

# Отчёт по работе с поляризаторами

Лабораторная работа

Высшая школа экономики, Санкт-Петербургская  
школа физико-математических и компьютерных наук

Физика, 2 курс

Андрей Ситников

Никита Афанасьев

## Введение

Поляризация волны — одна из основных физических характеристик электромагнитного излучения. Поляризация важна для понимания того, как ведёт себя волна в некоторых средах в том числе при встрече с поляризаторами. В результате появляются эффекты двупреломления лучей, изменения яркости и направления света, возможность создания трёхмерного изображения для нашего глаза и т.д. Из всех волн наиболее простыми для наблюдения и понятными для осознания этих процессов являются электромагнитные волны в видимом диапазоне.

В этой работе мы работаем с неидеальными поляризаторами, с их помощью исследуя оптическую активность фруктозы и декстрозы, а также смотрим на свойства других материалов, чувствительных к направлению поляризации волн.

## Оборудование

- Два поляризатора
- Два лазера (вторым заменили первый, когда обнаружили слишком большую зависимость от температуры у первого)
- Светочувствительный элемент (мы верим в то, что напряжение на нём строго пропорционально интенсивности падающего света для наших мощностей)
- Вольтметр
- Четвертьвольновая пластинка
- Фруктоза (около 50 г) и декстроза (больший объём, достаточный для достижения предела растворимости)

## Теория

**Основная часть** Основной закон для расчета поведения поляризаторов, закон Малюса, гласит, что при прохождении идеального поляризатора для линейно поляризованного света выполняется следующее равенство (здесь и дальше  $E$  включает в себя зависимость от фазы):

$$E_{out} = E \cos \alpha$$

Где  $\alpha$  — угол между направлением поляризатора и поляризацией света. Теперь рассмотрим систему из двух поляризаторов, угол между осями которых равен  $\beta$

$$E_{out} = E \cos \alpha \cos \beta$$

При этом если первый поляризатор зафиксирован, то

$$E_{out} = E_1 \cos \beta$$

Где  $E_1$  — напряжённость электрического поля при отсутствии второго поляризатора. Значит, интенсивность равна

$$I_{out} = I_1 \cos^2 \beta$$

Теперь нужно учесть, что лазер выдаёт свет, являющийся суммой линейных поляризаций Для того, чтобы разделить его на эти поляризации, воспользуемся схемой с одним вращающимся поляризатором. Если поляризатор повернут на угол  $\beta$ , то

$$E_{out}(\beta) = \int_{\beta-\pi/2}^{\beta+\pi/2} E(\alpha) \cos(\beta - \alpha) d\alpha$$

Так как лазер должен давать линейно поляризованный свет, можно разложить выдаваемый свет на свет из двух перпендикулярных поляризаций (основной, и дополнительный  $I_{main} >> I_{side}$ ), тогда (здесь  $\alpha$  - угол с максимальной интенсивностью):

$$E_{out}(\beta) = E_{main} \cos(\beta - \alpha) + E_{side} \sin(\beta - \alpha)$$

Тогда интенсивность:

$$\begin{aligned} I_{out}(\beta) &= I_{main} \cos^2(\beta - \alpha) + \sqrt{I_{side} I_{main}} \sin 2(\beta - \alpha) + I_{side} \sin^2(\beta - \alpha) = \\ &= (I_{main} - I_{side}) \cos^2(\beta - \alpha) + \sqrt{I_{side} I_{main}} \sin 2(\beta - \alpha) + I_{side} \end{aligned}$$

Следующим пунктом работы стала четвертьволновая пластинка. Рассмотрим её поведение в системе из двух поляризаторов, под углом  $\beta$  друг к другу, и пластинкой между ними, под углом  $\gamma$  к первому поляризатору. Для начала посмотрим на поле после пластиинки:

$$\vec{E}_{plate} = E_1 \cos \gamma \vec{e}_y + E_1 \sin \gamma e^{-i\pi/2} \vec{e}_x$$

А теперь посмотрим на поле после второго поляризатора:

$$E_{out} = E_1 (\cos \gamma \cos(\gamma - \beta) - i \sin \gamma \sin(\gamma - \beta))$$

Тогда интенсивность равна

$$I_{out} = I_1 |\cos \gamma \cos(\gamma - \beta) - i \sin \gamma \sin(\gamma - \beta)|^2 = I_1 (\cos^2 \gamma \cos^2(\gamma - \beta) + \sin^2 \gamma \sin^2(\gamma - \beta))$$

В таком случае, можно определить направление главной оси пластиинки, установив второй поляризатор так, что  $\beta = \frac{\pi}{2}$ . Тогда выражение упрощается до:

$$I_{out} = \frac{I_1}{4} |\sin 2\gamma - i \sin 2\gamma|^2 = \frac{I_1}{2} \sin^2 2\gamma \leq \frac{I_1}{2}$$

При этом максимум достигается при  $\sin 2\gamma = 1 \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{4}$

Осталось доказать что при повороте пластиинки на  $\frac{\pi}{4}$  относительно поляризации волны, мы будем получать свет с круговой поляризацией:

$$\vec{E}_{plate} = \frac{E_1}{2} (\vec{e}_x - i \vec{e}_y)$$

что является выражением для циркулярно поляризованного света.

Последний пункт из основной части работы — оптическая активность. Для объяснения этого явления необходимо рассмотреть линейно поляризованную волну как сумму волн с круговой поляризацией. Введём систему координат такую, что  $x$  и  $y$  отклонены от  $\vec{E}$  на угол 0 и  $\pi/2$  соответственно. Тогда линейная волна, проходящая сквозь первый поляризатор, описывается как:

$$\vec{E} = \frac{E(\vec{e}_x - i \vec{e}_y) + E(\vec{e}_x + i \vec{e}_y)}{2}$$

Оптически активные вещества имеют разные коэффициенты преломления для света с различным направлением круговой поляризации,  $n_R$  и  $n_L$  для правой и левой поляризации соответственно.

Тогда разница фаз будет составлять (здесь  $L$  — длина проходимого оптически активного объекта):

$$\Delta\phi = (n_L - n_R) \frac{2\pi L}{\lambda}$$

Тогда после прохождения через раствор

$$\begin{aligned} \vec{E}_{out} &= \frac{E(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) + E(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)e^{i\Delta\phi}}{2} = Ee^{i\Delta\phi/2} \frac{(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{-i\Delta\phi/2} + (\vec{e}_x + i\vec{e}_y)e^{i\Delta\phi/2}}{2} = \\ &= Ee^{i\Delta\phi/2}(\vec{e}_x \cos(\Delta\phi/2) - \vec{e}_y \sin(\Delta\phi/2)) \end{aligned}$$

