

Вынужденные колебания в электрическом контуре

Лабораторная работа

Высшая школа экономики, Санкт-Петербургская школа
физико-математических и компьютерных наук

Физика, 1 курс

Андрей Ситников

Никита Афанасьев

24.04.2022

Цель работы

Исследование резонансных кривых, с целью определения добротности и логарифмического декремента затухания при нарастании и затухании колебаний

Теория

Рассмотрим цепь с таким параллельным контуром:

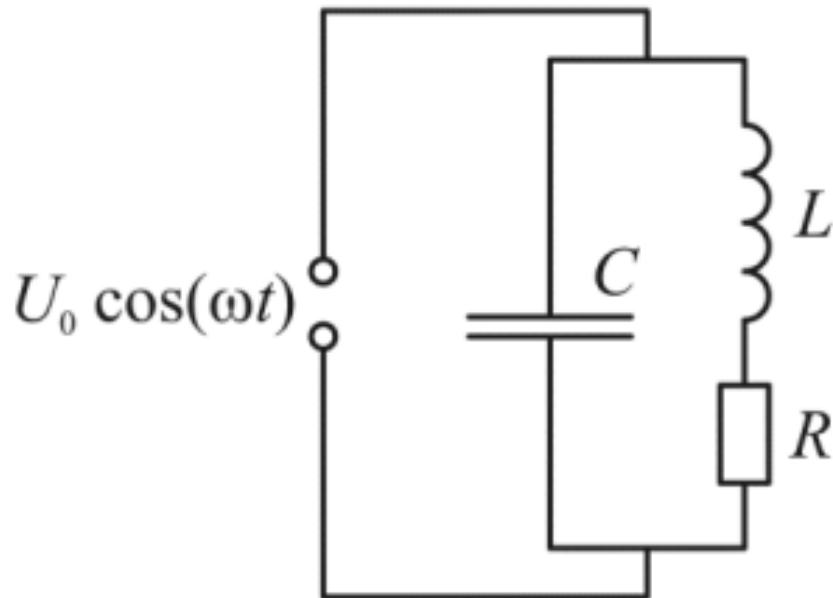


Figure 1: Схема контура

Запишем импедансы параллельных проводов, и посчитаем полный импеданс контура

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R + i\omega L} + i\omega C = \frac{1 - (\omega/\omega_0)^2 + i\omega RC}{R + i\omega L}$$

При этом, если частота генератора совпадает с частотой колебательного контура, то импеданс упрощается до:

$$Z_{\text{рез}} = \frac{R + i\omega_0 L}{i\omega_0 RC} = \frac{L}{RC} - i\frac{1}{\omega_0 C}$$

Что при малом сопротивлении ($R \ll \omega_0 L$) превращается в:

$$Z_{\text{рез}} = \frac{L}{RC}$$

что также можно переписать через добротность $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$

$$Z_{\text{рез}} = \frac{L}{RC} = \frac{Q}{\omega_0 C}$$

А если рассматривать импеданс для всех частот генератора, то формула будет такой:

$$|Z| = \frac{\omega L}{\sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + (\omega RC)^2}}$$

Методика

При исследовании резонансной кривой тока в колебательном контуре обычно снимают зависимость амплитуды напряжения на резисторе R от частоты генератора. Однако при резком увеличении тока вблизи резонанса выходное напряжение генератора заметно просаживается, что вносит существенные искажения в форму резонансной кривой.

