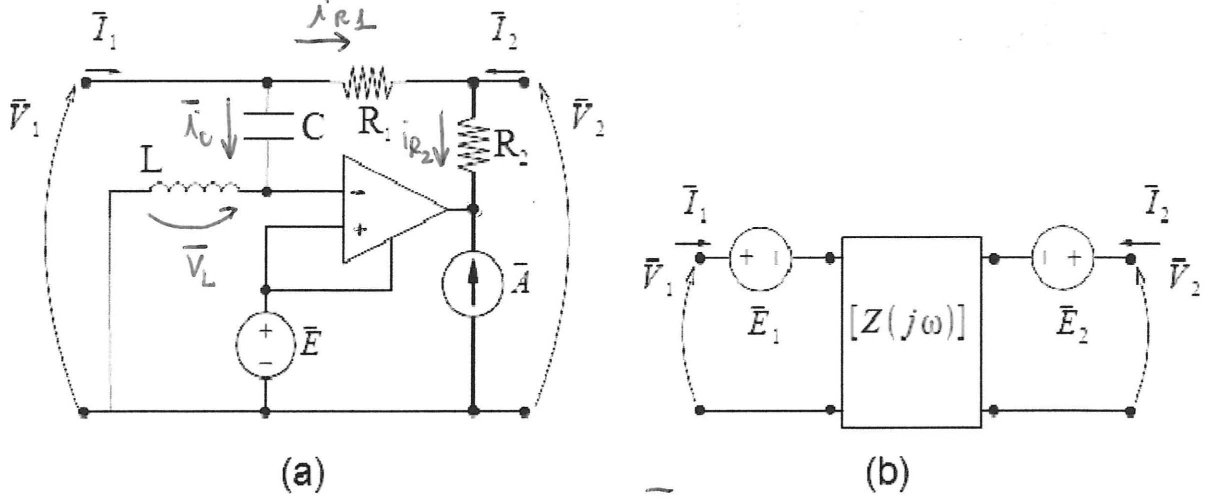
$$\frac{1}{L}=C_1+\frac{R_2C_2}{R_1+R_2} \qquad L=\frac{R_1+R_2}{R_2(C_1+C_2)+R_1C_1}$$

(ovviamente scelgo $G(\omega)\equiv 0$)



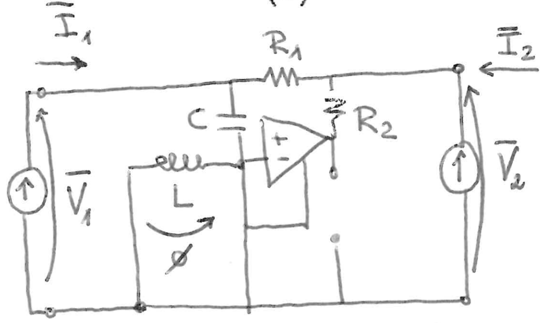
E4a

Il circuito in Figura 3a evolve in regime sinusoidale permanente. Determinarne la rappresentazione equivalente alla Thévenin schematizzata in Figura 3b. [5 punti]



$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{Z}_{11}(j\omega)\bar{I}_1 + \bar{Z}_{12}(j\omega)\bar{I}_2 + \bar{E}_1 \\ \bar{V}_2 = \bar{Z}_{21}(j\omega)\bar{I}_2 + \bar{Z}_{22}(j\omega)\bar{I}_2 + \bar{E}_2 \end{cases}$$

Per ricavare $[Z(j\omega)]$ passivo la rete:



L'induttore è in // ad un corto circuito e pertanto $\bar{V}_L = j\omega \bar{i}_L = 0$ e quindi il condensatore non è percorso da corrente $\bar{i}_C = 0 = j\omega C \bar{V}_C$

$\longrightarrow \bar{V}_1 = \varnothing$

$$\bar{i}_{R1} = \frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{R_1} = -\frac{\bar{V}_2}{R_1} = \bar{I}_1 \longrightarrow -\bar{I}_1 R_1 = \bar{V}_2$$

$$[Z(j\omega)] = \begin{bmatrix} \varnothing & \varnothing \\ -R_1 & \varnothing \end{bmatrix}$$

Per ricavare $\bar{E}_1$ ed $\bar{E}_2$ connetto $\bar{E}$ ed $\bar{A}$ e lascio aperte le due porte misurando $\bar{V}_1$ e $\bar{V}_2$.

$$\bar{V}_2 = \bar{E} = j\omega L \bar{i}_L \qquad \bar{i}_C = \bar{i}_L = \frac{\bar{E}}{j\omega L} \qquad \bar{V}_1 = \bar{E} + \overbrace{\frac{\bar{E}}{j\omega L} \cdot \frac{1}{j\omega C}}^{\bar{V}_C} =$$

$$\bar{i}_{R1} = -\frac{\bar{E}}{j\omega L} \qquad = \bar{E} + \frac{\bar{E}}{\omega^2 LC} = \bar{E}\left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)$$

$$\overline{V}_2 + R_1 \overline{I}_{R_1} - \overline{V}_C - \overline{E} = 0$$

$$\overline{V}_2 - \frac{R_1 \overline{E}}{j\omega L} - \frac{\overline{E}}{j^2\omega^2 LC} - \overline{E} = 0$$

$$\overline{V}_2 = \left(\frac{R_1}{j\omega L} - \frac{1}{\omega^2 LC} + 1 \right) \overline{E}$$

E4b

Determinare le basi di definizione ammesse dal doppiobipolo passivato. [2 punti]

Per il DB passivato si trova come al punto E1a

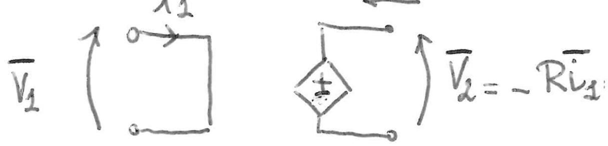
$$\begin{cases} \overline{V}_1 = 0 \\ \overline{V}_2 = -R_1 \overline{I}_1 \end{cases}$$

le basi ammesse sono dunque

$(\overline{I}_1, \overline{V}_2)$ e $(\overline{I}_1, \overline{I}_2)$

E4c

A quale componente noto equivale il doppiobipolo passivato? [2 punto]



Generatore di tensione pilotato in corrente in regime sinusoidale permanente