Это — плоская волна повёрнутая относительно изначальной на  $\Delta\phi/2$  против часовой стрелки. Так как в нашем случае мы работаем с растворами, то угол поворота поляризации  $\alpha$  равен:

$$\alpha = (n_L(n) - n_R(n)) \frac{\pi L}{\lambda} = C \frac{n\pi L}{\lambda}$$

Где  $C$  константа зависящая от выбранного оптически активного вещества. Так как мы можем определять только массы (примерно всего, чего захотим) и плотность воды, а концентрация пропорциональна разности плотностей раствора и воды:

$$\alpha(m_{add}) = \frac{c_0\pi L}{\lambda} \Delta\rho = \frac{c_0\pi L}{\lambda} ((m_{add} + m_{water}) \frac{\rho}{m_{water}} - \rho) = cL \frac{m_{add}}{m_{water}} \Rightarrow c = \frac{\alpha(m_{add})m_{water}}{Lm_{add}}$$

Если угол второго поляризатора держать постоянным и сдвинутым на  $\pi/2$  относительно первого, то

$$I_{out} = I_1 \sin^2 \alpha \Rightarrow c = \frac{m_{water}}{Lm_{add}} \arcsin \sqrt{\frac{I_{out}}{I_1}}$$

Теперь перейдём к дополнительной теории

**Неидеальные элементы установки** Если же считать поляризатор не идеальным, то:

$$E_{out} = \sqrt{(aE \cos \alpha)^2 + (bE \sin \alpha)^2}$$

Где  $a$  и  $b$  коэффициенты прохождения света через пластину, причём  $a \approx 1$ ,  $b \approx 0$ . Как следствие для двух одинаковых поляризаторов отклонённых друг от друга на угол  $\alpha$ , и при падении на них света:

$$I_{out} = I_{polarised}(a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha) \approx I_0(a^2(a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha) + b^2(a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha))$$

Тогда :

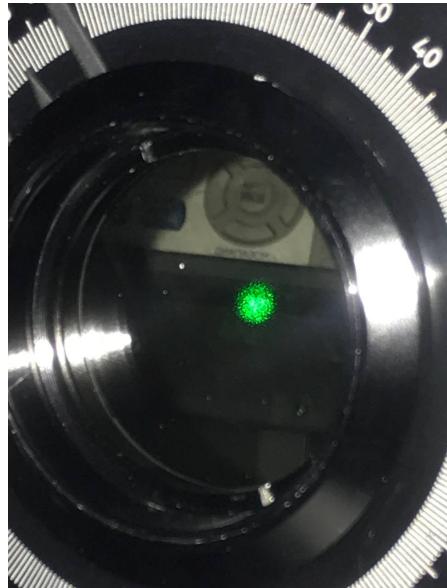
$$I_{out} \approx I_1(a^2 \cos^2 \alpha + 2b^2 \sin^2 \alpha)$$

## Методика

Для начала проверим работоспособность оборудования и стабильность работы лазера, так как данные, которыми мы обладаем, разнесены по времени, и для их точного сравнения требуется *независимость показаний системы* от времени. При подготовке к проведению эксперимента было установлено, что лазер, изначально предназначенный для этой работы, сильно изменяет интенсивность выдаваемого пучка света в зависимости от его текущей температуры. Из-за чего мы решили заменить лазер на другой, показавший более стабильные результаты (мощность этого лазера меньше зависит от температуры). Для более точного результата

было решено возвращать подвижный поляризатор в крайнее положение и калибровать лазер относительно изначальных данных путём “дутья” на него (тем самым охлаждая его).

Следующей проблемой оказалось большое количество грязи на одном из поляризаторов — видимо, кто-то из предыдущих экспериментаторов окунул его в жидкость (возможно, сладкую) и попытался оттереть. Ниже представлено визуальное сравнение чистого и загрязненного поляризаторов:



(a) Чистый поляризатор



(b) Грязный поляризатор

Рис. 1: Поляризаторы

Размазанная грязь на поляризаторе приводила к тому, что светлая область деформировалась:

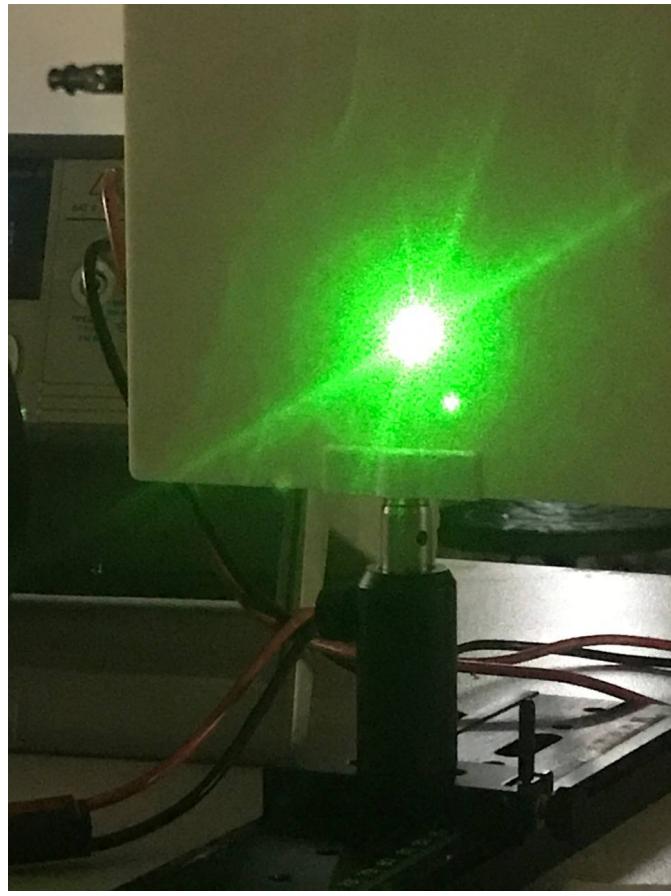


Рис. 2: Полоса от грязи на поляризаторе

Это очень сильно мешало работе, внося серьезные дополнительные ошибки в измерения, поэтому мы потратили достаточно много времени на то, чтобы избавиться уменьшить количество грязи с помощью спиртового раствора (мы благодарим Федора Борисовича за помощь с устранением этой проблемы).

После проведения подготовки мы начали заниматься получением экспериментальных данных. Начали мы со сравнения поведения поляризаторов с предсказываемым законом Малюса. Для этого мы собрали следующую схему:



Рис. 3: Схема для проверки закона Малюса

После чего мы зафиксировали первый поляризатор в главном направлении поляризации света от лазера (нашли угол поляризатора, при котором яркость пропускаемого света наибольшая). И начали изменять положение второго поляризатора, записывая результаты, получаемые на датчике. Затем сравнили эти результаты с прогнозами соответствующие закону Малюса.

Как уже было выше упомянуто, свет от лазера можно представить как потоки различной мощности с различными поляризациями (если предположить неидеальность лазера). Поэтому очевидным шагом будет измерение яркости света в зависимости от направления поляризатора в этой системе.



Рис. 4: Установка 2

Используя результаты первого измерения, мы сможем построить график величины яркости создаваемого источником света в зависимости от направления его поляризации.

Следующим объектом для изучения будет четвертьволновая пластинка. Для того, чтобы узнать направления быстрой и медленной осей, потребуется найти направление между ними. Сделать это можно с помощью схемы, состоящей из двух поляризаторов и пластинки.