В работе для устранения влияния генератора используется такая схема:

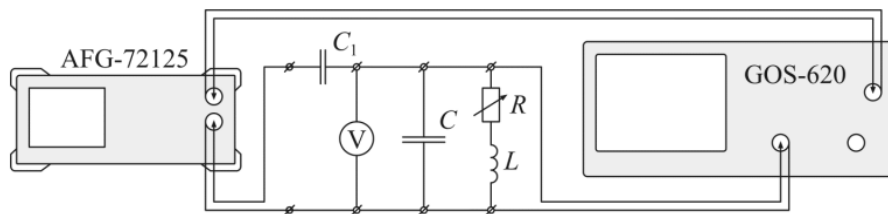


Figure 2: Схема установки

Синусоидальный сигнал с генератора подаётся на параллельный колебательный контур через небольшую разделительную ёмкость C_1 . При этом ток в цепи определяется ёмкостью C_1 и вблизи резонанса остается практически постоянным. Напряжение с ёмкости контура C поступает на вертикальный вход осциллографа. Зависимость амплитуды этого напряжения от частоты генератора согласно формуле:

$$U_0 = I_0 |Z| = \frac{I_0 \omega L}{\sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + (\omega RC)^2}}$$

Разделительная ёмкость C_1 выбирается настолько малой, что в рабочем диапазоне частот её импеданс $Z_{C_1} = 1/(\omega C_1)$ много больше импеданса контура, в цепи генератора течёт ток с постоянной амплитудой, а колебательный контур выполняет роль нагрузочного сопротивления, которое, в свою очередь, зависит от частоты. Поскольку в резонансе сопротивление $Z_{\text{рез}}$ параллельного контура максимально, то и напряжение на ёмкости C (неизменный ток, умноженный на максимальное сопротивление) тоже максимально. Входное сопротивление осциллографа в измеряющей цепи достаточно велико: $R_{\text{ЭО}} = 1 \text{ МОм}$. Таким образом, при выполнении условий

$$Z_{C_1} = \frac{1}{\omega C_1} \gg Z_{\text{рез}} = \frac{Q}{\omega C}$$

$$R_{\text{ЭО}} \gg \frac{Q}{\omega C}$$

и при условии, что действительная часть импеданса катушки много меньше её мнимой части, резонансная кривая в нашем контуре будет выглядеть так же, как в последовательном: максимум амплитуды при резонансе. Ширина резонансной кривой определяет важную характеристику контура — добротность.

Рассмотрим процесс установления колебаний в контуре вблизи резонанса. Несложно показать, что возникающие в контуре колебания будут представлять собой суперпозицию двух синусоид: первая — с частотой собственных колебаний контура ω_0 и амплитудой, экспоненциально убывающей со временем; вторая — с частотой внешнего источника ω и постоянной амплитудой. Зависимость напряжения на контуре (при напряжении и его производной равным 0 при $t = 0$) от времени имеет вид:

формула

Здесь U_0 — амплитуда установившихся колебаний, γ — коэффициент затухания. При частотах ω , отличающихся от собственной частоты контура ω_0 , уравнение (4) описывает биения. При очень близких частотах биения не возникают, так как колебания с собственной частотой контура затухают быстрее, чем накапливается разность фаз между колебаниями с частотами ω и ω_0 . В этом случае уравнение (4) сводится к простому виду

формула

Заметим, что добротность колебательного контура можно выразить через коэффициент затухания

формула

Это соотношение позволяет определить добротность контура по скорости нарастания амплитуды вынужденных колебаний при резонансе или по скорости затухания свободных колебаний. Нарастание и затухание колебаний можно наблюдать на экране осциллографа, если на контур подаются цуги — отрезки синусоиды, разделённые интервалами, в течение которых сигнал отсутствует. Чем выше добротность, тем медленнее нарастают и медленнее затухают колебания в контуре. Количественные оценки можно сделать, если определить логарифмический декремент затухания по скорости нарастания или затухания колебаний. В условиях резонанса огибающая затухающих колебаний — это перевёрнутая огибающая нарастающего участка, поэтому при расчёте логарифмического декремента по затухающему участку нет необходимости использовать амплитуду установившихся колебаний U_0 , которая в контуре с высокой добротностью иногда не успевает установиться за время продолжительности цуга.

При частоте генератора близкой (но не равной) к резонансной, происходят биения

Фото

Которые появляются из-за наложения 2 колебаний различных по частоте: генератора, и самой схемы. В итоге,

из-за изменения сдвига по фазе от времени - со временем меняется и амплитуда.

