

Einführung in die Diskrete Mathematik

3. Programmierübung

Implementieren Sie den PUSH-RELABEL-ALGORITHMUS von Goldberg und Tarjan, um einen maximalen s - t -Fluss in einem Flussnetzwerk (G, u, s, t) zu bestimmen. Ihr Programm soll Laufzeit $O(n^2\sqrt{m})$ haben.

Das Programm muss in Python oder C++ geschrieben sein. Es wird empfohlen, C++ zu verwenden. In diesem Fall kann man zum Einlesen und Speichern der Graphen die Klasse `Graph` (eventuell modifiziert) aus dem Buch „Algorithmische Mathematik“ (Hougardy/Vygen) benutzen. Diese finden Sie (wie alle Programme aus diesem Buch) hier:

<https://www.or.uni-bonn.de/~hougardy/alma/alma2nd.html>

Außerdem dürfen Sie bei Bedarf Teile der C++-Standardbibliothek einbinden. Andere externe Bibliotheken dürfen nicht verwendet werden.

Bei Verwendung von Python dürfen Sie die Datenstrukturen, die in der Vorlesung „Algorithmische Mathematik I“ im Wintersemester 2023/2024 zur Verfügung gestellt wurden, verwenden.

Programmaufruf: Dem Programm soll beim Aufruf per Kommandozeilen-Parameter der Name einer Datei übergeben werden, in welcher der Graph gespeichert ist.

Eingabeformat: Eine gültige Datei, die einen Graphen beschreibt, hat das folgende Format:

```
Knotenanzahl
Knoten0a Knoten0b Kapazitaet0
Knoten1a Knoten1b Kapazitaet1
...
```

In der ersten Zeile steht eine einzelne natürliche Zahl, welche die Anzahl der Knoten angibt. Jede weitere Zeile spezifiziert genau eine Kante. Die ersten beiden Einträge einer Zeile sind zwei verschiedene nichtnegative ganze Zahlen, welche die Nummern der Endknoten der Kante sind. Die Kante ist dabei vom ersten zum zweiten Knoten gerichtet. Dabei nehmen wir an, dass, wenn wir n Knoten haben, die Knoten von 0 bis $n - 1$ durchnummeriert sind. Der dritte Eintrag in jeder Zeile ist eine ganze Zahl, welche die Kapazität der Kante angibt. Die Kanten können in beliebiger Reihenfolge in der Datei stehen. Der Index einer jeden Kante ist durch ihre Zeilennummer in der Eingabedatei gegeben: Zeile i kodiert die Kante mit Index $i - 2$ (für $i = 2, \dots, m + 1$, wobei m die Zahl der Kanten sei). Die Kanten sind dadurch von 0 bis $m - 1$ durchnummeriert.

Sie können voraussetzen, dass der Graph mindestens 2 Knoten hat. Der Knoten s hat dabei die Nummer 0 und der Knoten t die Nummer 1.

Parallele Kanten können vorkommen.

Zum Sortieren dürfen Sie die Sortierfunktion aus der Standardbibliothek verwenden.

Ausgabeformat: Das Programm muss in der ersten Zeile der Ausgabe den Wert eines maximalen s - t -Flusses ausgeben. Die weiteren Zeilen müssen jeweils genau einen Index einer Kante und den zugehörigen Flusswert enthalten. Es werden dabei nur die Kanten mit positivem Fluss ausgeben, und die Zeilen sollen nach dem Kantenindex aufsteigend sortiert sein.

Beispiel: Eine Eingabedatei für einen Graphen mit fünf Knoten und sechs Kanten kann so aussehen:

```
5
0 1 2
2 1 2
2 3 2
3 1 1
0 2 3
3 4 2
```

Die Ausgabe des Programms muss dann so aussehen:

```
5
0 2
1 2
2 1
3 1
4 3
```

Testinstanzen finden sich auf der eCampus-Seite der Veranstaltung.

Für diese Programmieraufgabe gibt es 20 Punkte.

Abgabe: Donnerstag, 16.1.2025, 16:00 Uhr s.t. auf der eCampus-Seite der Vorlesung.