Рис. 5: Установка 3

Согласно теории, если эта ось будет направлена под углом 45 градусов к каждому из поляризаторов, то яркость на выходе будет максимальной.

При измерении мы столкнулись с тем, что пластинка была плохо прикреплена к держателю, что дополнительно по инерции вращало пластинку при резком повороте системы. Проблема была решена в дальнейшем, но может послужить очередным подтверждением хорошего урока: “Не стоит безусловно доверять установке, даже (а иногда — особенно), если на ней работало много людей”.

После определения этого предполагаемого направления, стоит доказать, что это именно четвертьволновая пластинка, а не поляризатор, и что на выходе действительно получается свет с круговой поляризацией. Воспользуемся уже собранной установкой, и начнём вращать второй поляризатор, записывая яркость света на выходе. Согласно теории, если волна круговая, то показания датчика не должны зависеть от направления второй пластиинки.

После выполнения всех этих действий, настало время переходить к “гвоздю” программы — сахарному раствору. Для работы с ним соберём такую систему.



Рис. 6: Установка 4

Целью данного эксперимента будет найти или опровергнуть наличие связи между углом поворота поляризации света при прохождении раствора и концентрацией сахара в нём, и поиск коэффициентов этой зависимости при её наличии. Для этого мы будем ненамного увеличивать количество сахара в растворе, и вращать второй поляризатор так, чтобы показания датчика были нулевыми. Будем записывать угол наклона этого поляризатора относительно первого, который будет равен углу отклонения поляризации  $-\frac{\pi}{2}$ , а также будем снимать данные напряжения датчика на изначальном угле поворота в  $\frac{\pi}{2}$ , и сравним результаты.

## Обработка результатов

**Основная часть** При проверке закона Малюса была получена такая зависимость интенсивности от угла второго поляризатора:

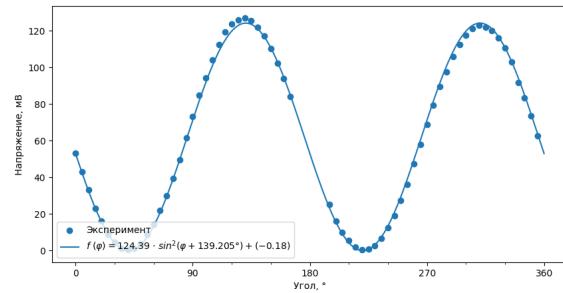


Рис. 7: Проверка закона Малюса

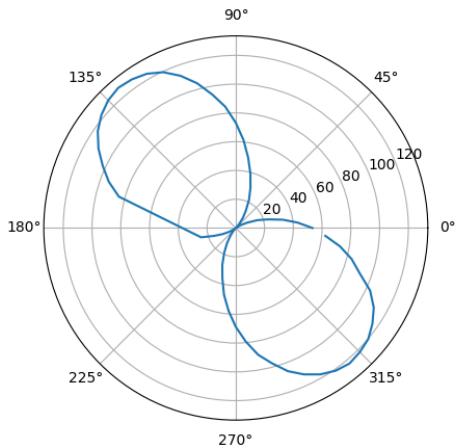


Рис. 8: Проверка закона Малюса

$$124.4 \pm 0.6, 139.205 \pm 0.002, 0 \pm 0.4$$

Как можно заметить, зависимость практически идеально совпадает с теоретической. Различие возникает из-за того, что стёкла в поляризаторах оказались загрязнёнными в некоторых частях (в чём можно убедиться заметив значительную разницу в высоте пиков), и из-за неидеальности поляризаторов (минимум не в 0, но очень близко).

Следующей частью работы было измерение поляризации света выдаваемого лазером. В результате мы получили такие графики :

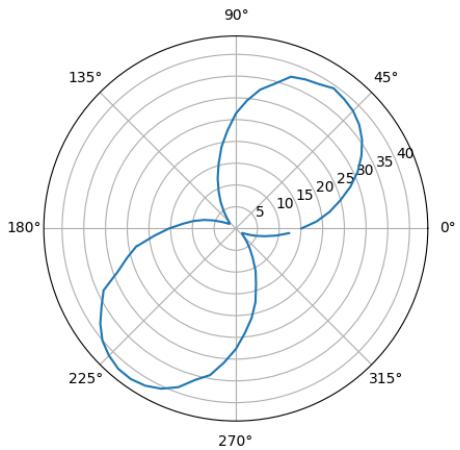


Рис. 9: Исследование поляризации лазера

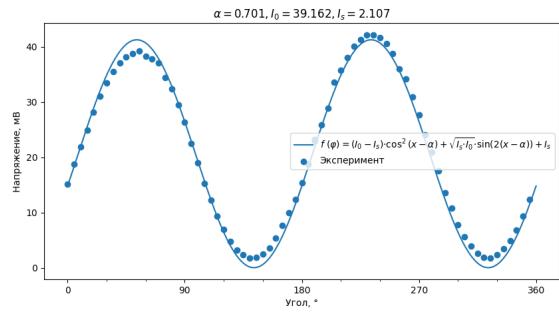


Рис. 10: Исследование поляризации лазера

Как можно заметить графики хорошо совпадают с теорией, но снова плохое качество стёкол оказалось проблемой при аппроксимации. В результате аппроксимации были получены такие параметры лазера (у.е. - условная единица):

$$\alpha = 0.7011 = 40.17$$

$$I_{main} = 39.2 \text{ у.е.}$$

$$I_{side} = 2.1 \text{ у.е.}$$

Значит примерно 95 света создаётся в одной поляризации, что

Затем мы провели измерения интенсивности для четвертьволновой пластиинки, и получили такой график:

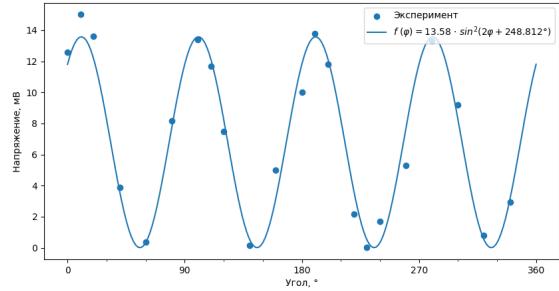


Рис. 11: Поведение четвертьволновой пластиинки

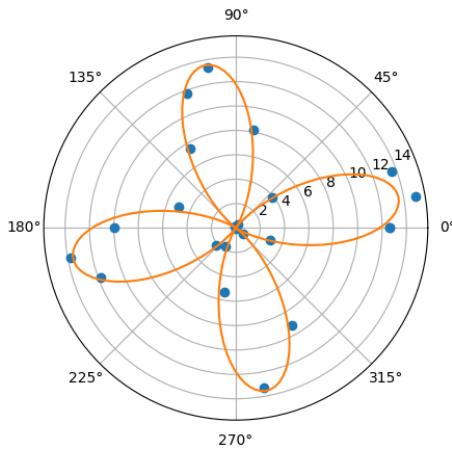


Рис. 12: Поведение четвертьволновой пластиинки

$13.6 \pm 0.4$ ,  $248.81 \pm 0.02$ .