Результаты

R = 0 Резонансная частота контура (теоретически): (на практике) :

График показаний вольтметра от частоты генератора:

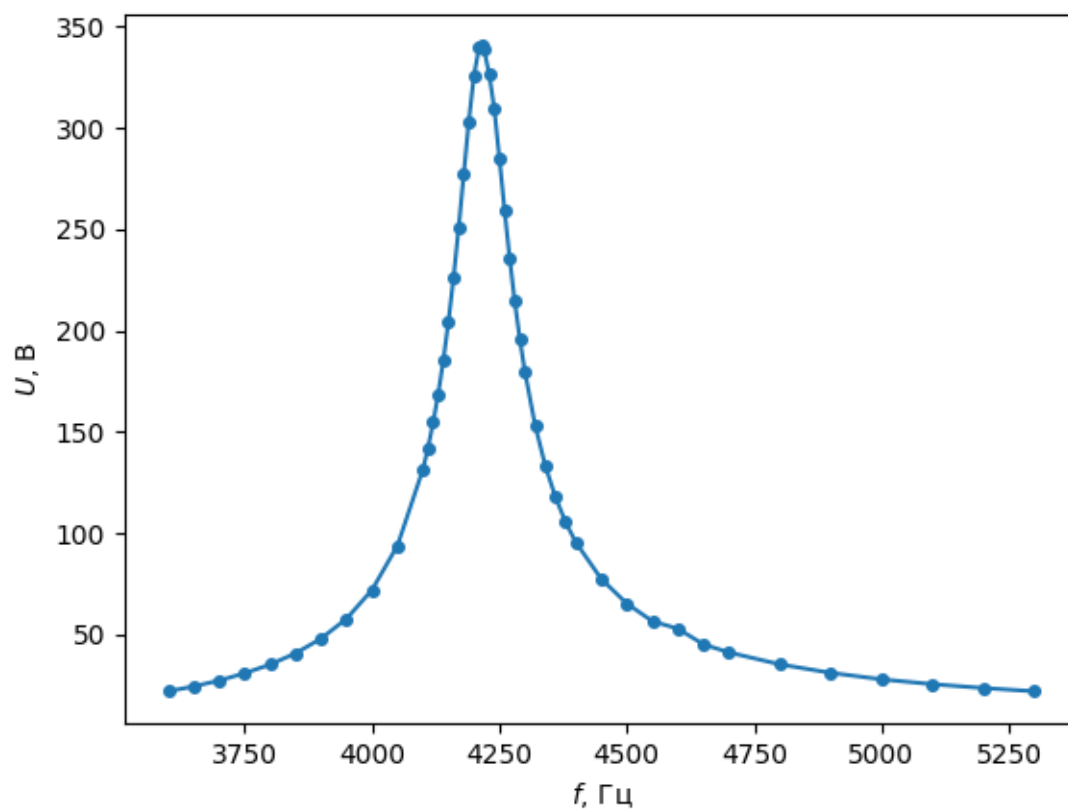


Figure 3: orig_FR_0

R = 30 ом Резонансная частота контура (теоретически): (на практике) :

График показаний вольтметра от частоты генератора:

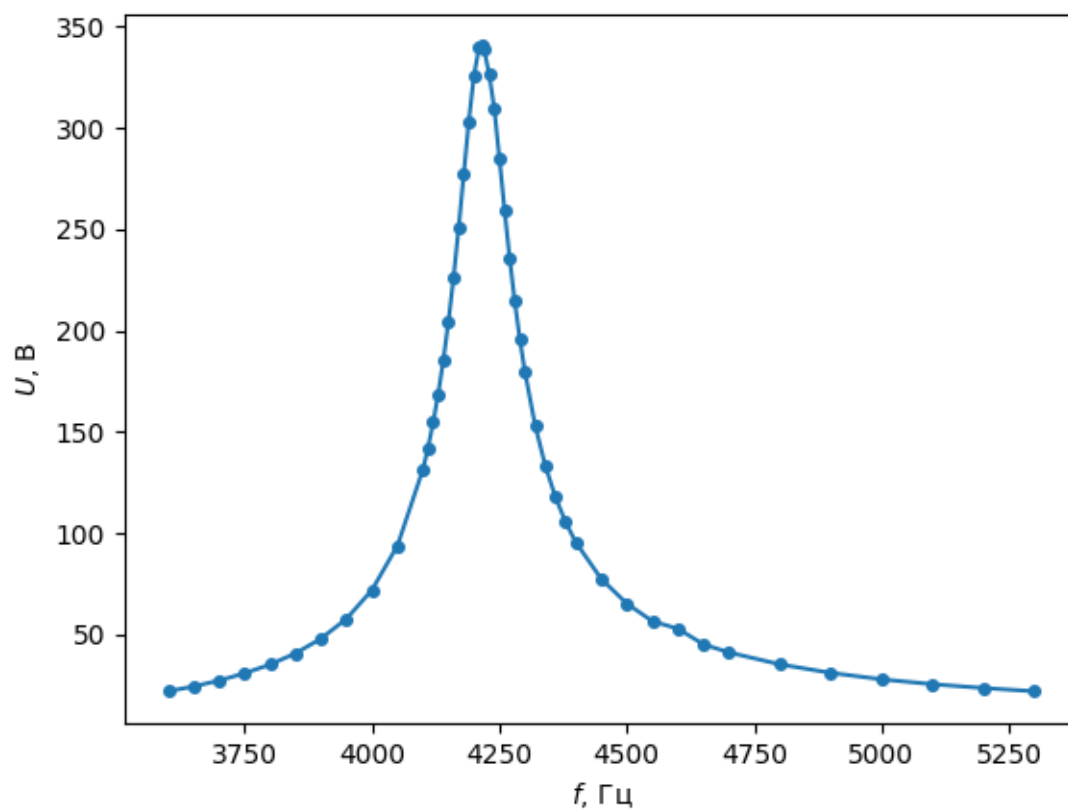


Figure 4: orig_FR_30

Фото графика затухающих и растущих колебаний для обоих значений R

Фото биений

значение R_L и L из LCR метра

Обработка данных

График резонансных кривых в относительных координатах

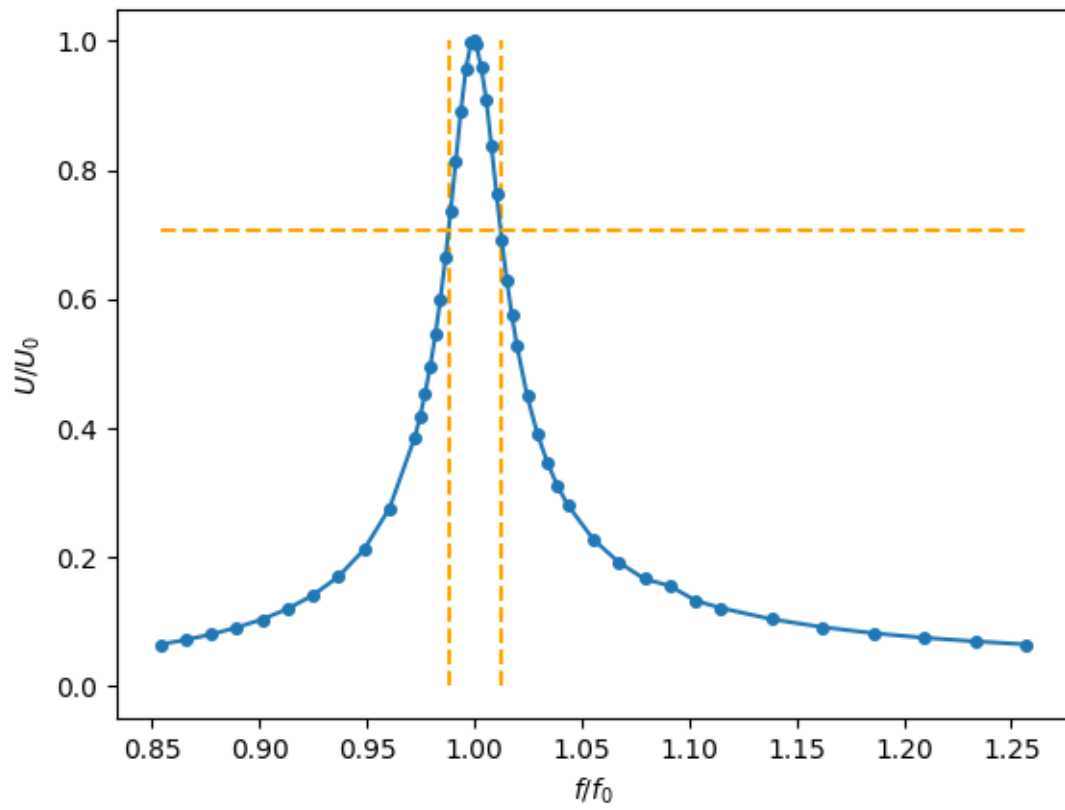