Как можно заметить график зависимости снова практически идеально совпадает с теорией. Расположив четвертьволновую пластиинку под предполагаемым углом в  $\pi/4$  к первому поляризатору мы построили график от угла второго поляризатора.

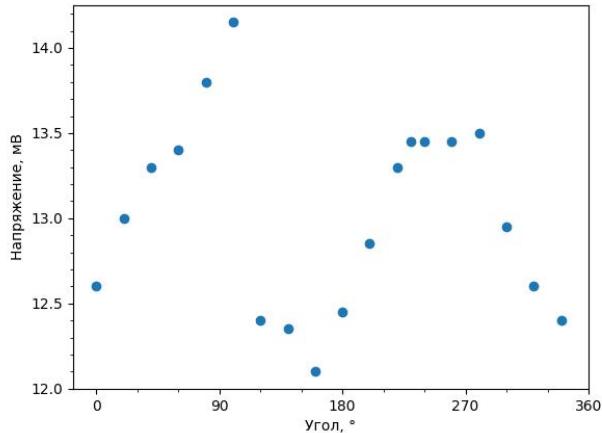


Рис. 13: Поведение четвертьволновой пластиинки

Как можно заметить результат отличается от прогнозируемого (константы). Вызвано это может быть 2 причинами: загрязнённое в определённых частях стекло поляризатора, и погрешность угла отклонения оси пластиинки относительно оси поляризатора (которая примерно равна 5 из-за маленьких меток на пластиине и проблемы описанной в методике).

Завершили наши измерения мы измерением угла поворота поляризации с помощью оптически активного раствора. Для этого мы использовали несколько методов: поворот второго поляризатора до получения минимального значения интенсивности и измерение интенсивности при установленном угле. В результате мы получили такие данные:

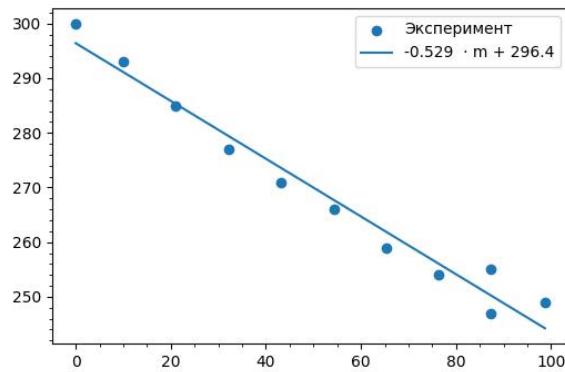


Рис. 14: Угол от массы декстрозы в растворе (длинная сторона)

Погрешность здесь —  $-0.529 \pm 0.03, 296 \pm 2$ .

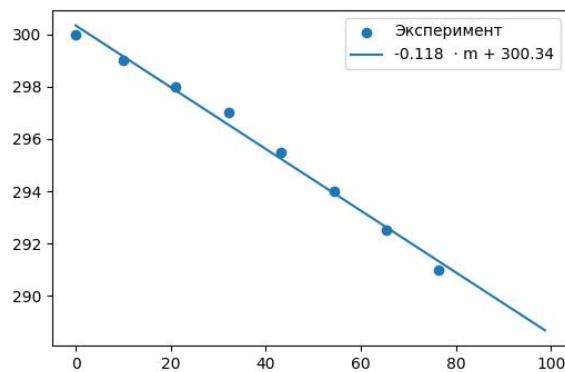


Рис. 15: Угол от массы декстрозы в растворе (короткая сторона)

Погрешность —  $-0.118 \pm 0.004, 300.3 \pm 0.2$ .

А для напряжения получилась такая зависимость:

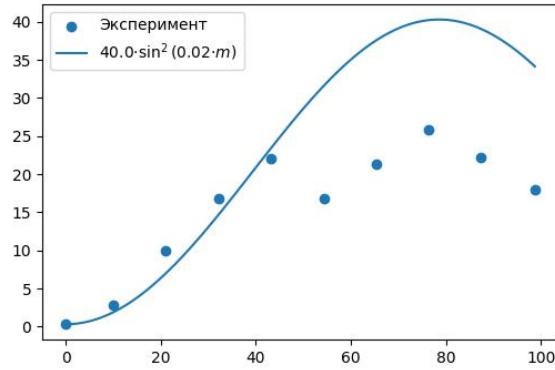


Рис. 16: Напряжение от массы декстрозы в растворе (короткая сторона)

Погрешность подбора коэффициентов здесь —  $0.02 \pm 0.012$ ,  $40 \pm 39$  (безумная погрешность).

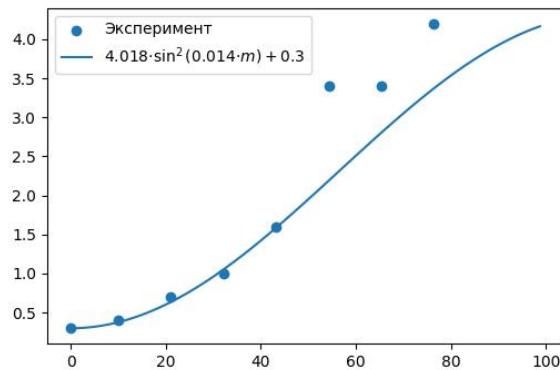


Рис. 17: Напряжение от массы декстрозы в растворе (короткая сторона)

Здесь —  $4.018 \pm 4.11$ ,  $0.014 \pm 0.008$ .

Как можно заметить измерения для угла дают значительно более точную картину, так как при добавлении сахаров в воду большая часть света начинает ей поглощаться и рассеиваться, что приводит к заметному отклонению результатов от прогнозируемых при высоком содержании сахаров, что влияет на зависимость настолько сильно, что даже аппроксимация зависимости перестаёт давать разумные данные. Поэтому для фруктозы мы промеряли только изменение угла от массы фруктозы в растворе (для длинной стороны).

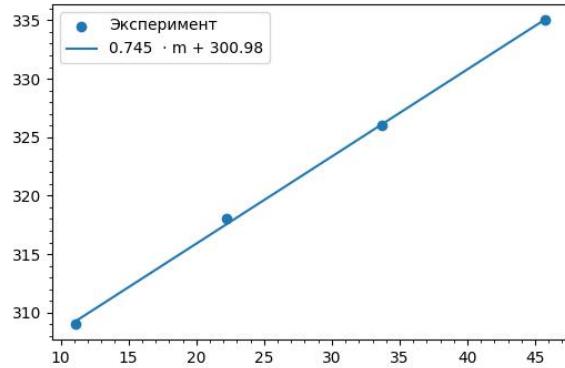


Рис. 18: Угол от массы фруктозы в растворе (длинная сторона)

$$0.745 \pm 0.015, 301.0 \pm 0.5.$$

Данные системы ( $m_n$  - масса воды в n-ном эксперименте (1 - декстроза, 2- фруктоза)) :

$$m_1 = 240\text{г}$$

$$m_2 = 221.3\text{г}$$

$$L = 20.0\text{см}$$

$$d = 3.85\text{см}$$

Из полученных данных получилось, что для декстрозы (здесь поворот против часовой стрелки считается отрицательным):

$$_{11} = -635^\circ/\text{м}$$

$$_{12} = -736^\circ/\text{м}$$

$$_{13} = -1375^\circ/\text{м}$$

$$_{14} = -5000^\circ/\text{м}$$

И для фруктозы :

$$_2 = 824^\circ/\text{м}$$

Учитывая что для белого сахара  $c = 666^\circ/\text{м}$ , то можно заметить что результаты полученные в наших измерениях (углов) дают весьма неплохие данные, и метод с поворотом поляризатора оказался намного точнее прямого измерения интенсивности при закреплённых поляризаторах. Стоит уточнить, что из первых 2 измерений больше следует доверять  $_{11}$ , так как относительные погрешности угла и расстояния там были меньше.