Figure 5: FR_0

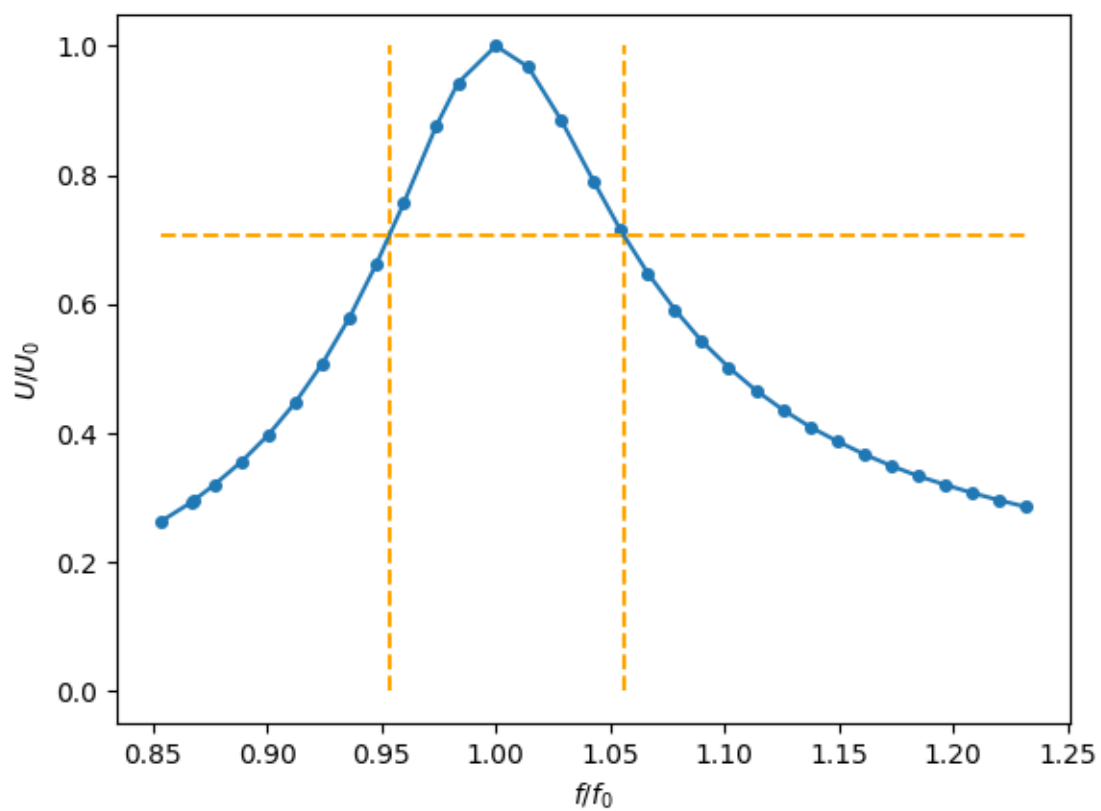


Figure 6: FR_30

Добротность из формулы Сравнение теоритической и экспериментальной резонансных частот
 график амплитуды зат. колеб. от времени из него достать добротность и коэф. затухания