**Неидеальные элементы установки** Пользуясь формулой выведенной в теории:

$$I_{out} \approx I_1(a^2 \cos^2 \alpha + 2b^2 \sin^2 \alpha)$$

И графиком для проверки закона Малюса:

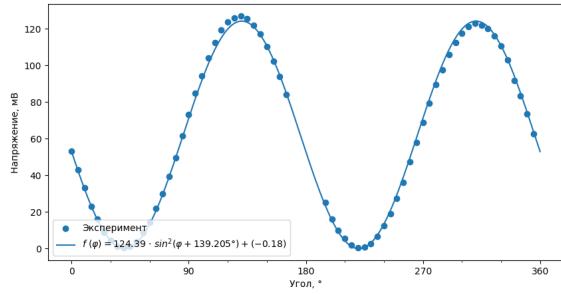


Рис. 19: Проверка закона Малюса

При аппроксимации мы получили, что минимум этой функции меньше, 0 что не совсем физично, но говорит нам о том что погрешность наших измерений такова, что  $b = 0$ . Это означает, что в этой работе наши поляризаторы - можно считать практически идеальными, за исключением коэффициента  $a$ , который сильно зависит от точки в которой лазер проходит через стекло и колеблется исходя из графика:

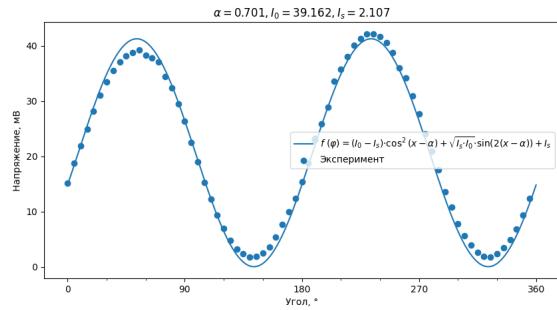


Рис. 20: Исследование поляризации лазера

на  $\pm 7.5$ .

## Исследование поляризационных свойств материалов

Одним из дополнений к работе является исследование поляризационных свойств некоторых материалов. В основном - такие свойства проявляют объекты с “кристаллической” (наличие какого-то выделенного направления ) структурой. В нашем случае это пластмассы, из-за того что они состоят из длинных полимерных цепочек расположенных практически параллельно друг другу.

Для получения большого количества поляризованного света разных частот удобно использовать белый экран ноутбука — несложно с помощью поляризаторов убедиться, что направление вверх даёт почти идеальное прохождение, перпендикулярное прохождение — почти идеально тёмный экран.

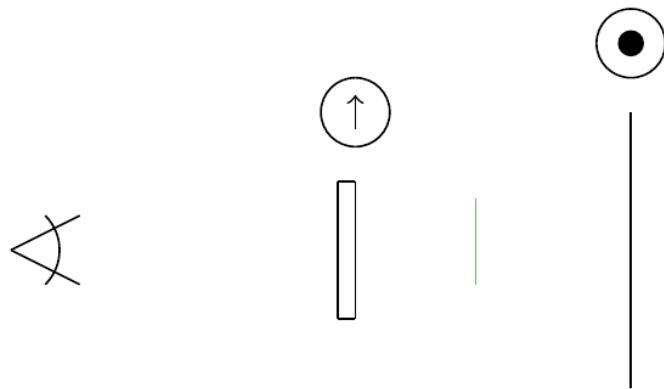


Рис. 21: Установка

Между поляризатором и экраном будем помещать материал, и наблюдать, как он взаимодействует с поляризацией исходного света.

Изотропный материал без оптической активности оставит поляризацию той же. Анизотропный материал, при условии, что оси анизотропии не совпадают с осями поляризации поляризатора и исходного света, одну из компонент поляризации сместит по фазе на какое-то большое значение, и по итогу область будет выглядеть белой. Если же оси анизотропии совпадают, смещение фазы одной из поляризаций оставит интенсивность неизменной.

### Пластик

Для пластика, как будет видно из дальнейших изображений, характерны различные поляризационные свойства в зависимости от длины волны падающего света. К сожалению, такой метод позволяет наблюдать только на трёх длинах волн — RGB от экрана монитора, однако этого вполне достаточно для демонстрационных целей.

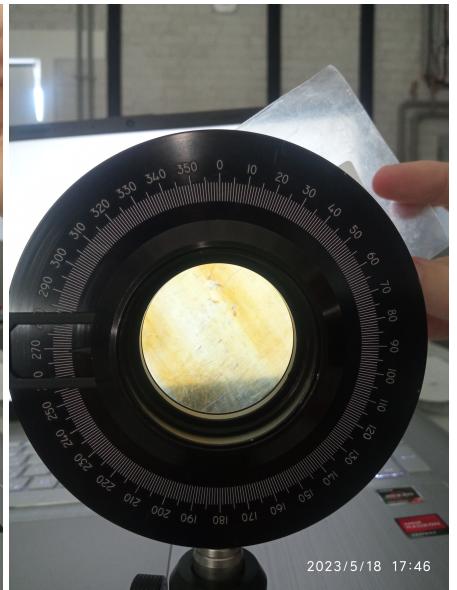
- Пакеты



(a)



(b)



(c)



(d)



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)



(h)



(i)

Можно сделать вывод, что тонкие пакеты, как правило, имеют равномерные поляризационные свойства на всей своей поверхности, причем разные пластики приводят к разным оттенкам. Возможно, было бы интересно провести параллель между химической формулой, структурными особенностями и оттенком пластика, но это выходит за рамки этой работы.

- Коробка

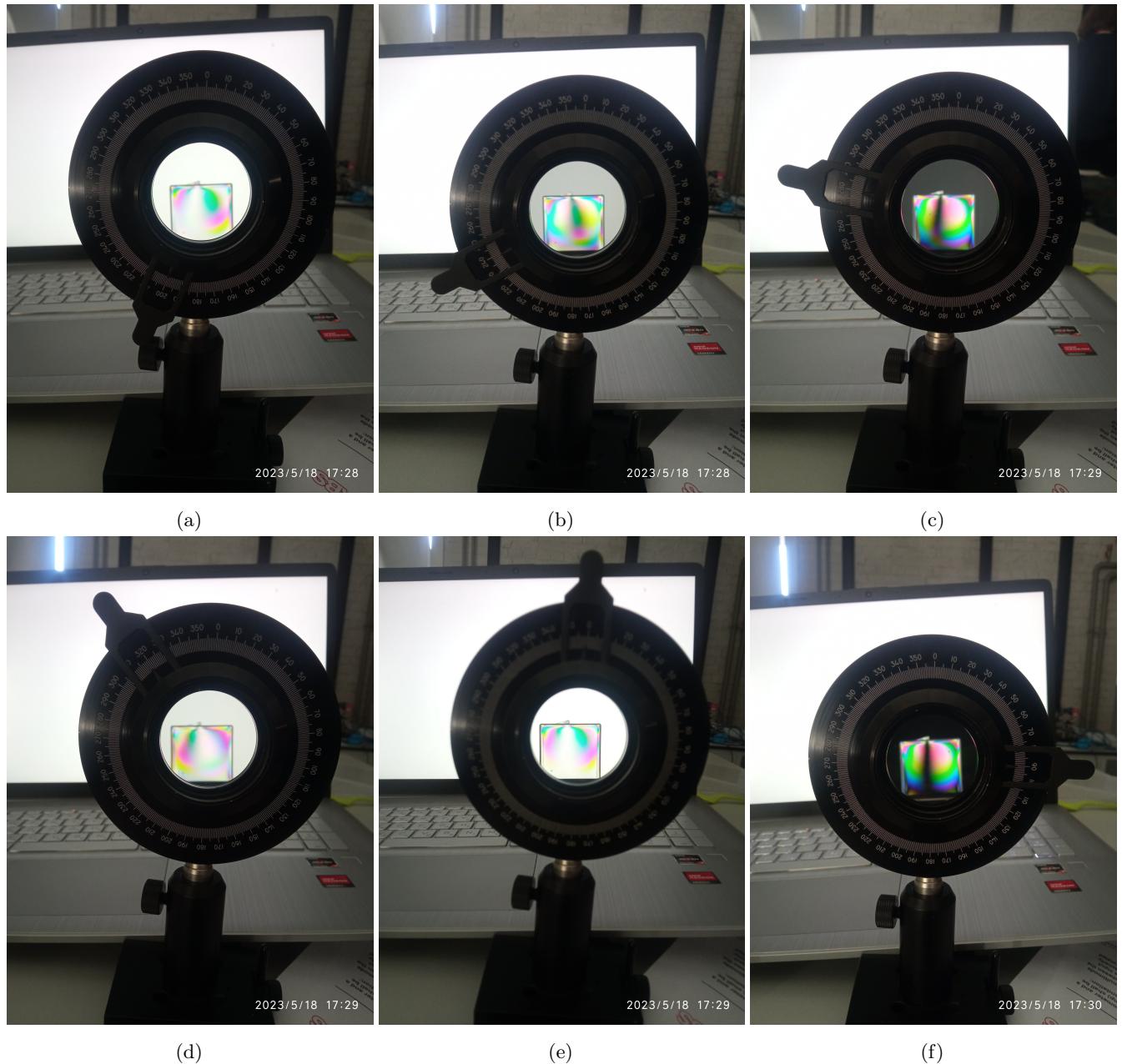


Рис. 25: Коробка

- Прочее

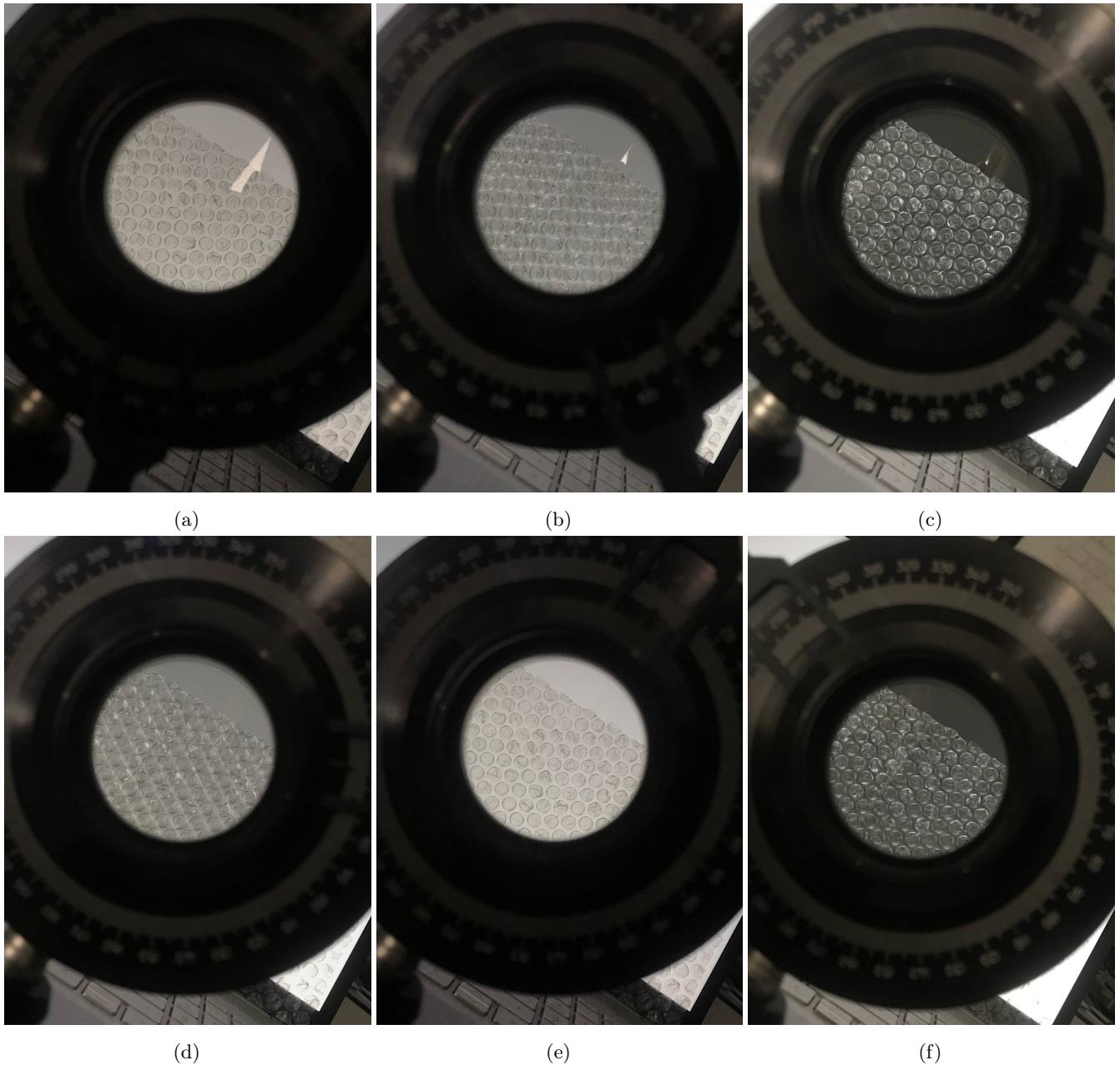