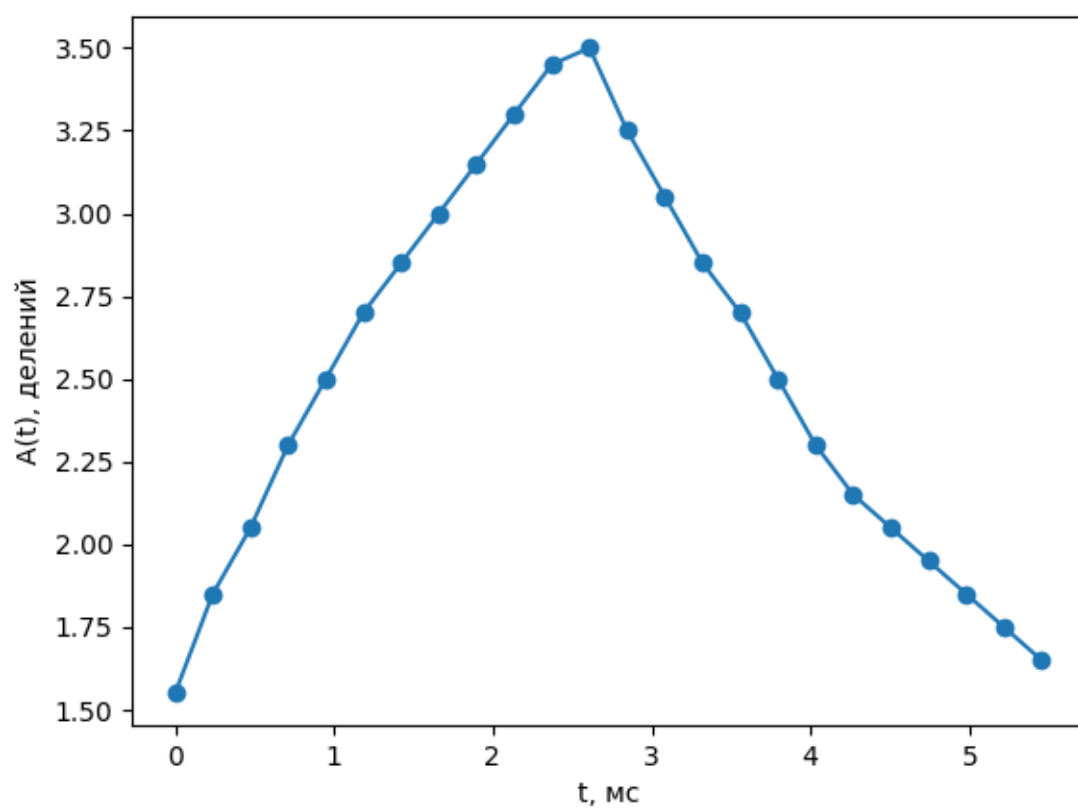


Figure 7: curve_0

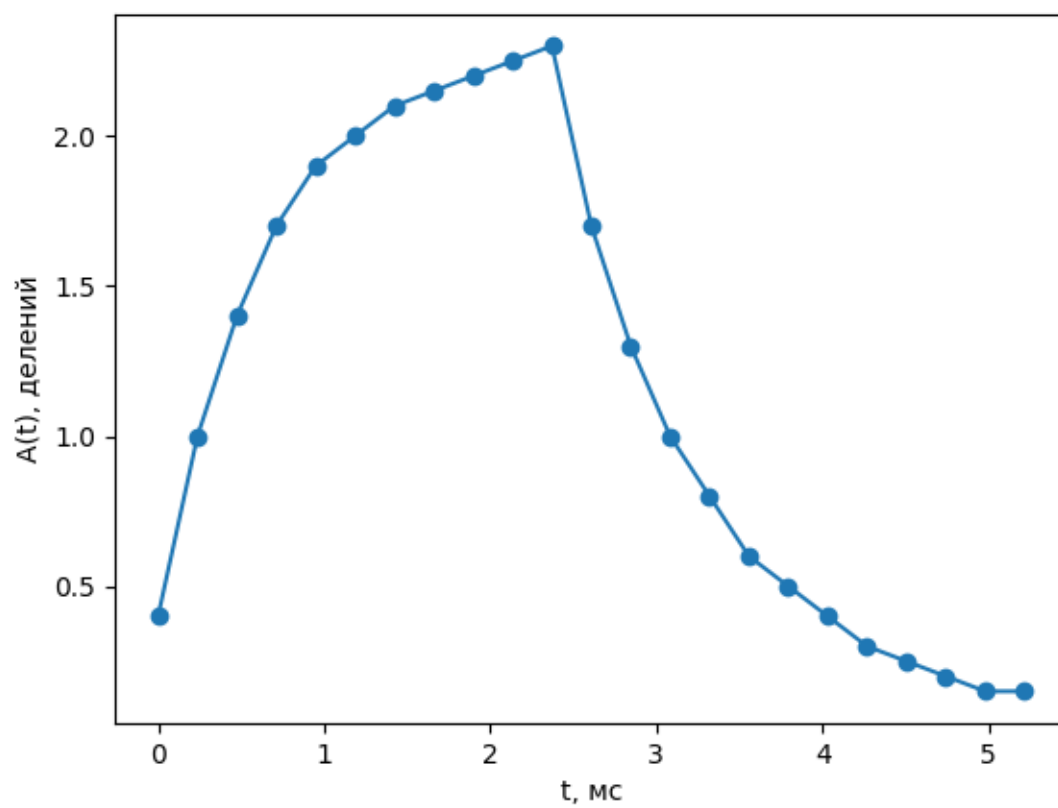


Figure 8: curve_30

Рассмотрим в логарифмическом масштабе правые части графиков:

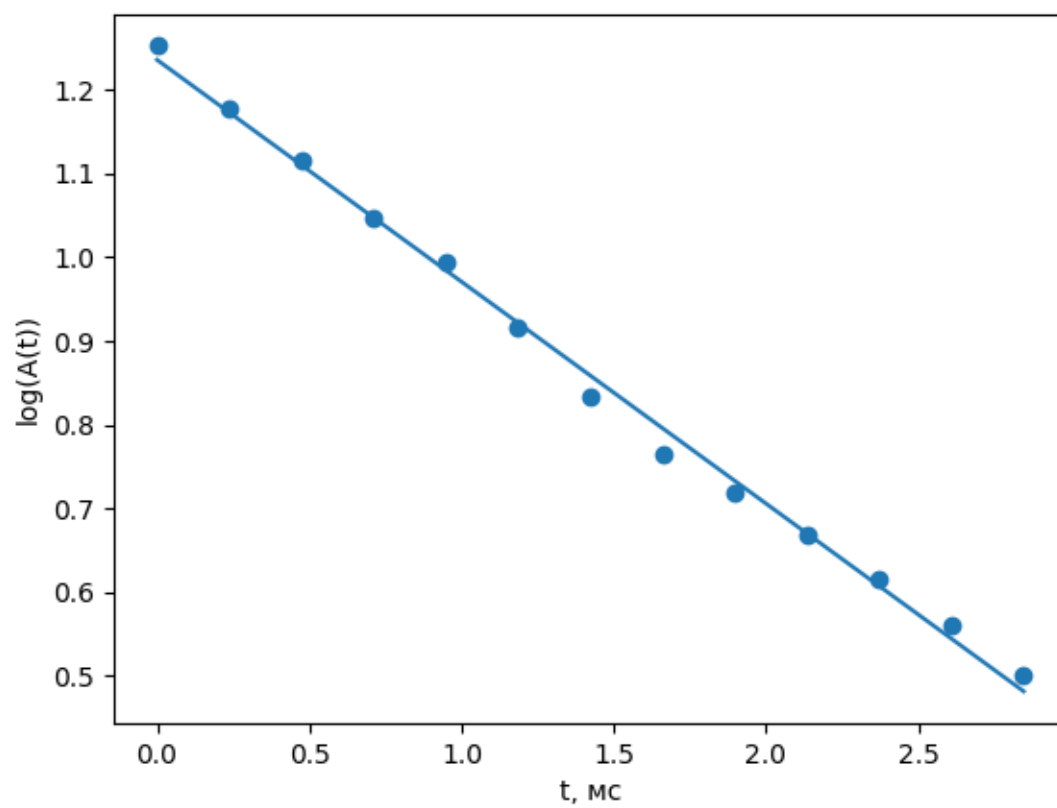


Figure 9: log_curve_0

Коэффициент наклона: -0.27 1/мс

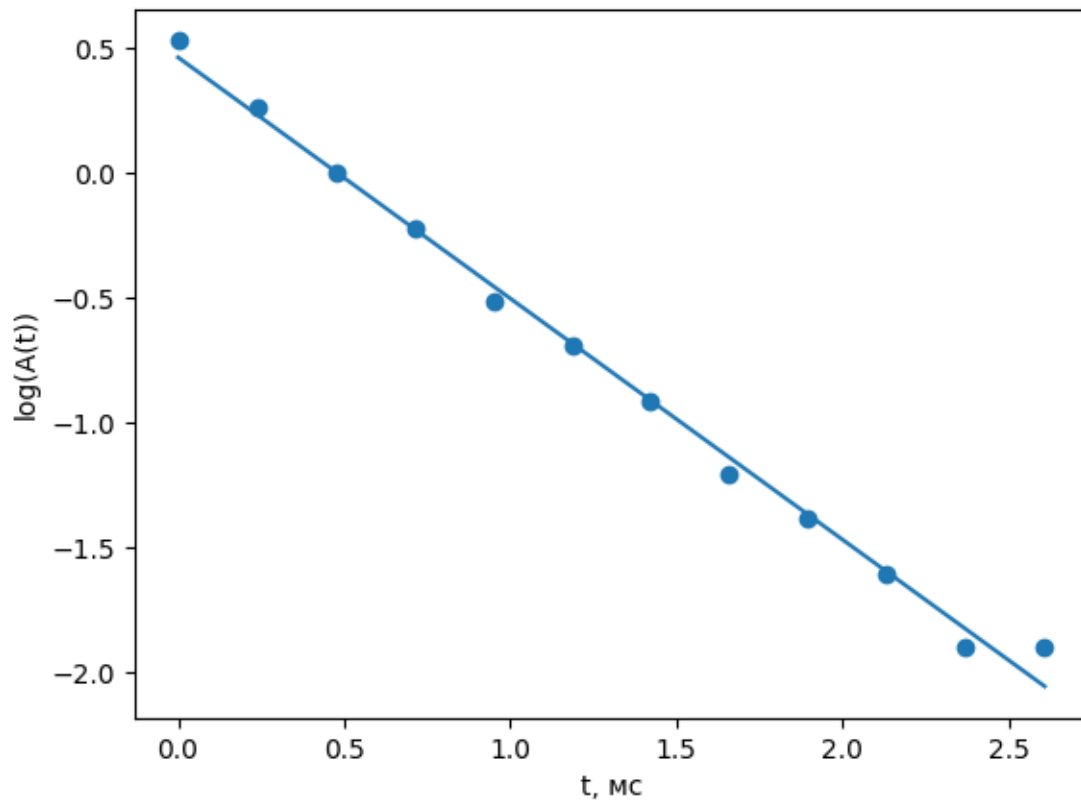


Figure 10: log_curve_30

Коэффициент наклона: -0.27 1/мс

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\gamma} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{\pi}{\gamma T}$$

Подставляя, получаем $Q_0 \approx 50$, $Q_{30} \approx 13.7$.

повторить для нараст. колеб.

добротность из параметров