Рис. 26: Плёнка

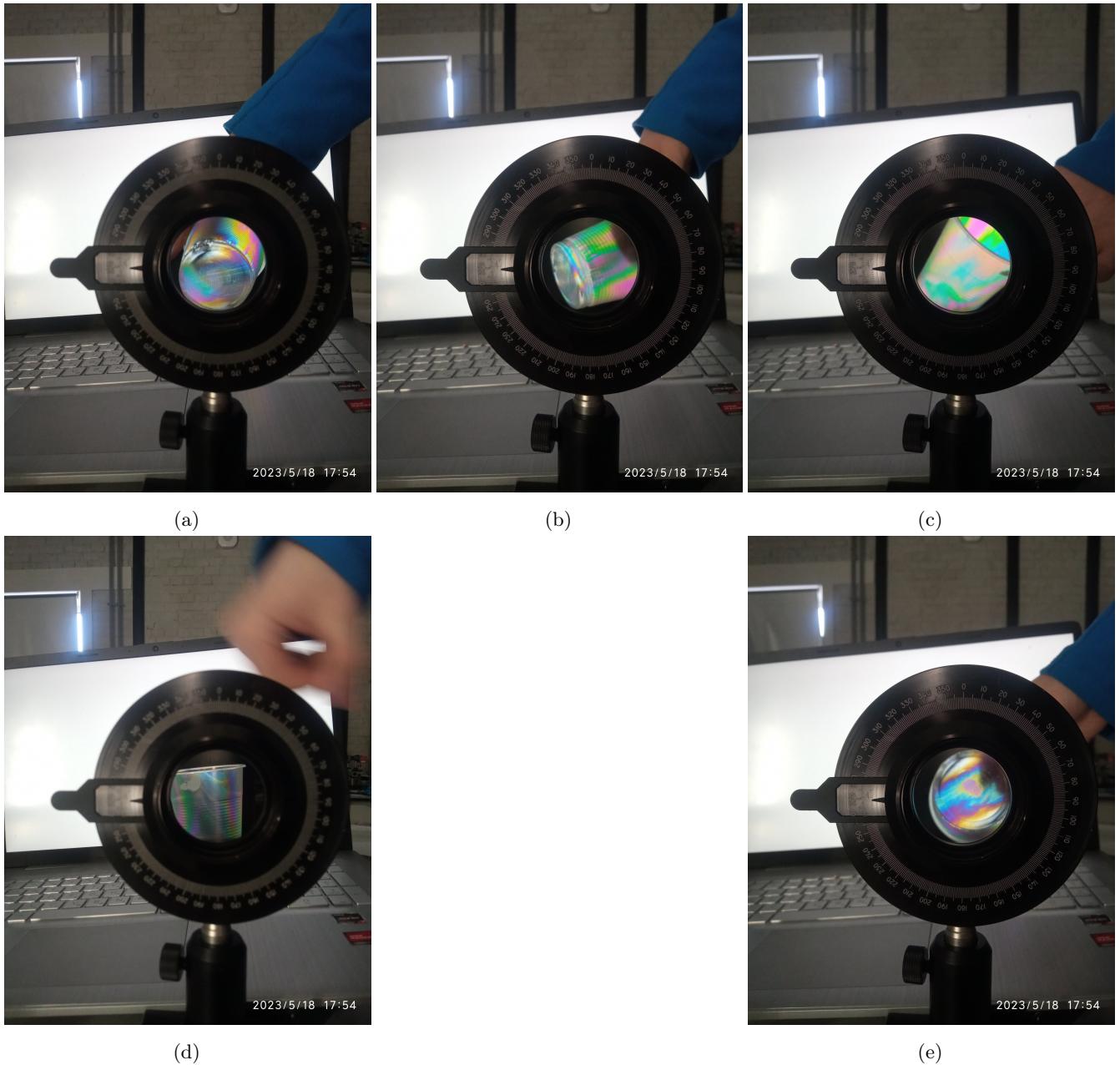
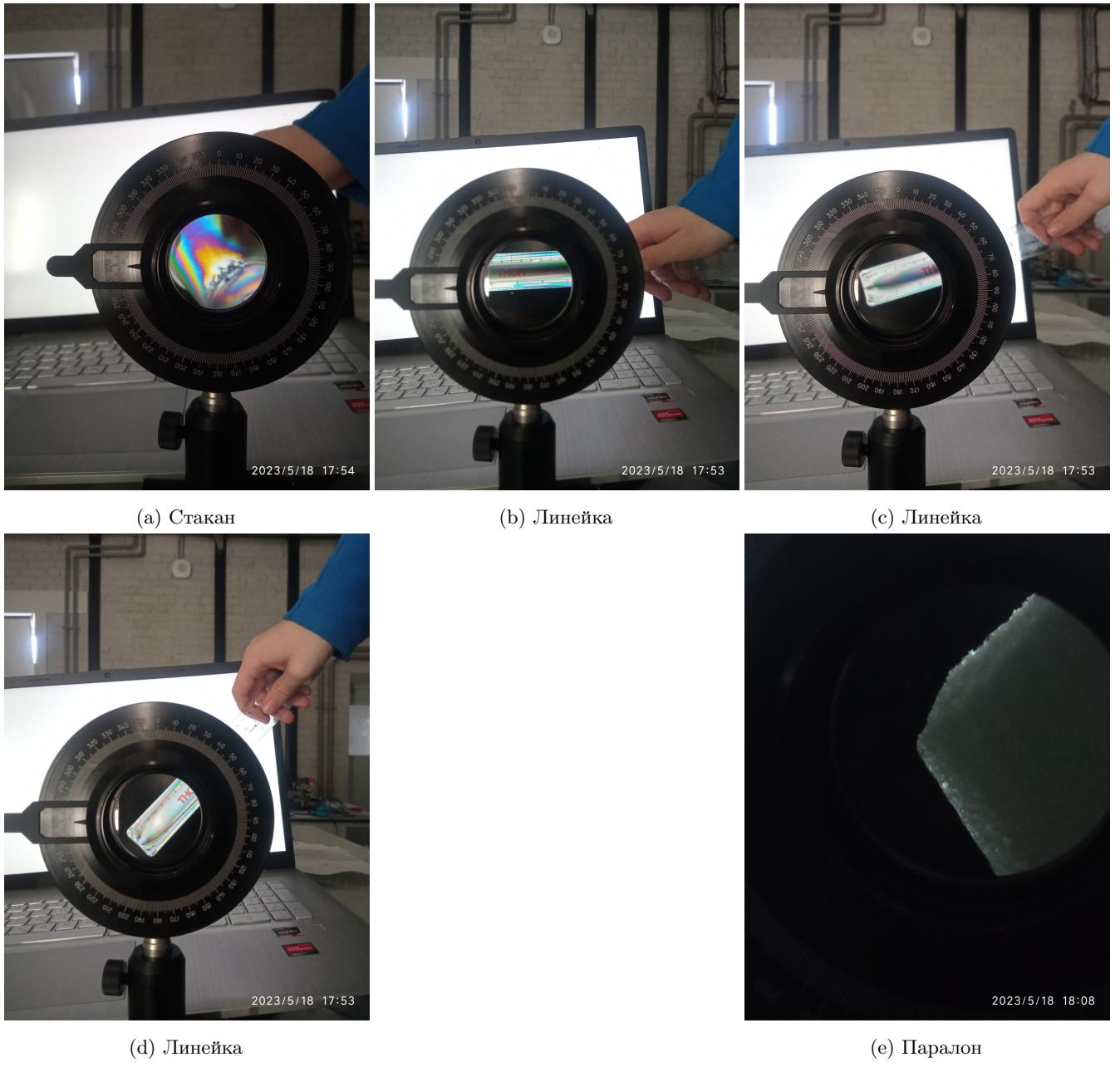


Рис. 27: Стакан



## Кристаллы

В этой секции мы рассмотрим аксиально симметричные кристаллы, образовавшиеся на дне контейнера из первой части. Почти всегда ось кристалла в точке не будет совпадать с осями поляризатора и поляризации света, поэтому свет будет белым из-за вышеупомянутого сдвига. Однако вблизи этих осей, то есть вертикально и горизонтально, оси практически совпадут, и появится черные области. Иными словами, будут наблюдаться вертикально-горизонтальные “черные кресты”, которые не будут зависеть от поворота направления.

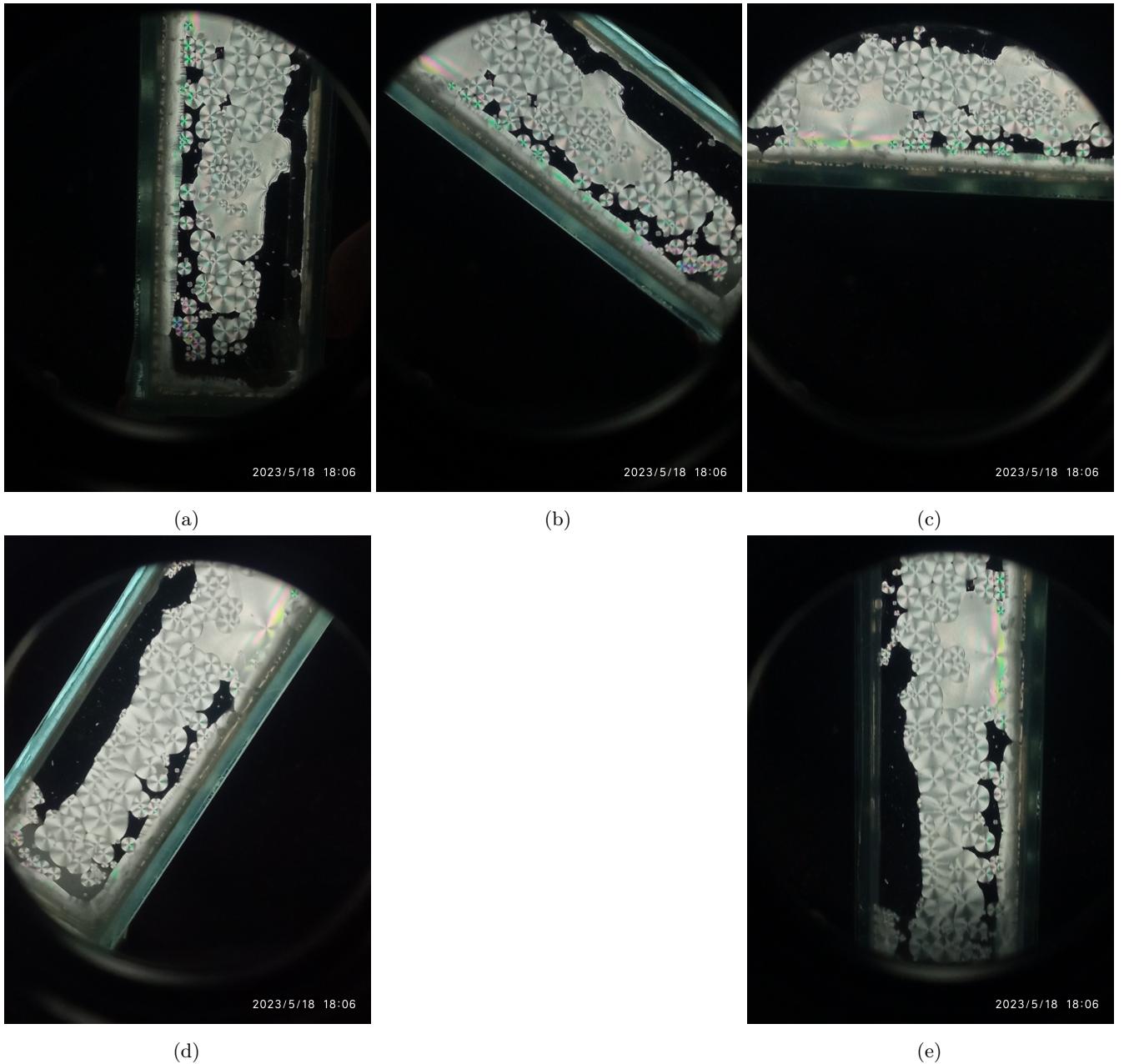


Рис. 29: Кристаллы сахара

### Дифракция

При дифракции вокруг объекта направление волн будет изменяться, из-за чего меняется поляризация, и по краю объекта можно увидеть область смещенной поляризации:

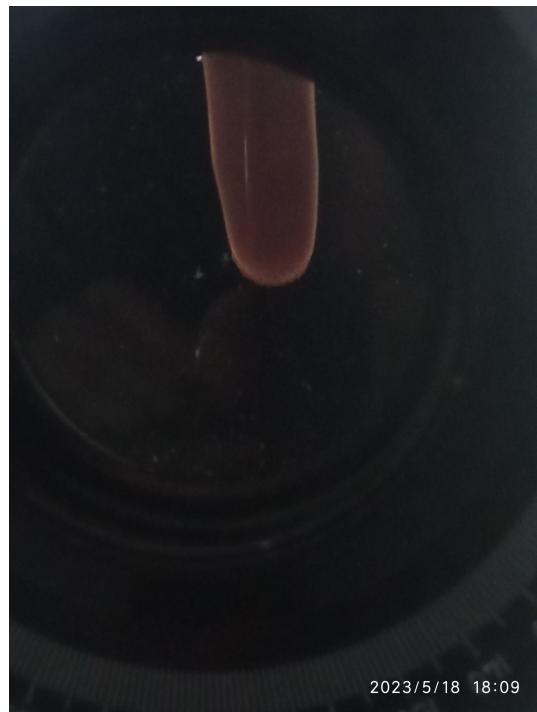


Рис. 30: Дифракция вокруг пальца

Здесь чётко виден тот самый светлый контур вокруг объекта.

## Выводы

После работы с поляризаторами мы получили практику работы с круговыми и линейно поляризованными волнами, а также разобрались с принципами работы оборудования, влияющего на поляризацию (или работа которого зависит от неё). В качестве дополнения мы разобрались с принципом сахарометрии и получили коэффициенты поворота для декстрозы и фруктозы.

Во второй части работы мы продемонстрировали поляризационные эффекты в легкодоступных материалах, которые можно наблюдать в повседневной жизни с помощью минимального оборудования.